

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ»
Дисциплина: «Дискретная математика»

Домашнее задание 1

Исследование комбинационных схем Вариант 181

Выполнил: Мартиросян Тигран Оганнесович,
студент гр. 176

Преподаватель: Авдошин С.М.,
профессор департамента
программной инженерии
факультета компьютерных наук

Москва 2017

$$7X_7 \oplus 186X_6 \oplus 213X_5 \oplus 21X_4 \oplus 238X_3 \oplus 142X_2 \oplus 30X_1 \oplus 191X_0 = 183$$

Переведем коэффициенты уравнения в двоичную систему счисления.

$$7_{10} = 00000111_2, 186_{10} = 10111010_2, 213_{10} = 11010101_2, 21_{10} = 00010101_2, 238_{10} = 11101110_2, 142_{10} = 10001110_2, 30_{10} = 00011110_2, 191_{10} = 10111111_2, 183_{10} = 10110111_2.$$

Составим расширенную матрицу коэффициентов соответствующей системы линейных уравнений в $GF(2)$ и решим систему.

$$\left(\begin{array}{cccccccc|c} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} (6) \oplus = (5) \\ (7) \oplus = (5) \end{array} \quad \left(\begin{array}{cccccccc|c} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} (2) \oplus = (0) \\ (3) \oplus = (0) \\ (4) \oplus = (0) \\ (6) \oplus = (0) \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccccccc|c} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} (0) \oplus = (1) \\ (2) \oplus = (1) \\ (4) \oplus = (1) \\ (5) \oplus = (1) \end{array} \quad \left(\begin{array}{cccccccc|c} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} (5) \oplus = (3) \\ (6) \oplus = (3) \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccccccc|c} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} (1) \oplus = (2) \\ (3) \oplus = (2) \\ (4) \oplus = (2) \\ (5) \oplus = (2) \\ (7) \oplus = (2) \end{array} \quad \left(\begin{array}{cccccccc|c} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} (0) \oplus = (4) \\ (1) \oplus = (4) \\ (2) \oplus = (4) \\ (5) \oplus = (4) \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccccccc|c} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} (0) \oplus = (6) \\ (1) \oplus = (6) \\ (2) \oplus = (6) \\ (3) \oplus = (6) \\ (4) \oplus = (6) \\ (5) \oplus = (6) \\ (7) \oplus = (6) \end{array} \quad \left(\begin{array}{cccccccc|c} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} (1) \oplus = (7) \\ (2) \oplus = (7) \\ (3) \oplus = (7) \\ (4) \oplus = (7) \\ (6) \oplus = (7) \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccccccc|c} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

В описаниях преобразований строки обозначены как (1), (2), ..., (8), а выражение (i)⊕=(j) обозначает «заменить все числа в строке (i) на их сумму по модулю 2 с соответствующими числами строки (j)».

Получаем решение: $X_7 = 1, X_6 = 1, X_5 = 1, X_4 = 0, X_3 = 1, X_2 = 1, X_1 = 0, X_0 = 1$.
Составим таблицу истинности функции F.

A	0	0	0	0	1	1	1	1
B	0	0	1	1	0	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1
F	1	1	1	0	1	1	0	1

Десятичный номер функции F равен $2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^3 + 2^2 + 2^0 = 237$.

№2

Представим таблицу истинности логической функции F в виде карты Карно.

F	0	0	1	1	A
	0	1	1	0	B
0	1	1	0	1	
1	1	0	1	1	
C					

№3

Выполним дизъюнктивны разложения Шеннона логической функции F.

$$\begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ B & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \bar{A} \cdot \begin{pmatrix} B & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} + A \cdot \begin{pmatrix} B & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \bar{A} \cdot (B \mid C) + A \cdot (B \Rightarrow C)$$

$$\begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ B & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \bar{B} \cdot \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + B \cdot \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \bar{B} + B \cdot (A \equiv C)$$

$$\begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ B & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \bar{C} \cdot \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ B & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} + C \cdot \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ B & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \bar{C} \cdot (A \mid B) + C \cdot (A \Leftarrow B)$$

№4

Совершенная дизъюнктивная нормальная форма

$$F(A, B, C) = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC \quad (1)$$

№5

Минимальные дизъюнктивные формы

$$F(A, B, C) = \bar{B} + AC + \bar{A}\bar{C} \quad (2)$$

№6

Из дизъюнктивных разложений получаем новые представления

$$\begin{aligned} F(A, B, C) &= \bar{A} \cdot (B \mid C) \oplus A \cdot (B \Rightarrow C) \\ F(A, B, C) &= \bar{B} \oplus B \cdot (A \equiv C) \\ F(A, B, C) &= \bar{C} \cdot (A \mid B) \oplus C \cdot (A \Leftarrow B) \\ F(A, B, C) &= \bar{A}\bar{B}\bar{C} \oplus \bar{A}\bar{B}C \oplus \bar{A}B\bar{C} \oplus A\bar{B}\bar{C} \oplus A\bar{B}C \oplus ABC \end{aligned}$$

Выполним конъюнктивные разложения Шеннона логической функции **F**.

$$\begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ B & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \left(A + \begin{pmatrix} B & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \right) \cdot \left(\bar{A} + \begin{pmatrix} B & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) = (A + (B | C)) \cdot (\bar{A} + (B \Rightarrow C))$$

$$\begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ B & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \left(B + \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \right) \cdot \left(\bar{B} + \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) = B \cdot (\bar{B} + (A \equiv C))$$

$$\begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ B & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \left(C + \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ B & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \right) \cdot \left(\bar{C} + \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ B & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \right) = (C + (A | B)) \cdot (\bar{C} + (A \Leftarrow B))$$

Совершенная конъюнктивная нормальная форма.

$$F(A, B, C) = (A + \bar{B} + \bar{C}) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + C) \quad (3)$$

Минимальные конъюнктивные нормальные формы.

$$F(A, B, C) = (A + \bar{B} + \bar{C}) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + C) \quad (4)$$

Из конъюнктивных разложений, используя ортогональность, получаем новые представления функции

$$F(A, B, C) = (A + (B | C)) \equiv (\bar{A} + (B \Rightarrow C))$$

$$F(A, B, C) = B \equiv (\bar{B} + (A \equiv C))$$

$$F(A, B, C) = (C + (A | B)) \equiv (\bar{C} + (A \Leftarrow B))$$

$$F(A, B, C) = (A + \bar{B} + \bar{C}) \equiv (\bar{A} + \bar{B} + C)$$

Вычислим производные логической функции **F**.

$$F'_A(A, B, C) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ B & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}'_A = \begin{pmatrix} B & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} B & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = B$$

$$F'_B(A, B, C) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ B & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}'_B = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = A \oplus C$$

$$F'_C(A, B, C) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ B & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}'_C = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ B & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ B & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 1 & 1 \\ B & 0 & 1 & 0 & 1 \\ F & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = B$$

№12

Разложения Рида логической функции F.

