Psychoakustik

4. Stunde

Konsonanz/Dissonanz

Pythagoras

- Erste Konzepte bei Pythagoras (* um 570 v. Chr., † nach 510 v. Chr.). Teilungen von Saiten. Ganzzahlige Verhältnisse.
- “Pythagoräische Stimmung”
- “Pythagoräisches Komma”

Physiologische Studien

- Erste physiologische Studien seit v. Helmholtz (1821 - 1894)
- Begriff der Rauhigkeit seit Békésy (1899 - 1972)
- Untersuchungen von Terhardt und anderen zeigen Korrelation von Rauhigkeit und kritischer Bandbreite.

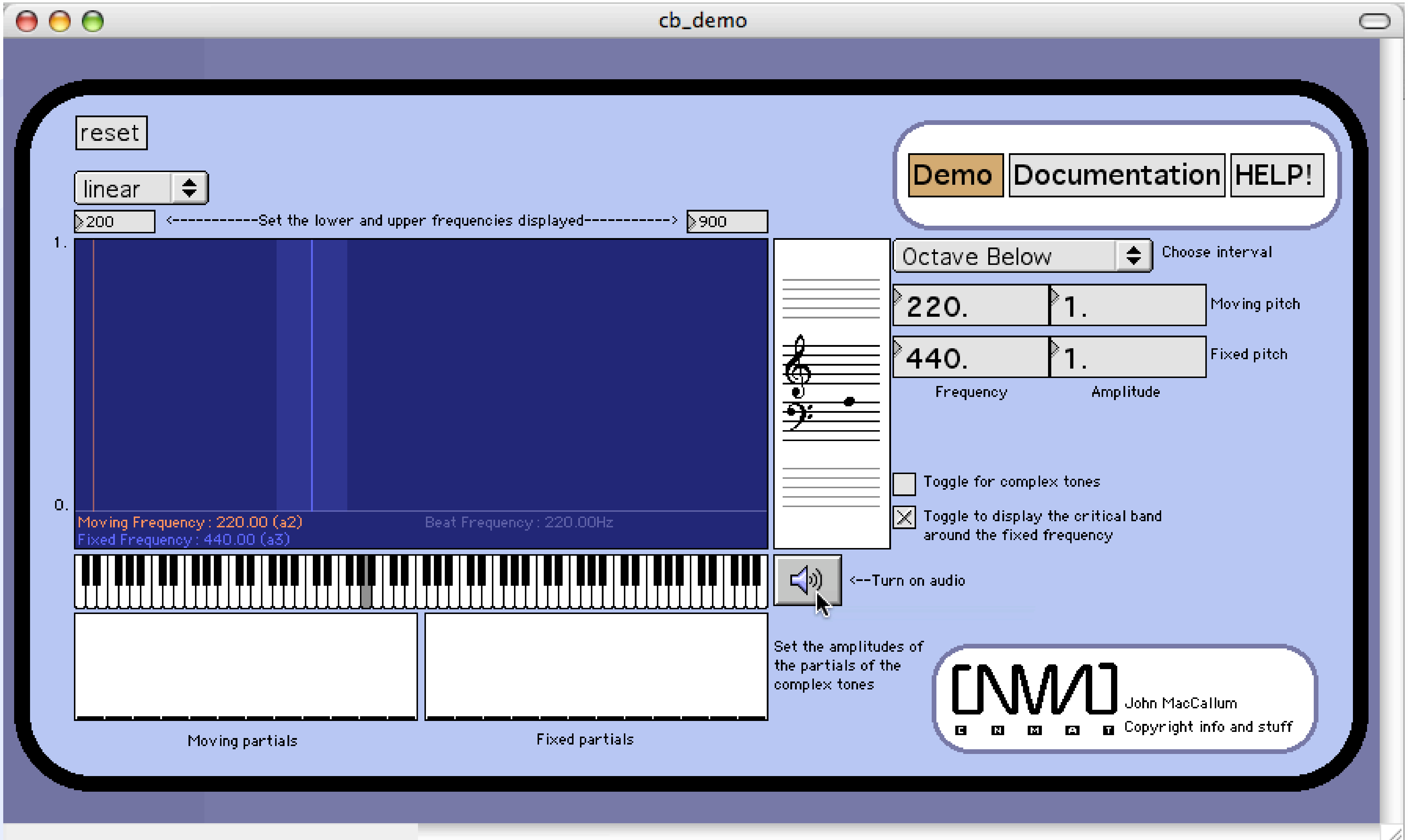
Definition von Dissonanz

- "[...] Gegensatz zu Konsonanz [...] ein diskordanter Zusammenklang von zwei oder mehreren Tönen, die als rauh oder tonal angespannt empfunden werden.
- In der Definition offenbaren sich bereits zwei unterschiedliche Konzepte (bottom-up; top-down)

