



دانشگاه علم و صنعت ایران

دانشگاه علم و صنعت
دانشکده مهندسی کامپیوتر

عامل‌های منطقی

«هوش مصنوعی: رهیافتی نوین»، فصل ۷

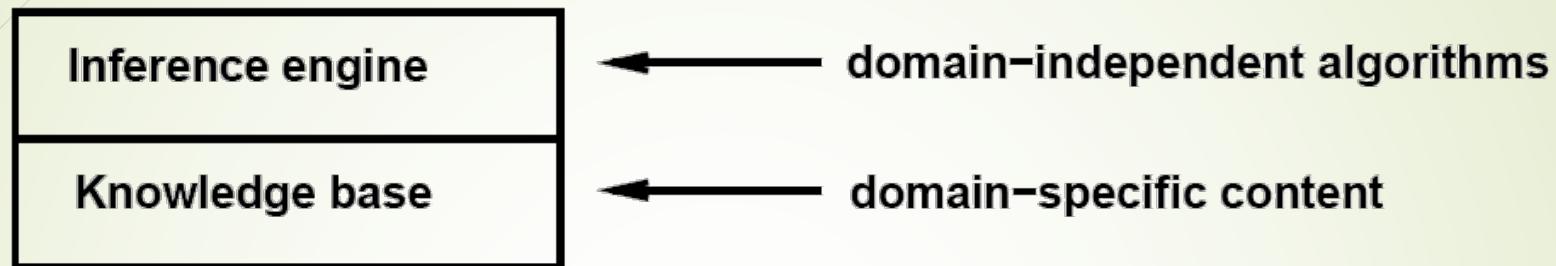
مدرس: آرش عبدی هجراندoust

نیمسال دوم ۱۴۰۲-۱۴۰۱

رئوس مطالب

- ❖ عامل‌های مبتنی بر دانش
- ❖ منطق- مدل‌ها و ایجاب
- ❖ منطق گزاره‌ای (بولین)
- ❖ همارزی، اعتبار و ارضاعذیری
- ❖ قوانین استنتاج و اثبات تئوری
- ❖ رزولوشن
- ❖ زنجیره استنتاج رو به جلو
- ❖ زنجیره استنتاج رو به عقب

عامل‌های مبتنی بر دانش



- ❖ جزء اصلی یک عامل مبتنی بر دانش، پایگاه دانش (**Knowledge Base**) است.
- ❖ پایگاه دانش = مجموعه ای از جملات (حقایق و قوانین) در زبان بازنمایی دانش
- ❖ به جملاتی که حقیقتی را در مورد دنیای عامل اظهار می‌کنند **axiom** یا حقیقت می‌گویند.
- ❖ پایگاه دانش می‌تواند شامل دانش پیش‌زمینه (**background**) باشد یا شامل دانشی باشد که عامل به مرور یاد می‌گیرد.

عامل‌های مبتنی بر دانش ...

- ❖ بر روی پایگاه دانش دو عمل اصلی انجام می‌شود:
 - ❖ TELL: جمله‌ای را به پایگاه دانش اضافه می‌کند.
 - ❖ ASK: اطلاعاتی را از KB استخراج می‌کند. (پرس‌وجو از دانسته‌ها)
- ❖ هر دو عمل فوق می‌توانند شامل استنتاج (Inference) باشند.
 - ❖ یعنی به دست آوردن جملات جدید از قدیم
- ❖ استنتاج باید از این الزام اساسی پیروی کند که هرگاه سوالی از پایگاه دانش پرسیده شود، پاسخ باید از آن‌چه که قبلاً به پایگاه دانش گفته شده (TELL) نتیجه گردد.
 - ❖ فرایند استنتاج نباید از خودش مفهوم جدیدی تولید نماید.

عامل‌های مبتنی بر دانش ...

❖ طرح کلی برنامه عامل مبتنی بر دانش:

function KB-AGENT(*percept*) **returns** an *action*

persistent: *KB*, a knowledge base

t, a counter, initially 0, indicating time

TELL(*KB*, MAKE-PERCEPT-SENTENCE(*percept*, *t*))

action \leftarrow ASK(*KB*, MAKE-ACTION-QUERY(*t*))

TELL(*KB*, MAKE-ACTION-SENTENCE(*action*, *t*))

t \leftarrow *t* + 1

return *action*

دو سطح بررسی عامل مبتنی بر دانش

- ❖ سطح دانش: عامل چه چیزی می‌داند، بدون توجه به چگونگی پیاده‌سازی
- ❖ سطح پیاده‌سازی: چه ساختمانداده‌هایی برای ذخیره دانش استفاده می‌کند و از چه الگوریتم‌هایی برای استنتاج استفاده می‌کند.

دو روش ساخت یک عامل مبتنی بر دانش

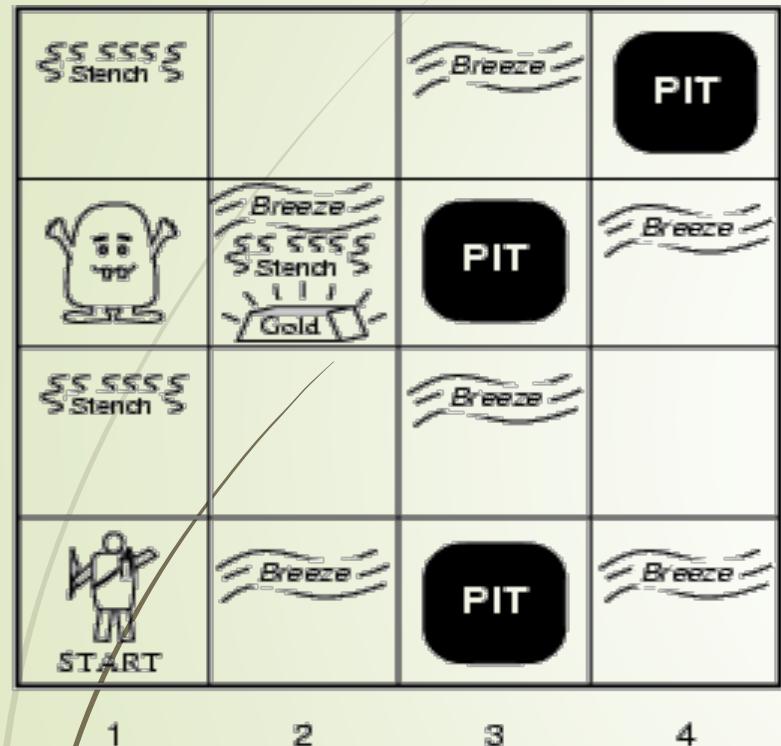
❖ روشن اعلانی (declarative)

- ❖ طراح عامل هر آنچه را عامل برای انجام وظایفش نیاز دارد یک به یک هر کدام به صورت یک جمله به عامل می‌گوید (TELL).
- ❖ در زمان اجرا عامل با انجام استدلال و استنتاج بر روی این دانش تصمیم می‌گیرد چه کاری انجام دهد.
- ❖ مزیت: امکان استفاده از دانش به شیوه‌هایی که طراح عامل پیش‌بینی نمی‌کرده است.

❖ روشن رویه‌ای (procedural)

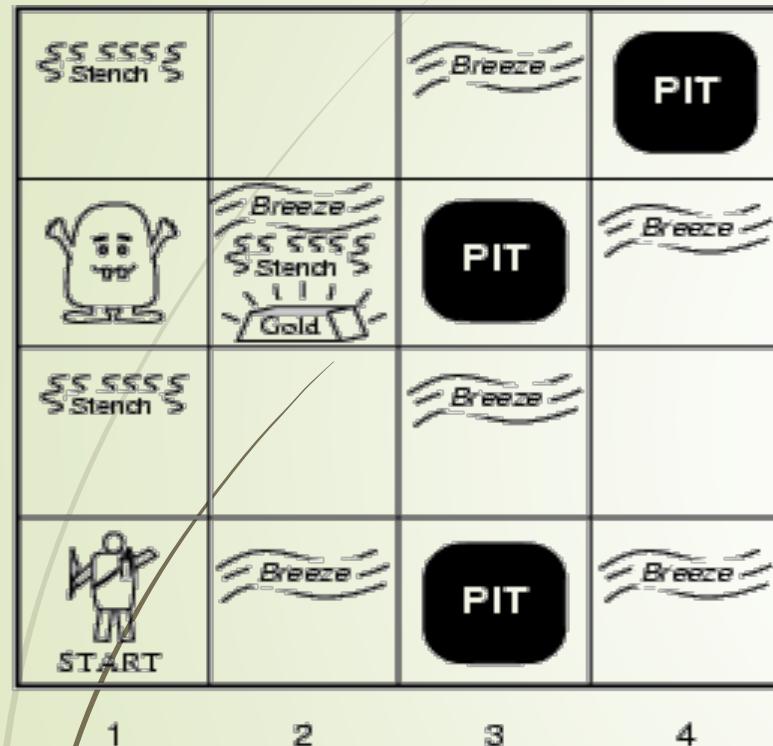
- ❖ طراح نحوه رسیدن به هر نتیجه خاص را به صورت یک رویه کد می‌کند.
- ❖ مزیت: سرعت اجرای بیشتر
- ❖ یک عامل موفق می‌تواند از ترکیب هر دو روش رویه‌ای و توصیفی ساخته شده باشد.

دنیای وامپوس (Wumpus world)



- ❖ معيار کاراibi
- ❖ طلا ۱۰۰۰ ، مرگ -۱۰۰۰
- ❖ ۱- به ازای هر قدم و ۱۰- به ازای استفاده از تیر
- ❖ محیط
- ❖ یک خانه مشبک 4×4
- ❖ عامل همواره از مربع $[1,1]$ و جهت روبه راست شروع می‌کند.
- ❖ مکان طلا و وامپوس به‌طور تصادفی و در خانه‌ای غیر از خانه اول می‌باشد.
- ❖ هر خانه به جز خانه اول با احتمال 0.2 گودال است.

دنیای وامپوس (Wumpus world)



اقدام‌ها:

- ❖ حرکت مستقیم، ۹۰ درجه چرخش به راست یا چرخش به چپ.
- ❖ حرکت به خانه‌ی دارای وامپوس و یا گودال منجر به مرگ می‌شود.
- ❖ حرکت رو به جلو زمانی که دیوار وجود دارد، بی‌اثر است.
- ❖ اقدام **Grab**، برای برداشتن طلا در همان خانه است.
- ❖ اقدام **Shoot**، تیر را در جهتی که عامل ایستاده است شلیک می‌کند.
- ❖ تیر تا زمانی که به وامپوس یا دیوار بخورد به راه خود ادامه می‌دهد.
- ❖ عامل فقط یک تیر دارد، بنابراین فقط اولین اقدام **Shoot** اثرگذار است.
- ❖ اقدام **Climb** برای زمانی که عامل از مربع [۱,۱] بیرون می‌آید.

دنیای وامپوس (Wumpus world)

			PIT
Stench		Breeze	
Wumpus	Breeze Stench Gold	PIT	Breeze
Stench		Breeze	
Player	Breeze	PIT	Breeze
START			
1	2	3	4

❖ حس گرها:

❖ در خانه‌ای که وامپوس است و خانه‌های همسایه غیرقطری، عامل بوی بد دریافت می‌کند.

❖ در خانه‌های همسایه غیرقطری گودال، عامل نسیم خنکی را حس می‌کند.

❖ در خانه‌ای که طلا وجود دارد، عامل درخشش طلا را می‌بیند.

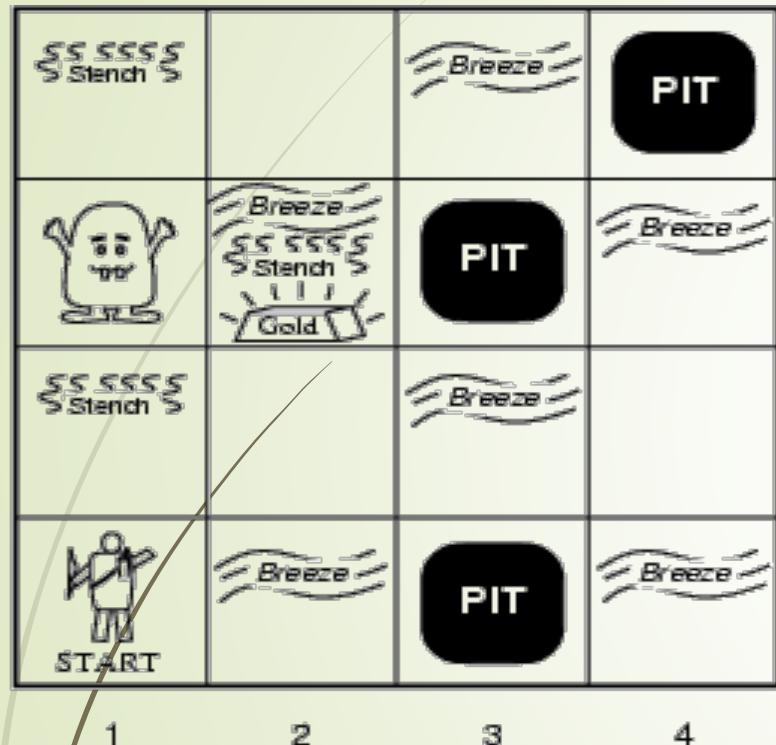
❖ هنگامی که عامل به دیوار بر می‌خورد، ضربه‌ای حس خواهد کرد.

❖ هنگامی که وامپوس کشته می‌شود، فریادی اندوهناک می‌کشد که صدایش در همه جای غار شنیده می‌شود.

❖ ادراکات با یک بردار پنج تایی بو، نسیم، درخشش، ضربه و جیغ نشان داده می‌شود.

[Stench, Breeze, None, None, None]

مشخصات دنیای وامپوس

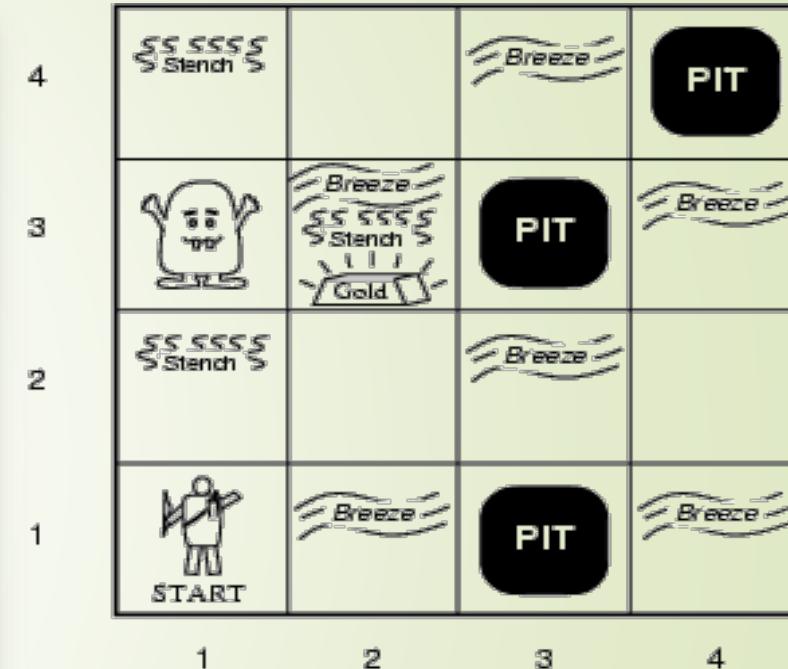


- ❖ مشاهده‌پذیر یا نیمه مشاهده‌پذیر؟
- ❖ قطعی یا غیرقطعی؟
- ❖ اپیزودیک یا ترتیبی؟
- ❖ ایستا یا پویا؟
- ❖ گستته یا پیوسته؟
- ❖ تک عاملی یا چند عاملی؟

مثال دنیای وامپوس

A	= Agent
B	= Breeze
G	= Glitter, Gold
OK	= Safe square
P	= Pit
S	= Stench
V	= Visited
W	= Wumpus

1,4	2,4	3,4	4,4
1,3	2,3	3,3	4,3
1,2	2,2	3,2	4,2
OK			
1,1 A OK	2,1 OK	3,1 OK	4,1



[None, None, None, None, None]

مثال دنیای وامپوس

A	= Agent
B	= Breeze
G	= Glitter, Gold
OK	= Safe square
P	= Pit
S	= Stench
V	= Visited
W	= Wumpus