$$\begin{aligned}
 F(A, B, C) &= F(0, B, C) \oplus A \cdot F'_A(A, B, C) = (B \mid C) \oplus A \cdot B \\
 F(A, B, C) &= F(1, B, C) \oplus \bar{A} \cdot F'_A(A, B, C) = (B \Rightarrow C) \oplus \bar{A} \cdot B \\
 F(A, B, C) &= F(A, 0, C) \oplus B \cdot F'_B(A, B, C) = (1 \oplus B) \cdot (A \oplus C) \\
 F(A, B, C) &= F(A, 1, C) \oplus \bar{B} \cdot F'_B(A, B, C) = (A \equiv C) \oplus \bar{B} \cdot (A \oplus C) \\
 F(A, B, C) &= F(A, B, 0) \oplus C \cdot F'_C(A, B, C) = (A \mid B) \oplus C \cdot B \\
 F(A, B, C) &= F(A, B, 1) \oplus \bar{C} \cdot F'_C(A, B, C) = (A \Leftarrow B) \oplus \bar{C} \cdot B
 \end{aligned}$$

№13

Двойственные разложения Рида логической функции F.

$$\begin{aligned}
 F(A, B, C) &= F(0, B, C) \equiv (\bar{A} + \overline{F'_A(A, B, C)}) = (B \mid C) \equiv (\bar{A} + \bar{B}) \\
 F(A, B, C) &= F(1, B, C) \equiv (A + \overline{F'_A(A, B, C)}) = (B \Rightarrow C) \equiv (A + \bar{B}) \\
 F(A, B, C) &= F(A, 0, C) \equiv (\bar{B} + \overline{F'_B(A, B, C)}) = 1 \equiv (\bar{B} + (A \equiv C)) \\
 F(A, B, C) &= F(A, 1, C) \equiv (B + \overline{F'_B(A, B, C)}) = (A \equiv C) \equiv (B + (A \equiv C)) \\
 F(A, B, C) &= F(A, B, 0) \equiv (\bar{C} + \overline{F'_C(A, B, C)}) = (A \mid B) \equiv (\bar{C} + B) \\
 F(A, B, C) &= F(A, B, 1) \equiv (C + \overline{F'_C(A, B, C)}) = (A \Leftarrow B) \equiv (C + B)
 \end{aligned}$$

№14-15

Смешанные производные в табличном и аналитическом виде.

A	0	0	0	0	1	1	1	1
B	0	0	1	1	0	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1
F	1	1	1	0	1	1	0	1
F'_A	0	0	1	1	0	0	1	1
F'_B	0	1	0	1	1	0	1	0
F'_C	0	0	1	1	0	0	1	1
F''_{AB}	1	1	1	1	1	1	1	1
F''_{AC}	0	0	0	0	0	0	0	0
F''_{BC}	1	1	1	1	1	1	1	1
F'''_{ABC}	0	0	0	0	0	0	0	0

$$\begin{aligned}
 F'_A &= B \\
 F'_B &= A \oplus C \\
 F'_C &= B \\
 F''_{AB} &= 1 \\
 F''_{AC} &= 0 \\
 F''_{BC} &= 1 \\
 F'''_{ABC} &= 0
 \end{aligned}$$

№16

Разложим функцию F в ряд Маклорена в базисе $\{1, \oplus, \cdot\}$.

Получим полином Жегалкина.

$$F(A, B, C) = 1 \oplus BC \oplus AB \quad (5)$$

№17

Разложим функцию F в ряд Тейлора в базисе $\{1, \oplus, \cdot\}$.

При разложении будем использовать сокращенную запись $\bar{A} = A \oplus 1, \bar{B} = B \oplus 1, \bar{C} = C \oplus 1$.

$$\begin{aligned}
 (0, 0, 0) : F(A, B, C) &= 1 \oplus BC \oplus AB \\
 (0, 0, 1) : F(A, B, C) &= 1 \oplus B \oplus AB \oplus \bar{B}\bar{C} \\
 (0, 1, 0) : F(A, B, C) &= 1 \oplus A \oplus C \oplus \bar{A}\bar{B} \oplus \bar{B}\bar{C} \\
 (0, 1, 1) : F(A, B, C) &= A \oplus \bar{B} \oplus \bar{C} \oplus \bar{A}\bar{B} \oplus \bar{B}\bar{C} \\
 (1, 0, 0) : F(A, B, C) &= 1 \oplus B \oplus \bar{A}\bar{B} \oplus BC \\
 (1, 0, 1) : F(A, B, C) &= 1 \oplus \bar{A}\bar{B} \oplus \bar{B}\bar{C} \\
 (1, 1, 0) : F(A, B, C) &= \bar{A} \oplus \bar{B} \oplus C \oplus \bar{A}\bar{B} \oplus \bar{B}\bar{C} \\
 (1, 1, 1) : F(A, B, C) &= 1 \oplus \bar{A} \oplus \bar{C} \oplus \bar{A}\bar{B} \oplus \bar{B}\bar{C}
 \end{aligned}$$

№18

Разложим функцию **F** в ряд Маклорена в базисе $\{0, \equiv, +\}$.

$$F(A, B, C) = B \equiv (A + C) \equiv (A + B + C) \quad (6)$$

№19

Разложим функцию **F** в ряд Тейлора в базисе $\{0, \equiv, +\}$.

При разложении будем использовать сокращенную запись $\overline{A} = A \equiv 0, \overline{B} = B \equiv 0, \overline{C} = C \equiv 0$.

$$\begin{aligned} (1, 1, 1) : F(A, B, C) &= B \equiv (A + C) \equiv (A + B + C) \\ (1, 1, 0) : F(A, B, C) &= 0 \equiv (A + \overline{C}) \equiv (A + B + \overline{C}) \\ (1, 0, 1) : F(A, B, C) &= A \equiv \overline{B} \equiv C \equiv (A + C) \equiv (A + \overline{B} + C) \\ (1, 0, 0) : F(A, B, C) &= A \equiv \overline{C} \equiv (A + \overline{C}) \equiv (A + \overline{B} + \overline{C}) \\ (0, 1, 1) : F(A, B, C) &= 0 \equiv (\overline{A} + C) \equiv (\overline{A} + B + C) \\ (0, 1, 0) : F(A, B, C) &= B \equiv (\overline{A} + \overline{C}) \equiv (\overline{A} + B + \overline{C}) \\ (0, 0, 1) : F(A, B, C) &= \overline{A} \equiv C \equiv (\overline{A} + C) \equiv (\overline{A} + \overline{B} + C) \\ (0, 0, 0) : F(A, B, C) &= \overline{A} \equiv \overline{B} \equiv \overline{C} \equiv (\overline{A} + \overline{C}) \equiv (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}) \end{aligned}$$

№20

Выразим функцию **F** с помощью минимального количества операций.

