

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»

Факультет компьютерных наук

Ахаладзе Мария Мерабиевна, БПИ193(2)

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА К МИКРОПРОЕКТУ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «АРХИТЕКТУРА
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ»**

студента образовательной программы «Программная инженерия»
по направлению подготовки 09.03.04 Программная инженерия

Руководитель:

профессор департамента
программной инженерии
Легалов А. И.

Москва, 2020 год

Постановка задания

Разработать программу численного интегрирования функции $y = a \cdot x + b \cdot x^3$ (задаётся целыми числами a, b) в определённом диапазоне целых (задаётся так же) методом трапеций (шаг 1).

Описание расчетных методов

Согласно [1], интеграл функции $f(x)$ методом трапеций вычисляется по формуле (1):

$$\int_a^b f(x)dx \approx h \cdot \left(\frac{f_1 + f_N}{2} + f_2 + \dots + f_{N-1} \right), \quad (1)$$

где h – размер шага,

$$f_1 = f(a),$$

$$f_N = f(b).$$

По условию задания, $h = 1$. В таком случае задача сводится к тому, чтобы вычислить сумму значений функции в точках, принадлежащих промежутку $(a; b)$ с шагом 1, и сложить ее со средним арифметическим $f(a)$ и $f(b)$.

Частным случаем является равенство границ интегрирования, тогда без вычислений можно считать, согласно свойству 6 из [2], интеграл равным нулю.

Другим частным случаем является равенство a и b нулю, тогда функция, как и ее интеграл, тоже всегда равны нулю.

В общем случае задача решается следующим образом:

1. Определяется количество итераций цикла как $b - a - 1$, т.к. в цикле вычисляется сумма значений функции в точках, находящихся в диапазоне от $a + 1$ до $b - 1$ включительно. Если оно равно нулю, переход в пункт 4.
2. Стартовое значение аргумента равно b .
3. В цикле на каждой итерации повторяются следующие операции:
 - 3.1. Значение аргумента k уменьшается на 1.

- 3.2. К переменной `sum`, отведенной под сумму площадей трапеций, прибавляется $f(k)$.
4. В переменную `limitSum`, отведенную под сумму значений функции в крайних точках, прибавляются значения $f(a)$ и $f(b)$.
5. К переменной `sum` прибавить $\text{limitSum} / 2$.

Описание переменных

Входные данные хранятся в следующих переменных:

- значение параметра a – в `a`;
- значение параметра b – в `b`;
- значение нижнего предела интегрирования – в `lowerLimit`;
- значение верхнего предела интегрирования – в `upperLimit`.

Областью допустимых значений для параметров a и b являются целые числа, принадлежащие отрезку $[-1000; 1000]$.

Областью допустимых значений для пределов интегрирования `lowerLimit` и `upperLimit` являются целые числа, принадлежащие отрезку $[-50; 50]$, причем $\text{upperLimit} \geq \text{lowerLimit}$.

Границы допустимых значений хранятся в следующих переменных:

- минимально допустимое значение для a и b – в `minParameterValue` (равно -1000);
- максимально допустимое значение для a и b – в `maxParameterValue` (равно 1000);
- минимально допустимое значение для `lowerLimit` и `upperLimit` – в `minLimitValue` (равно -50);
- минимально допустимое значение для `lowerLimit` и `upperLimit` – в `maxLimitValue` (равно 50).

Промежуточные данные хранятся в следующих переменных:

- счетчик цикла – в `loopCounter`;
- значение аргумента для возведения в степень (в процедуре вычисления значения функции) – в `temp`;

- сумма значений функции в крайних точках – в limitSum.

Выходными данными является целое число, хранящееся в переменной sum – сумме площадей всех трапеций.

Тестирование программы

Программа была реализована с использованием информации (об инструкциях loop, cdq, работе esp) из [3]. Листинг программы представлен в приложении А.

