

۲۰

سایت علمی آموزشی نواندیشان
مجله نمونه فصل چهارم، سبک‌نما ها و سیستم ها، دانشگاه آزاد اسلامی - واحد تهران جنوب، بهار ۱۳۹۵

8. Compute the inverse Fourier transform of the following signal.



$$X(\omega) = \text{sinc}^2\left(\frac{\omega-20}{\pi}\right) + \text{sinc}^2\left(\frac{\omega+20}{\pi}\right)$$

$$\text{rect}\left(\frac{t}{\tau}\right) * \text{rect}\left(\frac{t}{\tau}\right) \rightarrow \tau \text{sinc}\left(\frac{\omega}{\pi} \cdot \frac{\tau}{2}\right) = \tau \text{sinc}\left(\frac{\omega}{\pi} \cdot \frac{\tau}{2}\right)$$

$$\underbrace{\text{rect}\left(\frac{t}{\tau}\right) * \text{rect}\left(\frac{t}{\tau}\right)}_{\Lambda(t)} \rightarrow 4 \text{sinc}^2\left(\frac{\omega}{\pi}\right)$$

$$\frac{1}{4} \Lambda(t) \rightarrow \text{sinc}^2\left(\frac{\omega}{\pi}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \Lambda(t) \cdot e^{j20t} \rightarrow \text{sinc}^2\left(\frac{\omega-20}{\pi}\right) \Rightarrow x(t) = \frac{1}{4} \Lambda(t) e^{j20t} + \frac{1}{4} \Lambda(t) e^{-j20t}$$

$$= \frac{1}{2} \cos(20t) \cdot \Lambda(t)$$

پایه سوال

۲۱

مسائل نمونه فصل چهارم: سیگنال ها و سیستم ها - دانشگاه آزاد اسلامی - واحد تهران جنوب - طرانی

- تبدیل فوریه سیگنال زمان پیوسته $x(t)$ داده شده است. مطلوب است سیگنال $x(t)$

$$- X(j\omega) = j [\delta(\omega+1) - \delta(\omega-1)] - 3 [\delta(\omega-\pi) + \delta(\omega+\pi)]$$

$$x(t) = j \left[e^{-jt} - e^{jt} \right] - 3 \left[e^{j\pi t} + e^{-j\pi t} \right]$$

$$= -j (2j \sin(t)) - 3 (2 \cos(\pi t))$$

$$x(t) = 2 \sin(t) - 6 \cos(\pi t)$$

$$- X(j\omega) = 2 \sin(2\omega - \frac{\pi}{2}) = -2 \sin(\frac{\pi}{2} - 2\omega) = -2 \cos(2\omega)$$

$$\cos(2t) = \frac{1}{2} e^{j2t} + \frac{1}{2} e^{-j2t} \rightarrow \frac{1}{2} \delta(\omega-2) + \frac{1}{2} \delta(\omega+2)$$

$$\frac{1}{2} \delta(\omega-2) + \frac{1}{2} \delta(\omega+2) \rightarrow 2\pi \cos(-2\omega)$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{-1}{2\pi} \delta(t-2) - \frac{1}{2\pi} \delta(t+2)$$

$$- X(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega} \cdot \cos(2\omega) \cdot e^{-j5\omega}$$

$$X(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega} \cdot \frac{1}{2} \cdot (e^{j2\omega} + e^{-j2\omega}) \cdot e^{-j5\omega}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1+j\omega} \cdot (e^{-j3\omega} + e^{-j7\omega})$$

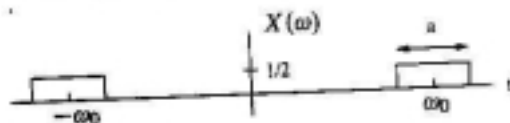
$$e^{-t} u(t) \rightarrow \frac{1}{1+j\omega} \quad e^{-(t-3)} u(t-3) \rightarrow e^{-j3\omega} \cdot \frac{1}{1+j\omega}$$

$$e^{-(t-7)} u(t-7) \rightarrow e^{-j7\omega} \cdot \frac{1}{1+j\omega}$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{1}{2} e^{-(t-3)} u(t-3) + \frac{1}{2} e^{-(t-7)} u(t-7)$$