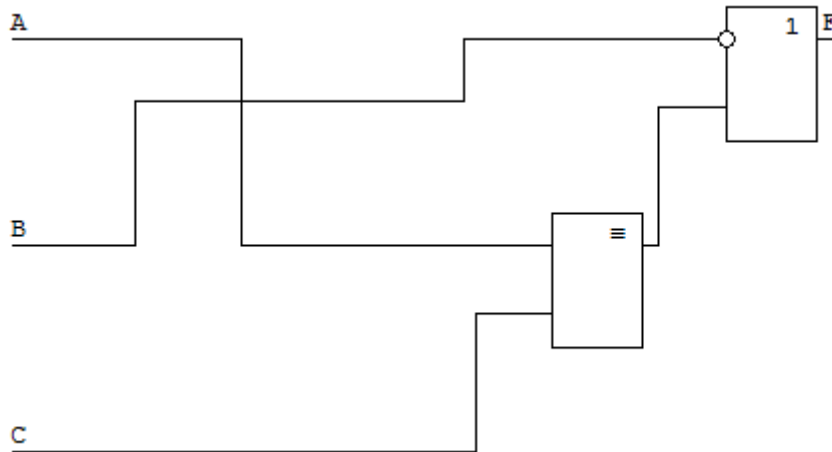
Из минимальной дизъюнктивной нормальной формы полученной в №9, выразим функцию F с помощью двух операций.

$$F(A, B, C) = \overline{B} + \overline{A}\overline{C} + AC = \overline{B} + (A \equiv C) = B \Rightarrow (A \equiv C)$$

Используя законы двойного отрицания и де Моргана, получаем:

$$F(A, B, C) = \overline{B} + \overline{A}\overline{C} + AC = \overline{\overline{\overline{\overline{B}} + \overline{A}\overline{C} + AC}} = \overline{\overline{B} \cdot (A \oplus C)} = B \mid (A \oplus C)$$

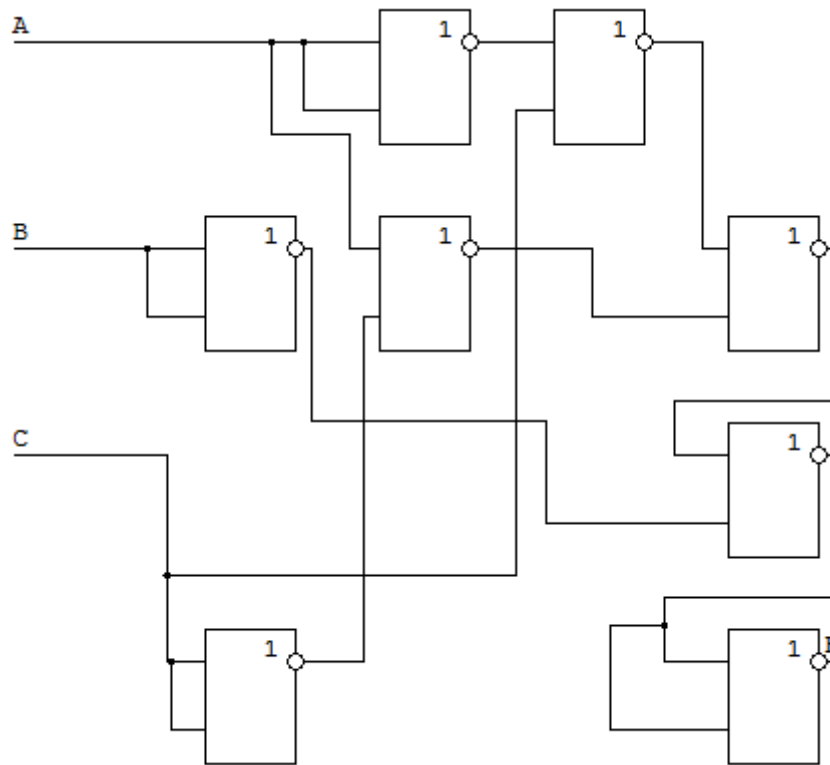
Для реализации в программе Winlogica комбинационной схемы используем первое полученно аналитическое представление функции F.



Получим аналитические представления функции **F** в каждом из семнадцати базисов, соответствующие минимальному количеству блоков комбинационной схемы.

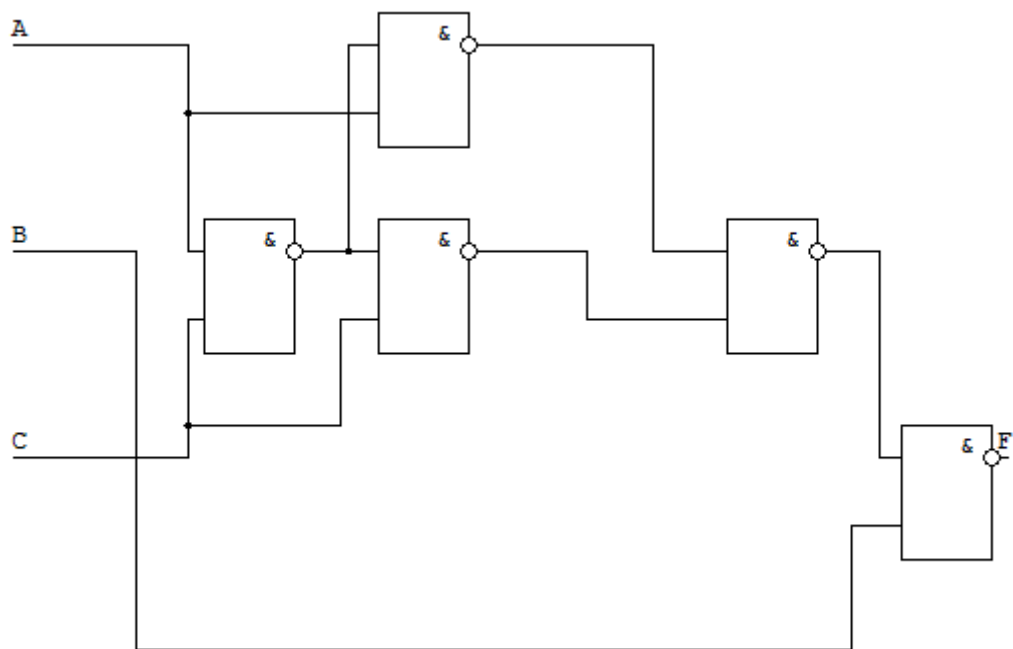
21.1 В базисе $\{\circ\}$ отрицание можно выразить одним блоком, объединив два входа в один.

$$F(A, B, C) = \overline{B} + \overline{A}C + AC = \overline{B} + ((\overline{A} + C) \cdot (A + \overline{C})) = \overline{B} + ((\overline{A} + C) + (A + \overline{C})) = \overline{B} + (((A \circ A) \circ C) \circ (A \circ (C \circ C))) = \overline{(B \circ B) \circ (((A \circ A) \circ C) \circ (A \circ (C \circ C)))}$$



