前六章的总结

许博

第一章从无类型的 λ 演算的说明开始，λ 演算是以函数的行为作为基础的演算，包括变量绑定和替换。并且形式化定义了无类型 λ 演算，包括它的构造规则以及求值规则等，诸如 α 变换以及 β 规约等也都进行了定义。除此了无类型 λ 演算的形式化规则以外，第一章还讨论了这个系统所满足的一些定理和引理，比如不动点定理等等。最后列出了无类型的 λ 演算的积极和消极的方面，积极的方面比如无类型的 λ 演算是图灵完备的，消极的方面比如允许一些没有意义的项的出现等等。

而在第一章引出了无类型的 λ 演算之后，无类型的 λ 演算具有一些缺陷，而这些缺陷基本上都是由于其过于自由导致的，因此引出了类型，为这个系统添加一些限制，类型也在本书的剩余部分起到重要的作用（毕竟书名就是类型理论）。第二章到第六章的部分，每一章都会在之前的系统上进行扩展，以及添加相对应的规则，然后引出一个新的推导系统，这些系统适用的地方不同，所具有的特点也有不同，其中第六章并未引入新的概念，而是将之前引出的系统组合成一个系统。

第二章引出了简单类型的 λ 演算 $\lambda{\rightarrow}$，它是在无类型的 λ 演算的基础上扩展了简单类型，约束了函数的绑定变量的类型，使得在应用时的应用的左右类型相互匹配。本章对只对项的类型做了规定，但在此基础上，引出了类型理论中需要解决的三种问题：Well-typedness, Type Checking 和 Term Finding。除此之外还引出了 PAT-解释，将 λ 演算与逻辑证明相联系。

第三章在 $\lambda{\rightarrow}$ 的基础上扩展了依赖于类型的项，引出了系统 $\lambda 2$，依赖于类型的项可以用来构造不指定具体类型的项。由于类型和项并不处于同一阶，因此 $\lambda 2$ 中存在二阶抽象和应用，并且增加了 Π 类型以表示在类型中可能存在的自由类型变量。

第四章在 $\lambda{\rightarrow}$（而非 $\lambda 2$）的基础上扩展了依赖于类型的类型，引出了系统 $\lambda\underline{\omega}$，在本章中引入了类型构造子以及种类（kind）的概念，对类型的结构进行了抽象。$\lambda\underline{\omega}$ 中依赖于类型的类型和类型处于同一阶，因此不存在

Π 类型。

第五章在 $\lambda\rightarrow$ 的基础上扩展了依赖于项的类型，引出了系统 λP。λP 允许我们形式化谓词，并且根据 PAT-解释，可以通过 λP 构建出最小谓词逻辑。

第六章将第二章到第五章引出的系统综合，引入了 λ 立方体的概念，得到一个具有以上扩展的系统 λC，综合了上述系统的特点。而 λC 作为一个大而全（相对于之前的系统）的推导系统，也是本书剩余部分的基础。