۲۲

مسائل نمونه فصل چهارم سیگنال‌ها و سیستم‌ها دانشگاه آزاد اسلامی - واحد تهران جنوب فشرده

تبدیل فوریه سیگنال زمان پیوسته $x(t)$ داده شده است و مطلوب است $X(\omega)$ 

$$\text{rect}\left(\frac{t}{\tau}\right) \rightarrow \tau \text{sinc}\left(\frac{\omega}{\tau} \cdot \frac{\tau}{2}\right)$$

$$\tau \text{sinc}\left(\frac{t}{\tau} \cdot \frac{\tau}{2}\right) \rightarrow \tau \text{rect}\left(\frac{\omega}{\tau}\right)$$

$$\tau = a \Rightarrow a \text{sinc}\left(\frac{t}{a} \cdot \frac{a}{2}\right) \rightarrow \tau \text{rect}\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

$$\frac{a}{4\pi} \text{sinc}\left(\frac{t}{a} \cdot \frac{a}{2}\right) \rightarrow \frac{1}{2} \text{rect}\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

$$e^{j\omega_0 t} \cdot \frac{a}{4\pi} \text{sinc}\left(\frac{t}{a} \cdot \frac{a}{2}\right) \rightarrow \frac{1}{2} \text{rect}\left(\frac{\omega - \omega_0}{a}\right)$$

$$e^{-j\omega_0 t} \cdot \frac{a}{4\pi} \text{sinc}\left(\frac{t}{a} \cdot \frac{a}{2}\right) \rightarrow \frac{1}{2} \text{rect}\left(\frac{\omega + \omega_0}{a}\right)$$

$$\Rightarrow X(\omega) = \frac{1}{2} \text{rect}\left(\frac{\omega - \omega_0}{a}\right) + \frac{1}{2} \text{rect}\left(\frac{\omega + \omega_0}{a}\right)$$

$$x(t) = \frac{a}{4\pi} \cdot \text{sinc}\left(\frac{t}{a} \cdot \frac{a}{2}\right) (e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t})$$

$$= \frac{a}{2\pi} \cdot \cos(\omega_0 t) \cdot \text{sinc}\left(\frac{t}{a} \cdot \frac{a}{2}\right)$$

۲۳

مسائل نمونه فصل چهارم سیگنال ها و سیستم ها دانشگاه آزاد اسلامی - واحد تهران جنوب طرانی

تبدیل فوریه سیگنال زمان پیوسته $x(t)$ داده شده است، مطلوب است $x(t)$

$$X(j\omega) = e^{j5\omega} \cdot \frac{1}{4+j\omega}$$

$$e^{-4t} u(t) \rightarrow \frac{1}{4+j\omega}$$

$$e^{-4(t+5)} u(t+5) \rightarrow e^{j5\omega} \cdot \frac{1}{4+j\omega}$$

$$x(t) = e^{-4(t+5)} u(t+5)$$

$$X(j\omega) = \frac{2j\omega+1}{(j\omega+2)^2}$$

$$e^{-2t} u(t) \rightarrow \frac{1}{2+j\omega}$$

$$(-jt) e^{-2t} u(t) \rightarrow \frac{-j}{(2+j\omega)^2}$$

$$X(j\omega) = \frac{2(j\omega+2-2)+1}{(2+j\omega)^2} = \frac{2(2+j\omega)-3}{(2+j\omega)^2}$$

$$X(j\omega) = \frac{2}{2+j\omega} - \frac{3}{(2+j\omega)^2}$$

$$x(t) = 2e^{-2t} u(t) - 3te^{-2t} u(t)$$

$$X(j\omega) = \frac{j\omega}{(2+j\omega)^2}$$

$$X(j\omega) = \frac{(2+j\omega-2)}{(2+j\omega)^2} = \frac{1}{2+j\omega} - \frac{2}{(2+j\omega)^2}$$

$$x(t) = e^{-2t} u(t) - 2te^{-2t} u(t)$$

برای $y(t)$ و $x(t)$ خروجی سیستم LTI زمان پیوسته داده شده است. پاسخ فرکانسی سیستم و پاسخ ضرب سیستم را بدست آورید.