1,4	2,4	3,4	4,4
1,3	2,3	3,3	4,3
1,2	2,2 P?	3,2	4,2
OK			
1,1 V OK	2,1 A B OK	3,1 P?	4,1

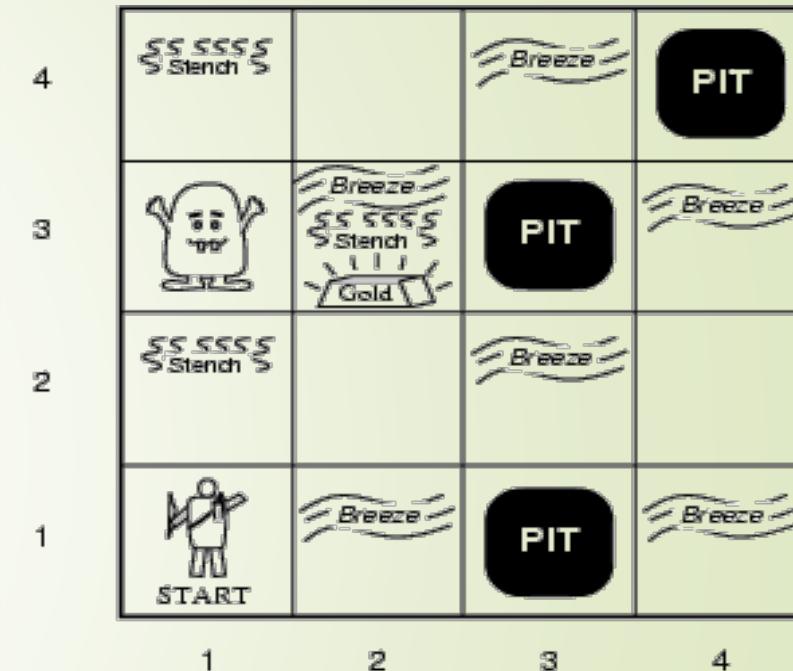
55 5555 S Stench S		Breeze	PIT
	Breeze 55 5555 S Stench S 1111 Gold	PIT	Breeze
55 5555 S Stench S		Breeze	
	Breeze	PIT	Breeze
1	2	3	4
4	3	2	1

[None, Breeze, None, None, None]

مثال دنیای وامپوس

A	= Agent
B	= Breeze
G	= Glitter, Gold
OK	= Safe square
P	= Pit
S	= Stench
V	= Visited
W	= Wumpus

1,4	2,4	3,4	4,4
1,3 W!	2,3	3,3	4,3
1,2 A S OK	2,2 OK	3,2	4,2
1,1 V OK	2,1 B V OK	3,1 P!	4,1



[Stench, None, None, None, None]

مثال دنیای وامپوس

A	= Agent
B	= Breeze
G	= Glitter, Gold
OK	= Safe square
P	= Pit
S	= Stench
V	= Visited
W	= Wumpus

1,4	2,4 P?	3,4	4,4
1,3 W!	2,3 A S G B	3,3 P?	4,3
1,2 S V OK	2,2 V OK	3,2	4,2
1,1 V OK	2,1 B V OK	3,1 P!	4,1

[Stench, Breeze, Glitter, None, None]

4	SS SSSS S Stench S	Breeze	PIT
3	Wumpus Breeze SS SSSS S Stench S Gold	PIT	Breeze
2	SS SSSS S Stench S	Breeze	
1	START Breeze	PIT	Breeze

منطق

- ❖ منطق، یک زبان رسمی برای بازنمایی دانش است به طوری که بتوان از آن نتیجه‌گیری نمود.
- ❖ **نحو (Syntax)** ساختار جملات زبان را تعریف می‌کند.
- ❖ تمامی جملات خوش فرم (Well-formed) را مشخص می‌کند.
- ❖ **معنا (Semantic)** معنای جملات را تعریف می‌کند. درستی یک جمله را نسبت به هر دنیای ممکن تعریف می‌کند.
 - ❖ مثال: زبان ریاضی
 - ❖ $x + 2 \geq y$ جمله است.
 - ❖ $x^2 + y \geq$ جمله نیست.
- ❖ جمله $x + 2 \geq y$ در دنیایی با $x = 7, y = 6$ درست و در دنیایی با $x = 0, y = 1$ نادرست است.

مدل (Model)

- ❖ منطق‌دانان به هر دنیای ممکن، یک مدل (مفاهیم انتزاعی ریاضی) می‌گویند.
- ❖ توجه: درستی یک جمله را نسبت به یک مدل می‌سنجیم، یعنی تعیین می‌کنیم آیا آن جمله به ازای مقادیری که در آن مدل به سمبل‌ها داده شده است درست است یا خیر.
- ❖ مثال: دنیایی با x مرد و y زن و جمله $x+y=4$ را درنظر بگیرید.
- ❖ مدل‌های ممکن، همه انتساب‌های اعداد $0, 1, 2, \dots$ به x و y هستند.
- ❖ هر یک از این انتساب‌ها ارزش درستی جمله را تعیین می‌کنند.
- ❖ جمله برای مدل‌هایی درست است که در آن مجموع تعداد افراد ۴ گردد مثلاً $\{x=1, y=3\}$.
- ❖ مدل \cong انتساب

مدل (Model) ...

❖ "مدلی از α است" یعنی "جمله α در مدل m درست است". به عبارت دیگر یعنی جمله α به ازای مقادیری که مدل m به سمبل‌ها می‌دهد برابر true می‌شود.

❖ If a sentence α is true in model m , we say that **m satisfies α** or sometimes **m is a model of α** .

❖ یک جمله می‌تواند مدل‌های زیادی داشته باشد. مجموعه تمام مدل‌های جمله α را با $M(\alpha)$ نشان می‌دهیم.

❖ به عبارت دیگر $M(\alpha)$ مجموعه تمام دنیاهایی است که α در آن‌ها درست است.

$m \in M(\alpha)$ if α is true in model m

استدلال منطقی: ایجاد (Entailment)

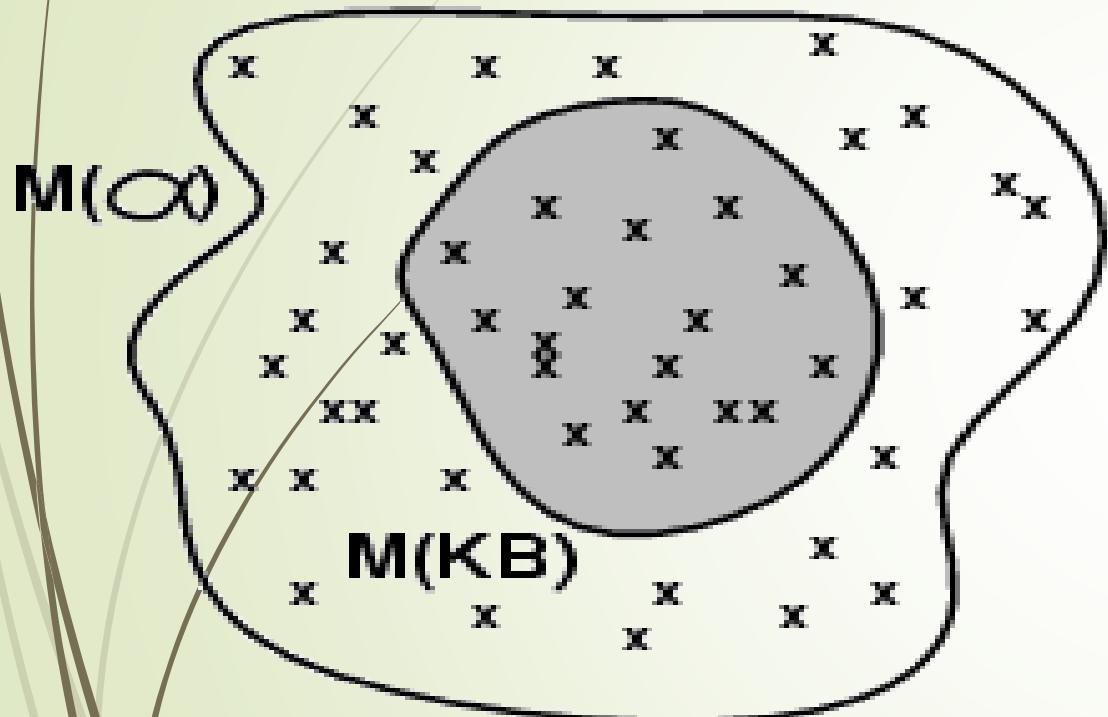
- ❖ ایجاد منطقی میان جملات یعنی یک جمله به طور منطقی از جمله دیگر استنباط شود.
- ❖ می‌گوییم جمله α جمله β را ایجاد می‌کند $\alpha \models \beta$ اگر و تنها اگر در هر مدلی که α در آن درست باشد، β نیز در آن درست باشد.
- ❖ $\alpha \models \beta$ if and only if $M(\alpha) \subseteq M(\beta)$

❖ مثال: $(x=0) \models (xy=0)$

❖ یعنی در هر مدلی که x برابر با صفر است xy نیز صفر است.

❖ مثال: $(x>2) \models (x+1>3)$

استدلال منطقی: ایجاد (Entailment)



❖ پایگاه دانش را می‌توان به صورت مجموعه‌ای از جملات و یا یک جمله که بیان‌کننده‌ی تمامی جملات است در نظر گرفت.

❖ پایگاه دانش در مدل‌هایی false است که با آن‌چه که عامل می‌داند در تناقض باشد.

❖ رابطه‌ی زیر برقرار است:

$$KB \models \alpha \text{ iff } M(KB) \subseteq M(\alpha)$$

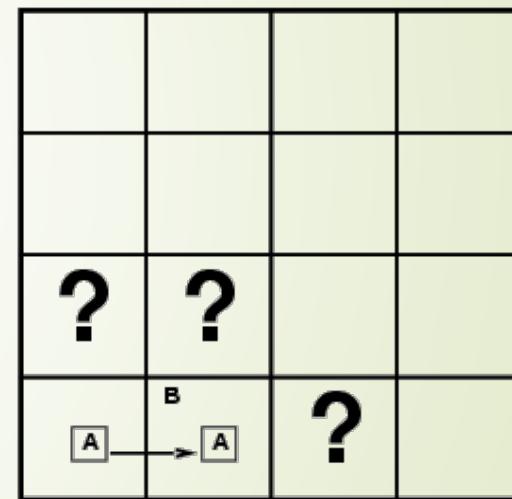
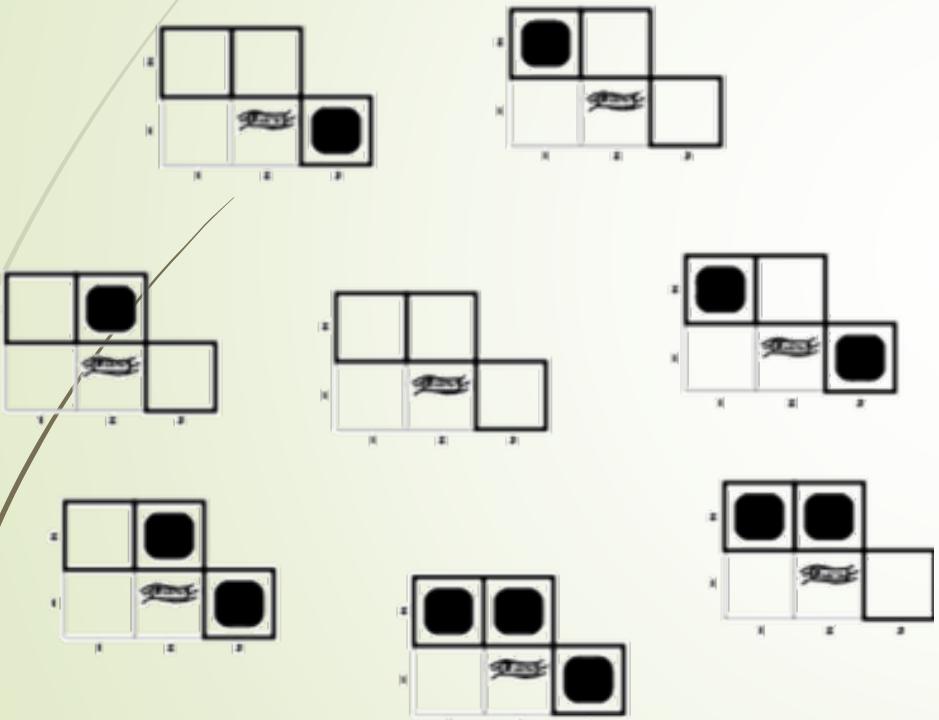
❖ مثال:

KB = "A is red" and "B is blue"
 α : "A is red"

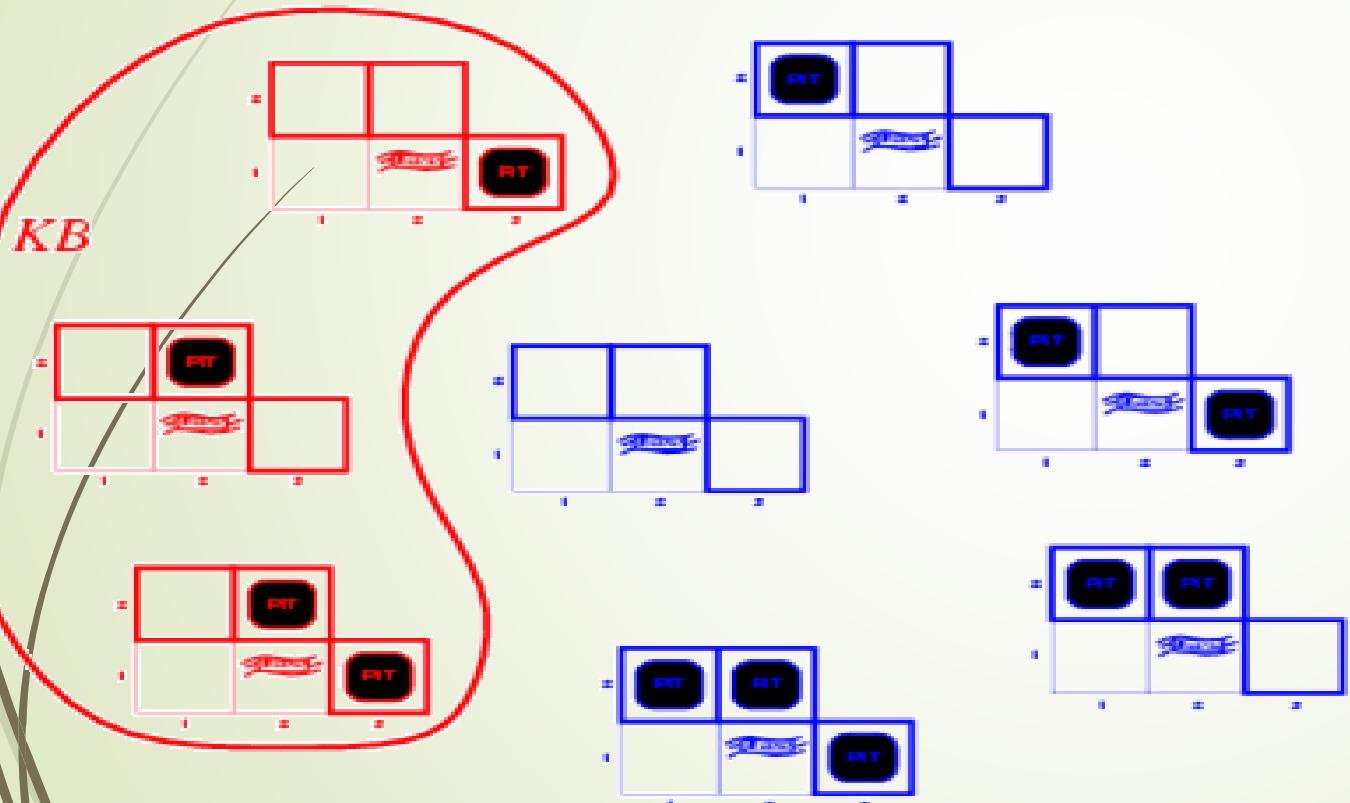
ایجاد در دنیای وامپوس

❖ مدل‌های ممکن در ?ها را برای چاله‌ها در نظر بگیرید.

