

Modelowanie układów przepływowych - Projekt

Jan Szwedo

10 grudnia 2025

1 Opis projektu

Moim celem jest zbadanie wysokości fali tsunami w zależności od kształtu nadbrzeża. Ilość punktów siatki to 400 na 6, przy fizycznych parametrach układu 60m (szerokość) na 2000m (długość). Przy takich warunkach parametry siatki to odpowiednio: $dx = 5m$, $dy = 10m$ z krokiem czasowym $dt = 0.08$. Parametry początkowe to:

- głębokość dna oceanu - $H_{ocean} = 40m$
- głębokość dna przy brzegu - $H_{brzeg} = 2m$
- miejsce w którym zaczyna się nadbrzeże - $x_s = 1400m$
- długość nadbrzeża - $d = 100m$

Samo tsunami zostało zasymulowane przy pomocy funkcji Gaussowskiej i początkowy kształt fali jest dany wzorem:

$$y = A \cdot \exp\left(-\frac{(x - x_0)^2}{2 \cdot \sigma^2}\right) \quad (1)$$

gdzie:

- A - początkowa amplituda fali
- x_0 - początkowe położenie fali
- σ - początkowa szerokość grzbietu fali

Dla tsunami przyjąłem następujące parametry: $A = 3m$, $x_0 = 1000m$, $\sigma = 30m$. Postanowiłem sprawdzić zależność dla 3 różnych kształtów nadbrzeża:

1. funkcja liniowa
2. eksponenta
3. tangens hiperboliczny

W każdej funkcji kształtu dna występuje bezwymiarowy współczynnik skalujący

$$k = \frac{x - x_s}{d} \quad (2)$$

w przypadku funkcji liniowej $k \in [0; 1]$

Wzory na głębokość nadbrzeża dla poszczególnych przypadków są następujące:

1. Funkcja liniowa:

$$h(x) = H_{ocean} - (H_{ocean} - H_{brzeg}) \cdot k \quad (3)$$

2. Funkcja wykładnicza:

$$h(x) = H_{brzeg} + (H_{ocean} - H_{brzeg}) \cdot \exp(-a \cdot k) \quad (4)$$

3. Tangens hiperboliczny:

$$h(x) = H_{brzeg} + (H_{ocean} - H_{brzeg}) \cdot b \cdot (c - \tanh(a \cdot k)) \quad (5)$$

gdzie współczynniki a , b oraz c mogą być wprowadzone przez użytkownika, ja je ustawiłem na: $a = 1$, $b = 0.5$, $c = 1$

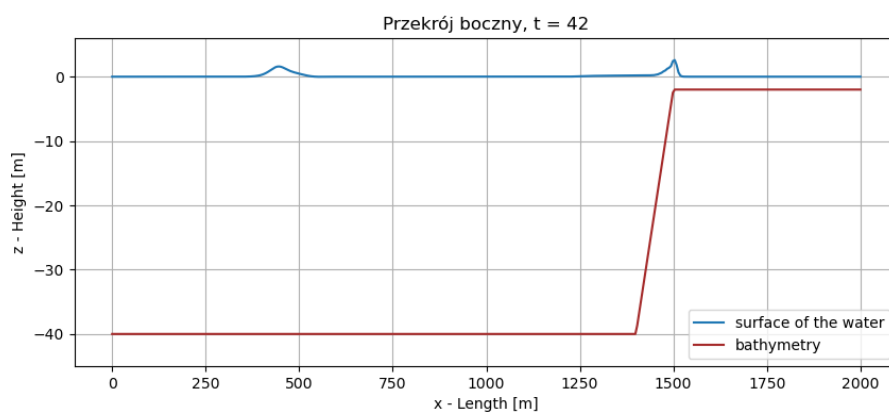
2 Wyniki i wykresy

Poniżej przedstawiam wyniki zebrane w jedną tabelę

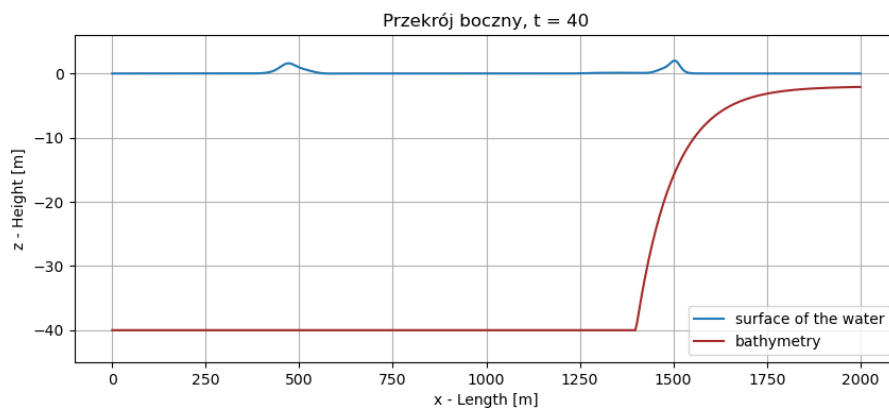
Przypadek	Wysokość [m]	Krok czasowy
f. Liniowa	2.588	42
Eksponenta	2.023	40
Tangens hiperboliczny	2.546	45