$$-x(t) = e^{-t} u(t), \quad y(t) = e^{-2t} u(t) + e^{-3t} u(t)$$

$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{\frac{1}{2+j\omega} + \frac{1}{3+j\omega}}{\frac{1}{1+j\omega}} = \frac{(5+j\omega)(1+j\omega)}{(2+j\omega)(3+j\omega)}$$

$$H(j\omega) = \frac{(3+j\omega+2)(2+j\omega-1)}{(2+j\omega)(3+j\omega)} = \frac{(3+j\omega)(2+j\omega) - (3+j\omega) + 2(2+j\omega) - 2}{(2+j\omega)(3+j\omega)}$$

$$= 1 - \frac{1}{2+j\omega} + \frac{2}{3+j\omega} - \frac{2}{(2+j\omega)(3+j\omega)}$$

$$= 1 - \frac{1}{2+j\omega} + \frac{2}{3+j\omega} - \frac{2}{2+j\omega} + \frac{2}{3+j\omega}$$

$$H(j\omega) = 1 - \frac{3}{2+j\omega} + \frac{4}{3+j\omega} \Rightarrow h(t) = \delta(t) - 3e^{-2t} u(t) + 4e^{-3t} u(t)$$

$$-x(t) = e^{-3t} u(t), \quad y(t) = e^{-3(t-2)} u(t-2)$$

$$H(j\omega) = \frac{\frac{1}{3+j\omega} \cdot e^{-j2\omega}}{\frac{1}{1+j\omega}} = e^{-j2\omega} \Rightarrow h(t) = \delta(t-2)$$

$$-x(t) = e^{-2t} u(t), \quad y(t) = 2te^{-2t} u(t)$$

$$H(j\omega) = \frac{\frac{2}{(2+j\omega)^2}}{\frac{1}{2+j\omega}} = \frac{2}{2+j\omega}$$

$$e^{-2t} u(t) \rightarrow \frac{1}{2+j\omega}$$

$$(-jt)e^{-2t} u(t) \rightarrow \frac{-j}{(2+j\omega)^2}$$

$$h(t) = 2e^{-2t} u(t)$$

۲۵

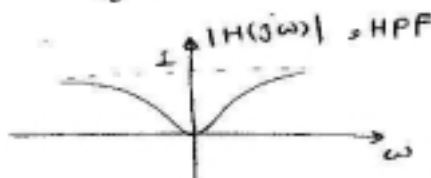
مسائل نمونه فصل چهارم سیستم‌ها و سیستم‌ها دانشگاه آزاد اسلامی - واحد تهران جنوب طرانی

- طایع فزیر سیستم LTI داده شده است. طایع فزیر طایع سیستم را بدست آورده و با ترسیم اندازه طایع فزیر طایع نوع فیلتر را تعیین کنید.

$$h(t) = \delta(t) - 2e^{-2t} u(t) \quad H(j\omega) = 1 - \frac{2}{2+j\omega} = \frac{j\omega}{2+j\omega}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{|\omega|}{\sqrt{4+\omega^2}}$$

$$\begin{array}{lcl} \omega=0 \rightarrow |H(j\omega)| = 0 \\ \omega=\pm 2 \rightarrow |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \omega=\pm \infty \rightarrow |H(j\omega)| = 1 \end{array}$$



$$h(t) = 4e^{-2t} \cos(20t) u(t) = 2e^{-2t} u(t) \cdot e^{j20t} + 2e^{-2t} u(t) \cdot e^{-j20t}$$

$$e^{-2t} u(t) \rightarrow \frac{1}{2+j\omega}$$

$$f(t) \cdot e^{j20t} \rightarrow \frac{1}{2+j(\omega-20)} \quad , \quad f(t) \cdot e^{-j20t} \rightarrow \frac{1}{2+j(\omega+20)}$$