❖ سه انتخاب بولین: هشت مدل مختلف

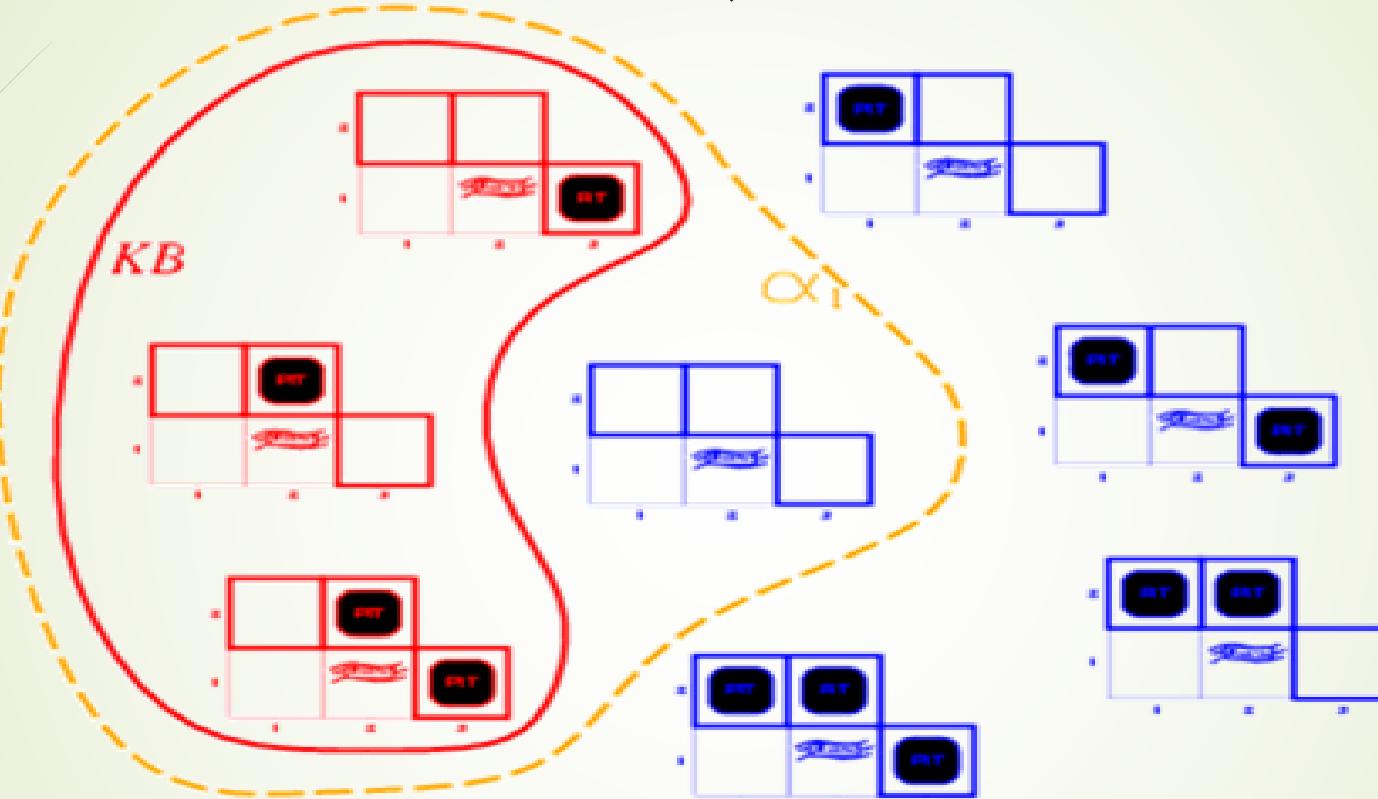


ایجاد در دنیای وامپوس ...



- ❖ قبل از ادراک: KB شامل قوانین دنیای وامپوس است.
- ❖ ادراک: پس از آن که هیچ چیز در [1,1] درک نکرد به [2,1] می‌رود و نسیم احساس می‌کند.

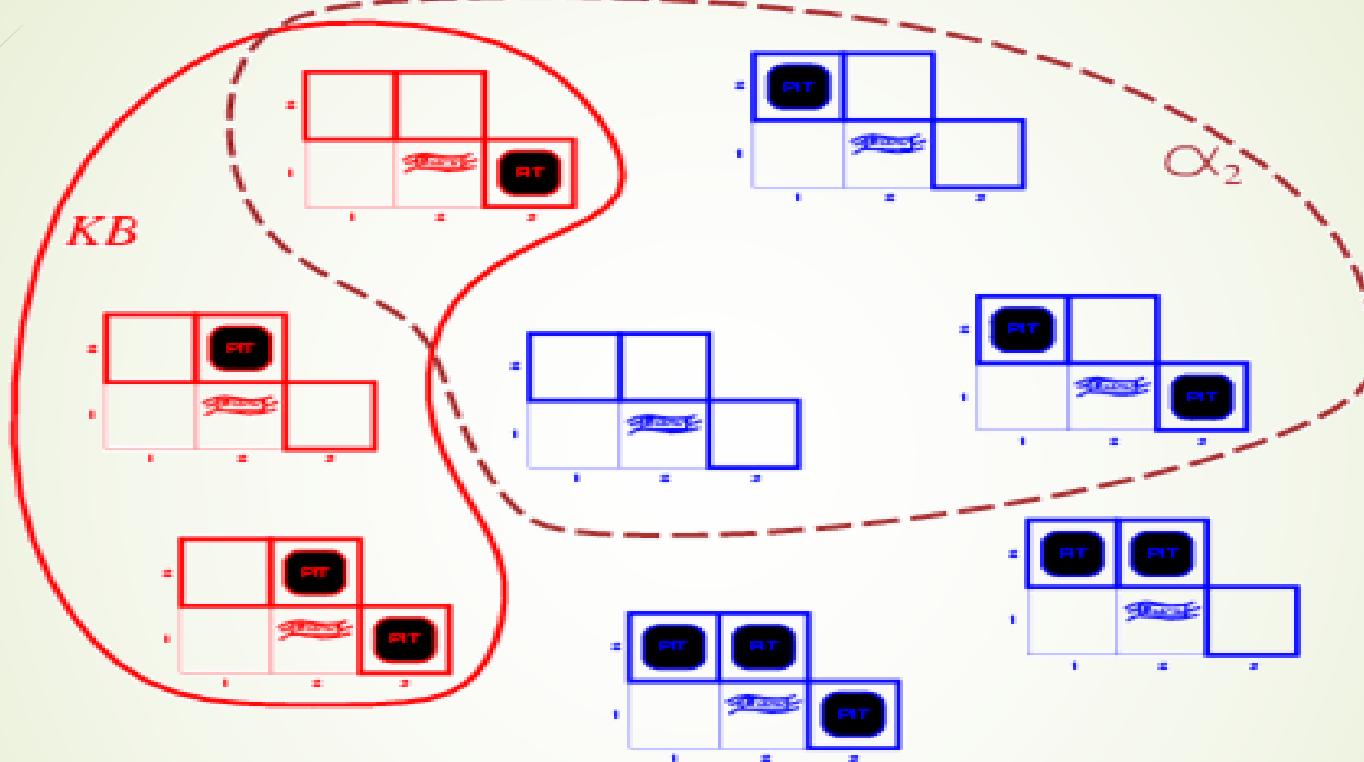
ایجاد در دنیای وامپوس ...



$KB = \text{wumpus-world rules} + \text{observations}$

$\alpha_1 = "[1,2] \text{ is safe} \rightarrow M(KB) \subseteq M(\alpha_1) \rightarrow KB \models \alpha_1$
(proved by model checking)

ایجاد در دنیای وامپوس ...



$KB = \text{wumpus-world rules} + \text{observations}$

$\alpha_2 = "[2,2] \text{ is safe"} \rightarrow M(KB) \not\subseteq M(\alpha_2) \rightarrow KB \not\models \alpha_2$

استنتاج (Inference)

- ❖ هدف از استنتاج این است که برای جمله‌ای مانند α تعیین کنیم آیا $KB \models \alpha$ برقرار است یا خیر.
- ❖ آیا یک جمله خاص مانند α را می‌توان از KB نتیجه گرفت یا خیر.
- ❖ برای استنتاج الگوریتم‌های مختلفی می‌تواند وجود داشته باشد. اگر الگوریتم استنتاج i بتواند جمله α را از KB نتیجه بگیرد می‌نویسیم: $KB \models_i \alpha$
- ❖ جمله α از KB بوسیله رویه i قابل استخراج می‌باشد.
- ❖ برای مثال الگوریتمی که در مثال قبل به کار بردیم را **وارسی مدل (Model checking)** می‌گویند. زیرا تمامی مدل‌های ممکن را برشماری می‌کند تا وارسی کند که آیا جمله در تمام مدل‌های درست KB درست است یا خیر ($M(KB) \subseteq M(\alpha)$).

استنتاج ... (Inference)

- ❖ دو ویژگی مهم الگوریتم‌های استنتاجی صحت و کامل بودن آن‌ها است.
- ❖ الگوریتم استنتاجی که فقط جملات ایجابی (قابل ایجاب) را به دست آورد **صحیح** است.
- ❖ یعنی جملات غیر قابل ایجاب به دست نمی‌آورد!

Soundness:

i is sound if whenever $KB \vdash_i \alpha$, it is also true that $KB \models \alpha$

- ❖ الگوریتم استنتاجی که بتواند هر جمله‌ای که ایجاب شده است را به دست آورد **کامل** است.

Completeness:

i is complete if whenever $KB \models \alpha$, it is also true that $KB \vdash_i \alpha$

منطق گزاره‌ای یا منطق بولی (Propositional Logic)

منطق گزاره‌ای ساده‌ترین منطق برای تشریح ایده‌های اساسی در مورد منطق و استدلال است.

نحو منطق گزاره‌ای

❖ جملات اتمیک (Atomic): عناصر نحوی غیر قابل تجزیه هستند و از یک نماد گزاره‌ای تشکیل شده‌اند.

❖ نمادهای گزاره‌ای را با حروف بزرگ P , Q و ... نشان می‌دهیم.

❖ مثال: $W_{1,3}$ یعنی وامپوس در خانه [1,3] است.

❖ هر کدام یک جمله هستند و به آن‌ها ثابت‌های گزاره‌ای می‌گویند.
True و False هم‌معنی هستند و به آن‌ها ثابت‌های گزاره‌ای می‌گویند.

❖ جملات مرکب (Complex): ترکیبی از جملات ساده‌تر بوسیله‌ی رابطه‌ای منطقی هستند.

❖ رابطه‌ای منطقی: or, and, not و ...

نحو منطق گزاره‌ای ...

❖ جملات مركب:

- ❖ If S is a sentence, $\neg S$ is a sentence (**negation**) (نقیض یا $\neg S$)
- ❖ If S_1 and S_2 are sentences, $S_1 \wedge S_2$ is a sentence (**conjunction**) (عطفی یا $S_1 \wedge S_2$)
- ❖ If S_1 and S_2 are sentences, $S_1 \vee S_2$ is a sentence (**disjunction**) (فصلی یا $S_1 \vee S_2$)
- ❖ If S_1 and S_2 are sentences, $S_1 \Rightarrow S_2$ is a sentence (**implication**) (شرطی یا $S_1 \Rightarrow S_2$)
- ❖ If S_1 and S_2 are sentences, $S_1 \Leftrightarrow S_2$ is a sentence (**biconditional**) (دوشرطی یا $S_1 \Leftrightarrow S_2$)

❖ مثال:

$$(W_{1,3} \wedge P_{3,1}) \vee W_{2,2}$$

$$(W_{1,3} \wedge P_{3,1})$$

$$\Rightarrow \neg W_{2,2}$$

مقدم یا فرض (Antecedent)

تالی یا نتیجه (Consequent)

دستور زبان BNF جملات در منطق گزاره‌ای

Sentence → Atomic Sentence | Complex Sentence

Atomic Sentence → True | False | P | Q | R | ...

Complex Sentence → (Sentence)

| \neg Sentence

| (Sentence \wedge Sentence)

| (Sentence \vee Sentence)

| (Sentence \Rightarrow Sentence)

| (Sentence \Leftrightarrow Sentence)

Precedence: \neg , \wedge , \vee , \Rightarrow , \Leftrightarrow

برای بدون ابهام کردن نحو از پرانتزگذاری و ترتیب اولویت رابطه‌ها استفاده می‌شود:

معانی منطق گزارهای

- ❖ معانی، قواعد تعیین درستی یک جمله نسبت به یک مدل خاص هستند.
- ❖ یک مدل در منطق گزارهای مقدار درستی (true) یا false را برای هر نماد گزارهای مشخص می‌کند.
- ❖ مثال: برای نمادهای گزارهای $P_{1,2}$, $P_{2,2}$ و $P_{3,1}$ یک مدل ممکن می‌تواند به صورت زیر باشد:
$$M_1 = \{P_{1,2} = \text{false}, P_{2,2} = \text{false}, P_{3,1} = \text{true}\}$$
- ❖ تعیین درستی یک جمله به صورت بازگشته انجام می‌شود. (بررسی درستی یک جمله مرکب به بررسی درستی جملات ساده‌تر تبدیل می‌شود.)
- ❖ می‌توان برای هر رابط (connective) قواعدی به صورت جدول درستی (truth table) خلاصه نمود که درستی هر جمله مرکب را به ازای تمام انتسابهای ممکن مقادیر درستی به مولفه‌هایش تعیین می‌کند.

معانی منطق گزاره‌ای – جدول درستی

P	Q	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
<i>false</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>true</i>
<i>false</i>	<i>true</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>true</i>	<i>false</i>
<i>true</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>false</i>
<i>true</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>true</i>	<i>true</i>	<i>true</i>

❖ قوانین درستی جملات ترکیبی در مدل m :

- ❖ $\neg P$ is true iff P is false in m
- ❖ $P \wedge Q$ is true iff P is true and Q is true in m
- ❖ $P \vee Q$ is true iff P is true or Q is true in m
- ❖ $P \Rightarrow Q$ is true unless P is true and Q is false in m
- ❖ $P \Leftrightarrow Q$ is true iff P and Q are both true or both false in m

تعریف پایگاه دانش

- ❖ اگر KB شامل گزاره‌های S_1, S_2, \dots, S_n باشد می‌توان KB را معادل با ترکیب عطفی این گزاره‌ها در نظر گرفت.
- ❖ یعنی پایگاه دانش ما باید همیشه شامل جملات یا حقیقت‌های صحیح باشند.

$$KB = S_1 \wedge S_2 \wedge \dots \wedge S_n$$

جملات دنیای وامپوس – پایگاه دانش ساده

1,4	2,4	3,4	4,4
1,3	2,3	3,3	4,3
1,2	2,2 P?	3,2	4,2
OK			
1,1	2,1 V OK	3,1 B OK	4,1

❖ نمادهای زیر برای هر مکان $[x,y]$ تعریف می‌شوند:

- ❖ $P_{x,y}$ is true if there is a pit in $[x,y]$
- ❖ $W_{x,y}$ is true if there is a wumpus in $[x,y]$, dead or alive
- ❖ $B_{x,y}$ is true if the agent perceives a breeze in $[x,y]$
- ❖ $S_{x,y}$ is true if the agent perceives a stench in $[x,y]$

❖ قوانین کلی

- ❖ $R_1: \neg P_{1,1}$
- ❖ $R_2: B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})$
- ❖ $R_3: B_{2,1} \Leftrightarrow (P_{1,1} \vee P_{2,2} \vee P_{3,1})$

❖ ادراکات

- ❖ $R_4: \neg B_{1,1}$
- ❖ $R_5: B_{2,1}$

1,4	2,4	3,4	4,4
1,3	2,3	3,3	4,3
1,2	2,2 P?	3,2	4,2
OK			
1,1	2,1 A B OK	3,1 P?	4,1

یک رویه استنتاج ساده

- ❖ هدف استنتاج منطقی: آیا برای جمله‌ای مانند α , می‌توان گفت:
- ❖ ساده‌ترین راه حل: پیاده‌سازی مستقیم تعریف ایجاد است یعنی برشماری مدل‌ها و وارسی این که آیا α در هر مدلی که KB در آن درست است، درست می‌باشد.
- ❖ این کار از طریق بررسی سطرهای مختلف جدول درستی انجام می‌شود.
- ❖ مثال: پایگاه دانش زیر را در نظر بگیرید.

KB

$$\begin{aligned}
 R_1: & \neg P_{1,1} \\
 R_2: & B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1}) \\
 R_3: & B_{2,1} \Leftrightarrow (P_{1,1} \vee P_{2,2} \vee P_{3,1}) \\
 R_4: & \neg B_{1,1} \\
 R_5: & B_{2,1}
 \end{aligned}$$

? $KB \models \neg P_{1,2}$

? $KB \models P_{2,2}$

استنتاج بوسیله جدول درستی - مثال

$B_{1,1}$	$B_{2,1}$	$P_{1,1}$	$P_{1,2}$	$P_{2,1}$	$P_{2,2}$	$P_{3,1}$	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	KB
false	true	true	true	true	false	false						
false	false	false	false	false	false	true	true	true	false	true	false	false
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
false	true	false	false	false	false	false	true	true	false	true	true	false
false	true	false	false	false	false	true	true	true	true	true	true	true
false	true	false	false	false	true	false	true	true	true	true	true	true
false	true	false	false	false	true	true	true	true	true	true	true	true
false	true	false	false	true	false	false	true	false	false	true	true	false
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
true	false	true	true	false	true	false						

❖ $\neg KB \models \neg P_{1,2}$ آیا \star
 $\neg KB \models P_{2,2}$ آیا \star

❖ آیا در هر سطری که KB درست است α نیز درست است.

استنتاج بواسیلهٔ جدول درستی (یا وارسی مدل)

function TT-ENTAILS?(KB, α) **returns** true or false

inputs: KB , the knowledge base, a sentence in propositional logic
 α , the query, a sentence in propositional logic

$symbols \leftarrow$ a list of the proposition symbols in KB and α

return TT-CHECK-ALL($KB, \alpha, symbols, \{ \}$)

function TT-CHECK-ALL($KB, \alpha, symbols, model$) **returns** true or false

if EMPTY?($symbols$) **then**

if PL-TRUE?($KB, model$) **then return** PL-TRUE?($\alpha, model$)

else return true // when KB is false, always return true

else do

$P \leftarrow$ FIRST($symbols$)

$rest \leftarrow$ REST($symbols$)

return (TT-CHECK-ALL($KB, \alpha, rest, model \cup \{P = true\}$)

and

TT-CHECK-ALL($KB, \alpha, rest, model \cup \{P = false\}$))

PL-TRUE ? ♦♦

Propositional Logic ♦♦

آیا انتسابهای کامل در $model$ که متناظر با یک سطر در TT است با سازگار است؟ KB/ α

True را KB/ α میکند؟ ♦♦

وقتی $symbols$ خالی باشد، یک سطر از TT کامل شده است.