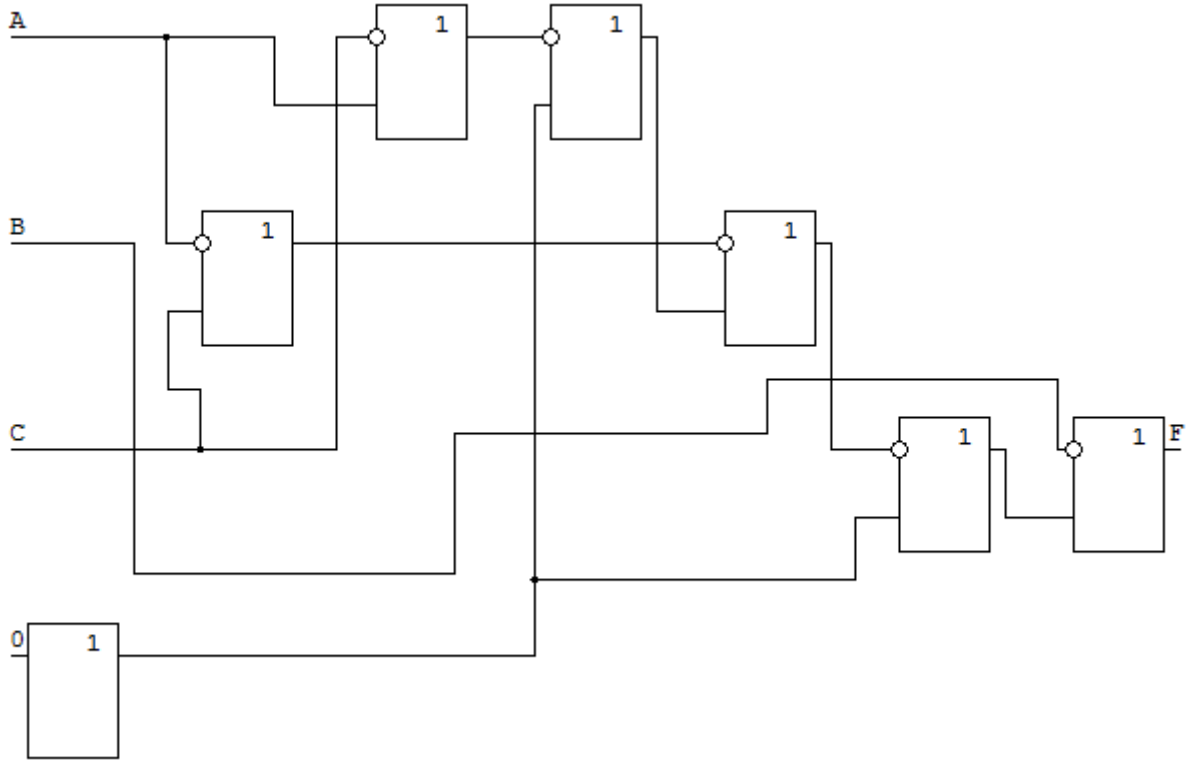
21.2 В базисе $\{\mid\}$ отрицание можно выразить одним блоком, объединив два входа в один. Будем преобразовывать минимальную дизъюнктивную форму, полученную в №5.

$$F(A, B, C) = \overline{B} + \overline{A}\overline{C} + AC = \overline{CA + \overline{C}\overline{A}} \mid B = \overline{(CA + \overline{C}) \cdot (CA + \overline{A})} \mid B = \\ = ((\overline{CA + \overline{C}}) \mid (\overline{CA + \overline{A}})) \mid B = ((\overline{CA} \cdot \overline{C}) \mid (\overline{CA} \cdot \overline{A})) \mid B = (((C \mid A) \mid C) \mid ((C \mid A) \mid A)) \mid B$$



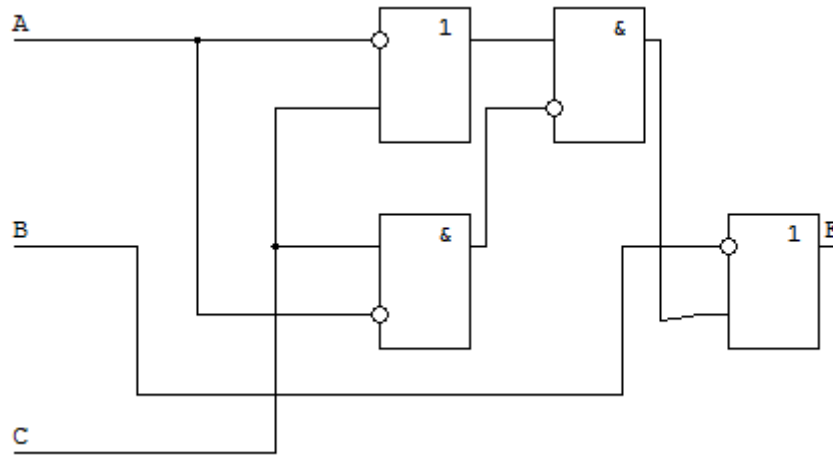
21.3 Найдём аналитическое представление функции F в базисе $\{0, \Rightarrow\}$. Будем преобразовывать минимальную дизъюнктивную форму, полученную в №5.

$$\begin{aligned} F(A, B, C) &= \overline{B} + AC + \overline{A}\overline{C} = \overline{B} + (A \equiv C) = B \Rightarrow (\overline{(\overline{A} + C)} \cdot \overline{(A + \overline{C})} + 0) = B \Rightarrow (\overline{((\overline{A} + C) \cdot (A + \overline{C}))} \Rightarrow 0) = \\ &= B \Rightarrow (\overline{((\overline{A} + C) + (A + \overline{C}))} \Rightarrow 0) = B \Rightarrow (((A \Rightarrow C) \Rightarrow ((C \Rightarrow A) \Rightarrow 0)) \Rightarrow 0) \end{aligned}$$



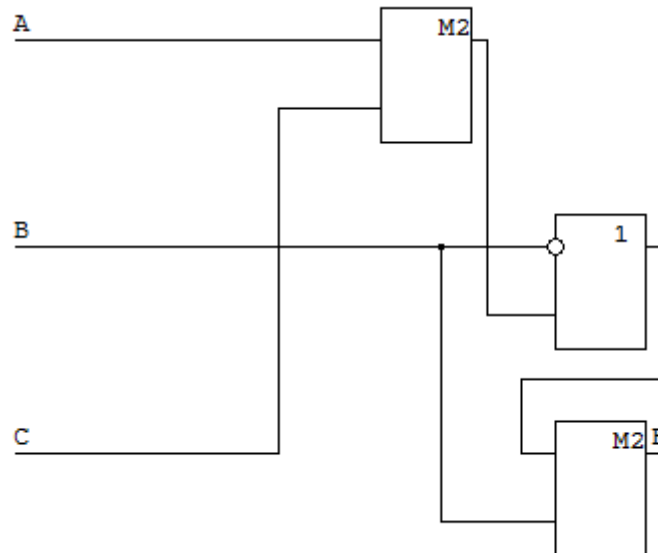
21.5 Найдём аналитическое представление функции F в базисе $\{\Rightarrow, \nRightarrow\}$.
 Будем преобразовывать минимальную дизъюнктивную форму, полученную в №5.

$$F(A, B, C) = \overline{B} + AC + \overline{A}\overline{C} = B \Rightarrow ((\overline{A} + C) \cdot \overline{(C \cdot \overline{A})}) = B \Rightarrow ((A \Rightarrow C) \nRightarrow (C \nRightarrow A))$$



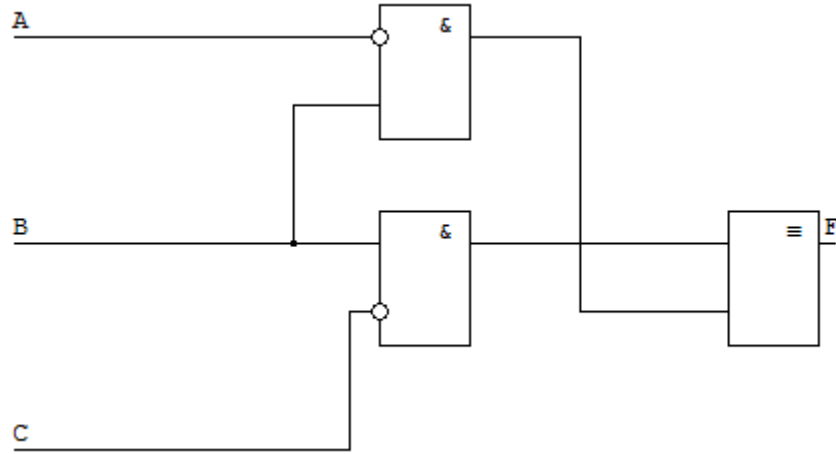
21.6 Найдём аналитическое представление функции F в базисе $\{\oplus, \Rightarrow\}$.
 Будем преобразовывать минимальную дизъюнктивную форму, полученную в №5.

$$F(A, B, C) = \overline{B} + AC + \overline{A}\overline{C} = B \Rightarrow (A \equiv C) = B \Rightarrow (\overline{A \oplus C}) = (B \Rightarrow (\overline{A \oplus C})) \oplus B$$



21.7 Найдём аналитическое представление функции F в базисе $\{\equiv, \nrightarrow\}$.
 Будем преобразовывать минимальную дизъюнктивную форму, полученную в №5.

