Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

Факультет компьютерных наук

Ахаладзе Мария Мерабиевна, БПИ193(2)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА К МИКРОПРОЕКТУ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «АРХИТЕКТУРА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ»

студента образовательной программы «Программная инженерия» по направлению подготовки <u>09.03.04 Программная инженерия</u>

Руководитель:

профессор департамента программной инженерии Легалов А. И.

Постановка задания

Разработать программу численного интегрирования функции $y = a \cdot x + b \cdot x^3$ (задаётся целыми числами a, b) в определённом диапазоне целых (задаётся так же) методом трапеций (шаг 1).

Описание расчетных методов

Согласно [1], интеграл функции f(x) методом трапеций вычисляется по формуле (1):

$$\int_{a}^{b} f(x)dx \approx h \cdot \left(\frac{f_{1} + f_{N}}{2} + f_{2} + \dots + f_{N-1}\right),\tag{1}$$

где h – размер шага,

 $f_1 = f(a)$,

 $f_N = f(b)$.

По условию задания, h = 1. В таком случае задача сводится к тому, чтобы вычислить сумму значений функции в точках, принадлежащих промежутку (a; b) с шагом 1, и сложить ее со средним арифметическим f(a) и f(b).

Частным случаем является равенство границ интегрирования, тогда без вычислений можно считать, согласно свойству 6 из [2], интеграл равным нулю.

Другим частным случаем является равенство а и b нулю, тогда функция, как и ее интеграл, тоже всегда равны нулю.

В общем случае задача решается следующим образом:

- 1. Определяется количество итераций цикла как b-a-1, т.к. в цикле вычисляется сумма значений функции в точках, находящихся в диапазоне от a+1 до b-1 включительно. Если оно равно нулю, переход в пункт 4.
- 2. Стартовое значение аргумента равно b.
- 3. В цикле на каждой итерации повторяются следующие операции:
 - 3.1. Значение аргумента к уменьшается на 1.

- 3.2. К переменной sum, отведенной под сумму площадей трапеций, прибавляется f(k).
- 4. В переменную limitSum, отведенную под сумму значений функции в крайних точках, прибавляются значения f(a) и f(b).
- 5. К переменной sum прибавить limitSum / 2.

Описание переменных

Входные данные хранятся в следующих переменных:

- значение параметра a B a;
- значение параметра b B b;
- значение нижнего предела интегрирования в lowerLimit;
- значение верхнего предела интегрирования в upperLimit.

Областью допустимых значений для параметров а и b являются целые числа, принадлежащие отрезку [-1000; 1000].

Областью допустимых значений для пределов интегрирования lowerLimit и upperLimit являются целые числа, принадлежащие отрезку [-50; 50], причем upperLimit ≥ lowerLimit.

Границы допустимых значений хранятся в следующих переменных:

- минимально допустимое значение для а и b в minParameterValue (равно -1000);
- максимально допустимое значение для а и b-в maxParameterValue (равно 1000);
- минимально допустимое значение для lowerLimit и upperLimit в minLimitValue (равно -50);
- минимально допустимое значение для lowerLimit и upperLimit в maxLimitValue (равно 50).

Промежуточные данные хранятся в следующих переменных:

- счетчик цикла в loopCounter;
- значение аргумента для возведения в степень (в процедуре вычисления значения функции) в temp;

• сумма значений функции в крайних точках – в limitSum.

Выходными данными является целое число, хранящееся в переменной sum – сумме площадей всех трапеций.

Реализация программы

В программе используются следующие процедуры без параметров: ParameterAInput, ParameterBInput, LowerLimitInput, UpperLimitInput, CheckZero, IntegralCalculation, CheckParameterInput, CheckLimitInput, FunctionValue.

Процедуры ParameterAInput, ParameterBInput, LowerLimitInput, UpperLimitInput используются для ввода значений параметров а, b нижнего и верхнего пределов соответственно. После ввода значение записывается в регистр еах и вызывается соответствующая процедура проверки корректности значения. В процедуре UpperLimitInput перед этим еще происходит сравнение верхнего и нижнего пределов интегрирования, если первый меньше второго, то ввод считается некорректным и программа завершает выполнение.

Процедуры CheckParameterInput и CheckLimitInput проверяют, находится ли значение параметра и предела интегрирования соответственно в допустимых диапазонах. Регистр еах поочередно сравнивается с крайними допустимыми значениями параметра и предела интегрирования соответственно, в случае некорректности программа завершает выполнение.