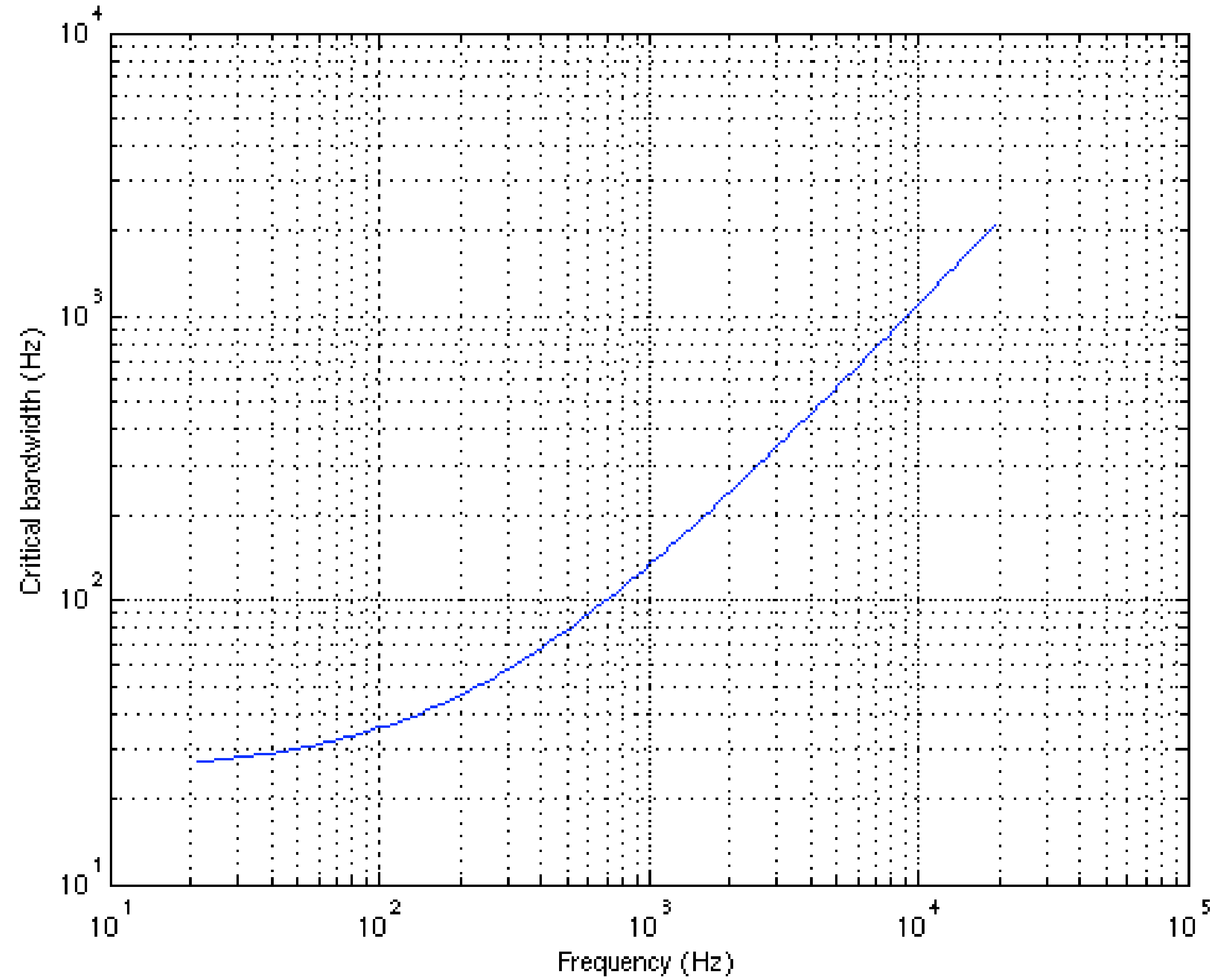
Basilarmembran als Filterbank

- Basilarmembran ist tonotopisch organisiert.
- Jede Haarzelle hat eine optimale Frequenzresponse (http://de.wikipedia.org/wiki/ERB-Skala).
- Diese sind zu Filterbänken (kritische Bandbreite) zusammengeschaltet, innerhalb derer es schwierig ist zwei (Sinus-)Töne auseinander zu halten.
- Größe der kritischen Bandbreite variiert mit der Frequenz (ca. Oktave im tiefen, 1/3 Oktave im mittleren und wieder zunehmend im höheren Bereich).
- Bark: Konstanter Bereich auf der Basilarmembran 1,2 mm, bzw. 1300 Haarzellen: insgesamt 25 Bereiche (Bark-Skala), verwandt mit Mel-Skala (Verdopplung von Tonhöhe).