الگوریتم به صورت بازگشتی سطرهای TT را میسازد.

استنتاج بوسیله جدول درستی - ویژگی‌ها

- الگوریتم استنتاج TT-ENTAILS? یک برشماری بازگشتی از فضای محدود انتساب‌ها را برای متغیرها اجرا می‌کند.
- ❖ آیا این الگوریتم صحیح است؟
 - ❖ بله زیرا به‌طور مستقیم تعریف ایجاب را پیاده‌سازی می‌کند.
 - ❖ آیا این الگوریتم کامل است؟
 - ❖ بله زیرا تعداد محدودی مدل برای آزمایش وجود دارد.
 - ❖ هر جمله قابل ایجاب را که به الگوریتم بدھیم، میتواند درستی آن را نشان دهد (و اگر قابل ایجاب نباشد، `false` برミگرداند)
 - ❖ کامل بودن به آن نیست که هر جمله قابل ایجاب را تولید کند.
 - ❖ پیچیدگی زمانی؟ $O(2^n)$
 - ❖ اگر جمله α و KB در مجموع n متغیر (سمبل) داشته باشد، تعداد مدل‌ها (یا همان تعداد سطرهای جدول درستی) برابر با 2^n خواهد بود.
 - ❖ پیچیدگی فضایی؟ $O(n)$
 - ❖ زیرا از نوع اول عمق است.
 - ❖ در هر مرحله صرفا یک سطر را تکمیل می‌کنیم و بر اساسش تعیین می‌کنیم جمله هدف تا اینجا نقض شده یا نه.

اثبات قضیه گزاره‌ای

PROPOSITIONAL THEOREM PROVING

استنتاج از طریق اثبات قضیه

- ❖ الگوریتم استنتاج در این روش سعی می‌کند جمله را اثبات کند.
- ❖ منظور از اثبات یک جمله، به کارگیری دنباله‌ای از قوانین استنتاج برای رسیدن از KB به آن جمله است.
- ❖ جستجوی برهان‌ها می‌تواند کارآمدتر از وارسی مدل باشد.
- ❖ می‌تواند از گزاره‌های نامرتبط صرف نظر کند.
- ❖ هنگامی که تعداد مدل‌ها زیاد است اما طول برهان‌ها کوتاه است، ایجاد با اثبات قضیه مفید است.

همارزی منطقی

- ❖ دو جمله α و β از نظر منطقی همارز هستند اگر و تنها اگر در مجموعه یکسانی از مدل‌ها درست باشند.
- ❖ با استفاده از همارزی‌های منطقی ما می‌توانیم به قوانین استنتاج زیادی دست یابیم.
$$\alpha \equiv \beta \text{ if and only if } \alpha \models \beta \text{ and } \beta \models \alpha$$

همارزی منطقی ...

- $(\alpha \wedge \beta) \equiv (\beta \wedge \alpha)$ commutativity of \wedge
- $(\alpha \vee \beta) \equiv (\beta \vee \alpha)$ commutativity of \vee
- $((\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma) \equiv (\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma))$ associativity of \wedge
- $((\alpha \vee \beta) \vee \gamma) \equiv (\alpha \vee (\beta \vee \gamma))$ associativity of \vee
- $\neg(\neg\alpha) \equiv \alpha$ double-negation elimination
- $(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv (\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha)$ contraposition
- $(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \beta)$ implication elimination
- $(\alpha \Leftrightarrow \beta) \equiv ((\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha))$ biconditional elimination
- $\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \neg\beta)$ De Morgan
- $\neg(\alpha \vee \beta) \equiv (\neg\alpha \wedge \neg\beta)$ De Morgan
- $(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)) \equiv ((\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma))$ distributivity of \wedge over \vee
- $(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)) \equiv ((\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma))$ distributivity of \vee over \wedge

اعتبار (Validity)

- ❖ یک جمله معتبر (valid) است اگر در تمام مدل‌ها (انتساب‌ها) درست باشد.
- ❖ به عبارت دیگر یک جمله معتبر است اگر به ازای تمام سطرهای جدول درستی، آن جمله درست باشد.
- ❖ مثال: $P \vee \neg P$
- ❖ نام دیگر: تاتولوژی (tautology)، بدیهیات
- ❖ قضیه قیاس (deduction theorem)

$\alpha \models \beta$ if and only if $\alpha \Rightarrow \beta$ is valid

ارضاپذیری (Satisfiability)

- ❖ یک جمله ارضاپذیر (satisfiable) است اگر در بعضی از مدل‌ها درست باشد.
- ❖ به عبارت دیگر اگر حداقل به ازای یکی از سطرهای جدول درستی برابر با true باشد.
- ❖ مثال: جمله $P \vee Q$ ارضاشدنی است چون سه مدل وجود دارد که در آن‌ها درست است.
 - ❖ یک جمله ارضاپذیر است، هرگاه در هیچ مدلی درست نباشد.
 - ❖ به عبارت دیگر اگر به ازای تمام سطرهای جدول درستی برابر با false باشد.
- ❖ مثال: $\neg P \wedge P$
- ❖ جمله α معتبر (همیشه درست) است اگر و تنها اگر $\neg \alpha$ ارضاشدنی باشد.
- ❖ رابطه ایجاب و ارضاپذیری (برهان خلف)

$\alpha \models \beta$ if and only if $\alpha \wedge \neg \beta$ is unsatisfiable

چند قانون استنتاج

- ❖ قوانین استنتاج می‌توانند برای حصول زنجیره‌ای از نتایج که به هدف مطلوب منجر می‌شوند، به کار برده شوند.

$$\frac{\alpha \Rightarrow \beta, \quad \alpha}{\beta}$$

: Modus Ponens ❖

- ❖ اگر جملات بالایی را داشته باشم، جمله پایینی قابل استنتاج است

: مثال ❖

$$\frac{(WumpusAhead \wedge WumpusAlive) \Rightarrow Shoot, (WumpusAhead \wedge WumpusAlive)}{Shoot}$$

$$\frac{\alpha \wedge \beta}{\alpha} \quad \text{: (And Elimination) ❖}$$

: مثال ❖

$$\frac{(WumpusAhead \wedge WumpusAlive)}{WumpusAlive}$$

چند قانون استنتاج ...

❖ تمامی همارزی‌های منطقی می‌توانند به عنوان قواعد استنتاجی به کار برد و شوند.

❖ همارزی حذف دوشرطی (Biconditional Elimination)

$$\frac{(\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha)}{\alpha \Leftrightarrow \beta}$$

$$\frac{\alpha \Leftrightarrow \beta}{(\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha)}$$

استفاده از قوانین استنتاج و همارزی در دنیای وامپوس

❖ آیا می‌توان با استفاده از قوانین موجود در پایگاه دانش زیر اثبات کرد در $[1,2]$ گودالی نیست؟

$$R_1: \neg P_{1,1}$$

$$R_2: B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})$$

$$R_3: B_{2,1} \Leftrightarrow (P_{1,1} \vee P_{2,2} \vee P_{3,1})$$

$$R_4: \neg B_{1,1}$$

$$R_5: B_{2,1}$$

1,4	2,4	3,4	4,4
1,3	2,3	3,3	4,3
1,2	2,2 P?	3,2	4,2
OK			
1,1	2,1 A OK	3,1 P? OK	4,1

❖ باید اثبات کنیم: $\neg P_{1,2}$

$$R_6: (B_{1,1} \Rightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})) \wedge ((P_{1,2} \vee P_{2,1}) \Rightarrow B_{1,1})$$

اعمال حذف دوشرطی بر روی R_2

$$R_7: ((P_{1,2} \vee P_{2,1}) \Rightarrow B_{1,1})$$

اعمال حذف And بر روی R_6

$$R_8: (\neg B_{1,1} \Rightarrow \neg(P_{1,2} \vee P_{2,1}))$$

$(P \Rightarrow Q) \equiv (\neg Q \Rightarrow \neg P)$

$$R_9: \neg(P_{1,2} \vee P_{2,1})$$

قانون Modus Ponens با قوانین R_4 و R_8

$$R_{10}: \neg P_{1,2} \wedge \neg P_{2,1}$$

قانون De Morgan

تست

کدام یک از جملات زیر نادرست است؟

- ۱) اگر $\gamma \Rightarrow \alpha \wedge \beta$ همیشه درست باشد، آن‌گاه حداقل یکی از دو جمله $\gamma \Rightarrow \alpha$ و $\gamma \Rightarrow \beta$ همیشه درست است.
- ۲) اگر $\gamma \Rightarrow \alpha \vee \beta$ همیشه درست باشد، آن‌گاه هر دو جمله $\gamma \Rightarrow \alpha$ و $\gamma \Rightarrow \beta$ همیشه درست هستند.
- ۳) یک جمله همیشه درست است اگر و فقط اگر $\text{True} \Rightarrow \alpha$ همیشه درست باشد.
- ۴) $\alpha \Rightarrow \beta$ همیشه درست است اگر و فقط اگر $\alpha \wedge \neg \beta$ یک جمله غیرقابل ارضا (unsatisfiable) باشد.

تست

کدام یک از جملات زیر نادرست است؟

- ۱) اگر $\gamma \Rightarrow \alpha \wedge \beta$ همیشه درست باشد، آن‌گاه حداقل یکی از دو جمله $\gamma \Rightarrow \alpha$ و $\gamma \Rightarrow \beta$ همیشه درست است. ✓
- ۲) اگر $\gamma \Rightarrow \alpha \vee \beta$ همیشه درست باشد، آن‌گاه هر دو جمله $\gamma \Rightarrow \alpha$ و $\gamma \Rightarrow \beta$ همیشه درست هستند.
- ۳) یک جمله همیشه درست است اگر و فقط اگر $\text{True} \Rightarrow \alpha$ همیشه درست باشد.
- ۴) $\alpha \Rightarrow \beta$ همیشه درست است اگر و فقط اگر $\alpha \wedge \neg \beta$ یک جمله غیرقابل ارضا (unsatisfiable) باشد.

یافتن اثبات به صورت یک مسئله جستجو

- ❖ **INITIAL STATE:** the initial knowledge base.
- ❖ **ACTIONS:** the set of actions consists of all the inference rules applied to all the sentences that match the top half of the inference rule.
- ❖ **RESULT:** the result of an action is to add the sentence in the bottom half of the inference rule.
- ❖ **GOAL:** the goal is a state that contains the sentence we are trying to prove.

خاصیت یکنواختی (Monotonicity)

- ❖ با اضافه شدن جمله‌ای جدید به KB , نتایجی که قبلاً از جملات قبلی KB گرفته شده‌اند معتبر باقی می‌مانند.

if $KB \models \alpha$ then $KB \wedge \beta \models \alpha$

- ❖ به عبارت دیگر با اضافه شدن جمله جدید به KB ممکن نیست یکی از جملات قبلی KB نامعتبر شود و از KB حذف شود، بلکه برعکس، اندازه KB رشد می‌کند.
- ❖ قواعد استنتاج می‌توانند تا هر زمان که مقدمه‌ای مناسب در پایگاه دانش یافت می‌شوند، به کار برده شوند.

(آیا KB موجود در حوزه‌های مختلف علوم تجربی (شیمی، فیزیک و ...) دارای خاصیت یکنواختی می‌باشد؟

آیا شیمی و فیزیک جزء علوم تجربی هستند؟

رزولوشن (Resolution)

- ❖ قواعد استنتاج گفته شده صحیح هستند.
- ❖ با این وجود، آیا هر مجموعه‌ای از قوانین برای استنتاج، کامل است؟
- ❖ خیر، در صورتی که قواعد استنتاج ناکافی باشد هدف دست‌نیافتنی خواهد بود.
- ❖ برای مثال اگر قانون حذف دوشرطی را در مثال دنیای وامپوس نادیده بگیریم، اثبات انجام نخواهد شد.
- ❖ **قوانين رزولوشن** را می‌توان به تنهایی در هر یک از الگوریتم‌های جستجوی کامل استفاده کرد.

رزولوشن ...

❖ قانون رزولوشن واحد (Unit): اگر l_i و m لیترال‌های نقیض هم باشند آن‌گاه

$$\frac{l_1 \vee \dots \vee l_k, m}{l_1 \vee \dots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \dots \vee l_k}$$

❖ فلانی «یا قdblند است یا باهوش یا سفیدپوست» و ضمناً فلانی «سیاه پوست است» «

❖ نتیجه: فلانی یا قdblند است یا باهوش.

❖ قانون رزولوشن کامل (Full): اگر l_i و m_j لیترال‌های نقیض هم باشند آن‌گاه

$$\frac{l_1 \vee \dots \vee l_k, \quad m_1 \vee \dots \vee m_n}{l_1 \vee \dots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \vee \dots \vee l_k \vee m_1 \vee \dots \vee m_{j-1} \vee m_{j+1} \vee \dots \vee m_n}$$

❖ فلانی «قدبلند است یا باهوش یا سفیدپوست» و ضمناً فلانی «سیاه پوست است یا ریاضی‌دان» «

❖ نتیجه: فلانی یا قdblند است یا باهوش یا ریاضی‌دان.

❖ آیا قانون رزولوشن صحیح است؟ چرا؟

کاربرد رزولوشن در اثبات

- ❖ یک اثبات‌کننده قضیه‌ی مبتنی بر رزولوشن می‌تواند برای هر جمله‌ی α و β در منطق گزاره‌ای تصمیم بگیرد که آیا $\alpha \models \beta$ یا خیر.
- ❖ برای این منظور باید به دو بحث بپردازیم:

- ۱- شکل نرمال عطفی (Conjunctive Normal Form - CNF)
- ۲- ارائه یک الگوریتم مبتنی بر رابطه ایجاب و ارضانایی (برهان خلف)

$\alpha \models \beta$ if and only if $\alpha \wedge \neg \beta$ is unsatisfiable

شکل نرمال عطفی (CNF)

❖ جمله‌ای در CNF است که به صورت ترکیب عطفی یک یا چند عبارت ساده نوشته شده باشد به‌طوری‌که هر یک از این عبارات ساده، یک نماد یا ترکیب فصلی چند نماد باشد.

$CNF Sentence \rightarrow Clause_1 \wedge \dots \wedge Clause_n$

$Clause \rightarrow Literal_1 \vee \dots \vee Literal_m$

$Literal \rightarrow Symbol \mid \neg Symbol$

$Symbol \rightarrow P \mid Q \mid R \mid \dots$

❖ برای مثال:

$$(P_1 \vee P_2) \wedge (\neg P_3 \vee P_4 \vee P_5) \wedge P_6$$

مراحل تبدیل یک گزاره به شکل نرمال عطفی (CNF)

۱- حذف $\alpha \Leftrightarrow \beta$ با استفاده از همارزی $(\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha)$

۲- حذف $\alpha \Rightarrow \beta$ با استفاده از همارزی $(\neg \alpha \vee \beta)$

۳- انتقال \neg به داخل پرانتز با استفاده از همارزی‌های زیر

$$\neg(\neg \alpha) \equiv \alpha$$

$$\neg(\alpha \vee \beta) \equiv \neg \alpha \wedge \neg \beta$$

$$\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv \neg \alpha \vee \neg \beta$$

۴- استفاده از توزیع پذیری \wedge نسبت به \vee

❖ مثال: جمله $A \Leftrightarrow (B \vee C)$ را به شکل CNF درآورید.

الگوریتم رزولوشن

❖ $KB \wedge \neg \alpha$ را به فرم CNF نوشته و هر دو بندی که شامل لیترال‌های مکمل باشند را در هم resolve کرده تا در صورت وجود بند جدیدی حاصل شود. این فرایند تا زمان رخ دادن یکی از حالات زیر ادامه می‌یابد:

۱- هیچ بند جدیدی را نتوان با انجام رزولوشن ایجاد کرد. در این حالت α را نمی‌توان استنباط کرد.

۲- با انجام قاعده رزولوشن به عبارت تهی برسیم. در این صورت عبارت $\neg \alpha \wedge KB$ برابر با است. یعنی α را می‌توان ایجاد کرد.

❖ توجه: بند تهی با False هم‌ارز است. بند تهی تنها از حل دو بند واحد مکمل مانند P و $\neg P$ ناشی می‌شود.

الگوریتم رزولوشن – مثال

❖ فرض کنید پایگاه دانش به شکل زیر باشد:

❖ در $[1,1]$ هیچ نسیمی وجود ندارد.