Процедура CheckZero проверяет, равны ли нулю оба параметра функции (в таком случае интеграл тоже равен нулю, частный случай). Значения параметров а и в записываются поочередно в регистр еах, который сравнивается с нулем.

Процедура FunctionValue вычисляет значение функции с заданным аргументом. Его значение хранится в регистре ebx, значение функции сохраняется в него же.

Процедура IntegralCalculation вычисляет значение интеграла функции с помощью цикла (если итераций больше нуля), в котором вызывается

FunctionValue для всех точек диапазона (a;b) и ebx прибавляется к переменной sum, и отдельного вызова FunctionValue для точек а и b, после чего полученные значения суммируются в переменную limitSum. Затем через записывание limitSum в регистр еах производится деление на 2 и еах прибавляется к переменной sum.

Программа была реализована с использованием информации (об инструкциях loop, cdq, работе esp) из [3]. Листинг программы представлен в приложении A.

Тестирование программы

Результат тестирования случая, когда а и b принадлежат промежутку (-1000; 1000) (неграничный случай), границы пределов принадлежат промежутку (-50; 50) (неграничный случай) приведен на рисунке 1.

Рисунок 1 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда а = 1000 (граничный случай), b = 1000 (граничный случай), нижний предел равен -50 (граничный случай), верхний предел равен 50 (граничный случай), приведен на рисунке 2.

Рисунок 2 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда a = -1000 (граничный случай), b = -1000 (граничный случай), приведен на рисунке 3.

```
■ H:\fasmw17325\practice\Integral.EXE

Input parameter a: -1000
Input parameter b: -1000
Input a lower integral limit: 0
Input an upper integral limit: 50
Integral value: -1563175000
```

Рисунок 3 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда a = -1000 (граничный случай), b = -1000 (граничный случай), нижний предел равен -50 (граничный случай), верхний предел равен 50 (граничный случай), приведен на рисунке 4.

Рисунок 4 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда нижний и верхний предел одновременно равны -50 (граничный случай) приведен на рисунке 5.

Рисунок 5 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда нижний и верхний предел одновременно равны 50 (граничный случай) приведен на рисунке 6.

```
    Input parameter a: 1
    Input parameter b: 2
    Input a lower integral limit: 50
    Input an upper integral limit: 50
    Integral value: 0
```

Рисунок 6 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда a=0 ($f(x)=bx^3$), приведен на рисунке 7.

```
Input parameter a: 0
Input parameter b: 600
Input a lower integral limit: -15
Input an upper integral limit: 10
Integral value: -6112500
```

Рисунок 7 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда b=0 (f(x)=a), приведен на рисунке 8.

Рисунок 8 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда пределы интегрирования равны, приведен на рисунке 9.

Рисунок 9 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда a=b=1000, нижний предел равен 0, верхний предел равен 50 (максимально возможное значение функции при данных ограничениях входных данных), приведен на рисунке 10.

```
Input parameter a: 1000
Input parameter b: 1000
Input a lower integral limit: 0
Input an upper integral limit: 50
Integral value: 1563175000
```

Рисунок 10 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда a = b = -1000, нижний предел равен 0, верхний предел равен 50 (минимально возможное значение функции при данных ограничениях входных данных), приведен на рисунке 11.

Рисунок 11 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда оба параметра равны нулю (f(x) = 0), приведен на рисунке 12.

```
Input parameter a: 0
Input parameter b: 0
Input a lower integral limit: 1
Input an upper integral limit: 2
Integral value: 0
```

Рисунок 12 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда a > 1000 (некорректный ввод), приведен на рисунке 13.

Рисунок 13 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда a < -1000 (некорректный ввод), приведен на рисунке 14.



Рисунок 14 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда b > 1000 (некорректный ввод), приведен на рисунке 15.



Рисунок 15 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда b < -1000 (некорректный ввод), приведен на рисунке 16.

Рисунок 16 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда нижний предел больше 50 (некорректный ввод), приведен на рисунке 17.

```
Input parameter a: 1
Input parameter b: 1
Input a lower integral limit: 51
Error, the input parameters must be between -50 and 50, the program execution is completed
```

Рисунок 17 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда нижний предел меньше -50 (некорректный ввод), приведен на рисунке 18.

```
Input parameter a: 1
Input parameter b: 1
Input a lower integral limit: -51
Error, the input parameters must be between -50 and 50, the program execution is completed
```

Рисунок 18 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда верхний предел больше 50 (некорректный ввод), приведен на рисунке 19.

```
Input parameter a: 1
Input parameter b: 1
Input a lower integral limit: -50
Input an upper integral limit: 51
Error, the input parameters must be between -50 and 50, the program execution is completed
```

Рисунок 19 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда верхний предел меньше -50 (некорректный ввод), приведен на рисунке 20.

```
Input parameter a: 1
Input parameter b: 1
Input a lower integral limit: 1
Input an upper integral limit: -51
Error, an upper limit must be greater than a lower limit, the program execution is completed
```

Рисунок 20 – Результат тестирования

Результат тестирования случая, когда верхний предел больше нижнего, приведен на рисунке 21.