Kritische Bandbreite

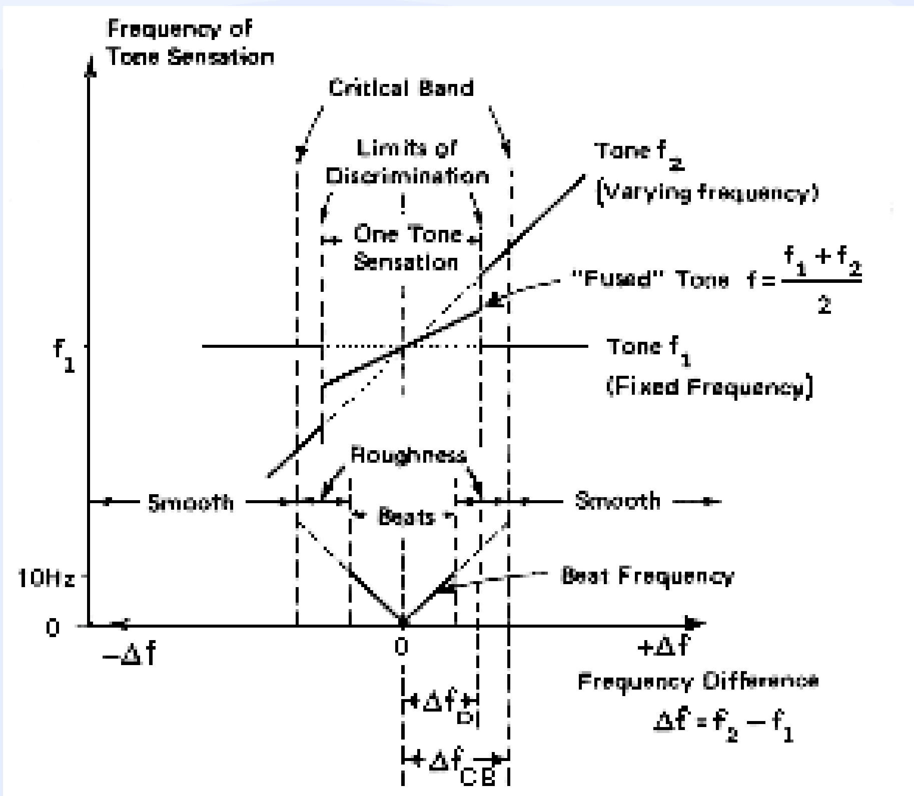


Kritische Bandbreite

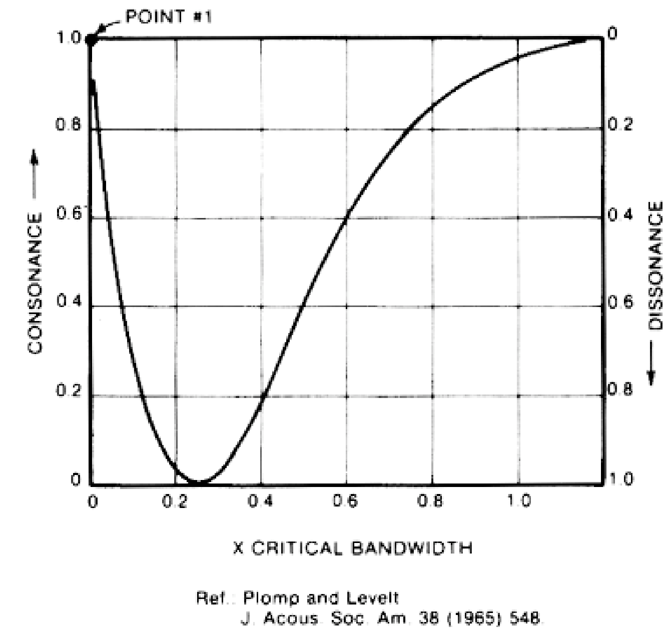


Kritische Bandbreite als Funktion der Frequenz

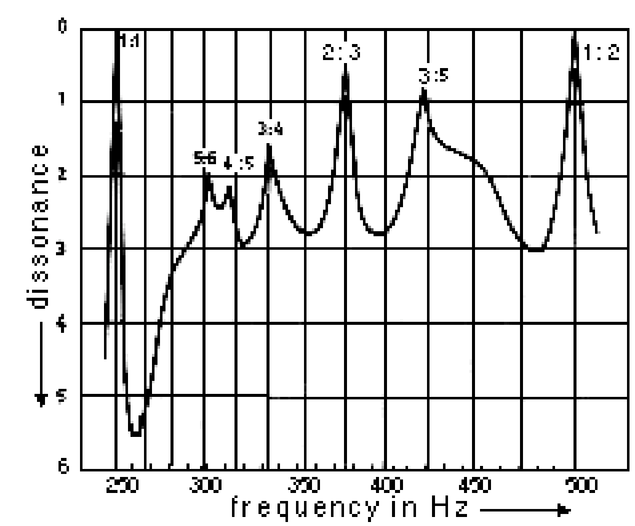