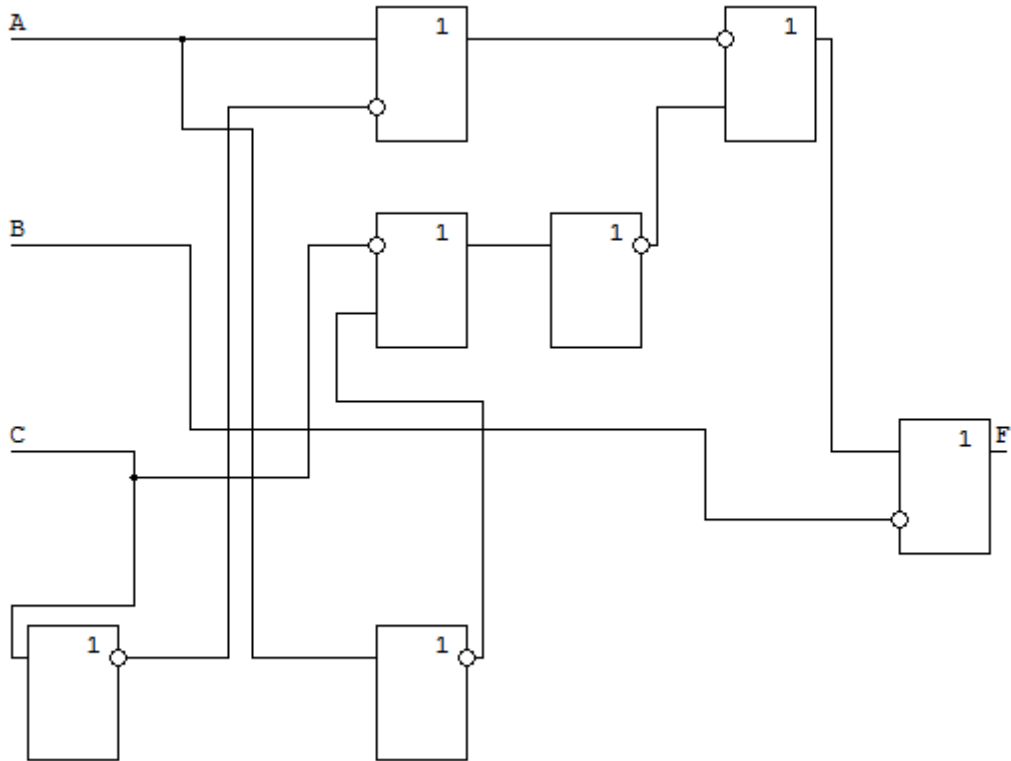
$$F(A, B, C) = \overline{B} + AC + \overline{A}\overline{C} = \overline{B} + (A \equiv C) = AB \equiv CB = (A \nrightarrow \overline{B}) \equiv (C \nrightarrow \overline{B}) = (B \nrightarrow C) \equiv (B \nrightarrow A)$$



21.8 Найдём аналитическое представление функции F в базисе $\{\neg, \Rightarrow\}$.

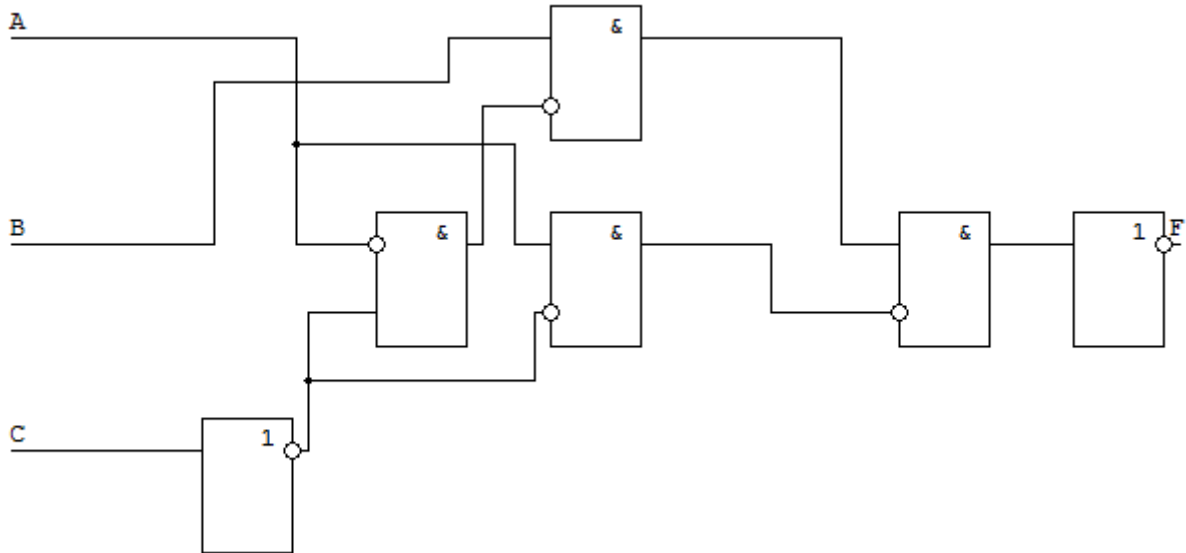
Будем преобразовывать минимальную дизъюнктивную форму, полученную в №5.

$$F(A, B, C) = \overline{B} + AC + \overline{A}\overline{C} = \overline{B} + \overline{\overline{A}\overline{C}} + AC = \overline{B} + (\overline{\overline{C}\overline{A}} \Rightarrow CA) = B \Rightarrow ((C + A) \Rightarrow \overline{\overline{C}\overline{A}}) = B \Rightarrow ((\overline{C} \Rightarrow A) \Rightarrow (\overline{C} \Rightarrow \overline{A}))$$



