1 2013.5.22.

$\theta = 1/2$

$\Omega^2 = \{(\omega_1,\omega_1),(\omega_1,\omega_2),\cdots\}$

	X：表の出る枚数	確率
$\omega_4' =$ 裏 裏 (ω_2,ω_2)	0	$1/4$
$\omega_3' =$ 裏 表 (ω_2,ω_1)	1	$1/4$
$\omega_2' =$ 表 裏 (ω_1,ω_2)	1	$1/4$
$\omega_1' =$ 表 表 (ω_1,ω_1)	2	$1/4$

直積事象

$\Omega^2 \ni x$

$X(x)$

$P(x)$

事象系

X	0	1	2
確率	$1/4$	$1/2$	$1/4$

確率変数の分布

$P_X(a) = P(X^{-1}(a))$

$P_X(0) = P(X^{-1}(0)) = P(\{\omega_4'\}) = \frac{1}{4}$

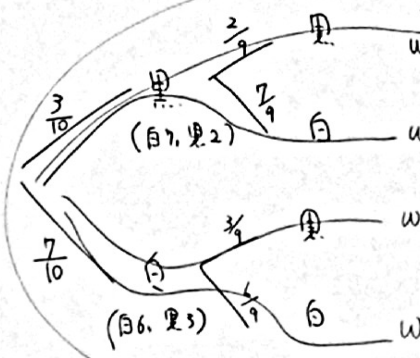
$P_X(1) = P(X^{-1}(1)) = P(\{\omega_2', \omega_3'\}) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

例題1

白：7こ

黒：3こ

X：白玉がでる個数



ω_1 $0 = X(\omega_1)$ $\frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = P(\omega_1)$

ω_2 $1 = X(\omega_2)$ $\frac{3}{10} \cdot \frac{7}{9} = P(\omega_2)$

ω_3 $1 = X(\omega_3)$ $\frac{7}{10} \cdot \frac{3}{9} = P(\omega_3)$

ω_4 $2 = X(\omega_4)$ $\frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} = P(\omega_4)$

確率

X	0	1	2
P_X	$\frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{1}{15}$	$\frac{3}{10}\cdot\frac{7}{9} + \frac{7}{10}\cdot\frac{3}{9} = \frac{7}{15}$	$\frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{7}{15}$

2

2013.5.22.

X P_X

100本くじ

	賞金	本数	確率
1等	1000円	5本	$\frac{5}{100}$
2〃	500円	10本	$\frac{10}{100}$
3〃	100円	30本	$\frac{30}{100}$
はずれ	—	55本	$\frac{55}{100}$

100本の賞金総額

$$1000\times5+500\times10+100\times30+0\times55=13000$$

$$\frac{13000}{100}=130円$$

← 100枚すべて売りきれるなら1枚 130円より高い金額でくじをつくっておけばもうけがでる

$$=$$

$$1000\times\frac{5}{100}+500\times\frac{10}{100}+100\times\frac{30}{100}+0\times\frac{55}{100}$$ ：期待値

↑ 賞金と確率をかけて足しあわせたもの

X	x_1 ……	x_n
P_X	p_1, ……	p_n

$$E(X)=x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_np_n$$

サイコロ	1	2	3	4	5	6
N回ふった	N_1回	N_2回	N_3回	N_4回	N_5回	N_6回

$$N=N_1+\cdots+N_6$$

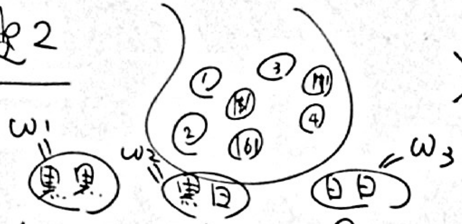
$$出た目の平均=\frac{1\times N_1+2\times N_2+\cdots\cdots+6\times N_6}{N}$$

$$=1\times\frac{N_1}{N}+2\times\frac{N_2}{N}+\cdots\cdots+6\times\frac{N_6}{N}$$

$$\xrightarrow{N\to\infty}1\times p_1+2\times p_2\cdots\cdots+6\times p_6$$ = 期待値

3 2013.5.22.

例題2



2こ同時にとりだす

X：白のでる個数

X	0	1	2
P_X	$\frac{{}_3C_2}{{}_7C_2} = \frac{1}{7}$	$\frac{{}_4C_1 \times {}_3C_1}{{}_7C_2} = \frac{4}{7}$	$\frac{{}_4C_2}{{}_7C_2} = \frac{2}{7}$

$$E(X) = 0 \times \frac{1}{7} + 1 \times \frac{4}{7} + 2 \times \frac{2}{7} = \frac{4}{7} + \frac{4}{7} = \frac{8}{7}$$

$\boxed{\text{分散}}$

X	$x_1 \cdots\cdots$	x_n
P	p_1 ― ―	p_n

$$m = E(X) = x_1 p_1 + \cdots + x_n p_n$$

$$V(X) = (x_1 - m)^2 p_1 + \cdots + (x_n - m)^2 p_n$$

分散

$$= E\big(\underbrace{(X-m)^2}_{\text{確率変数}}\big)$$

この試行を N 回やった

$x_1 \cdots$		x_n
N_1回		N_n回

$$M = \text{平均} = \frac{x_1 N_1 + \cdots + x_n N_n}{N} = x_1 \frac{N_1}{N} + \cdots + x_n \frac{N_n}{N}$$

$\fallingdotseq m$

$$V = \frac{(x_1 - M)^2 N_1 + \cdots + (x_n - M)^2 N_n}{N}$$

4

2013.5.22.

$$V(X) = E\left((X-m)^2\right)$$

$$= (x_1-m)^2 p_1 + \cdots + (x_n-m)^2 p_n$$

X_1, X_2 ：確率変数

$$\begin{cases} E(aX_1) = a\,E(X_1) \\ E(X_1+X_2) = E(X_1)+E(X_2) \end{cases}$$

$$V(X) = E\left((X-m)^2\right)$$

$$= E\left(X^2-2mX+m^2\right)$$

$$= E(X^2)+E(-2mX)+\underbrace{E(m^2)}_{=m^2}$$

固定値

$$= E(X^2) - 2m\,E(X) + m^2$$

$$= E(X^2) - 2E(X)^2 + E(X)^2 = E(X^2) - E(X)^2$$

$m=E(X)$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$ ：標準偏差

正