Konsonanz/Dissonanz



Wahrnehmung zweier Töne innerhalb eines kritischen Bands

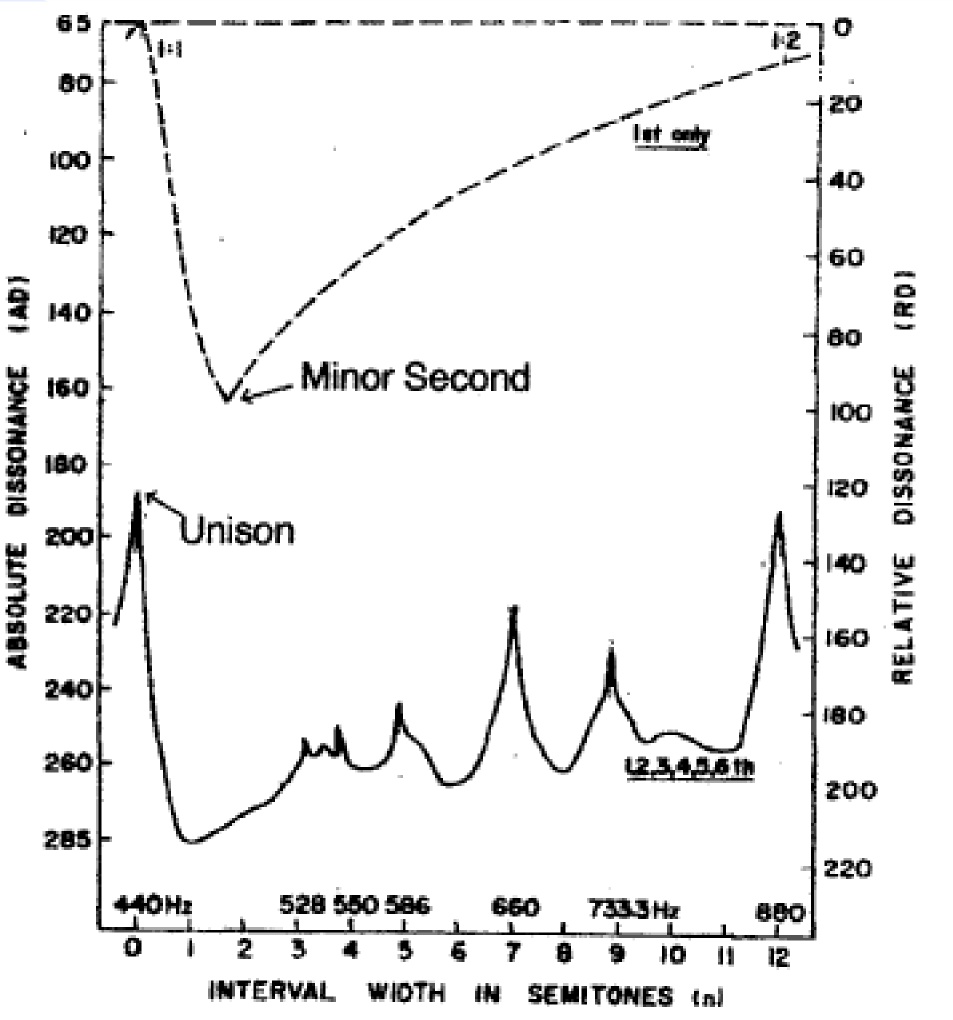


Ermittlung maximaler Dissonanz für einfache Töne nach Plomp und Levelt



… und für komplexe Töne