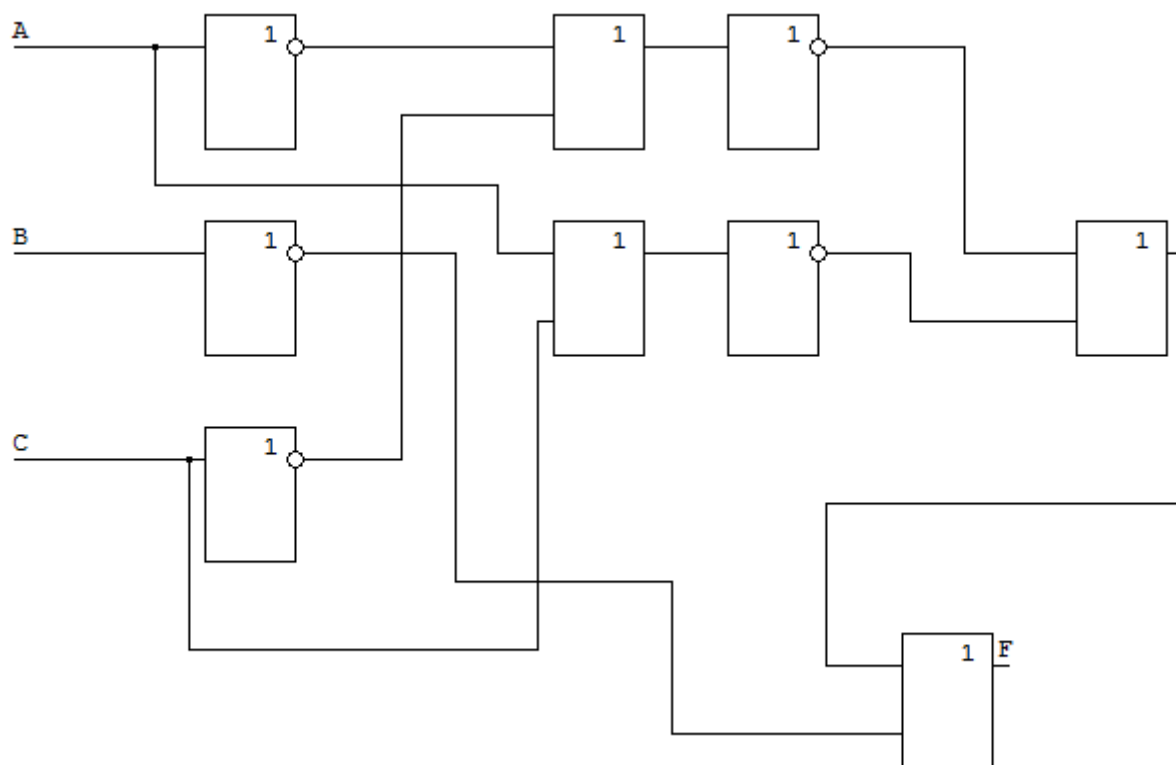
21.9 Найдём аналитическое представление функции F в базисе $\{\neg, \neq\}$.
 Будем преобразовывать минимальную дизъюнктивную форму, полученную в №5.

$$F(A, B, C) = \overline{B} + AC + \overline{A}\overline{C} = \overline{\overline{\overline{\overline{B} + AC + \overline{A}\overline{C}}}} = \overline{\overline{B} + \overline{A}\overline{C}} + AC = \overline{B \cdot (C + A)} + CA = \overline{\overline{\overline{B \cdot (C + A)}}} + CA = \overline{B \cdot (C + A) \cdot (\overline{C} + \overline{A})} = \overline{(B \neq (\overline{C} \neq A)) \cdot (\overline{C} \neq A)} = \overline{(B \neq (\overline{C} \neq A)) \neq (A \neq \overline{C})} =$$



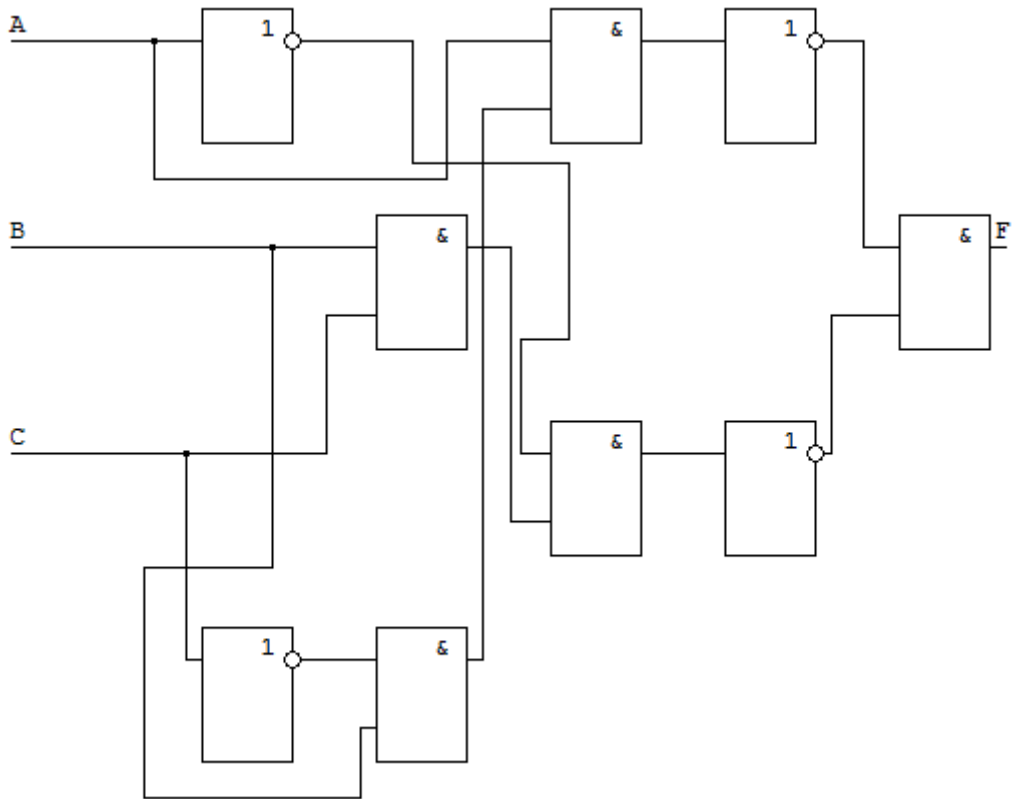
21.10 Найдём аналитическое представление функции F в базисе $\{\neg, +\}$.
 Будем преобразовывать минимальную дизъюнктивную форму, полученную в №5.

$$F(A, B, C) = \overline{B} + AC + \overline{A}\overline{C} == \overline{B} + \overline{A+C} + \overline{\overline{A}+\overline{C}}$$



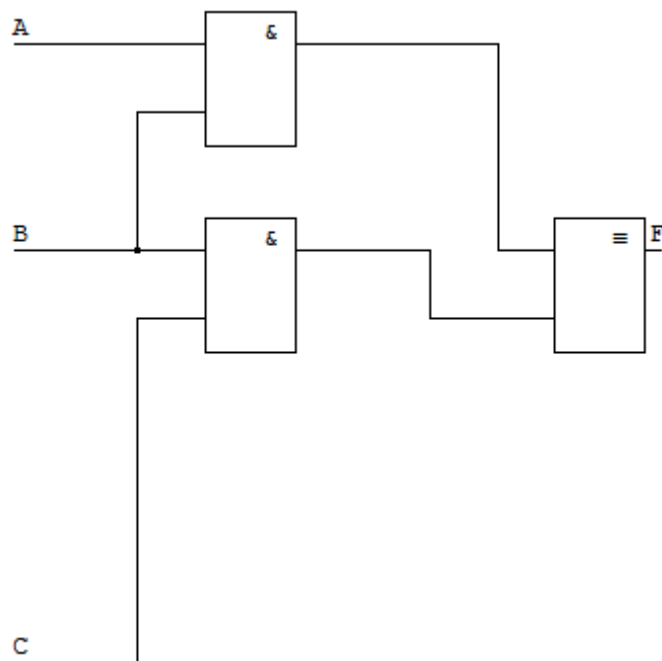
21.11 Найдём аналитическое представление функции F в базисе $\{\neg, \cdot\}$.
 Будем преобразовывать минимальную конъюнктивную форму, полученную в №4.

$$F(A, B, C) = (A + \overline{B} + \overline{C}) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + C) = \overline{\overline{A + (\overline{B} + \overline{C})}} \cdot \overline{\overline{(\overline{A} + \overline{B}) + C}} = \overline{\overline{A \cdot (B \cdot C)}} \cdot \overline{\overline{A \cdot (B \cdot \overline{C})}}$$



21.12 Найдём аналитическое представление функции F в базисе $\{0, \equiv, \cdot\}$.
 Будем преобразовывать минимальную дизъюнктивную форму, полученную в №5.