Результат тестирования случая, когда a и b принадлежат промежутку (-1000; 1000) (неграничный случай), границы пределов принадлежат промежутку (-50; 50) (неграничный случай) приведен на рисунке 1.



```
H:\fasmw17325\practice\Integral.EXE
Input parameter a: 20
Input parameter b: 300
Input a lower integral limit: -1
Input an upper integral limit: 10
Integral value: 757570
```

Рисунок 1 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда a = 1000 (граничный случай), b = 1000 (граничный случай), нижний предел равен -50 (граничный случай), верхний предел равен 50 (граничный случай), приведен на рисунке 2.



```
H:\fasmw17325\practice\Integral.EXE
Input parameter a: 1000
Input parameter b: 1000
Input a lower integral limit: -50
Input an upper integral limit: 50
Integral value: 100000
```

Рисунок 2 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда a = -1000 (граничный случай), b = -1000 (граничный случай), приведен на рисунке 3.



```
H:\fasmw17325\practice\Integral.EXE
Input parameter a: -1000
Input parameter b: -1000
Input a lower integral limit: 0
Input an upper integral limit: 50
Integral value: -1563175000
```

Рисунок 3 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда $a = -1000$ (граничный случай), $b = -1000$ (граничный случай), нижний предел равен -50 (граничный случай), верхний предел равен 50 (граничный случай), приведен на рисунке 4.



```
H:\fasmw17325\practice\Integral.EXE
Input parameter a: -1000
Input parameter b: -1000
Input a lower integral limit: -50
Input an upper integral limit: 50
Integral value: -100000
```

Рисунок 4 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда нижний и верхний предел одновременно равны -50 (граничный случай) приведен на рисунке 5.



```
H:\fasmw17325\practice\Integral.EXE
Input parameter a: 1
Input parameter b: 2
Input a lower integral limit: -50
Input an upper integral limit: -50
Integral value: 0
```

Рисунок 5 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда нижний и верхний предел одновременно равны 50 (граничный случай) приведен на рисунке 6.



```
H:\fasmw17325\practice\Integral.EXE
Input parameter a: 1
Input parameter b: 2
Input a lower integral limit: 50
Input an upper integral limit: 50
Integral value: 0
```

Рисунок 6 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда $a = 0$ ($f(x) = bx^3$), приведен на рисунке 7.



```
H:\fasmw17325\practice\Integral.EXE
Input parameter a: 0
Input parameter b: 600
Input a lower integral limit: -15
Input an upper integral limit: 10
Integral value: -6112500
```

Рисунок 7 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда $b = 0$ ($f(x) = a$), приведен на рисунке 8.



```
H:\fasmw17325\practice\Integral.EXE
Input parameter a: 500
Input parameter b: 0
Input a lower integral limit: -10
Input an upper integral limit: 40
Integral value: 25000
```

Рисунок 8 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда пределы интегрирования равны, приведен на рисунке 9.



```
H:\fasmw17325\practice\Integral.EXE
Input parameter a: 2
Input parameter b: 3
Input a lower integral limit: 45
Input an upper integral limit: 45
Integral value: 0
```

Рисунок 9 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда $a=b=1000$, нижний предел равен 0, верхний предел равен 50 (максимально возможное значение функции при данных ограничениях входных данных), приведен на рисунке 10.



```
H:\fasmw17325\practice\Integral.EXE
Input parameter a: 1000
Input parameter b: 1000
Input a lower integral limit: 0
Input an upper integral limit: 50
Integral value: 1563175000
```

Рисунок 10 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда $a = b = -1000$, нижний предел равен 0, верхний предел равен 50 (минимально возможное значение функции при данных ограничениях входных данных), приведен на рисунке 11.



```
H:\fasmw17325\practice\Integral.EXE
Input parameter a: -1000
Input parameter b: -1000
Input a lower integral limit: 0
Input an upper integral limit: 50
Integral value: -1563175000
```

Рисунок 11 – Результат тестирования

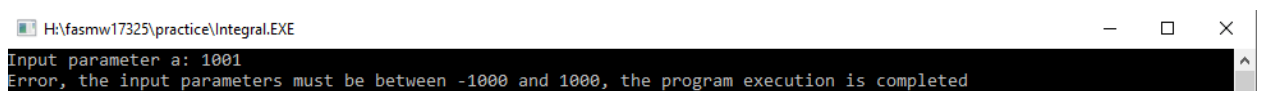
Результат тестирования случая, когда оба параметра равны нулю ($f(x) = 0$), приведен на рисунке 12.



```
H:\fasmw17325\practice\Integral.EXE
Input parameter a: 0
Input parameter b: 0
Input a lower integral limit: 1
Input an upper integral limit: 2
Integral value: 0
```