Kameoka & Kuriyagawa



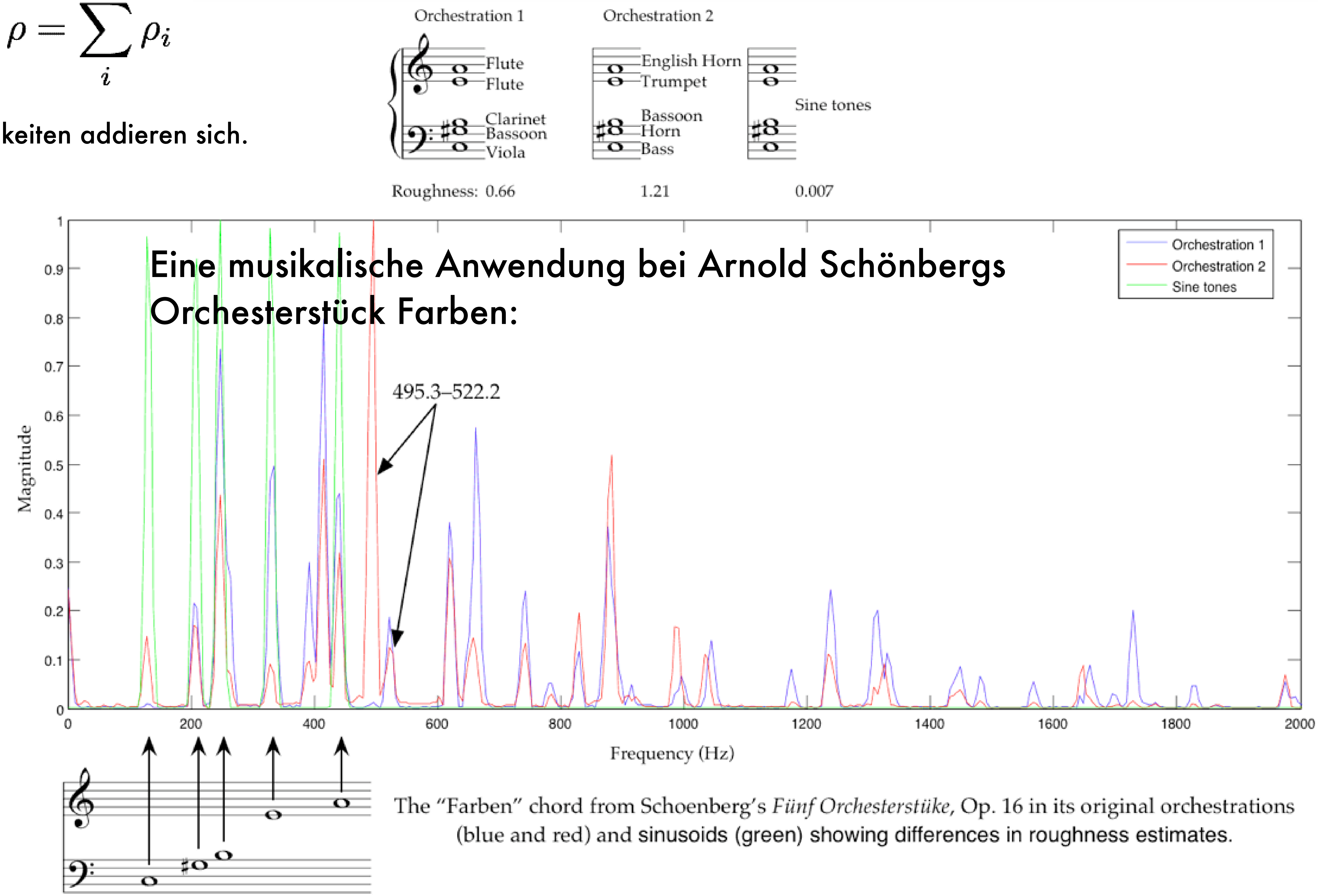
sowie ähnliche Ergebnisse von Kameoka & Kuriyagawa (1969)

Musikalische Anwendung

$$\rho = \sum_i \rho_i$$

Rauhigkeiten addieren sich.