❖ اگر عامل در $[1,1]$ باشد و نسیمی حس کند آن‌گاه ممکن است گودالی در همسایه‌های غیرقطري آن وجود داشته باشد.

1,4	2,4	3,4	4,4
1,3	2,3	3,3	4,3
1,2	2,2	3,2	4,2
OK			
1,1	2,1	3,1	4,1

$$KB = (B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})) \wedge \neg B_{1,1}$$

❖ آیا می‌توان نتیجه گرفت در $[1,2]$ گودال نیست؟

$$\alpha = \neg P_{1,2}$$

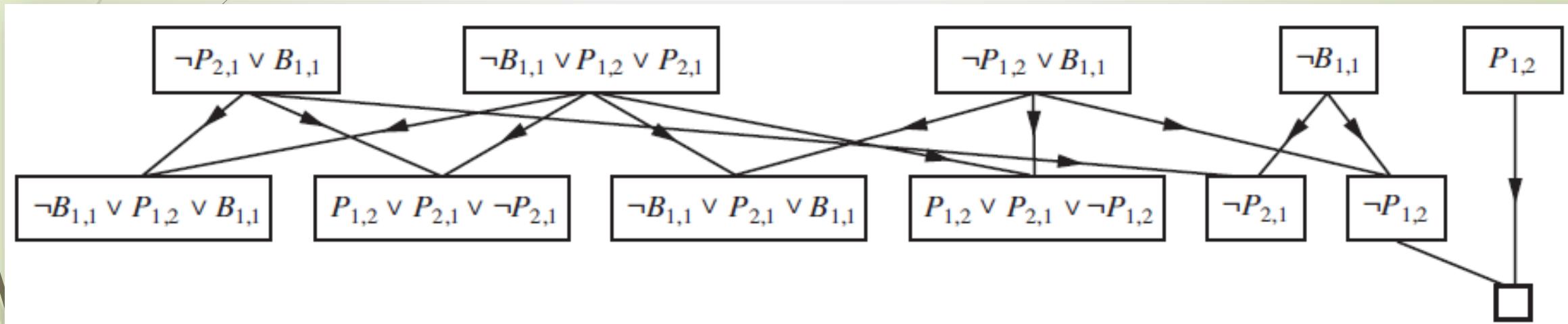
الگوریتم رذولوشن – مثال ...

$$KB = (B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})) \wedge \neg B_{1,1}$$

$$\alpha = \neg P_{1,2}$$

تبدیل به شکل نرمال عطفی 

$$\neg \alpha \wedge KB = (\neg B_{1,1} \vee P_{1,2} \vee P_{2,1}) \wedge (\neg P_{1,2} \vee B_{1,1}) \wedge (\neg P_{2,1} \vee B_{1,1}) \wedge (\neg B_{1,1}) \wedge P_{1,2}$$



الگوریتم رزولوشن ...

function PL-RESOLUTION(KB, α) **returns** *true* or *false*

inputs: KB , the knowledge base, a sentence in propositional logic
 α , the query, a sentence in propositional logic

clauses \leftarrow the set of clauses in the CNF representation of $KB \wedge \neg\alpha$

new $\leftarrow \{ \}$

loop do

for each pair of clauses C_i, C_j **in** *clauses* **do**

resolvents \leftarrow PL-RESOLVE(C_i, C_j)

if *resolvents* contains the empty clause **then return** *true*

new \leftarrow *new* \cup *resolvents*

if *new* \subseteq *clauses* **then return** *false*

clauses \leftarrow *clauses* \cup *new*

یک الگوریتم استنتاج صحيح و كامل است.

تست

پایگاه دانش زیر مفروض است. کدام یک از گزینه‌های زیر با استفاده از روش رزولوشن از این پایگاه دانش قابل استنتاج است؟

- | | |
|------------------------------|-------|
| P | S (۱) |
| V \vee T | W (۲) |
| $\neg P \vee U$ | V (۳) |
| R $\vee \neg Q$ | T (۴) |
| $V \Rightarrow W$ | |
| $P \Rightarrow Q$ | |
| $S \Rightarrow (U \vee T)$ | |
| $(P \wedge R) \Rightarrow S$ | |

تست

پایگاه دانش زیر مفروض است. کدام یک از گزینه‌های زیر با استفاده از روش رزولوشن از این پایگاه دانش قابل استنتاج است؟

P

V \vee T

$\neg P \vee U$

R $\vee \neg Q$

V \Rightarrow W

P \Rightarrow Q

S \Rightarrow (U \vee T)

(P \wedge R) \Rightarrow S

S (۱) ✓

W (۲)

V (۳)

T (۴)

شکل نرمال هورن (HNF)

- ❖ یک بند هورن، ترکیب فصلی لیترال‌هایی است که حداقل یکی از آن‌ها مثبت است.
- ❖ یک بند معین، ترکیب فصلی لیترال‌هایی که فقط یک لیترال آن مثبت است.
- ❖ به بندهای هورن که لیترال مثبت ندارند، بند هدف می‌گویند.

$\neg A \vee \neg B \vee \neg C$ **بند هدف**

$A \vee \neg B$ **بند معین**

$\neg A \vee \neg B \vee C$ **بند معین**

A **بند معین**

- ❖ بندهای هورن نسبت به رزولوشن بسته‌اند. یعنی اگر قانون رزولوشن را بر روی دو بند هورن اعمال کنیم، یک بند هورن خواهیم داشت.

شکل نرمال هورن (... (HNF)

Clause \rightarrow Literal₁ $\vee \dots \vee$ Literal_{*m*}

Literal \rightarrow Symbol $\mid \neg$ Symbol

Symbol \rightarrow P \mid Q \mid R $\mid \dots$

HornClauseForm \rightarrow DefiniteClauseForm \mid GoalClauseForm

DefiniteClauseForm \rightarrow (Symbol₁ $\wedge \dots \wedge$ Symbol_{*l*}) \Rightarrow Symbol

GoalClauseForm \rightarrow (Symbol₁ $\wedge \dots \wedge$ Symbol_{*l*}) \Rightarrow False

دلایل استفاده از بند معین در پایگاه دانش

هر بند معین می‌تواند به صورت یک استلزم که مقدم آن ترکیب عطفی لیترال‌های مثبت و نتیجه‌ی آن یک لیترال مثبت است، نوشته شود.

A

$\neg A \vee \neg B \vee C$

True $\Rightarrow A$

$A \wedge B \Rightarrow C$

اگر بتوان یک پایگاه دانش را به شکل ترکیب عطفی جملات به فرم HNF نوشت، با الگوریتم‌های زنجیره روبه‌جلو و زنجیره رو به عقب می‌توان استنتاج انجام داد.

زمان تصمیم‌گیری در مورد ایجاد در بندهای هورن می‌تواند بر حسب اندازه‌ی پایگاه دانش به صورت خطی باشد.

الگوریتم زنجیره‌ای رو به جلو

یک پایگاه دانش KB به صورت ترکیب عطفی عبارات معین و لیترال α داده شده است می‌خواهیم نشان دهیم آیا می‌توان α را از KB ایجاد کرد؟

- ۱- تمام حقایق را به عنوان مجموعه لیترال‌های درست (**agenda**) در نظر می‌گیرد.
- ۲- به ازای هر قانون شرطی که تمام لیترال‌های موجود در مقدم آن شرط در مجموعه **inferred** باشد، لیترال موجود در تالی آن شرط به **agenda** اضافه می‌شود.
- ۳- مرحله ۲ تکرار می‌شود تا یکی از دو مورد زیر رخ دهد:
 - ❖ لیترال α به **agenda** اضافه شود در این صورت α از KB ایجاد می‌شود.
 - ❖ نتوان لیترال جدیدی به **agenda** اضافه کرد. در این صورت α مستلزم نیست.

الگوریتم زنجیره‌ای رو به جلو ...

function PL-FC-ENTAILS?(*KB*, *q*) **returns** *true* or *false*

inputs: *KB*, the knowledge base, a set of propositional definite clauses
q, the query, a proposition symbol

count \leftarrow a table, where *count*[*c*] is the number of symbols in *c*'s premise

inferred \leftarrow a table, where *inferred*[*s*] is initially *false* for all symbols

agenda \leftarrow a queue of symbols, initially symbols known to be true in *KB*

while *agenda* is not empty **do**

p \leftarrow POP(*agenda*)

if *p* = *q* **then return** *true*

if *inferred*[*p*] = *false* **then**

inferred[*p*] \leftarrow *true*

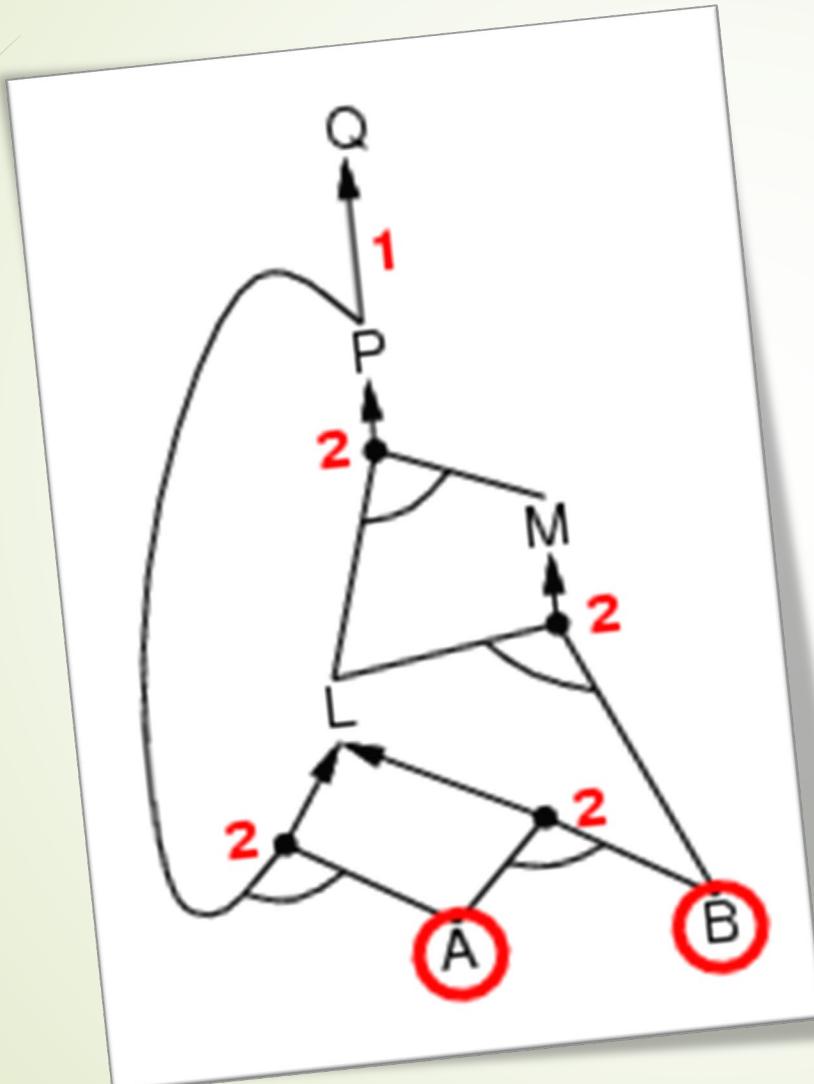
for each clause *c* in *KB* where *p* is in *c.PREMISE* **do**

 decrement *count*[*c*]

if *count*[*c*] = 0 **then** add *c.CONCLUSION* to *agenda*

return *false*

استنتاج روبرو به جلو - مثال



$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

$$B \wedge L \Rightarrow M$$

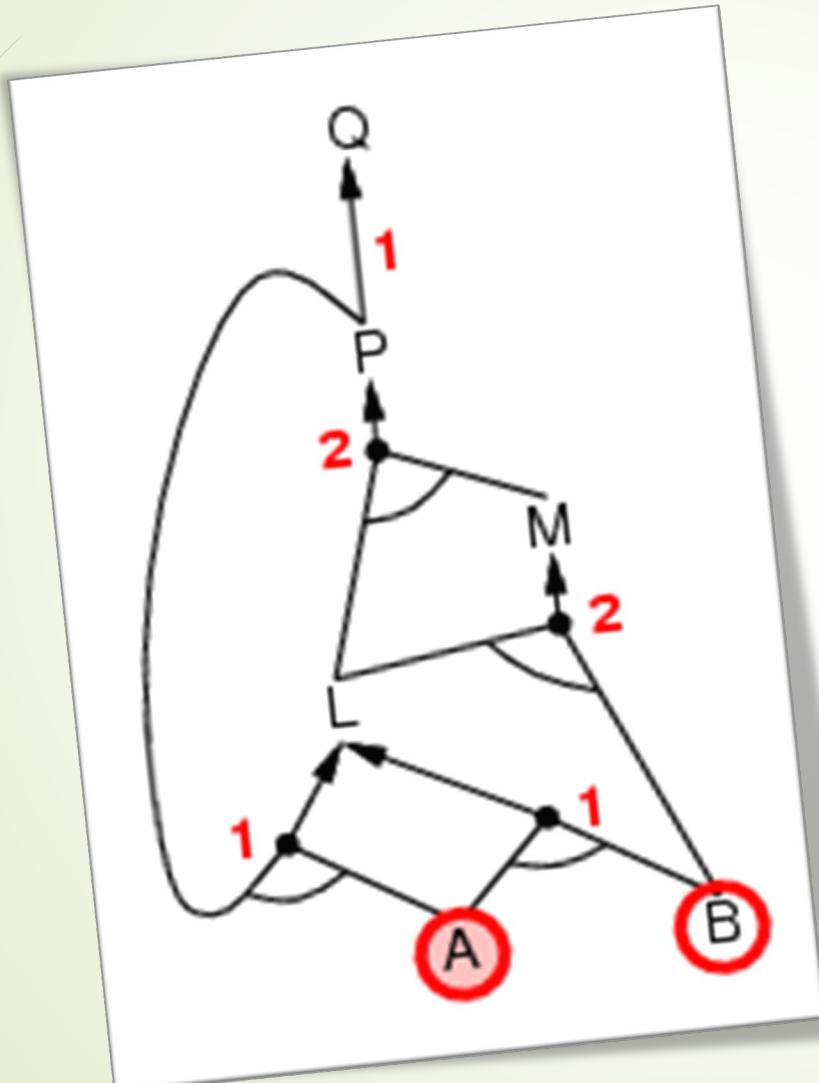
$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$

استنتاج روبرو به جلو - مثال



$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

$$B \wedge L \Rightarrow M$$

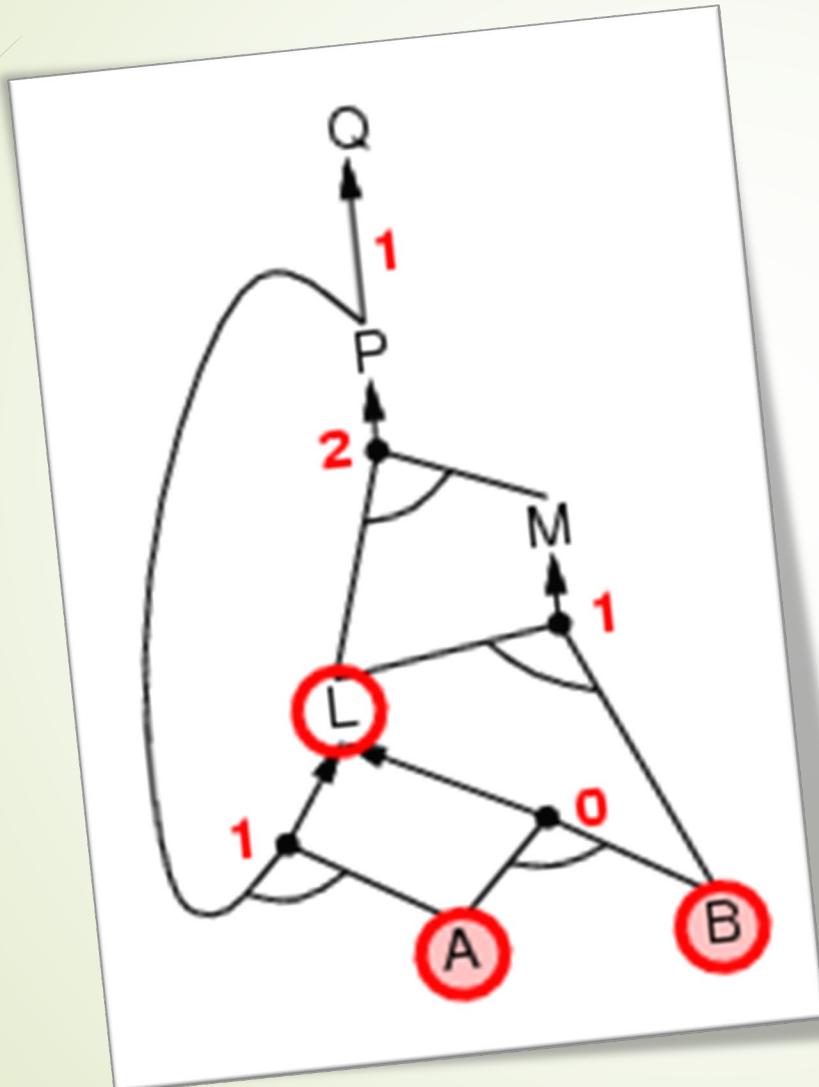
$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$