Рисунок 12 – Результат тестирования

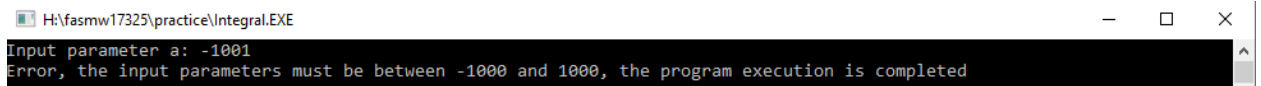
Результат тестирования случая, когда $a > 1000$ (некорректный ввод), приведен на рисунке 13.



```
H:\fasmw17325\practice\Integral.EXE
Input parameter a: 1001
Error, the input parameters must be between -1000 and 1000, the program execution is completed
```

Рисунок 13 – Результат тестирования

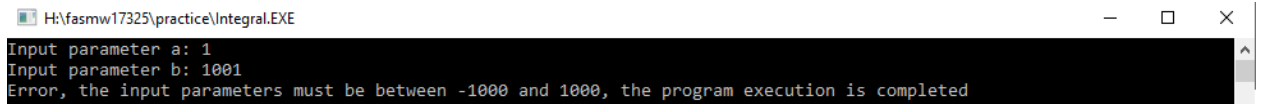
Результат тестирования случая, когда $a < -1000$ (некорректный ввод), приведен на рисунке 14.



```
H:\fasmw17325\practice\Integral.EXE
Input parameter a: -1001
Error, the input parameters must be between -1000 and 1000, the program execution is completed
```

Рисунок 14 – Результат тестирования

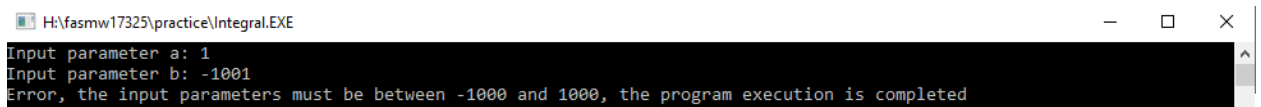
Результат тестирования случая, когда $b > 1000$ (некорректный ввод), приведен на рисунке 15.



```
H:\fasmw17325\practice\Integral.EXE
Input parameter a: 1
Input parameter b: 1001
Error, the input parameters must be between -1000 and 1000, the program execution is completed
```

Рисунок 15 – Результат тестирования

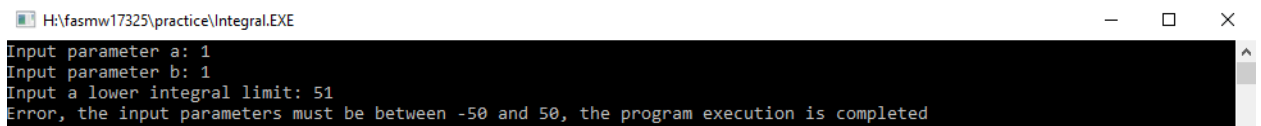
Результат тестирования случая, когда $b < -1000$ (некорректный ввод), приведен на рисунке 16.



```
H:\fasmw17325\practice\Integral.EXE
Input parameter a: 1
Input parameter b: -1001
Error, the input parameters must be between -1000 and 1000, the program execution is completed
```

Рисунок 16 – Результат тестирования

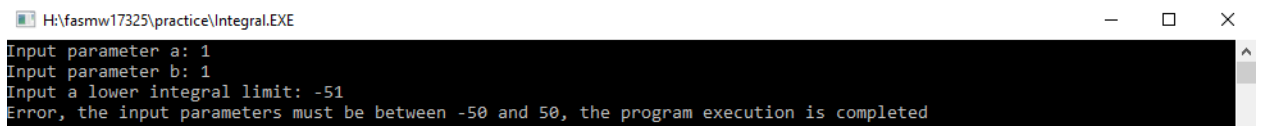
Результат тестирования случая, когда нижний предел больше 50 (некорректный ввод), приведен на рисунке 17.



```
H:\fasmw17325\practice\Integral.EXE
Input parameter a: 1
Input parameter b: 1
Input a lower integral limit: 51
Error, the input parameters must be between -50 and 50, the program execution is completed
```