Eine musikalische Anwendung bei Arnold Schönbergs Orchesterstück Farben:



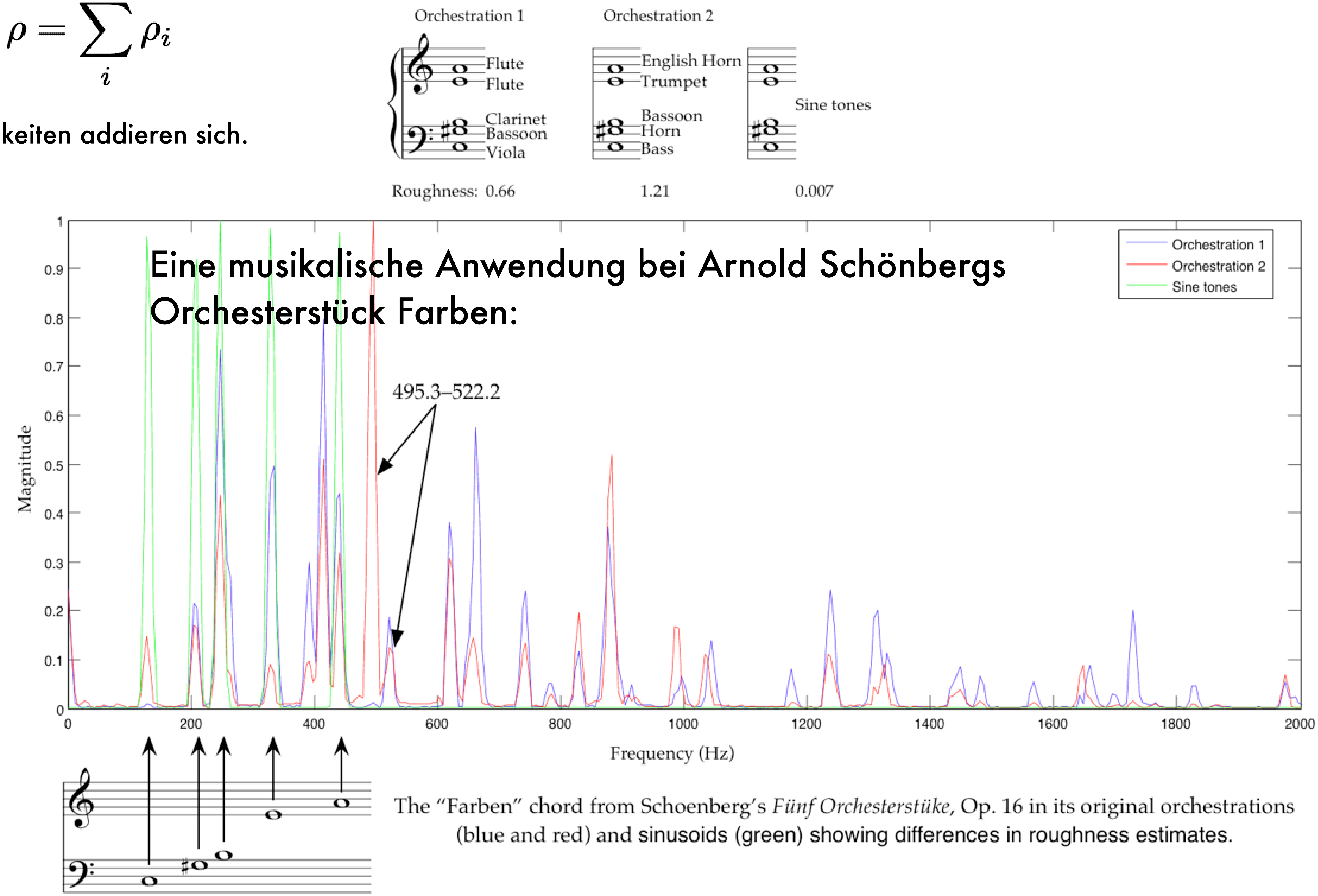
The “Farben” chord from Schoenberg’s *Fünf Orchesterstüke*, Op. 16 in its original orchestrations (blue and red) and sinusoids (green) showing differences in roughness estimates.

Musikalische Anwendung

$$\rho = \sum_i \rho_i$$

Rauhigkeiten addieren sich.