استنتاج روبرو به جلو - مثال



$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

$$B \wedge L \Rightarrow M$$

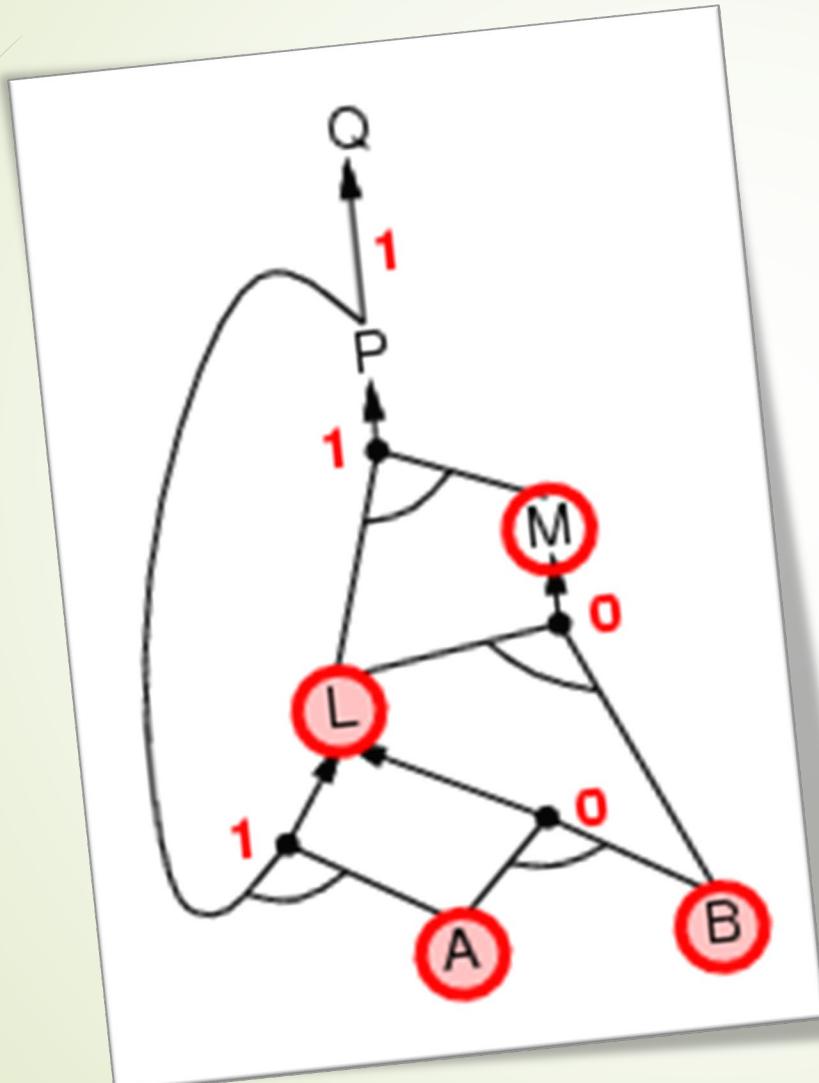
$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$

استنتاج روبرو به جلو - مثال



$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

$$B \wedge L \Rightarrow M$$

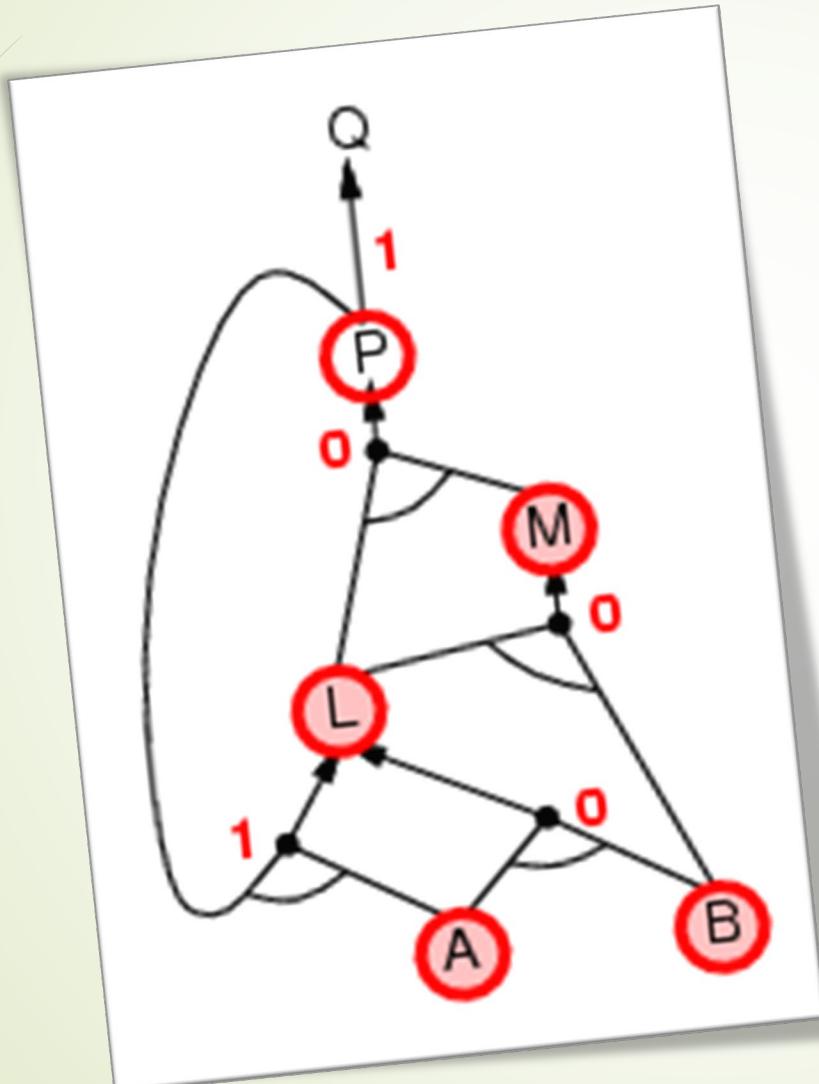
$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$

استنتاج روبره جلو - مثال



$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

$$B \wedge L \Rightarrow M$$

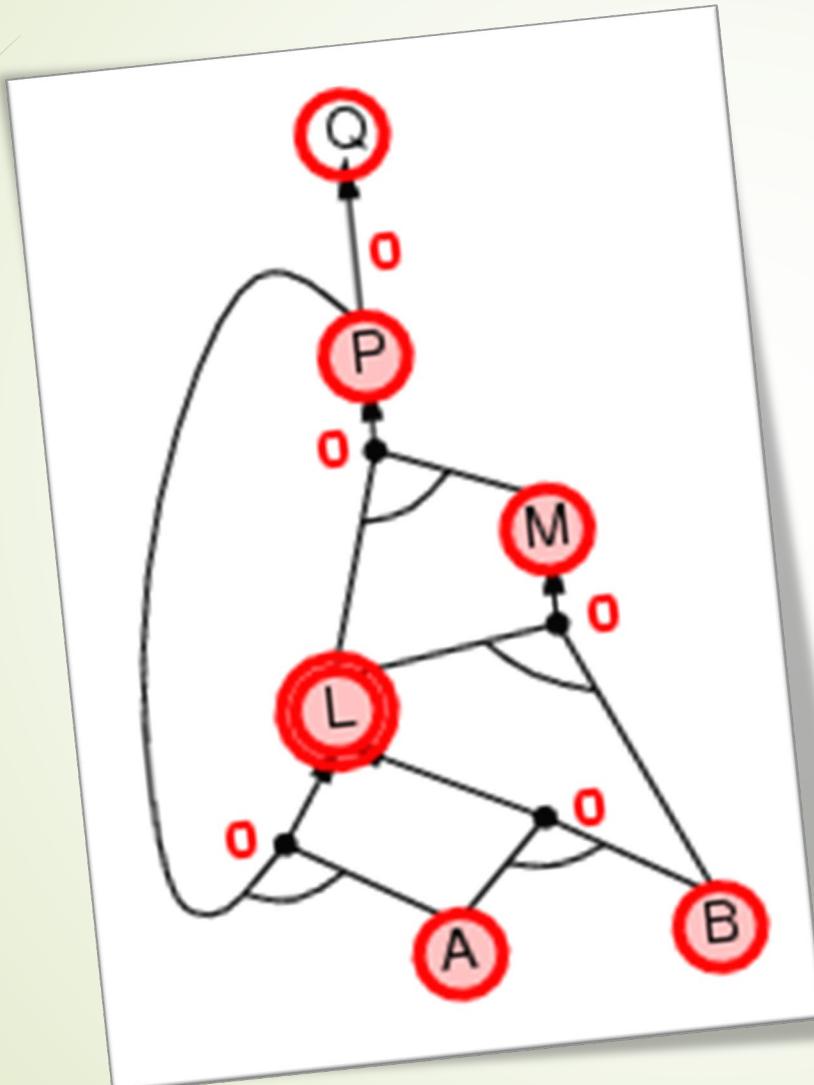
$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$

استنتاج روبرج لو - مثال



$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

$$B \wedge L \Rightarrow M$$

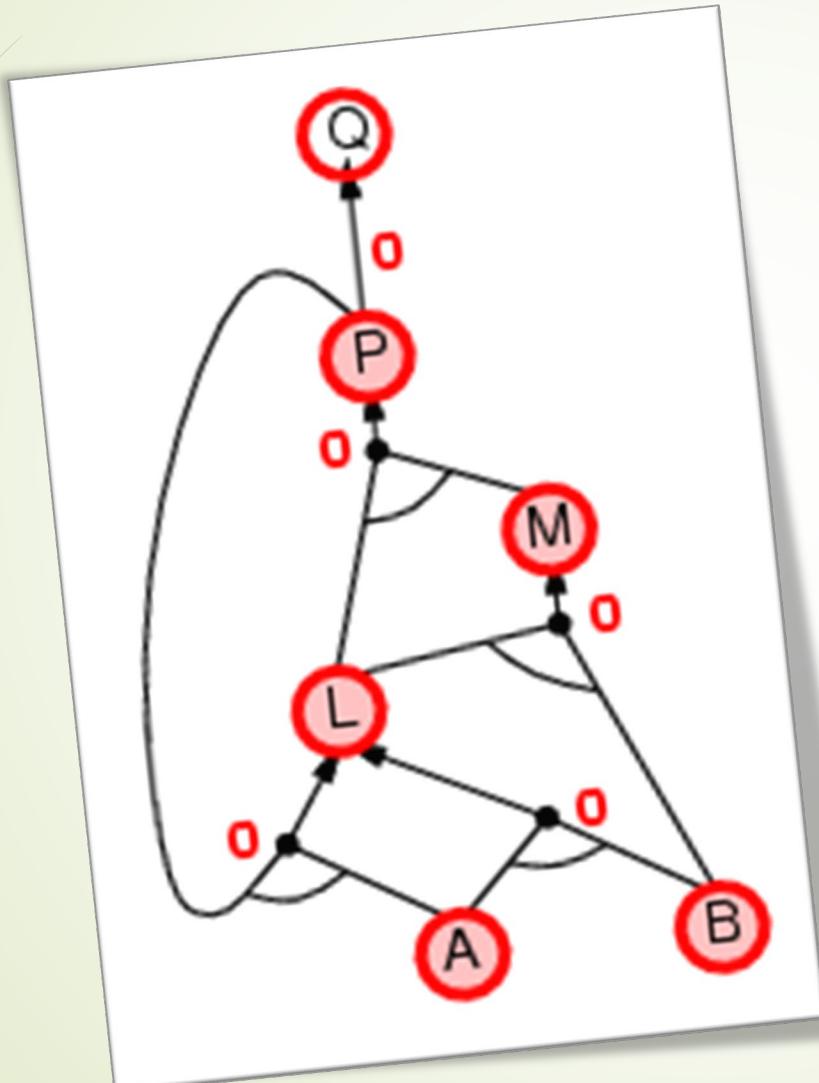
$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$

استنتاج روبره جلو - مثال



$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

$$B \wedge L \Rightarrow M$$

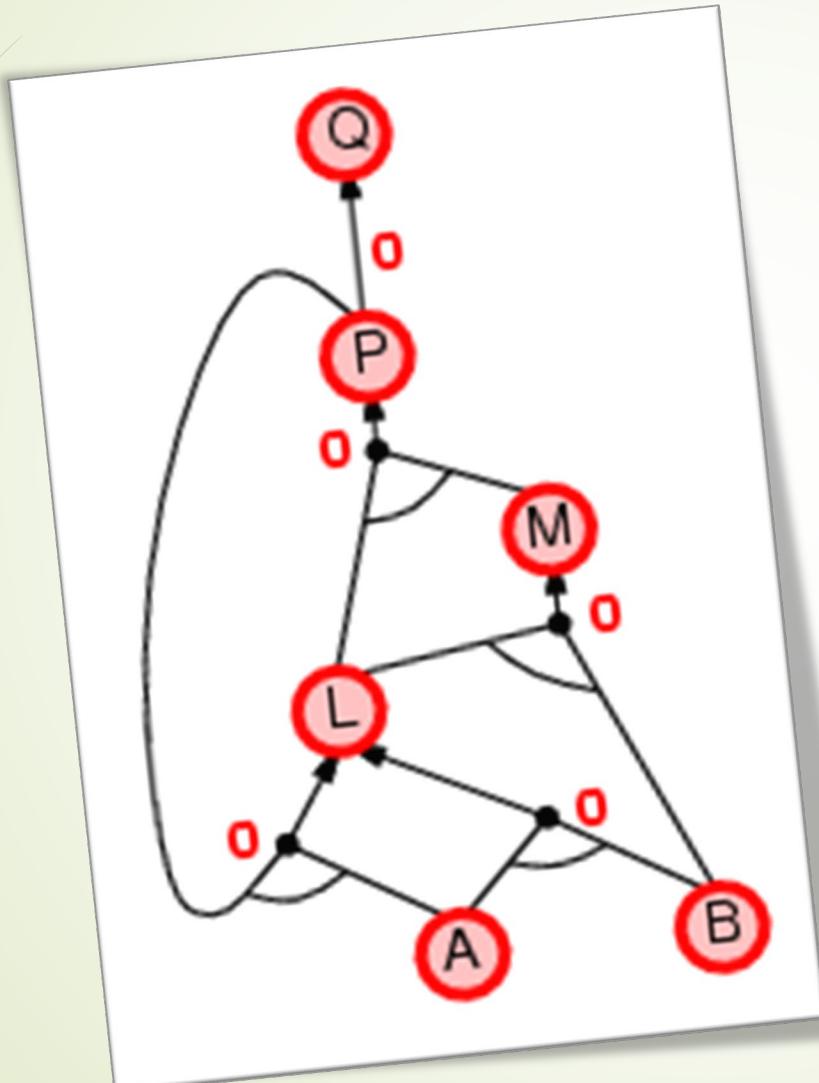
$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$

استنتاج روبرج لو - مثال



$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$

ویژگی‌های الگوریتم زنجیره روبه‌جلو

- ❖ زمان؟
- ❖ زمان خطی نسبت به اندازه پایگاه دانش
- ❖ صحت؟
- ❖ اساس کار الگوریتم زنجیره‌ای روبه‌جلو، استفاده از Modus Ponens است که صحیح می‌باشد.
- ❖ کامل؟
- ❖ بله، اثبات در اسلاید بعد
- ❖ زنجیره‌سازی روبه‌جلو، یک نوع استدلال مبتنی بر داده است و می‌توان از آن برای استخراج دانش از روی ادراکات عامل استفاده کرد.

اثبات کامل بودن الگوریتم زنجیره‌ای روبه‌جلو

- ❖ آیا جمله q که از KB قابل ایجاب است، لزوما در الگوریتم زنجیره روبه‌جلو هم استنتاج می‌شود؟
 - ❖ فرض کنیم الگوریتم زنجیره رو به جلو پایان یافته باشد و در حالت پایانی قرار داریم. (یعنی نقطه ثابتی که هیچ جمله اتمیک جدیدی به دست نمی‌آید.)
 - ❖ یک مدل m درنظر بگیرید که در آن به نمادهای استنتاج شده در الگوریتم $true$ و به نمادهای دیگر $false$ تخصیص داده شده است.
 - ❖ آیا m مدلی از KB است؟ (آیا با انتساب های مذکور تمام جملات KB درست خواهند بود؟)
 - ❖ اگر یکی از جملات معین در KB مانند $a_1 \wedge \dots \wedge a_n \Rightarrow b$ غلط باشد آن‌گاه $a_1 \wedge \dots \wedge a_n$ درست و b غلط است.
 - ❖ طبق الگوریتم زنجیره، وجود گزاره فوق در KB با فرض درست بودن $a_1 \wedge \dots \wedge a_n$ قطعاً سبب استنتاج جمله b می‌شود.
 - ❖ در m به نمادهای استنتاج شده مقدار $true$ داده شده است.
 - ❖ بنابراین فرض غلط بودن جمله $a_1 \wedge \dots \wedge a_n \Rightarrow b$ با فرض اجرای کامل الگوریتم زنجیره در تناقض است.
 - ❖ بنابراین m یک مدل از KB است.
 - ❖ طبق فرض ایجاب $KB \models q$ ، جمله اتمیک q در هر مدل/انتساب از KB (از جمله در مدل m) درست است.
 - ❖ یعنی هر انتسابی که تمام KB را $true$ کند، q را هم $true$ خواهد کرد. بنابراین در انتساب m نیز q مقدار $true$ دارد.
 - ❖ در مدل m تنها نمادهای استنتاج شده مقدار $true$ داشتند. لذا q نیز که در m مقدار $true$ دارد، استنتاج شده است.