$$\begin{aligned} H(j\omega) &= 2 \left(\frac{1}{2+j(\omega-20)} + \frac{1}{2+j(\omega+20)} \right) = 2 \left(\frac{4+j2\omega}{4+j4\omega - (\omega^2-400)} \right) \\ &= 4 \left(\frac{2+j\omega}{-\omega^2+404+j4\omega} \right) \end{aligned}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{4\sqrt{4+\omega^2}}{\sqrt{(\omega^2-404)^2 + (4\omega)^2}}$$

$$\omega=0 \rightarrow |H(j\omega)| = \frac{8}{404}$$

$$\omega=\pm\sqrt{404} \rightarrow |H(j\omega)| = \frac{4\sqrt{408}}{4 \times \sqrt{404}}$$

$$\omega=\pm\infty \rightarrow |H(j\omega)| = 0$$

$|H(j\omega)|$ BPF

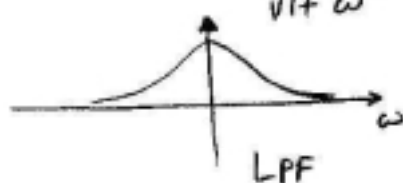


- پاسخ فرکانسی سیستم داده شده است، با ترسیم اندازه پاسخ فرکانسی نوع سیستم را مشخص کنید:

پایه گذر - بالا گذر - میان گذر - میان نلدر

$$H(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2}}$$



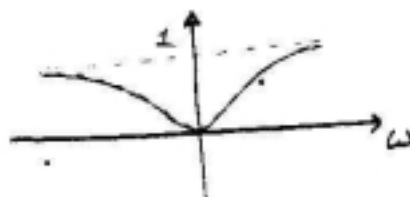
$$\omega=0 \rightarrow |H(j\omega)|=1$$

$$\omega=\pm 1 \rightarrow |H(j\omega)|=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\omega=\pm\infty \rightarrow |H(j\omega)|=0$$

$$H(j\omega) = \frac{j\omega}{1+j\omega}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{|\omega|}{\sqrt{1+\omega^2}}$$



$$\omega=0 \quad |H(j\omega)|=0$$

$$\omega=\pm 1 \quad |H(j\omega)|=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\omega=\pm\infty \quad |H(j\omega)|=1$$

۲۷

مسائل نمونه فصل چهارم سیگنال ها و سیستم ها دانشگاه آزاد اسلامی - واحد تهران جنوب فخرانی

- مطلوبیت $\bar{y}(t) = x(t) * x(t)$ را $x(t) = 2 \operatorname{sinc}\left(\frac{t}{4\pi}\right)$

$$\operatorname{rect}\left(\frac{t}{\tau}\right) \rightarrow \tau \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega}{\tau} \cdot \frac{\tau}{2}\right)$$

$$\tau \operatorname{sinc}\left(\frac{t}{\tau} \cdot \frac{\tau}{2}\right) \rightarrow 2\pi \operatorname{rect}\left(\frac{\omega}{\tau}\right)$$

$$\tau = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \operatorname{sinc}\left(\frac{t}{4\pi}\right) \rightarrow 2\pi \operatorname{rect}\left(\frac{\omega}{1/2}\right)$$

$$x(t) = 2 \operatorname{sinc}\left(\frac{t}{4\pi}\right) \Rightarrow X(j\omega) = 8\pi \operatorname{rect}\left(\frac{\omega}{1/2}\right)$$

$$y(t) = x(t) * x(t) \Rightarrow Y(j\omega) = X(j\omega) \cdot X(j\omega) = (8\pi)^2 \operatorname{rect}\left(\frac{\omega}{1/2}\right)$$

$$\Rightarrow y(t) = 2(8\pi) \operatorname{sinc}\left(\frac{t}{4\pi}\right)$$

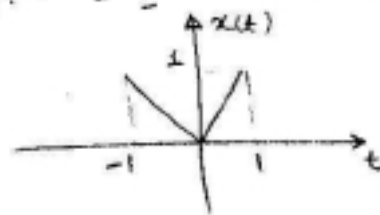
$$y(t) = (16\pi) \operatorname{sinc}\left(\frac{t}{4\pi}\right)$$