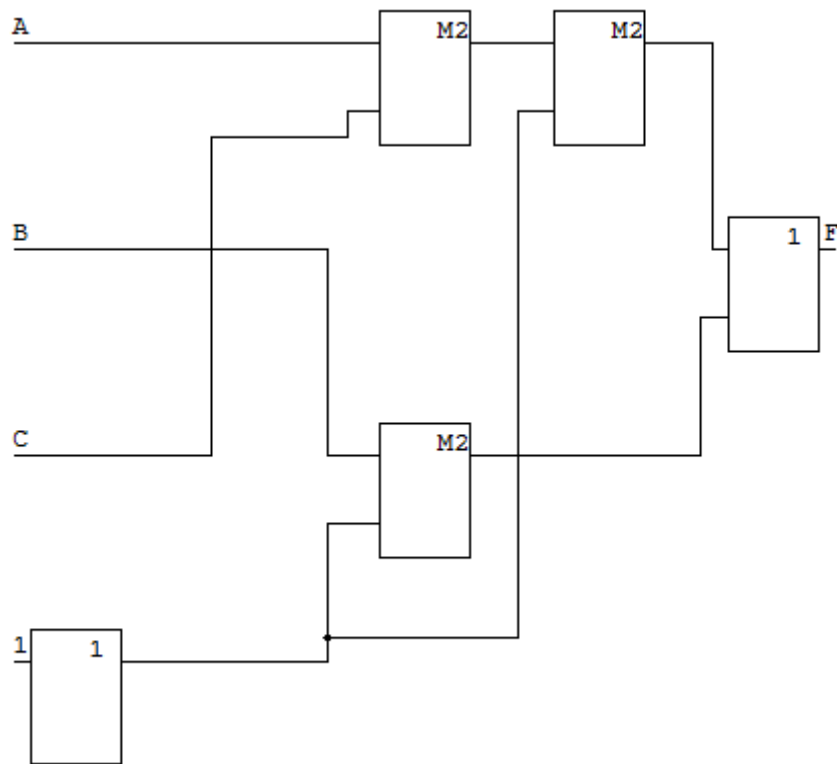
$$F(A, B, C) = \overline{B} + AC + \overline{A}\overline{C} = \overline{B} + (A \equiv C) = \overline{B}B + (AB \equiv CB) = AB \equiv CB$$



21.13 Найдём аналитическое представление функции F в базисе $\{0, \oplus, +\}$.

Будем преобразовывать минимальную дизъюнктивную форму, полученную в №5.

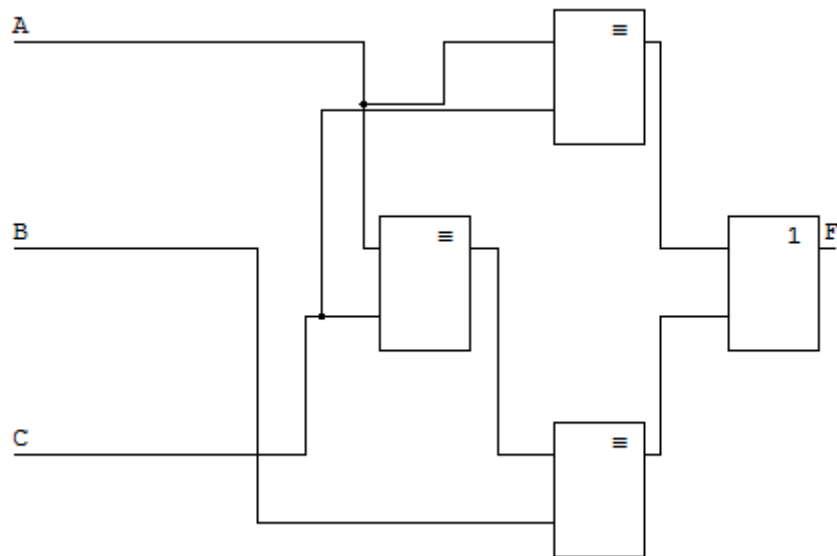
$$F(A, B, C) = \overline{B} + AC + \overline{A}\overline{C} = \overline{B} + (A + C) \cdot \overline{(A + C)} = (1 \oplus B) + \overline{(A + C)} = (1 \oplus B) + ((A \oplus C) \oplus 1)$$



21.14 Найдём аналитическое представление функции F в базисе $\{0, \equiv, +\}$.

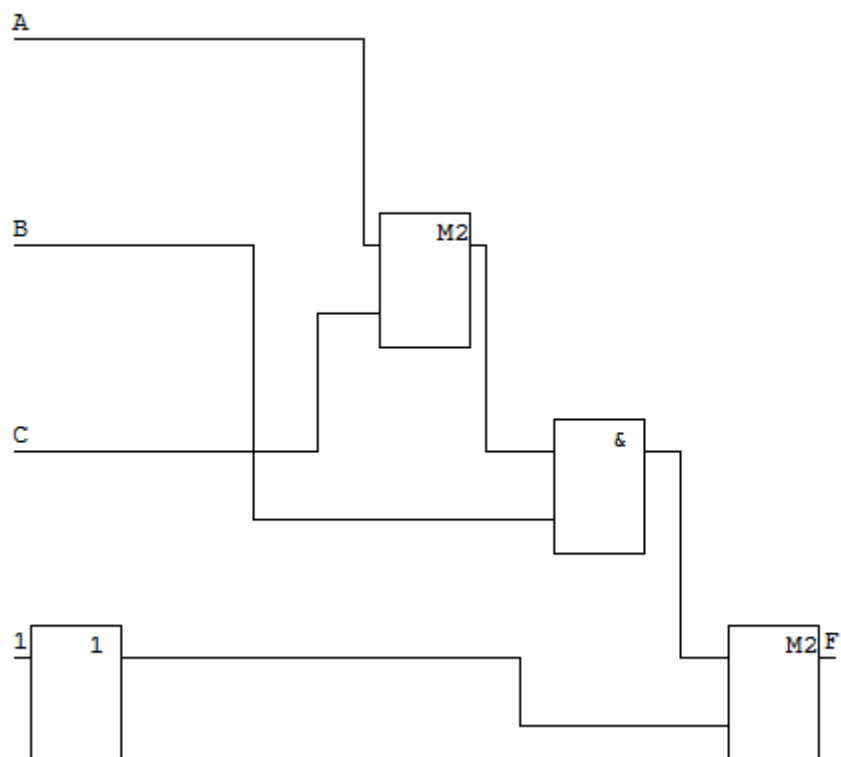
Будем преобразовывать минимальную дизъюнктивную форму, полученную в №5.

$$F(A, B, C) = \overline{B} + AC + \overline{A}\overline{C} = (A \equiv C) + \overline{B} + (A \equiv C) = \overline{(A \oplus C) \cdot B} + (A \equiv C) = ((A \equiv C) \equiv B) + (A \equiv C)$$



21.15 Найдём аналитическое представление функции F в базисе $\{1, \oplus, \cdot\}$.
 Будем преобразовывать минимальную дизъюнктивную форму, полученную в №5.