الگوریتم زنجیره‌ای روبه عقب

❖ ایده: از query شروع کن و به سمت عقب حرکت کن.

if q is known to be true then

 no work is needed

else

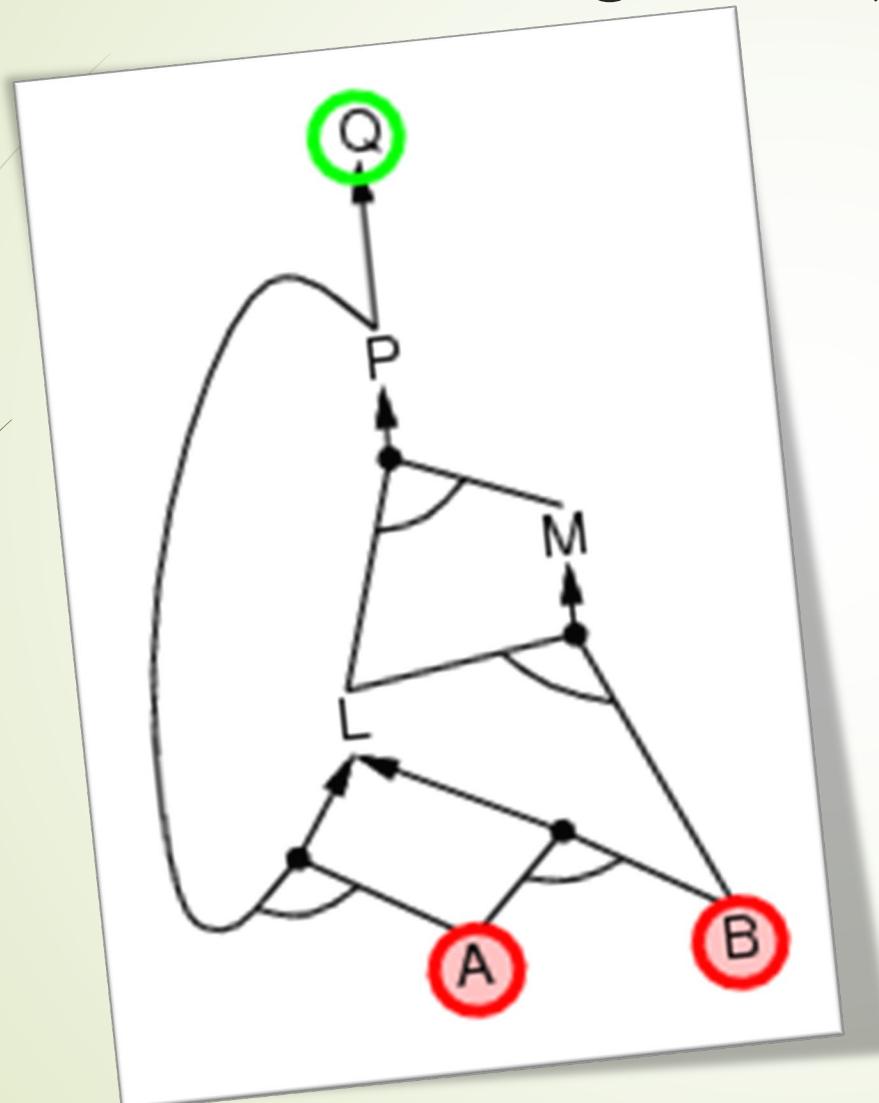
 find those rule concluding q

 if all premises of one of them can be proved (by backward chaining) then q is true

❖ اجتناب از حلقه‌ها: بررسی آن که آیا زیرهدف جدید قبل از روی پشته هدف بوده است.

❖ اجتناب از کار تکراری: بررسی آن که آیا قبل از درستی زیرهدف جدید اثبات شده یا با شکست روبه‌رو شده است.

استنتاج روبره عقب – مثال



$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

$$B \wedge L \Rightarrow M$$

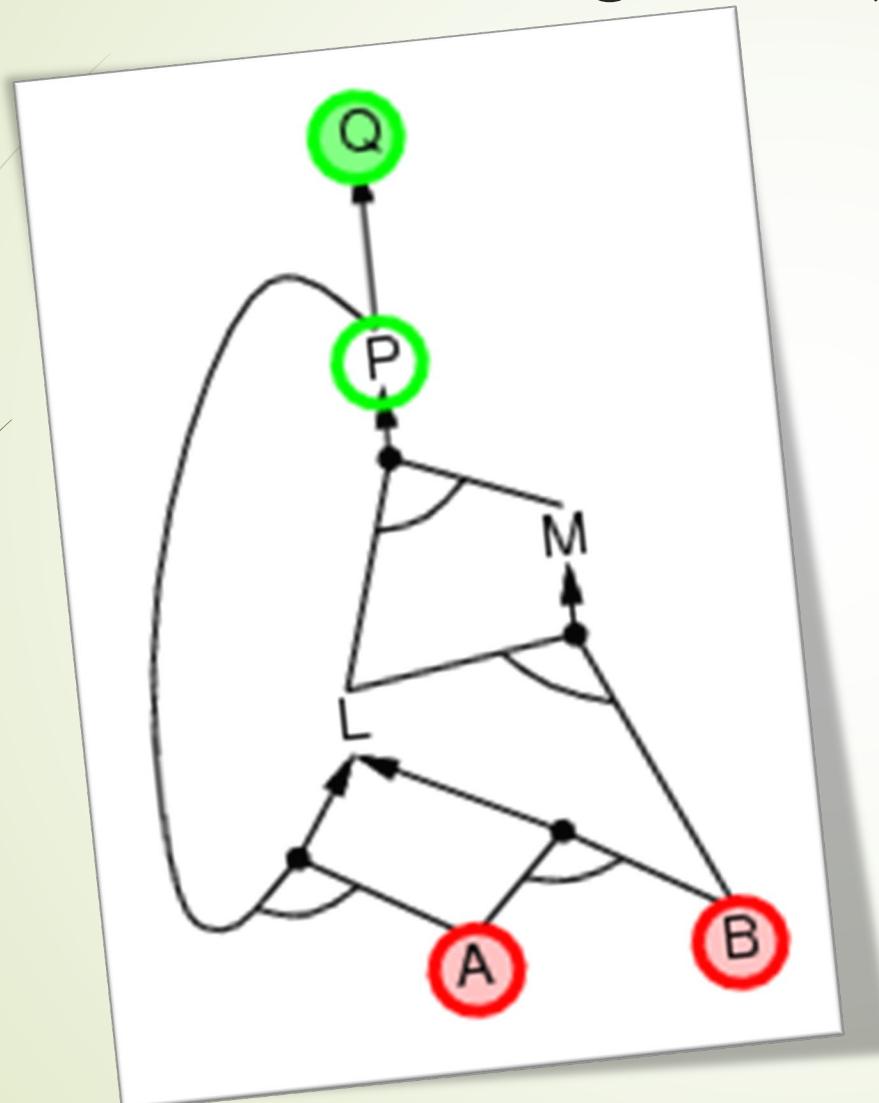
$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$

استنتاج روبره عقب – مثال



$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

$$B \wedge L \Rightarrow M$$

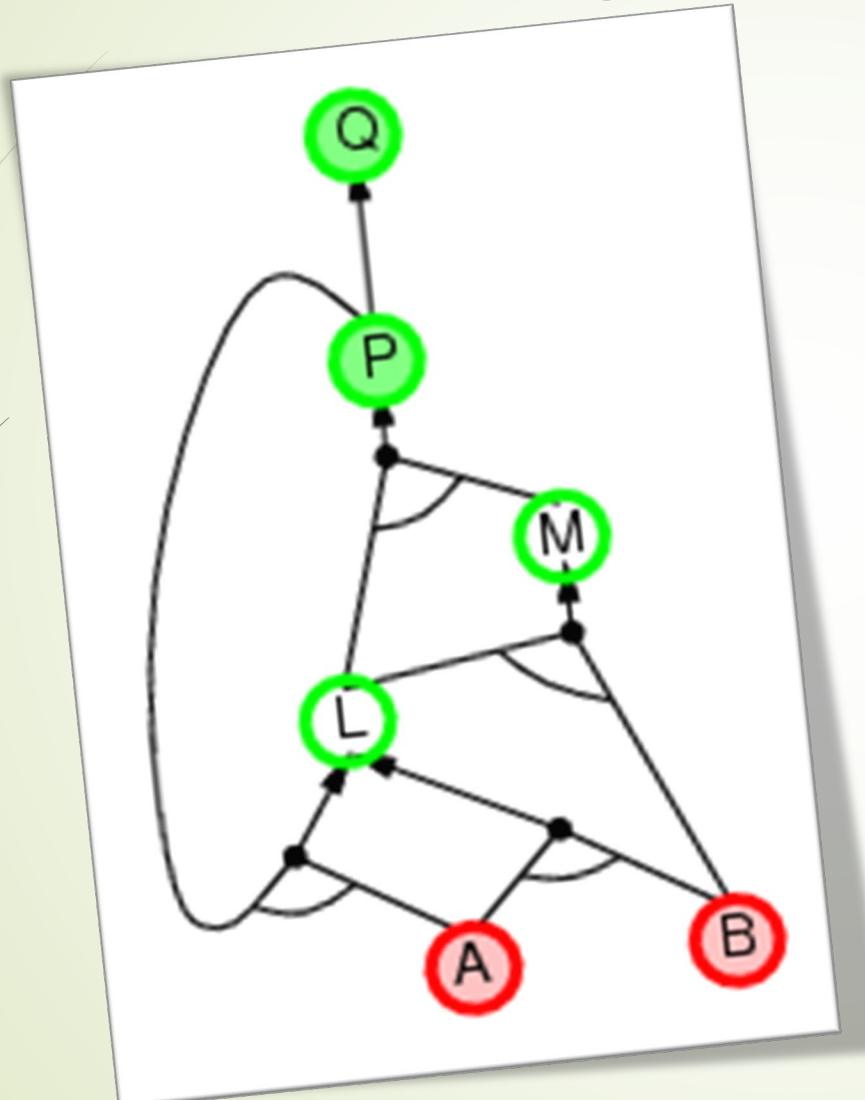
$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$

استنتاج روبره عقب – مثال



$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

$$B \wedge L \Rightarrow M$$

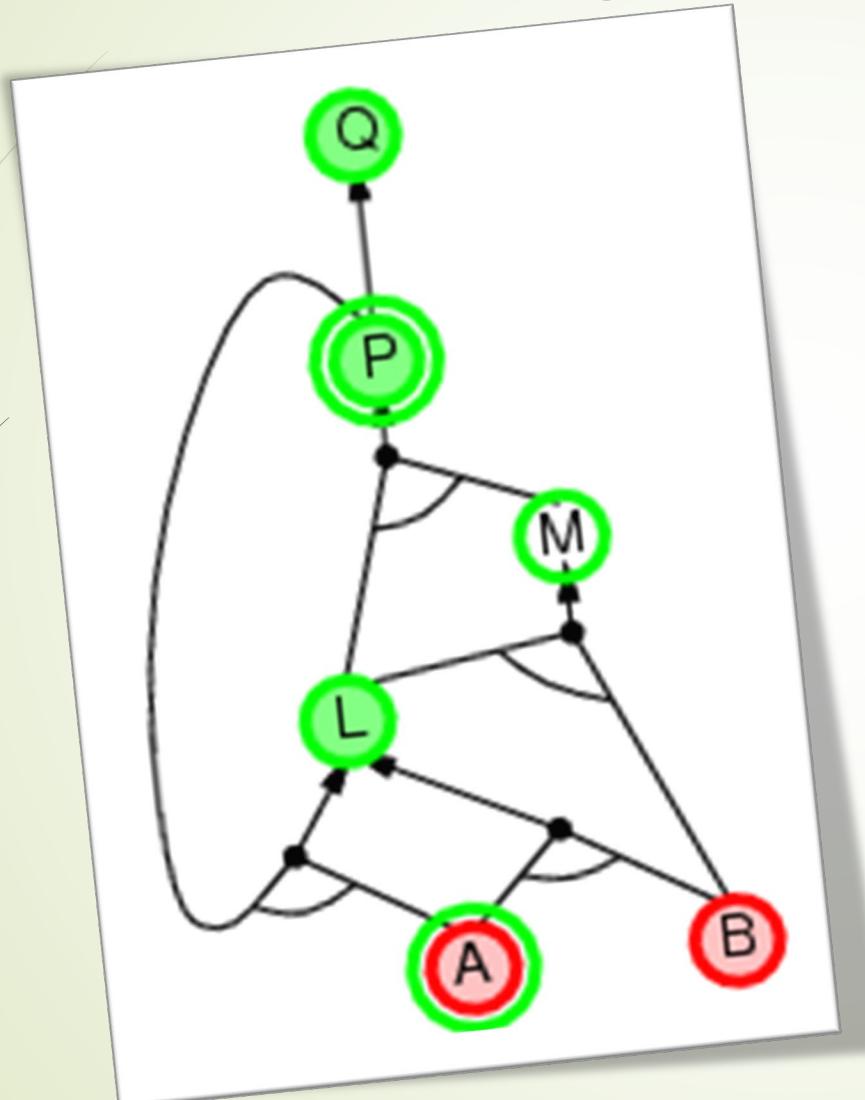
$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$

استنتاج روبره عقب – مثال



$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

$$B \wedge L \Rightarrow M$$

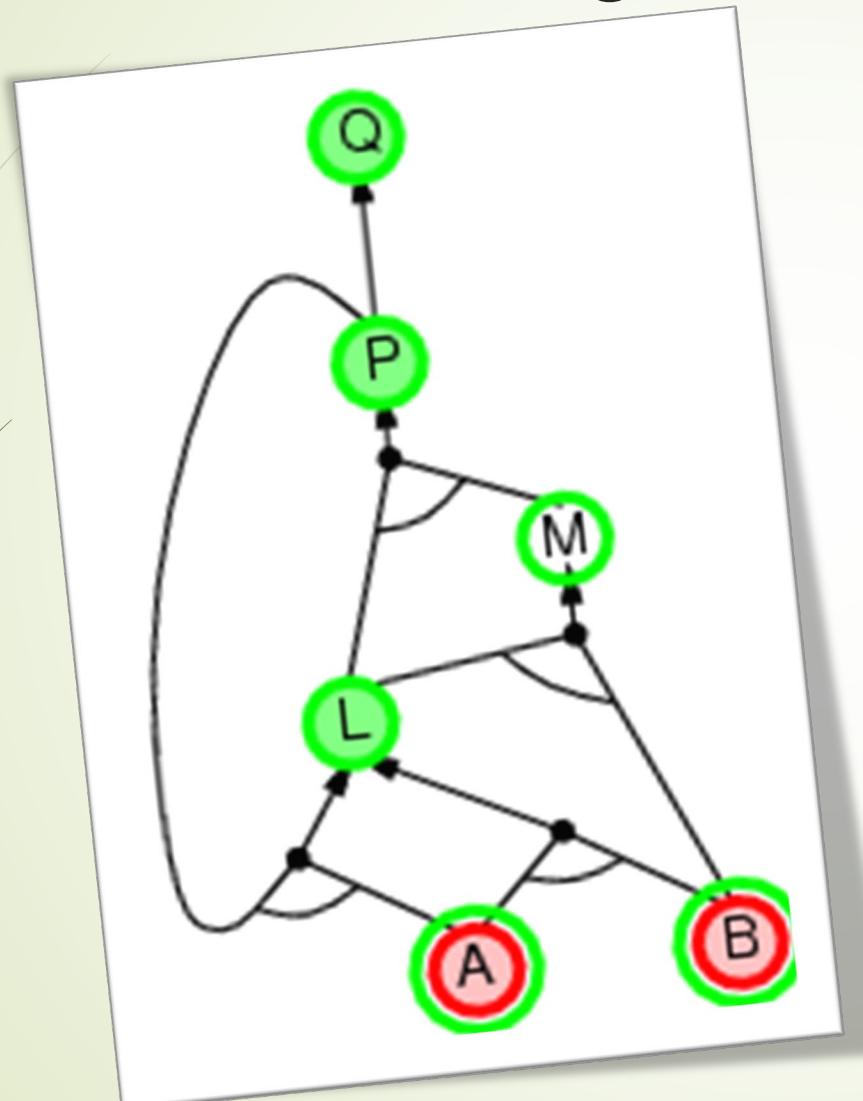
$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$