Tabela 1: tabela z otrzymanymi wynikami

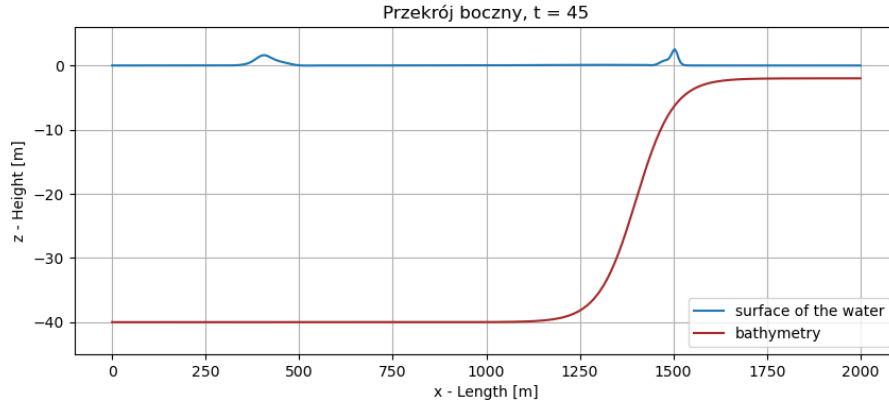
Przekroje 2D w w momentach uderzenia fali o nadbrzeże wyglądają następująco



Rysunek 1: Moment uderzenia fali w nadbrzeże dla funkcji liniowej



Rysunek 2: Moment uderzenia fali w nadbrzeże dla funkcji eksponencjalnej



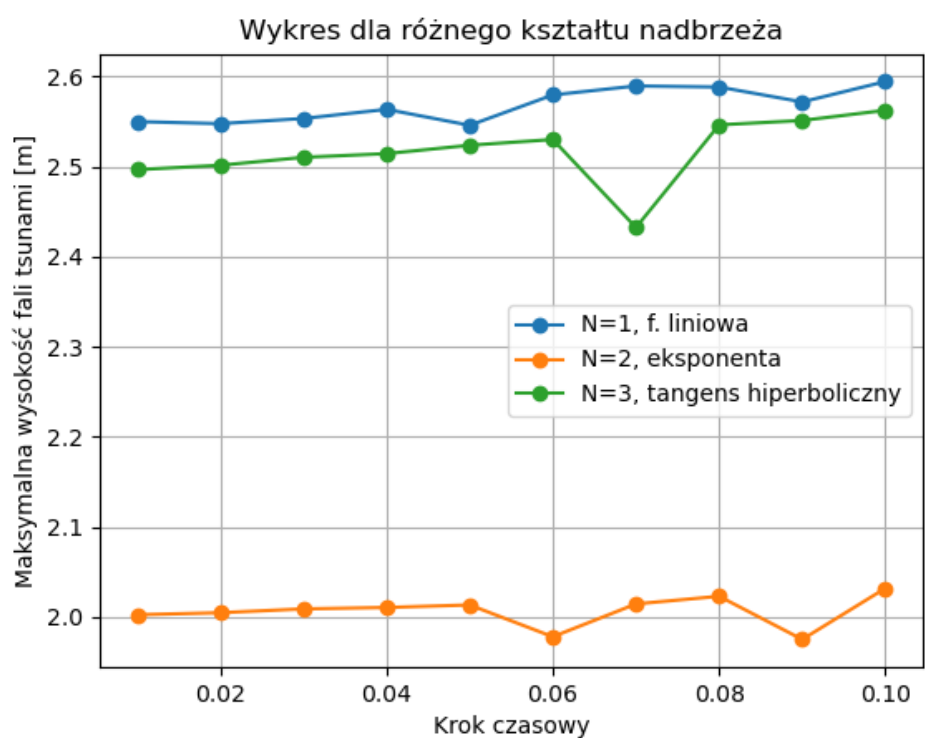
Rysunek 3: Moment uderzenia fali w nadbrzeże dla tangensa hiperbolicznego

W następnej kolejności zwiększyłem rozdzielczość kroku czasowego dwukrotnie, z $dt = 0.08$ na $dt = 0.04$ pozostawiając resztę parametrów bez zmian. Po uzyskaniu wyników powróciłem do oryginalnego $dt = 0.08$ i zwiększyłem rozdzielczość oczka siatki dx dwukrotnie poprzez zwiększenie $nx = 400$ na $nx = 800$. Poniżej zebrałem wszystkie otrzymane wyniki w tabelę