۲۸

مسائل نمونه فصل چهارم سیستم‌ها و سیگنال‌ها دانشگاه آزاد اسلامی - واحد تهران جنوب فخرانی

- سیگنال زمان پیوسته زیر را ترسیم کنید و تبدیل فوریه سیگنال را بدست آورید.

$$x(t) = \begin{cases} -t & , -1 \leq t \leq 0 \\ t & , 0 \leq t \leq 1 \end{cases}$$



$$X(j\omega) = \int_{-1}^0 -t e^{-j\omega t} dt + \int_0^1 t e^{-j\omega t} dt$$

$$\begin{cases} t = u \\ e^{-j\omega t} dt = dv \end{cases} \begin{cases} dt = du \\ \frac{-1}{j\omega} e^{-j\omega t} = v \end{cases}$$

$$\begin{aligned} X(j\omega) &= - \left(\frac{-t}{j\omega} e^{-j\omega t} \Big|_{-1}^0 + \frac{1}{j\omega} \int_{-1}^0 e^{-j\omega t} dt \right) + \left(\frac{-t}{j\omega} e^{-j\omega t} \Big|_0^1 + \frac{1}{j\omega} \int_0^1 e^{-j\omega t} dt \right) \\ &= \frac{t}{j\omega} e^{-j\omega t} \Big|_{-1}^0 + \frac{1}{(j\omega)^2} e^{-j\omega t} \Big|_{-1}^0 - \frac{t}{j\omega} e^{-j\omega t} \Big|_0^1 - \frac{1}{(j\omega)^2} e^{-j\omega t} \Big|_0^1 \\ &= \frac{1}{j\omega} e^{j\omega} + \frac{1}{(j\omega)^2} (1 - e^{j\omega}) - \frac{1}{j\omega} e^{-j\omega} - \frac{1}{(j\omega)^2} (e^{-j\omega} - 1) \\ &= \frac{1}{j\omega} (2j \sin(\omega)) + \frac{2}{(j\omega)^2} (1 - e^{j\omega}) \\ &= \frac{2}{\omega} \sin(\omega) - \frac{2}{\omega^2} \cdot e^{-j\frac{\omega}{2}} \cdot (e^{j\frac{\omega}{2}} - e^{-j\frac{\omega}{2}}) \\ &= \frac{2}{\omega} \sin(\omega) - \frac{j4}{\omega^2} \cdot e^{-j\frac{\omega}{2}} \cdot \sin\left(\frac{\omega}{2}\right) \end{aligned}$$

کسر ۲/۲

سیستم نمونه فصل چهارم: سیستم‌ها و سیستم‌ها دانشگاه آزاد اسلامی - واحد تهران جنوب

سیگنال ورودی $x(t)$

و سیگنال خروجی این سیستم است.

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 5 \frac{dy(t)}{dt} + 6y(t) = \frac{dx(t)}{dt} + 4x(t)$$

خروجی سیستم را به ازاء ورودی $x(t) = (e^{-4t} - t e^{-4t}) u(t)$ بدست آورید. $u(t)$ پله واحد.

$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{j\omega + 4}{(j\omega)^2 + 5(j\omega) + 6} = \frac{j\omega + 4}{(j\omega + 3)(j\omega + 2)}$$

$$e^{-4t} u(t) \rightarrow \frac{1}{4 + j\omega}$$

$$(-jt) e^{-4t} u(t) \rightarrow \frac{-j}{(4 + j\omega)^2}$$

$$f(t) \rightarrow F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$\frac{dF(j\omega)}{d\omega} = \int_{-\infty}^{\infty} (-jt) f(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$\Rightarrow X(j\omega) = \frac{1}{4 + j\omega} - \frac{1}{(4 + j\omega)^2} = \frac{3 + j\omega}{(4 + j\omega)^2}$$

$$Y(j\omega) = X(j\omega) \cdot H(j\omega) = \frac{3 + j\omega}{(4 + j\omega)^2} \cdot \frac{4 + j\omega}{(3 + j\omega)(2 + j\omega)}$$

