15/16 章读书笔记

许博

1 15 An Elaborated Example

证明略

2 16 Further Perspectives

2.1 λD 的应用

总结类型理论（尤其是 λD）作为一个用于形式化数学的系统时的主要特性：

通过类型理论的数学形式化，*formalisation of mathematics via type theory*

数学的检查，*checking of mathematics* 可以检查不完备的证明或者使用了不合法的逻辑步骤的证明等。

证明发展，*proof development* 可以构建推理的步骤，也即证明的逐步发展，对于开始学习逻辑和数学的学生尤其有帮助。

库，*libraries* 通过命名定义与证明，可以得到一个巨大的环境，也即包含了数学概念和定理的定义的形式化的数学的库。

2.2 基于类型理论的证明助手

类型理论不止可以用于形式化数学，还可以用于编写计算机程序，作为证明助手（proof assistant），交互式地构建定理和证明，最终得到形式化和计算机检查的数学的一个计算机支持的库：

计算机检查的证明，*computer-checked proofs* 通过检查证明的良构与否以及是否可以得到它的类型，来实现通过计算机检查证明。

交互式证明，*interactive proving* 由一个上下文中的一个类型开始，交互式地构建出符合该类型的项，来实现交互式证明。

自动化与策略，*automation and tactics* 在基于类型理论的证明助手中，最重要的可能是使用系统构建项。比如，Coq 系统具有强大的策略以构建证明项，比如 *intros* 等。

技术援助，*technical assistance* 提供“搜索”机制，可以寻找关于给定关系的引理，或者给定形状的引理。

额外的类型理论的特性，*additional type-theoretic features* 比如 Coq 具有归纳类型（inductive types）。

2.3 领域的未来

增加证明助手的使用，*increasing use of proof assistants*

自动化，*automation*

形式化证明的高级解释，*high-level explanation of formal proofs*

循序渐进的证明发展，*step-wise proof development*

证明助手间的导出，*export between proof assistants* 不同证明助手间导出结果，以复用。

教学，*didactics* 用于学生学习逻辑与数学。