Рисунок 17 – Результат тестирования

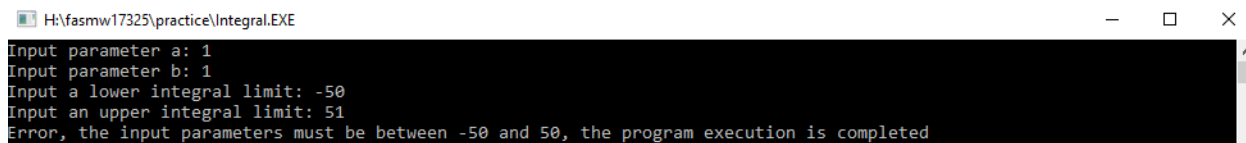
Результат тестирования случая, когда нижний предел меньше -50 (некорректный ввод), приведен на рисунке 18.



```
H:\fasmw17325\practice\Integral.EXE
Input parameter a: 1
Input parameter b: 1
Input a lower integral limit: -51
Error, the input parameters must be between -50 and 50, the program execution is completed
```

Рисунок 18 – Результат тестирования

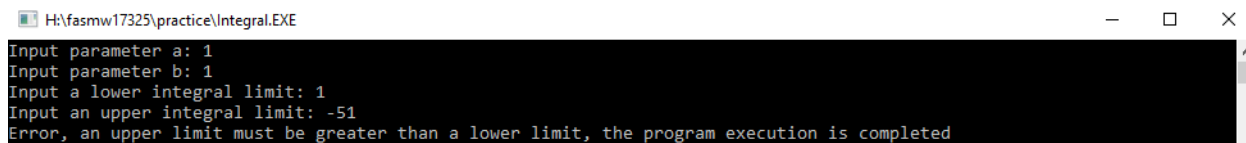
Результат тестирования случая, когда верхний предел больше 50 (некорректный ввод), приведен на рисунке 19.



```
H:\fasmw17325\practice\Integral.EXE
Input parameter a: 1
Input parameter b: 1
Input a lower integral limit: -50
Input an upper integral limit: 51
Error, the input parameters must be between -50 and 50, the program execution is completed
```

Рисунок 19 – Результат тестирования

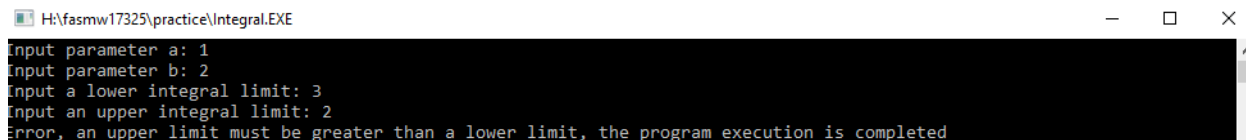
Результат тестирования случая, когда верхний предел меньше -50 (некорректный ввод), приведен на рисунке 20.



```
H:\fasmw17325\practice\Integral.EXE
Input parameter a: 1
Input parameter b: 1
Input a lower integral limit: 1
Input an upper integral limit: -51
Error, an upper limit must be greater than a lower limit, the program execution is completed
```

Рисунок 20 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда верхний предел больше нижнего, приведен на рисунке 21.



```
H:\fasmw17325\practice\Integral.EXE
Input parameter a: 1
Input parameter b: 2
Input a lower integral limit: 3
Input an upper integral limit: 2
Error, an upper limit must be greater than a lower limit, the program execution is completed
```

Рисунок 21 – Результат тестирования

Библиографический список

- [1] Учебное пособие по курсу "Численные методы в оптике" // Университет ИТМО URL: http://aco.ifmo.ru/el_books/numerical_methods/lectures/glava2_2.html (дата обращения: 29.10.2020).
- [2] Свойства интегралов // Томский политехнический университет URL: https://portal.tpu.ru/SHARED/k/KONVAL/Sites/Russian_sites/Calc1-ru/12/05.htm (дата обращения: 29.10.2020).
- [3] Programmer's Manual // flat assembler URL: <https://flatassembler.net/docs.php?article=manual> (дата обращения: 29.10.2020).