Рисунок 21 – Результат тестирования

Библиографический список

- [1] Учебное пособие по курсу "Численные методы в оптике" // Университет ИТМО URL: http://aco.ifmo.ru/el_books/numerical_methods/lectures/glava2_2.html (дата обращения: 29.10.2020).
- [2] Свойства интегралов // Томский политехнический университет URL: https://portal.tpu.ru/SHARED/k/KONVAL/Sites/Russian_sites/Calc1-ru/12/05.htm (дата обращения: 29.10.2020).
- [3] Programmer's Manual // flat assembler URL: https://flatassembler.net/docs.php?article=manual (дата обращения: 29.10.2020).

Приложение А

Листинг программы

	; Ахаладзе Мария, БПИ193			
	; Разработать программу численного интегрирования функции $y=a+b*x3$			
зада	ётся целыми числами a,b)			
	; в определённом диапазоне целых (задаётся так же) методом трапеций			
шаг	1)			
	format PE console			
	entry start			
	include 'win32a.inc'			
	;			
	section '.data' data readable writable			
	stringA db 'Input parameter a: ', 0			
	stringB db 'Input parameter b: ', 0			
	stringLowerLimit db 'Input a lower integral limit: ', 0			
	stringUpperLimit db 'Input an upper integral limit: ', 0			
	stringScanningInteger db '%d', 0			
	stringOutput db 'Integral value: %d', 0			
	stringInputError db 'Error, the input parameters must be between %d and			

%d, the program execution is completed', 10, 0

stringLimitError db 'Error, an upper limit must be greater than a lower limit, the program execution is completed', 10,0

	lowerLimit	dd 0	; Нижний предел интегрирования
	upperLimit	dd 0	; Верхний предел интегрирования
	loopCounter	dd 0	; Счетчик цикла
	temp	dd 0	; Временная переменная для вычисления
значения функции ax + bx^3			

sum	dd 0	; Сумма площадей трапеций
limitSum	dd 0	; Сумма значений функции ax + bx^3 в
lowerLimit и upperLimit		

a	dd 0	; Параметр а функции
b	dd 0	; Параметр в функции

maxParameterVal	ue dd 1000	; Максимально допустимое
значение параметра		
minParameterValu	dd -1000	; Минимально допустимое
значение параметра		

	maxLimitValue	dd 50	; Максимально допустимое значение
предела	интегрирования		
	minLimitValue	dd -50	; Минимально допустимое значение
предела	интегрирования		

•		
,		

section '.code' code readable executable

start	·•.	
	call ParameterAInput	; Ввод параметра а
	call ParameterBInput	; Ввод параметра b
	call LowerLimitInput	; Ввод нижнего предела интегрирования
	call UpperLimitInput	; Ввод верхнего предела интегрирования
	call CheckZero	
	call IntegralCalculation	on ; Вычисление значения интеграла
	push [sum] push stringOutput	; Вносим в стек значение интеграла ; Вносим в стек строку, выводящую
результат	call [printf]	; Выводим значение интеграла
finis	sh:	; Метка окончания программы
	call [getch]	
	push 0	
	call [ExitProcess]	
;		

push stringA ; Вносим в стек строку, уведомляющую о вводе параметра а call [printf] ; Выводим строку add esp, 4 ; Удаление аргумента со стека push a ; Вносим в стек переменную-параметр а push stringScanningInteger; Вносим в стек строку, в которую вводится значение а call [scanf] ; Считываем значение add esp, 8 ; Удаление аргументов со стека mov eax, [a] ; Заносим значение а в регистр для проверки корректности значения call CheckParameterInput ; Проверка корректности значения параметра, записанного в еах ret endp proc ParameterBInput ; Ввод параметра b push stringB ; Вносим в стек строку, уведомляющую о вводе параметра b call [printf] ; Выводим строку

