

الف) مقایسه‌ای توابع کرنل

نتایج بر اساس دیتاست "Moons" با $\text{random_state}=400521171$

تابع کرنل	C=0.01	C=1	C=100
خطی	0.8067	0.8667	0.8733
چندجمله‌ای	0.7533	0.8800	0.8733
RBF	0.8400	0.9333	0.9667

RBF: بهترین عملکرد را دارد زیرا داده‌ها ذاتاً غیرخطی هستند و با توجه به شکل دیتاست (مانند دو هلال درهم)، RBF تنها کرنلی است که می‌تواند مرزهای غیرخطی را با دقت بالا یاد بگیرد. علاوه بر این در مقابل نویزها هم مقاوم است.

کرنل خطی: حتی با افزایش C نتوانست به دقت RBF برسد زیرا برای داده‌های غیرخطی طراحی نشده است.

کرنل چندجمله‌ای: عملکرد متوسطی داشت اما نسبت به RBF انعطاف‌پذیری کمتری نشان داد.

جدول مقایسه‌ای توابع کرنل (تکمیل شده):

تابع کرنل	روابط	قابلیت تفسیر	تمایل به بیش‌برازش	پیچیدگی محاسباتی	دقت (C=100)
خطی	$K(x_i, x_j) = x_i^T x_j$	بالا	کم	پایین	0.8733
چندجمله‌ای	$K(x_i, x_j) = (\alpha x_i^T x_j + c)^d$	متوسط	متوسط	متوسط	0.8733
RBF	$K(x, x') = e^{-\gamma \ x - x'\ ^2}$	پایین	بالا با افزایش γ	بالا	0.9667

ب) تأثیر پارامتر C بر توازن بایاس-واریانس در SVM

نتایج عملی تغییر C:

C=0.01: دقت ۰.۸۴ → بایاس بالا، واریانس پایین

C=1: دقت ۰.۹۳۳ → توازن مطلوب

C=100: دقت ۰.۹۶۶ → بایاس پایین، واریانس بالا (خطر بیش‌برازش)

جدول تأثیر پارامتر C :

مقدار C	واریانس	بایاس	تفسیر
0.01	پایین	بالا	مدل ساده است و برخی نقاط را اشتباه طبقه‌بندی می‌کند (تحت‌برازش).
1	متوسط	متوسط	تعادل خوب بین انعطاف‌پذیری و عمومی‌سازی.
100	بالا	پایین	مدل مرزهای پیچیده می‌سازد و ممکن است روی داده‌های آموزشی بیش‌برازش کند.

تحلیل رابطه C با بایاس-واریانس:

C کوچک (۰.۰۱): مدل اشتباهات بیشتری را می‌پذیرد. این باعث کاهش واریانس (پایداری مدل) اما افزایش بایاس می‌شود.

C بزرگ (۱۰۰): مدل سعی می‌کند همه نقاط آموزشی را درست طبقه‌بندی کند، که منجر به کاهش بایاس، اما افزایش واریانس (حساسیت به نویز) می‌شود.

C=1: نقطه بهینه برای این دیتاست که هم دقت بالا (۰.۹۳۳) و هم تعادل بین بایاس و واریانس دارد

با توجه به این نتایج به ظاهر C بزرگتر دقت بیشتری می‌دهد ولی چون روی نویزها حساس است و باعث بیش‌برازش میشود بهتر است برای احتیاط C=1 را انتخاب کنیم چون دقت بدی هم ندارد و اگر دیتاست جدید دارای نویز باشد حساسیت کمتری نشان می‌دهد.