$$Y(j\omega) = \frac{1}{(4 + j\omega)(2 + j\omega)}$$

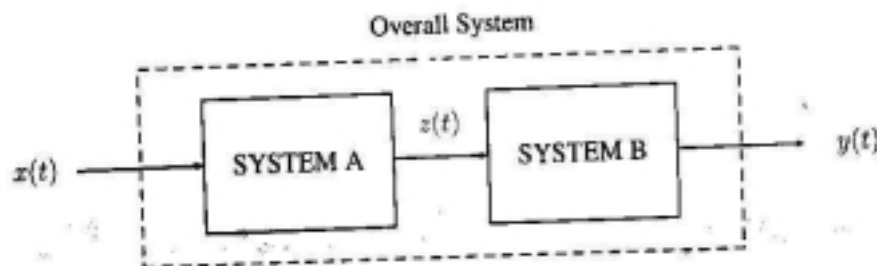
$$= \frac{-\frac{1}{2}}{4 + j\omega} + \frac{\frac{1}{2}}{2 + j\omega}$$

$$y(t) = \frac{1}{2} (e^{-2t} - e^{-4t}) u(t)$$

۳.

مسائل نمونه فصل چهارم سیستم‌ها و سیستم‌ها دانشگاه آزاد اسلامی - واحد تهران جنوب فخرانی

سیستم زیر را که از دو زیرسیستم سری A و B تشکیل شده است را در نظر بگیرید.



رابطه بین ورودی خروجی سیستم A توسط معادله دیفرانسیل داده شده است. پاسخ فرکانس سیستم B نیز $h_B(t) = e^{-10t} u(t)$ است.

پاسخ فرکانسی کل سیستم $H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)}$ را بدست آورید. معادله دیفرانسیل ارتباطی داده شده ورودی $x(t)$ خروجی $y(t)$ را پاسخ فرکانس کل سیستم را بدست آورید.

$$H_A(\omega) = \frac{Z(\omega)}{X(\omega)} = \frac{5 + j\omega}{6 + j\omega}$$

$$H_B(\omega) = \frac{1}{10 + j\omega}$$

$$H(\omega) = H_A(\omega) \cdot H_B(\omega) = \frac{5 + j\omega}{6 + j\omega} \cdot \frac{1}{10 + j\omega}$$

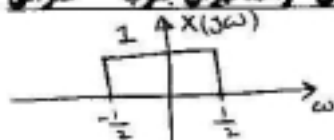
$$H(\omega) = \frac{5 + j\omega}{(\omega^2 + 16) + 60j\omega} = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} \Rightarrow y''(t) + 16y'(t) + 60y(t) = x'(t) + 5x(t)$$

$$H(\omega) = \frac{5 + j\omega}{(6 + j\omega)(10 + j\omega)} = \frac{-1}{4} \cdot \frac{1}{6 + j\omega} + \frac{-5}{-4} \cdot \frac{1}{10 + j\omega} = \frac{-1/4}{6 + j\omega} + \frac{5/4}{10 + j\omega}$$