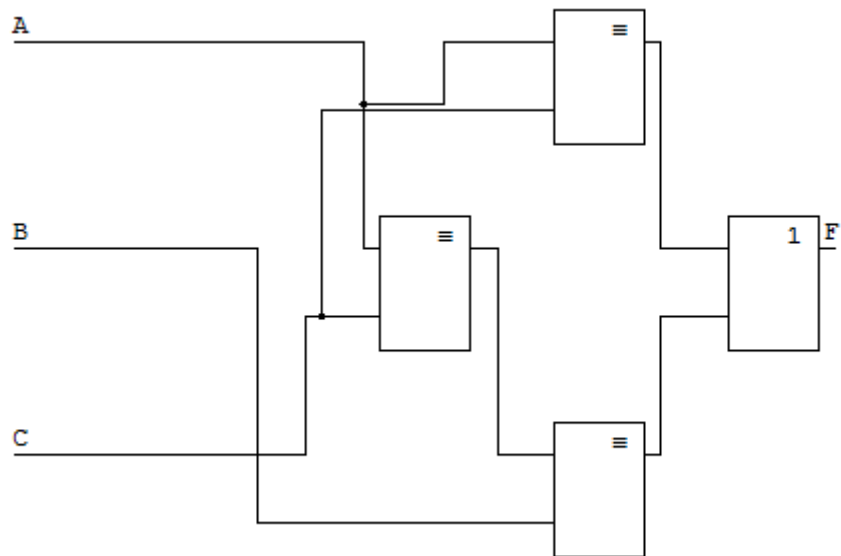
$$F(A, B, C) = \overline{B} + AC + \overline{A}\overline{C} = \overline{\overline{\overline{\overline{B} + AC + \overline{A}\overline{C}}}} = \overline{\overline{B} + \overline{A \oplus C}} = \overline{B \cdot (A \oplus C)} = (B \cdot (A \oplus C)) \oplus 1$$



21.16 Найдём аналитическое представление функции F в базисе $\{\oplus, \equiv, +\}$.

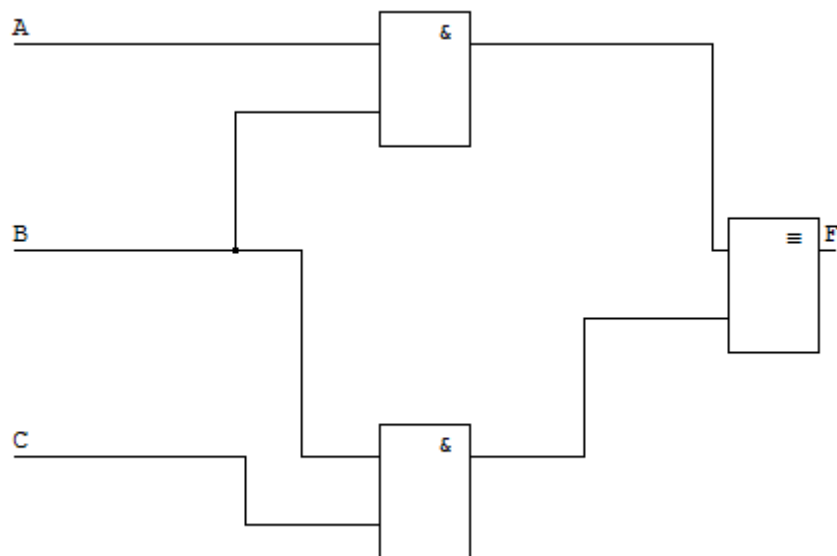
Будем преобразовывать минимальную дизъюнктивную форму, полученную в №5.

$$F(A, B, C) = \overline{B} + AC + \overline{A}\overline{C} = (A \equiv C) + \overline{B} + (A \equiv C) = \overline{(A \oplus C) \cdot B} + (A \equiv C) = ((A \equiv C) \equiv B) + (A \equiv C)$$



21.17 Найдём аналитическое представление функции F в базисе $\{\oplus, \equiv, \cdot\}$. Будем преобразовывать минимальную дизъюнктивную форму, полученную в №5.

$$F(A, B, C) = \overline{B} + AC + \overline{A}\overline{C} = \overline{B} + (A \equiv C) = \overline{B}B + (AB \equiv CB) = AB \equiv CB$$



№22-23

Условия переключения сигнала на выходе схемы, реализующей функцию F, при переключении сигналов на каждой паре ее входов, в табличном и аналитическом виде.

A	0	0	0	0	1	1	1	1
B	0	0	1	1	0	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1
F	1	1	1	0	1	1	0	1
$F'_{(A,B)}$	1	0	0	1	0	1	1	0
$F'_{(A,C)}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$F'_{(B,C)}$	1	0	0	1	0	1	1	0

$$F'_{A,B} = A \oplus (B \equiv C)$$

$$F'_{A,C} = 0$$

$$F'_{B,C} = A \oplus (B \equiv C)$$

№24-25

Условия переключения сигнала на выходе схемы, реализующей функцию F, при переключении сигналов на всех ее входах, в табличном и аналитическом виде.

A	0	0	0	0	1	1	1	1
B	0	0	1	1	0	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1
F	1	1	1	0	1	1	0	1
$F'_{(A,B,C)}$	0	1	0	1	1	0	1	0

$$F'_{A,B,C} = A \oplus C$$

№26

Условия переключения сигнала на выходе схемы, реализующей функцию F, при переключении сигналов на всех ее входах, в табличном и аналитическом виде.

$$F \notin T_0, \text{ т.к. } F(0, 0, 0) = 1$$

$$F \in T_1, \text{ т.к. } F(1, 1, 1) = 1$$

$$F \notin T_*, \text{ т.к. } F(0, 0, 0) = F(1, 1, 1) = 1$$

$$F \notin T_{\leq}, \text{ т.к. } F(1, 0, 0) = 1 > F(1, 1, 0) = 0$$

$$F \notin T_L \text{ т.к. } F(A, B, C) = 1 \oplus AB \oplus BC \text{ содержит нелинейные члены}$$

№27

Выразим через функцию F функции двух переменных. Поскольку $F \in F_1$ то из F с помощью операции суперпозиции нельзя получить никакие функции двух переменных $G \notin T_1$ то есть нельзя получить функции для которых $G(0, 0) = 1$.

$$A \cdot B = F(A, F(A, A, A), F(A, A, B))$$

$$A + B = F(A, F(A, B, B), F(A, B, B))$$

$$A \equiv B = F(A, F(A, A, A), B)$$

$$A \Leftarrow B = F(A, B, B)$$

$$A \Rightarrow B = F(A, A, B)$$

$$1 = F(A, A, A)$$