Приложение А

Листинг программы

; Ахаладзе Мария, БПИ193
; Разработать программу численного интегрирования функции $y=a+b*x^3$
(задаётся целыми числами a,b)
; в определённом диапазоне целых (задаётся так же) методом трапеций
(шаг 1)

format PE console

entry start

include 'win32a.inc'

;-----

section '.data' data readable writable

stringA db 'Input parameter a: ', 0

stringB db 'Input parameter b: ', 0

stringLowerLimit db 'Input a lower integral limit: ', 0

stringUpperLimit db 'Input an upper integral limit: ', 0

stringScanningInteger db '%d', 0

stringOutput db 'Integral value: %d', 0

stringInputError db 'Error, the input parameters must be between %d and
%d, the program execution is completed', 10, 0

stringLimitError db 'Error, an upper limit must be greater than a lower limit, the program execution is completed', 10, 0

lowerLimit dd 0 ; Нижний предел интегрирования

upperLimit dd 0 ; Верхний предел интегрирования

loopCounter dd 0 ; Счетчик цикла

temp dd 0 ; Временная переменная для вычисления значения функции $ax + bx^3$

sum dd 0 ; Сумма площадей трапеций

limitSum dd 0 ; Сумма значений функции $ax + bx^3$ в lowerLimit и upperLimit

a dd 0 ; Параметр a функции

b dd 0 ; Параметр b функции

maxParameterValue dd 1000 ; Максимально допустимое значение параметра

minParameterValue dd -1000 ; Минимально допустимое значение параметра

maxLimitValue dd 50 ; Максимально допустимое значение предела интегрирования

minLimitValue dd -50 ; Минимально допустимое значение предела интегрирования

;------

section '.code' code readable executable

start:

call ParameterAInput ; Ввод параметра a

call ParameterBInput ; Ввод параметра b

call LowerLimitInput ; Ввод нижнего предела интегрирования

call UpperLimitInput ; Ввод верхнего предела интегрирования

call CheckZero

call IntegralCalculation ; Вычисление значения интеграла

push [sum] ; Вносим в стек значение интеграла

push stringOutput ; Вносим в стек строку, выводющую

результат

call [printf] ; Выводим значение интеграла

finish: ; Метка окончания программы

call [getch]

push 0

call [ExitProcess]

;-----

```

proc ParameterAInput      ; Ввод параметра a

    push stringA          ; Вносим в стек строку, уведомляющую о вводе
параметра a
    call [printf]         ; Выводим строку
    add esp, 4            ; Удаление аргумента со стека

    push a                ; Вносим в стек переменную-параметр a
    push stringScanningInteger ; Вносим в стек строку, в которую вводится
значение a
    call [scanf]          ; Считываем значение
    add esp, 8            ; Удаление аргументов со стека

    mov eax, [a]          ; Заносим значение a в регистр для проверки
корректности значения
    call CheckParameterInput ; Проверка корректности значения
параметра, записанного в eax

    ret

endp
;-----
-----
-----

proc ParameterBInput      ; Ввод параметра b

    push stringB          ; Вносим в стек строку, уведомляющую о вводе
параметра b
    call [printf]         ; Выводим строку
    add esp, 4            ; Удаление аргумента со стека

```

```

    push b                ; Вносим в стек переменную-параметр b
    push stringScanningInteger ; Вносим в стек строку, в которую вводится
значение b
    call [scanf]          ; Считываем значение
    add esp, 8             ; Удаление аргументов со стека

    mov eax, [b]           ; Заносим значение b в регистр для проверки
корректности значения
    call CheckParameterInput ; Проверка корректности значения
параметра, записанного в eax

    ret

endp
;-----
-----
-----

proc LowerLimitInput      ; Ввод нижнего предела интегрирования

    push stringLowerLimit ; Вносим в стек строку, уведомляющую о
вводе нижнего предела интегрирования
    call [printf]          ; Выводим строку
    add esp, 4             ; Удаление аргумента со стека

    push lowerLimit        ; Вносим в стек переменную-нижний предел
интегрирования
    push stringScanningInteger ; Вносим в стек строку, в которую вводится
значение
    call [scanf]           ; Считываем значение