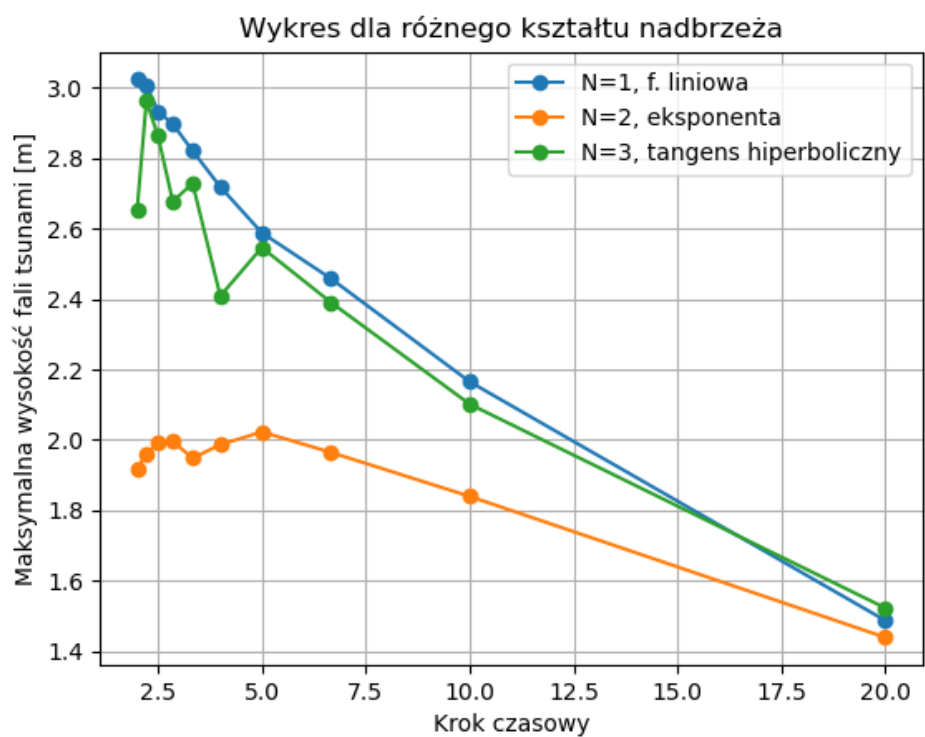
	dt=0.08 dx=5m		dt=0.04 dx=5m		dt=0.08 dx=2.5m	
Przypadek	Wysokość [m]	Krok czasowy	Wysokość [m]	Krok czasowy	Wysokość [m]	Krok czasowy
f. liniowa	2.588	42	2.563	84	2.933	46
eksponenta	2.023	40	2.011	80	1.992	39
tangens hiperboliczny	2.546	45	2.514	90	2.864	44

Można zauważyć, że po zwiększeniu rozdzielczości czasowej, krok otrzymania największej wali jest dwa razy większy, co jak najbardziej zgadza się z przewidywaniami teoretycznymi. Różnice dla zwiększonej rozdzielczości czasowej są niewielkie, natomiast dla zwiększonej rozdzielczości przestrzennej są już znaczne w przypadku funkcji liniowej i tangensa hiperbolicznego. W przypadku funkcji liniowej moment otrzymania maksymalnej wysokości tsunami jest również zdecydowanie inny niż dla przypadku podstawowego.

Po otrzymaniu tych wyników postanowiłem sprawdzić zależność wysokości fali uderzającej w nadbrzeże od rozdzielczości czasowej oraz osobno, w zależności od rozdzielczości siatki. Zrobiłem to używając pętli for najpierw po dt , a potem po nx , dzięki czemu otrzymywałem za każdym razem inną wartość dx .



Rysunek 4: Zależność wysokości fali tsunami uderzającym w nadbrzeże od kroku czasowego dt , przy stałym $dx = 5m$



Rysunek 5: Zależność wysokości fali tsunami uderzającym w nadbrzeże od oczka siatki dx , przy stałym $dt = 0.08$

Ze względu na długość obliczeń, wykonałem pętle tylko dla 10 punktów pomiarowych, przypadku zmiennego kroku czasowego było to $dt \in [0.01; 0.1]$ z krokiem co 0.01. Dla zmiennego rozmiaru oczka siatki $dx \in [2.00; 20]$, tutaj zmienne było nx z tego też powodu występuje zagęszczenie punktów przy mniejszych wartościach.

Można zauważyć zdecydowany wzrost wartości maksymalnej fali tsunami wraz ze zwiększeniem rozdzielczości przestrzennej. W przypadku zmniejszenia kroku czasowego wysokość fali delikatnie maleje. Jeżeli chodzi o kształt dna, do zdecydowanie najmniejsza wysokość fali występuje dla nadbrzeża, którego kształt jest opisany funkcją eksponencjalną, dla funkcji liniowej i tangensa hiperbolicznego.