

به نام خدا - سری هم تعینات در ریاضیات هندسه

۱- آنالیز فوری تابع زیر را در صورت وجود بیابید

$$f(x) = \begin{cases} \sin x, & -4 \leq x \leq 0 \\ \cos x, & 0 < x \leq 4 \\ 0, & |x| > 4 \end{cases}$$

۲- به کمک سری فوری تابع $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0 \\ \frac{x}{2}, & 0 < x < \pi \end{cases}$ حاصل سری را تعین کنید

$$A = 1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots$$

۳- به کمک آنالیز فوری ثابت کنید $e^{-\alpha x} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\alpha}{\alpha^2 + \beta^2} \cos \beta x d\beta, \alpha > 0$

۴- سری فوری تابع $f(x) = \begin{cases} \sin 2x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$ را بدست آورید و به کمک آن مقدار سری را تعین کنید

$$A = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \frac{1}{(4k^2 - 1)^2}$$

۵- به کمک تبدیل فوری تابع $f(x) = e^{-\alpha |x|}$ حاصل عبارت زیر را بدست آورید

$$F^{-1} \left\{ \frac{1}{(4 + \omega^2)(1 + \omega^2)} \right\}$$

۶- به کمک تبدیل فوری، معادله زیر را حل کنید $y' - 4y = H(t)e^{-4t}$ که در آن $H(t)$ تابع پله یا هسینگ است.

$$(H(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases})$$