; Удаление аргумента со стека

add esp, 4

ргос ParameterAInput ; Ввод параметра а

```
push b
                        ; Вносим в стек переменную-параметр в
       push stringScanningInteger; Вносим в стек строку, в которую вводится
значение b
       call [scanf] ; Считываем значение
       add esp, 8 ; Удаление аргументов со стека
       mov eax, [b]
                            ; Заносим значение b в регистр для проверки
корректности значения
       call CheckParameterInput ; Проверка корректности значения
параметра, записанного в еах
     ret
     endp
     proc LowerLimitInput ; Ввод нижнего предела интегрирования
       push stringLowerLimit ; Вносим в стек строку, уведомляющую о
вводе нижнего предела интегрирования
       call [printf]
                        ; Выводим строку
       add esp, 4 ; Удаление аргумента со стека
       push lowerLimit
                             ; Вносим в стек переменную-нижний предел
интегрирования
       push stringScanningInteger; Вносим в стек строку, в которую вводится
значение
```

; Считываем значение

call [scanf]

```
mov eax, [lowerLimit]
                              ; Заносим значение lowerLimit в регистр для
проверки корректности значения
       call CheckLimitInput
                               ; Проверка корректности значения предела
интегрирования, записанного в еах
     ret
     endp
     proc UpperLimitInput
                              ; Ввод верхнего предела интегрирования
       push stringUpperLimit ; Вносим в стек строку, уведомляющую о
вводе верхнего предела интегрирования
       call [printf]
                         ; Выводим строку
       add esp, 4
                         ; Удаление аргумента со стека
       push upperLimit
                             ; Вносим в стек переменную-верхний предел
интегрирования
       push stringScanningInteger; Вносим в стек строку, в которую вводится
значение
       call [scanf]
                         ; Считываем значение
        add esp, 8
                         ; Удаление аргументов со стека
       mov eax, [upperLimit]
                              ; Заносим значение upperLimit в регистр
       cmp eax, [lowerLimit]
                                 ; Сравниваем еах со значением нижнего
предела интегрирования
```

; Удаление аргументов со стека

add esp, 8

```
; Верхний предел интегрирования должен быть не
       jl Error
меньше нижнего
       call CheckLimitInput ; Проверка корректности значения предела
интегрирования, записанного в еах
       ret
    Error:
       push stringLimitError ; Вносим в стек строку, уведомляющую об
ошибке
                       ; Выводим строку
       call [printf]
       imp finish
                       ; Переходим к метке окончания программы
    endp
     ·,------
._____
    proc CheckParameterInput
                                 ; Проверка, что введенное значение
параметра находится в допустимом диапазоне
       cmp eax, [maxParameterValue] ; Сравниваем eax с максимальным
допустимым значением параметра
       jg Parameter Value Error ; Переход к метке об ошибке, если еах
больше
       cmp eax, [minParameterValue] ; Сравниваем eax с минимальным
допустимым значением параметра
       jl Parameter Value Error ; Переход к метке об ошибке, если еах
меньше
```

ParameterValueError:

	push [maxParameterVal	ue] ; Помещаем в стек максимально
допусти	мое значение параметра	a e e e e e e e e e e e e e e e e e e e
	push [minParameterVal	ue] ; Помещаем в стек минимально
допусти	мое значение парметра	
	push stringInputError	; Помещаем в стек строку, уведомляющую
об ошиб	бке	
	call [printf]	; Выводим строку
	jmp finish	; Переходим к метке окончания программы
en	dp	
;		
		
_	_	; Проверка, что введенное значения предела
интегри	рования находится в до	пустимом диапазоне
	[-1]
	•	alue] ; Сравниваем еах с максимальным
допусти	мым значением предела	
	jg LimitValueError	; Переход к метке об ошибке, если еах больше
	ome our farial imital	
	-	alue] ; Сравниваем еах с минимальным
допусти	мым значением предела	
	JI LimitValueError	; Переход к метке об ошибке, если еах меньше

имеет вид f(x) = 0

LimitValueError:

push [maxLimitValue] ; Помещаем в стек максимально допустимое значение предела интегрирования push [minLimitValue] ; Помещаем в стек минимально допустимое значение предела интегрирования push stringInputError ; Помещаем в стек строку, уведомляющую об ошибке call [printf] ; Выводим строку jmp finish ; Переходим к метке окончания программы endp ; Проверка частного случая, когда f(x) = 0proc CheckZero mov eax, [a] ; Заносим в стек значение параметра а cmp eax, 0 ; Сравниваем с нулем ine exitCheck ; Если равенство не выполняется, функция не имеет вид f(x) = 0mov eax, [b] ; Заносим в стек значение параметра в cmp eax, 0 ; Сравниваем с нулем ine exitCheck ; Если равенство не выполняется, функция не

```
push 0
                        ; Функция имеет вид f(x) = 0, значит, интеграл равен
нулю
        push stringOutput
                             ; Вносим в стек строку, выводящую результат
        call [printf]
                         ; Выводим значение интеграла
       jmp finish
                          ; Переходим к метке окончания программы
     exitCheck:
         ret
     endp
     proc FunctionValue ; Вычисление значения функции ax + bx^3, где
значение х записано в еbх
        mov [temp], ebx ; Помещаем ebx в значение temp для того, чтобы
корректно посчитать возведение в степень
        imul ebx, [temp]
                            ; Умножаем еbх на значение temp (получается
значение выражения вида х * х)
        imul ebx, [temp] ; Умножаем ebx на значение temp (получается
значение выражения вида (x * x) * x)
        imul ebx, [b]
                       ; Умножаем еbх на значение параметра b (получается
значение выражения вида b * x^3
        add ebx, [a]
                             ; Складываем ebx со значением параметра а
(получается значение выражения вида a + b * x^3)
     ret
     endp
```

proc IntegralCalculation ; Вычисление значения интеграла методом трапеций mov ecx, [upperLimit] ; Помещаем значние нижнего предела интегрирования в есх cmp ecx, [lowerLimit] ; Сравниваем есх со значением верхнего предела интегрирования ; Если пределы интегрирования равны, то je exitCalculation интеграл равен нулю и нет необходимости вычислять значение кодом ниже sub ecx, [lowerLimit]; Количество итераций вычислим как разность верхнего и нижнего пределов интегрирования, sub ecx, 1 ; после чего вычтем 1 (т.к. в цикле считаются значения функции строго внутри границ) cmp ecx, 0 ; Сравнение есх с нулем je calculateLimitValues ; Если ecx = 0, то в цикле 0 итераций, нужно сразу перейти к вычислению значений функции в граничных точках mov ebx, [upperLimit] ; Помещаем значение верхнего предела интегрирования в ebx, чтобы приравнять через него upperLimit и loopCounter mov [loopCounter], ebx calculationLoop: ; Цикл, в котором вычисляется сумма значений функции на промежутке (lowerLimit; upperLimit)

; Очистка евх

xor ebx, ebx

sub [loopCounter], 1 ; С каждой итерацией берем аргументом функции число, на 1 меньшее предыдущего (начиная с upperLimit - 1) mov ebx, [loopCounter] ; Помещаем это значение в ebx

call FunctionValue ; Вызываем процедуру для вычисления значения функции, аргумент которой равен loopCounter, значение записывается в ebx

add [sum], ebx ; Прибавляем ebx к сумме площадей трапеций sum

loop calculationLoop

calculateLimitValues:

mov ebx, [lowerLimit] ; Помещаем в ebx значение нижнего предела интегрирования

call FunctionValue ; Вызываем процедуру для вычисления значения функции, аргумент которой равен lowerLimit, значение записывается в ebx

add [limitSum], ebx ; Прибавляем ebx к сумме значений функции в граничных точках limitSum

xor ebx, ebx

mov ebx, [upperLimit] ; Помещаем в ebx значение верхнего предела интегрирования

call FunctionValue ; Вызываем процедуру для вычисления значения функции, аргумент которой равен upperLimit, значение записывается в ebx

```
в граничных точках limitSum
                           ; Очищаем edx перед делением
         xor edx, edx
         mov eax, [limitSum] ; Помещаем значение limitSum в еах для
деления
         mov ebx, 2
                             ; Помещаем в ebx 2, т.к. необходимо limitSum
поделить на 2
                      ; Преобразовываем еах удвоением размера с помощью
         cdq
расширения старшего бита еах на еdх
                         ; Делим на 2, результат хранится в еах
         idiv ebx
         add [sum], eax
                               ; Прибавляем еах к общей сумме значений
функции
     exitCalculation:
                            ; Выход из процедуры вычисления интеграла
     ret
     endp
     section '.idata' import data readable
     library kernel, 'kernel32.dll',\
           msvcrt, 'msvcrt.dll',\
            user32, 'USER32.DLL'
       import kernel,\
           ExitProcess, 'ExitProcess'
```

add [limitSum], ebx ; Прибавляем ebx к сумме значений функции

```
import msvcrt,\
    printf, 'printf',\
    scanf, 'scanf',\
    getch, '_getch'
```