```

add esp, 8 ; Удаление аргументов со стека

mov eax, [lowerLimit] ; Заносим значение lowerLimit в регистр для проверки корректности значения

call CheckLimitInput ; Проверка корректности значения предела интегрирования, записанного в eax

ret

endp

;------

proc UpperLimitInput ; Ввод верхнего предела интегрирования

push stringUpperLimit ; Вносим в стек строку, уведомляющую о вводе верхнего предела интегрирования

call [printf] ; Выводим строку

add esp, 4 ; Удаление аргумента со стека

push upperLimit ; Вносим в стек переменную-верхний предел интегрирования

push stringScanningInteger ; Вносим в стек строку, в которую вводится значение

call [scanf] ; Считываем значение

add esp, 8 ; Удаление аргументов со стека

mov eax, [upperLimit] ; Заносим значение upperLimit в регистр

cmp eax, [lowerLimit] ; Сравниваем eax со значением нижнего предела интегрирования

jl Error ; Верхний предел интегрирования должен быть не
меньше нижнего

call CheckLimitInput ; Проверка корректности значения предела
интегрирования, записанного в eax
ret

Error:

push stringLimitError ; Вносим в стек строку, уведомляющую об
ошибке

call [printf] ; Выводим строку

jmp finish ; Переходим к метке окончания программы

endp

proc CheckParameterInput ; Проверка, что введенное значение
параметра находится в допустимом диапазоне

cmp eax, [maxParameterValue] ; Сравниваем eax с максимальным
допустимым значением параметра

jg ParameterValueError ; Переход к метке об ошибке, если eax
больше

cmp eax, [minParameterValue] ; Сравниваем eax с минимальным
допустимым значением параметра

jl ParameterValueError ; Переход к метке об ошибке, если eax
меньше

ret

ParameterValueError:

push [maxParameterValue] ; Помещаем в стек максимально
допустимое значение параметра

push [minParameterValue] ; Помещаем в стек минимально
допустимое значение параметра

push stringInputError ; Помещаем в стек строку, уведомляющую
об ошибке

call [printf] ; Выводим строку

jmp finish ; Переходим к метке окончания программы

endp

;------

proc CheckLimitInput ; Проверка, что введенное значения предела
интегрирования находится в допустимом диапазоне

cmp eax, [maxLimitValue] ; Сравниваем eax с максимальным
допустимым значением предела интегрирования

jg LimitValueError ; Переход к метке об ошибке, если eax больше

cmp eax, [minLimitValue] ; Сравниваем eax с минимальным
допустимым значением предела интегрирования

jl LimitValueError ; Переход к метке об ошибке, если eax меньше

ret

LimitValueError:

push [maxLimitValue] ; Помещаем в стек максимально допустимое
значение предела интегрирования

push [minLimitValue] ; Помещаем в стек минимально допустимое
значение предела интегрирования

push stringInputError ; Помещаем в стек строку, уведомляющую об
ошибке

call [printf] ; Выводим строку

jmp finish ; Переходим к метке окончания программы

endp

;------

proc CheckZero ; Проверка частного случая, когда $f(x) = 0$

mov eax, [a] ; Заносим в стек значение параметра a

cmp eax, 0 ; Сравниваем с нулем

jne exitCheck ; Если равенство не выполняется, функция не
имеет вид $f(x) = 0$

mov eax, [b] ; Заносим в стек значение параметра b

cmp eax, 0 ; Сравниваем с нулем

jne exitCheck ; Если равенство не выполняется, функция не
имеет вид $f(x) = 0$

push 0 ; Функция имеет вид $f(x) = 0$, значит, интеграл равен нулю

push stringOutput ; Вносим в стек строку, выводящую результат

call [printf] ; Выводим значение интеграла

jmp finish ; Переходим к метке окончания программы

exitCheck:

ret

endp

proc FunctionValue ; Вычисление значения функции $ax + bx^3$, где значение x записано в ebx

mov [temp], ebx ; Помещаем ebx в значение $temp$ для того, чтобы корректно посчитать возведение в степень

imul ebx, [temp] ; Умножаем ebx на значение $temp$ (получается значение выражения вида $x * x$)

imul ebx, [temp] ; Умножаем ebx на значение $temp$ (получается значение выражения вида $(x * x) * x$)

imul ebx, [b] ; Умножаем ebx на значение параметра b (получается значение выражения вида $b * x^3$)

add ebx, [a] ; Складываем ebx со значением параметра a (получается значение выражения вида $a + b * x^3$)

ret

endp

```

;-----
-----
-----

proc IntegralCalculation      ; Вычисление значения интеграла методом
трапеций

    mov ecx, [upperLimit]    ; Помещаем значение нижнего предела
интегрирования в ecx

    cmp ecx, [lowerLimit]    ; Сравниваем ecx со значением верхнего
предела интегрирования

    je exitCalculation       ; Если пределы интегрирования равны, то
интеграл равен нулю и нет необходимости вычислять значение кодом ниже

    sub ecx, [lowerLimit]    ; Количество итераций вычислим как разность
верхнего и нижнего пределов интегрирования,

    sub ecx, 1               ; после чего вычтем 1 (т.к. в цикле считаются
значения функции строго внутри границ)

    cmp ecx, 0               ; Сравнение ecx с нулем

    je calculateLimitValues ; Если ecx = 0, то в цикле 0 итераций, нужно
сразу перейти к вычислению значений функции в граничных точках

    mov ebx, [upperLimit]    ; Помещаем значение верхнего предела
интегрирования в ebx, чтобы приравнять через него upperLimit и loopCounter

    mov [loopCounter], ebx

calculationLoop:             ; Цикл, в котором вычисляется сумма значений
функции на промежутке (lowerLimit; upperLimit)

    xor ebx, ebx             ; Очистка ebx

```

sub [loopCounter], 1 ; С каждой итерацией берем аргументом функции число, на 1 меньшее предыдущего (начиная с upperLimit - 1)

mov ebx, [loopCounter] ; Помещаем это значение в ebx

call FunctionValue ; Вызываем процедуру для вычисления значения функции, аргумент которой равен loopCounter, значение записывается в ebx

add [sum], ebx ; Прибавляем ebx к сумме площадей трапеций
sum

loop calculationLoop

calculateLimitValues:

mov ebx, [lowerLimit] ; Помещаем в ebx значение нижнего предела интегрирования

call FunctionValue ; Вызываем процедуру для вычисления значения функции, аргумент которой равен lowerLimit, значение записывается в ebx

add [limitSum], ebx ; Прибавляем ebx к сумме значений функции в граничных точках limitSum

xor ebx, ebx

mov ebx, [upperLimit] ; Помещаем в ebx значение верхнего предела интегрирования

call FunctionValue ; Вызываем процедуру для вычисления значения функции, аргумент которой равен upperLimit, значение записывается в ebx

add [limitSum], ebx ; Прибавляем ebx к сумме значений функции
в граничных точках limitSum

xor edx, edx ; Очищаем edx перед делением
mov eax, [limitSum] ; Помещаем значение limitSum в eax для
деления

mov ebx, 2 ; Помещаем в ebx 2, т.к. необходимо limitSum
поделить на 2

cdq ; Преобразовываем eax удвоением размера с помощью
расширения старшего бита eax на edx

idiv ebx ; Делим на 2, результат хранится в eax

add [sum], eax ; Прибавляем eax к общей сумме значений
функции

exitCalculation: ; Выход из процедуры вычисления интеграла

ret

endp

;-----

section '.idata' import data readable

library kernel, 'kernel32.dll',\
msvcrt, 'msvcrt.dll',\
user32, 'USER32.DLL'

import kernel,\
ExitProcess, 'ExitProcess'

```
import msvcrt,\n    printf, 'printf',\n    scanf, 'scanf',\n    getch, '_getch'
```