$$h(t) = \frac{-1}{4} \cdot e^{-6t} u(t) + \frac{5}{4} e^{-10t} u(t)$$

۳۱

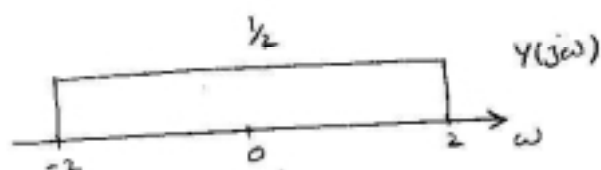
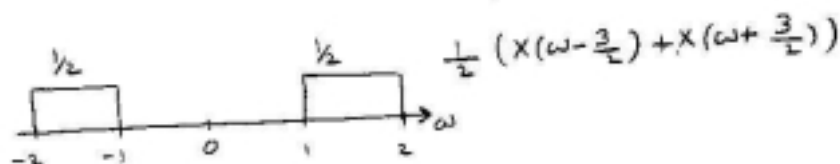
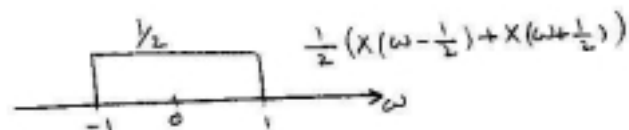
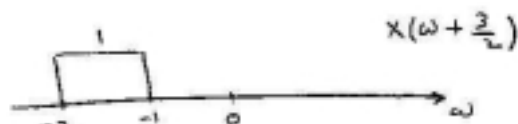
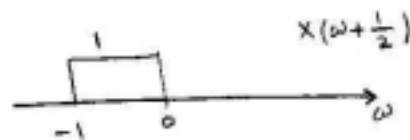
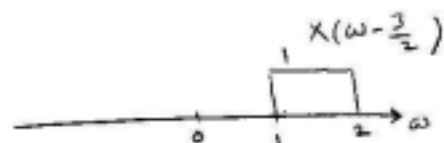
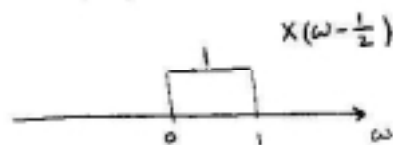
مسائل نمونه فصل چهارم: سیگنال ها و سیستم ها - دانشگاه آزاد اسلامی - واحد تهران جنوب - فترانی

تبدیل فوریه سیگنال زمان پیوسته $x(t)$ داده شده را بدست آورید.تبدیل فوریه $y(t) = x(t) \cdot \left(\cos\left(\frac{t}{2}\right) + \cos\left(\frac{3t}{2}\right) \right)$ را بدست آورید و ترسیم کنید.

$$y(t) = x(t) \left(\cos\left(\frac{t}{2}\right) + \cos\left(\frac{3t}{2}\right) \right)$$

$$= \frac{1}{2} x(t) \cdot \left(e^{j\frac{1}{2}t} + e^{-j\frac{1}{2}t} \right) + \frac{1}{2} x(t) \left(e^{j\frac{3}{2}t} + e^{-j\frac{3}{2}t} \right)$$

$$Y(j\omega) = \frac{1}{2} \left(X(\omega - \frac{1}{2}) + X(\omega + \frac{1}{2}) \right) + \frac{1}{2} \left(X(\omega - \frac{3}{2}) + X(\omega + \frac{3}{2}) \right)$$



$$Y(j\omega) = \frac{1}{2} \text{rect}\left(\frac{\omega}{4}\right)$$

$$\text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \rightarrow T \text{sinc}\left(\frac{\omega}{T} \cdot \frac{T}{2}\right)$$

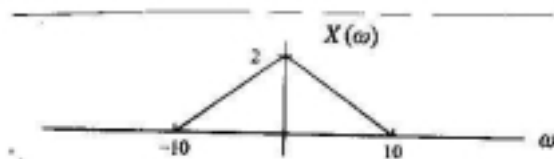
$$T \text{sinc}\left(\frac{t}{T} \cdot \frac{T}{2}\right) \rightarrow 2T \text{rect}\left(\frac{\omega}{T}\right)$$

$$T=4 \Rightarrow \frac{1}{T} \text{sinc}\left(\frac{t}{T} \cdot 2\right) \rightarrow \frac{1}{2} \text{rect}\left(\frac{\omega}{4}\right)$$

$$y(t) = \frac{1}{T} \text{sinc}\left(\frac{t}{T/2}\right)$$

۳۲

مسائل نمونه فصل چهارم سیگنال ها و سیستم ها دانشگاه آزاد اسلامی - واحد تهران جنوب - غفرانی

