BBM 205 - Discrete Structures: Midterm 2 Date: 8.12.2016, Time: 16:00 - 17:30

Ad Soyad / Name: Ögrenci No /Student ID:

Question:	1	2	3	4	5	6	7	Total
Points:	12	22	10	10	15	16	15	100
Score:								

1. (12 points) Prove the inequality, which states if x and y are real numbers, then $|x|+|y| \ge |x+y|$. (Her x ve y reel sayısı için $|x|+|y| \ge |x+y|$ eşitsizliğinin doğru olduğunu ispatlayın.)

2. (a) (10 points) Use a proof by contradiction to prove that the product of an irrational number and a rational number is irrational. (Çelişki ile ispat kullanarak irrasyonel ve rasyonel bir sayının çarpımının irrasyonel bir sayı olduğunu gösterin.)

(b) (12 points) Use induction to show that $2^n \ge n^3$ for $n \ge 10$. (Tümevarım kullanarak, her $n \ge 10$ için $2^n \ge n^3$ 'in doğru olduğunu gösterin.)

3. (10 points) Let S_n denote the number of n-bit strings that do not contain the pattern 00. Find a recurrence relation and initial conditions for the sequence $\{S_n\}$. (S_n içinde 00 altdizisini içermeyen n bitlik dizilerin sayısı olsun. $\{S_n\}$ dizisi için bir rekürsif ilişki ve başlangıç koşulları bulun.)

4. (10 points) Use the definition of "f(x) is O(g(x))" to show that $(x^3 + 2x)/(2x + 1)$ is $O(x^2)$. ("f(x)"in O(g(x)) olması" tanımını kullanarak $(x^3 + 2x)/(2x + 1)$ "in $O(x^2)$ olduğunu gösterin.)

5. Give as good a big-O estimate as possible for each of these functions. A good estimate means, for example, if you know a function is both $O(n^3)$ and $O(n^2)$, then $O(n^2)$ is a better estimate than $O(n^3)$. (Asağıdaki fonksiyonlar için olabileceğinin en iyisi büyük-O tahmininde bulunun. En iyi tahmin ile anlatılmak istenen, örneğin bir fonksiyon hem $O(n^3)$ hem $O(n^2)$ ise, o zaman $O(n^2)$ 'nin daha iyi bir tahmin olmasıdır.)

(a) (3 points)
$$(n^2 + 8)(n + 1)$$

(b) (3 points)
$$(n \log n + n^2)(n^3 + 2)$$

(c) (3 points)
$$(n! + 2^n)(n^3 + \log(n^2 + 1))$$

(d) (3 points)
$$(n^3 + n^2 \log n)(\log n + 1) + (17 \log n + 19)(n^3 + 2)$$

(e) (3 points)
$$(n^n + n2^n + 5^n)(n! + 5^n)$$

6. Solve the recurrence relations with the given initial conditions. (Asağıda başlangıç koşulları ile verilmiş rekürsif ilişkiler için çözüm bulun.)

(a) (8 points)
$$a_n = (n-1)a_{n-2}, a_0 = 1, a_1 = 3.$$

(b) (8 points) $a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2}, a_0 = 1, a_1 = 0.$

- 7. (a) (3 points) What is the probability of the event that in a randomly chosen permutation $\{1,2,\ldots,n\}$, where $n\geq 4$, 1 precedes 2 and 2 precedes 4? ($\{1,2,\ldots,n\}$ sayılarının rastgele seçilmiş bir permütasyonunda, $n\geq 4$ için, 1'in 2'den önce (yanyana olması şart değil) ve 2'nin 4'den önce (yanyana olması şart değil) gelme durumunun olasılığı nedir?)
 - (b) (3 points) What is the probability of the event that in a randomly chosen permutation $\{1, 2, ..., n\}$, where $n \ge 4$, 1 immediately precedes 4? ($\{1, 2, ..., n\}$ sayılarının rastgele seçilmiş bir permütasyonunda, $n \ge 4$ için, 1'in 4'den hemen önce (yanyana) gelme olasılığı nedir?)
 - (c) (3 points) Suppose that E and F are events in a sample space and that p(E) = 1/4, p(F) = 3/7 and p(E|F) = 1/3. What is p(F|E)? (Diyelim ki E ve F bir örnek uzaydaki bağımsız olaylar olsun ve p(E) = 1/4, p(F) = 3/7, p(E|F) = 1/3. O zaman p(F|E) nedir?)
 - (d) (3 points) What is the conditional probability that at least two heads appear when a fair coin is flipped six times, given that the first flip came tails? (Adil bir demir para altı kere atıldığında, ilk atışın yazı geldiği biliniyorsa, en az iki tura gelmesi olasılığı nedir?)
 - (e) (3 points) What is the probability that Alice, Bob and Karen win the first, second and third prize, respectively, in a contest if there are 45 contestants and no one can win more than one prize? (45 kişinin katıldığı ve her yarışmacının en fazla bir ödül alabileceği bir yarışmada katılanlardan Alice'in birincilik, Bob'ın ikincilik ve Karen'in üçüncülük ödülü alması olasılığı nedir?)