استنتاج روبره عقب – مثال



$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

$$B \wedge L \Rightarrow M$$

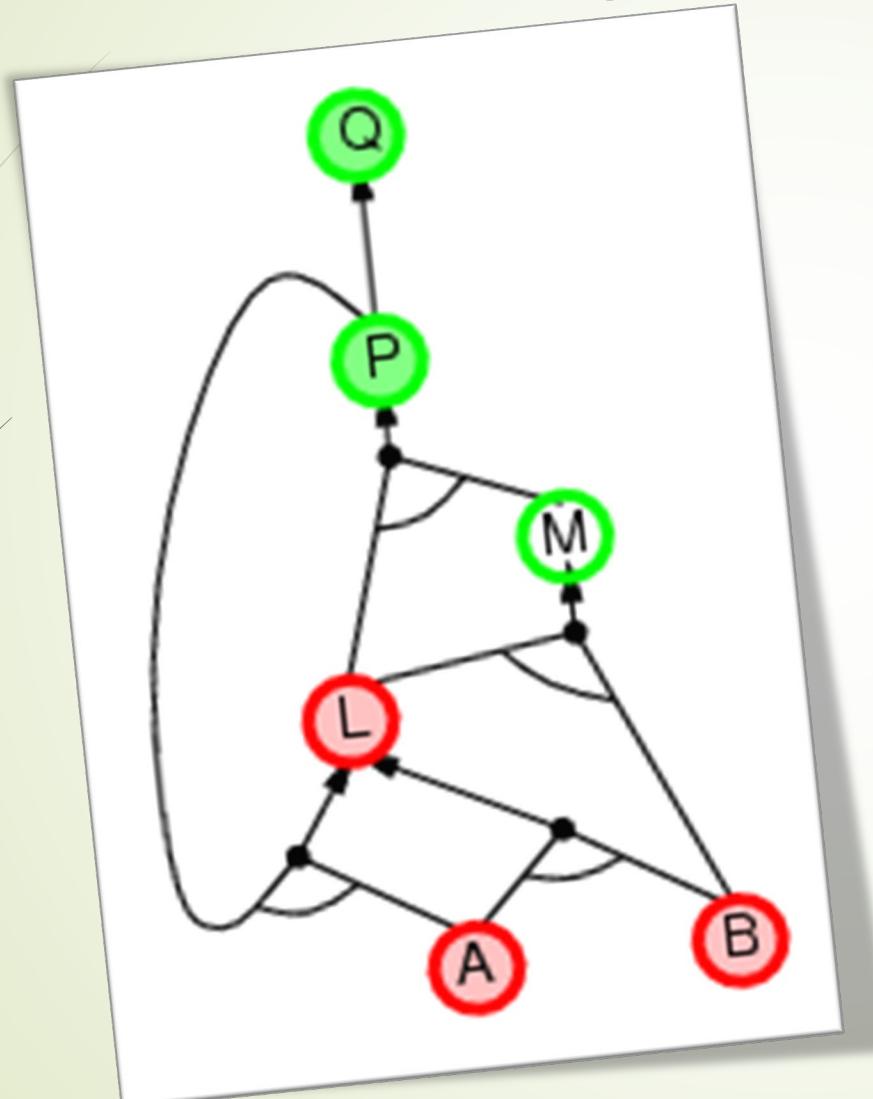
$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$

استنتاج روبره عقب – مثال



$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

$$B \wedge L \Rightarrow M$$

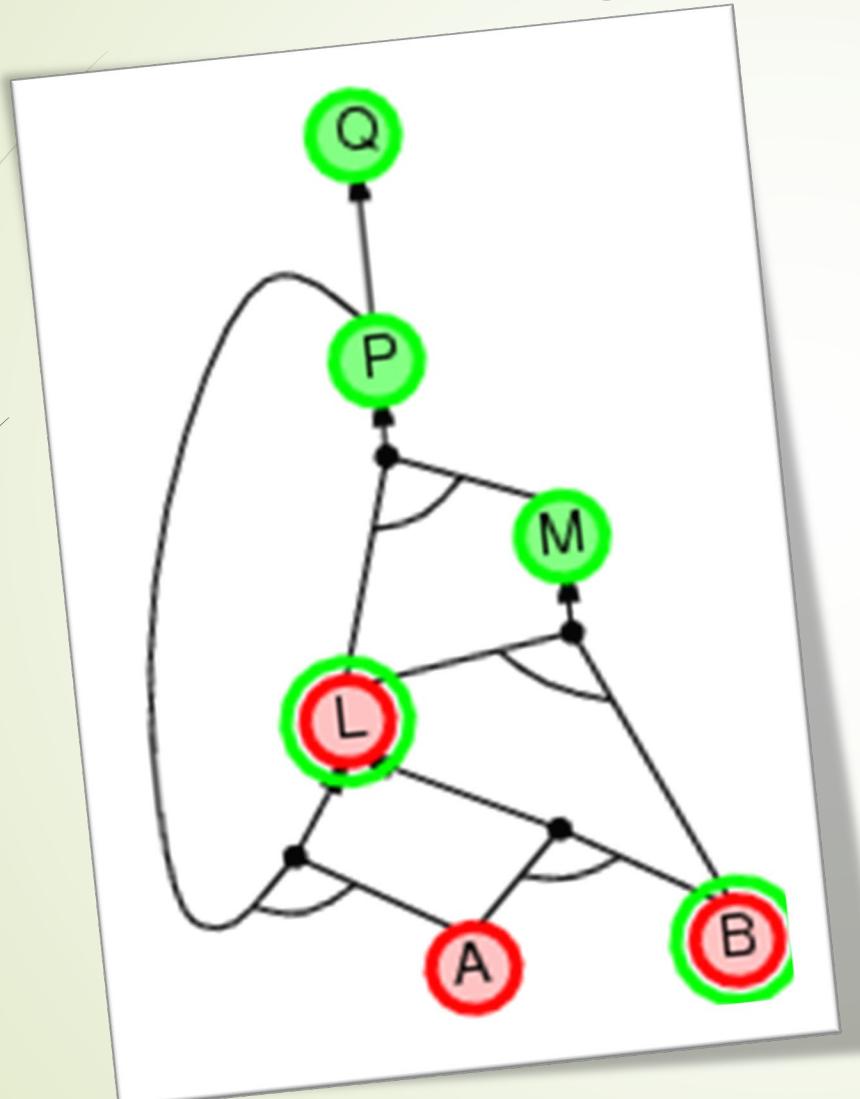
$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$

استنتاج روبره عقب – مثال



$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

$$B \wedge L \Rightarrow M$$

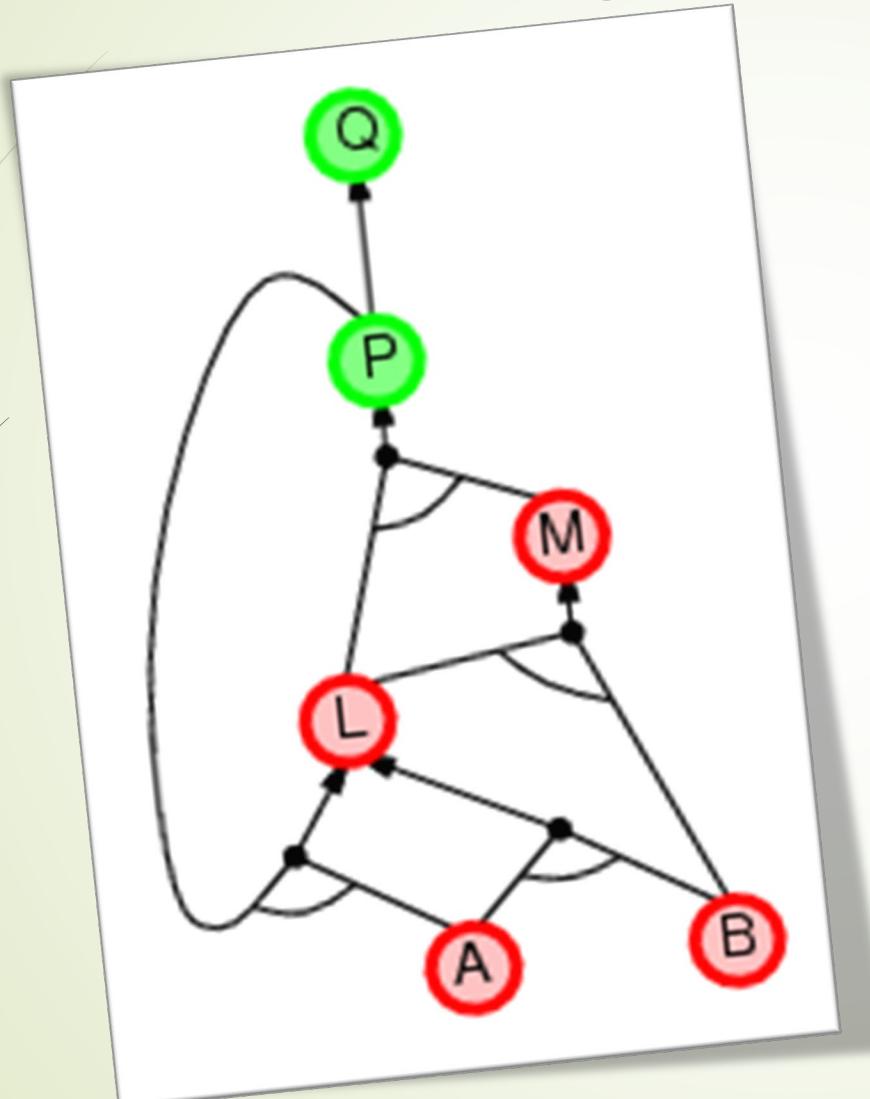
$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$

استنتاج روبره عقب – مثال



$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

$$B \wedge L \Rightarrow M$$

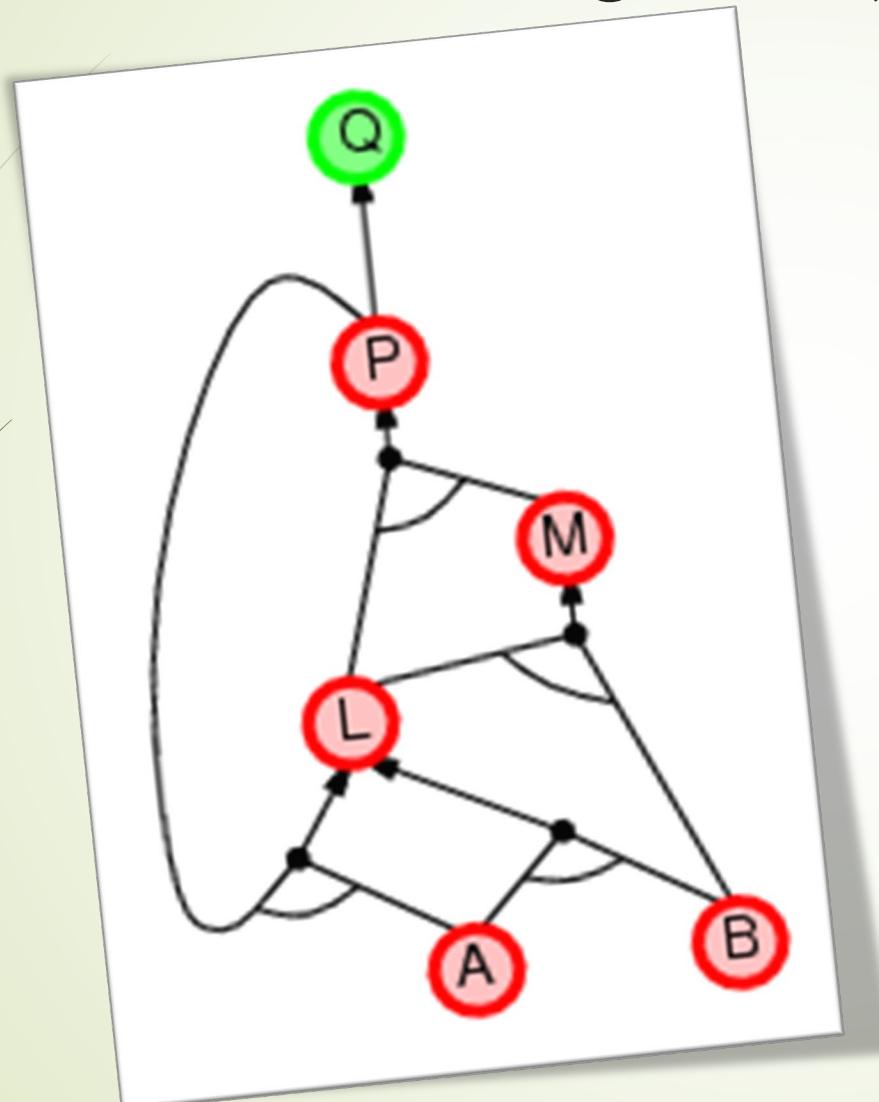
$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$

استنتاج روبره عقب – مثال



$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

$$B \wedge L \Rightarrow M$$

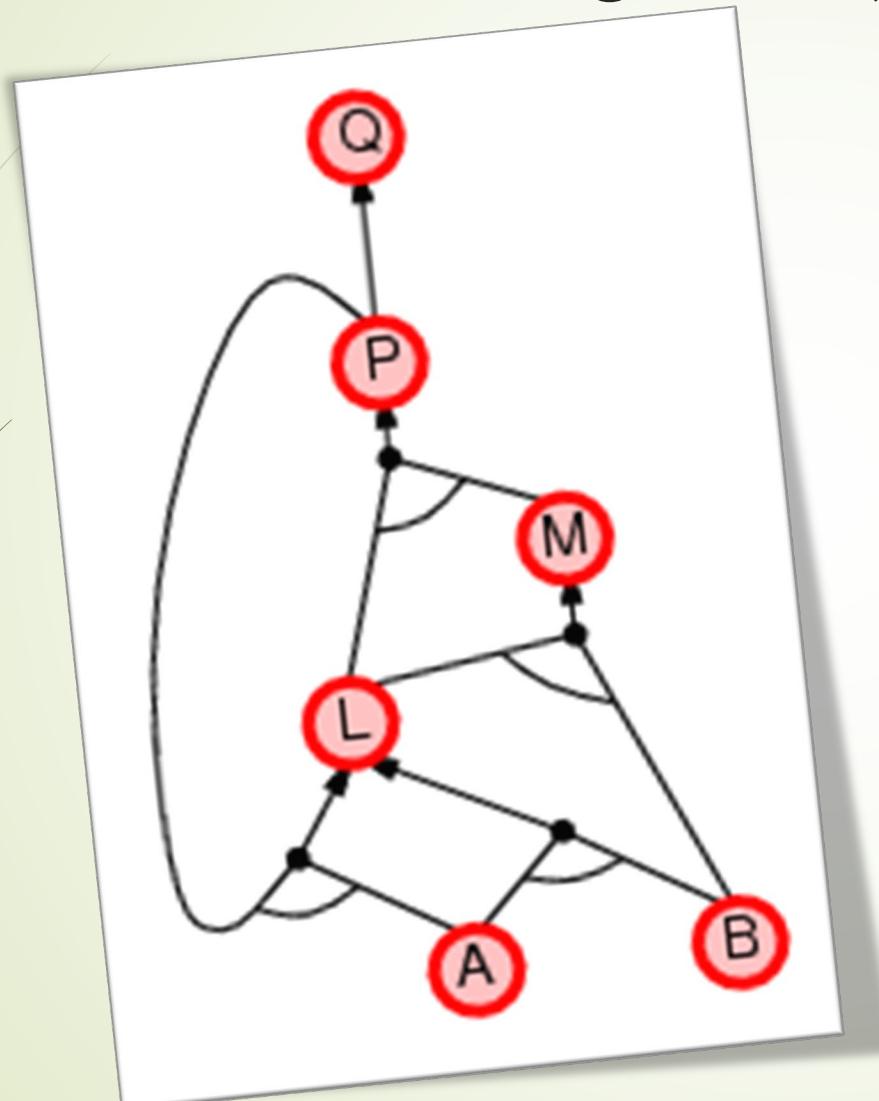
$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$

استنتاج روبره عقب – مثال



$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$

ویژگی‌های الگوریتم زنجیره‌ای روبه عقب

- ❖ الگوریتم زنجیره‌ای روبه عقب یک الگوریتم مبتنی بر هدف است.
- ❖ زمان اجرای زنجیره‌سازی روبه عقب مانند زنجیره‌سازی روبه‌جلو، بر حسب اندازه پایگاه دانش خطی است. اما چون فقط واقعیت‌های مرتبط با هدف را بررسی می‌کند، اغلب سریع‌تر از آن عمل می‌کند.