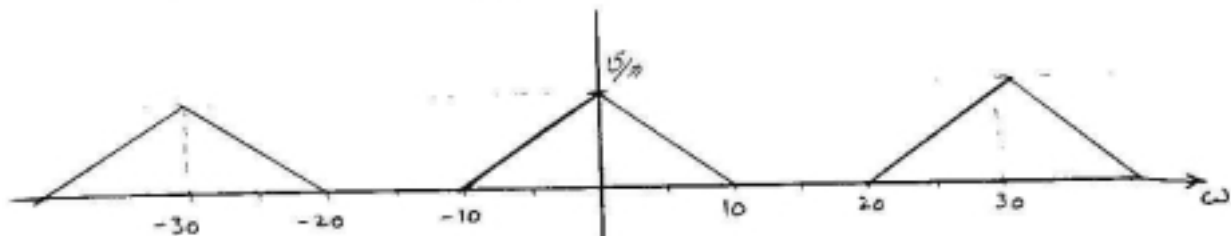
تبدیل فوریه سیگنال زمان پیوسته $x(t)$ داده شده است.اگر $x_s(t) = x(t) \cdot p(t)$ باشد که $p(t)$ قطار پریودیک با دوره تناوب T است.تبدیل فوریه $x_s(t)$ را برای دو مقدار $T = \frac{\pi}{15}$ و $T = \frac{\pi}{30}$ بدست آورده و ترسیم کنید.

$$p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT) \quad , \quad p(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T} e^{jk(\frac{2\pi}{T})t}$$

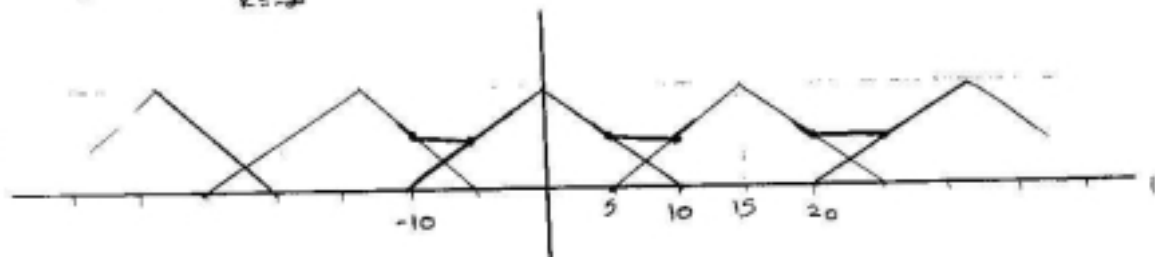
$$P(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{2\pi}{T} \delta(\omega - k \frac{2\pi}{T}) \quad x_s(t) = x(t) \cdot p(t) \Rightarrow X_s(j\omega) = \frac{1}{2\pi} X(j\omega) * P(j\omega)$$

$$X_s(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T} X(\omega - k \frac{2\pi}{T})$$

$$\text{الف) } T = \frac{\pi}{15} \Rightarrow X_s(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{15}{\pi} X(\omega - k 30)$$



$$\text{ب) } T = \frac{\pi}{30} \Rightarrow X_s(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{30}{\pi} X(\omega - k 15)$$

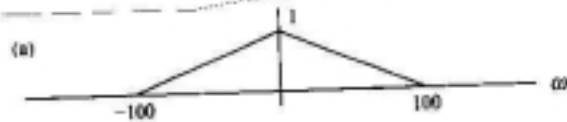


۳۳

مسائل نمونه فصل چهارم سیگنال ها و سیستم ها دانشگاه آزاد اسلامی - واحد تهران جنوب غفرانی

تبدیل فوریه دو سیگنال a و b ترکیب شده است. ازدو سیگنال با مرکزگانی $\omega_s = 200 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$

نمونه برداری می شود. طیف فوریه سیگنال نمونه برداری شده را ترسیم کنید.



$$x_s(t) \xrightarrow{\text{rep}} x_S(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_s(t - kT)$$

$$p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T} e^{jk(\frac{2\pi}{T})t}$$

$$P(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{2\pi}{T} \delta(\omega - k \frac{2\pi}{T})$$

$$P(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \omega_s \delta(\omega - k\omega_s)$$

$$X_S(j\omega) = \frac{1}{2\pi} X(j\omega) * P(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\omega_s}{2\pi} X(j(\omega - k\omega_s))$$