Eine musikalische Anwendung bei Arnold Schönbergs Orchesterstück Farben:



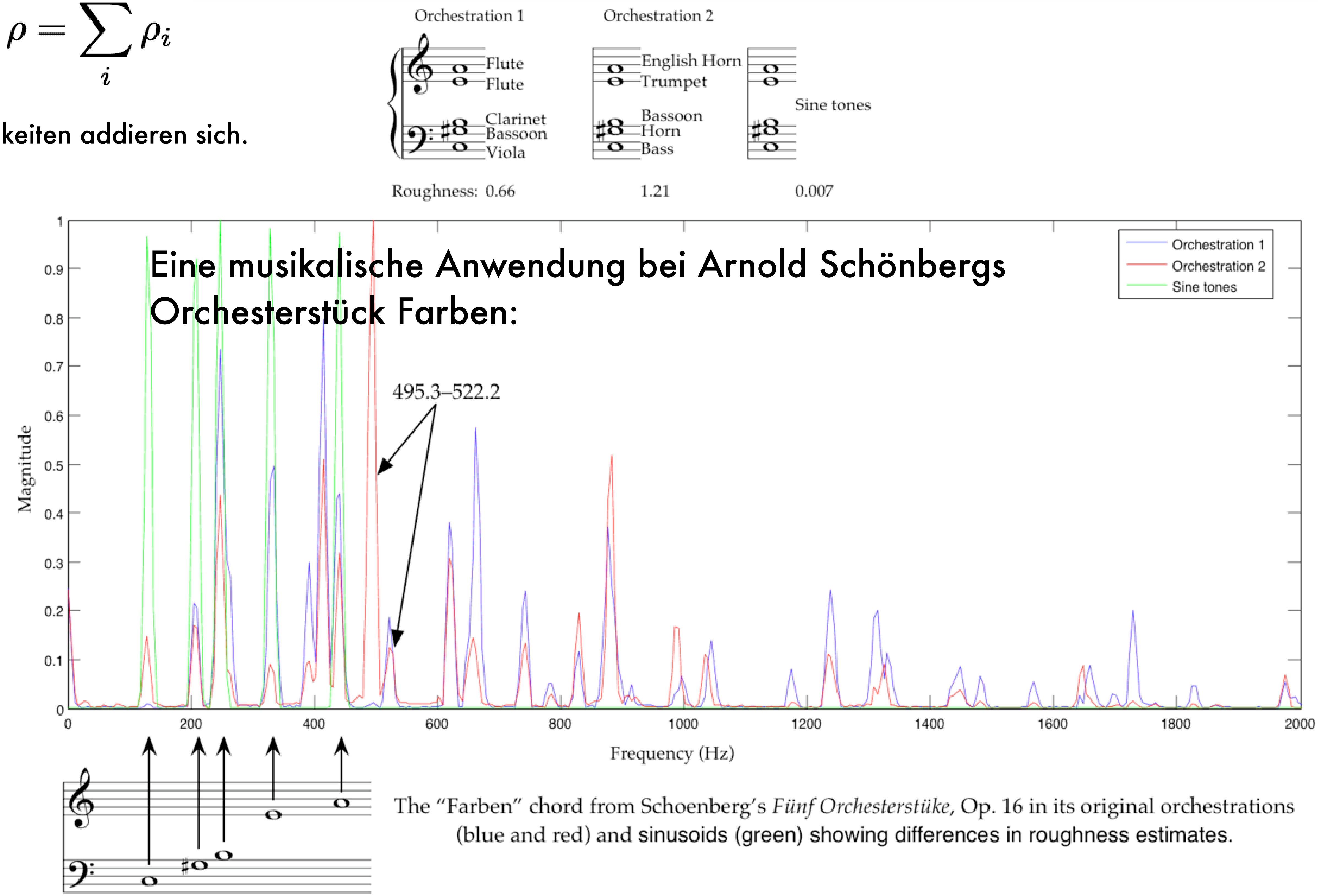
The "Farben" chord from Schoenberg's *Fünf Orchesterstüke*, Op. 16 in its original orchestrations (blue and red) and sinusoids (green) showing differences in roughness estimates.

Musikalische Anwendung

$$\rho = \sum_i \rho_i$$

Rauhigkeiten addieren sich.

Eine musikalische Anwendung bei Arnold Schönbergs Orchesterstück Farben:



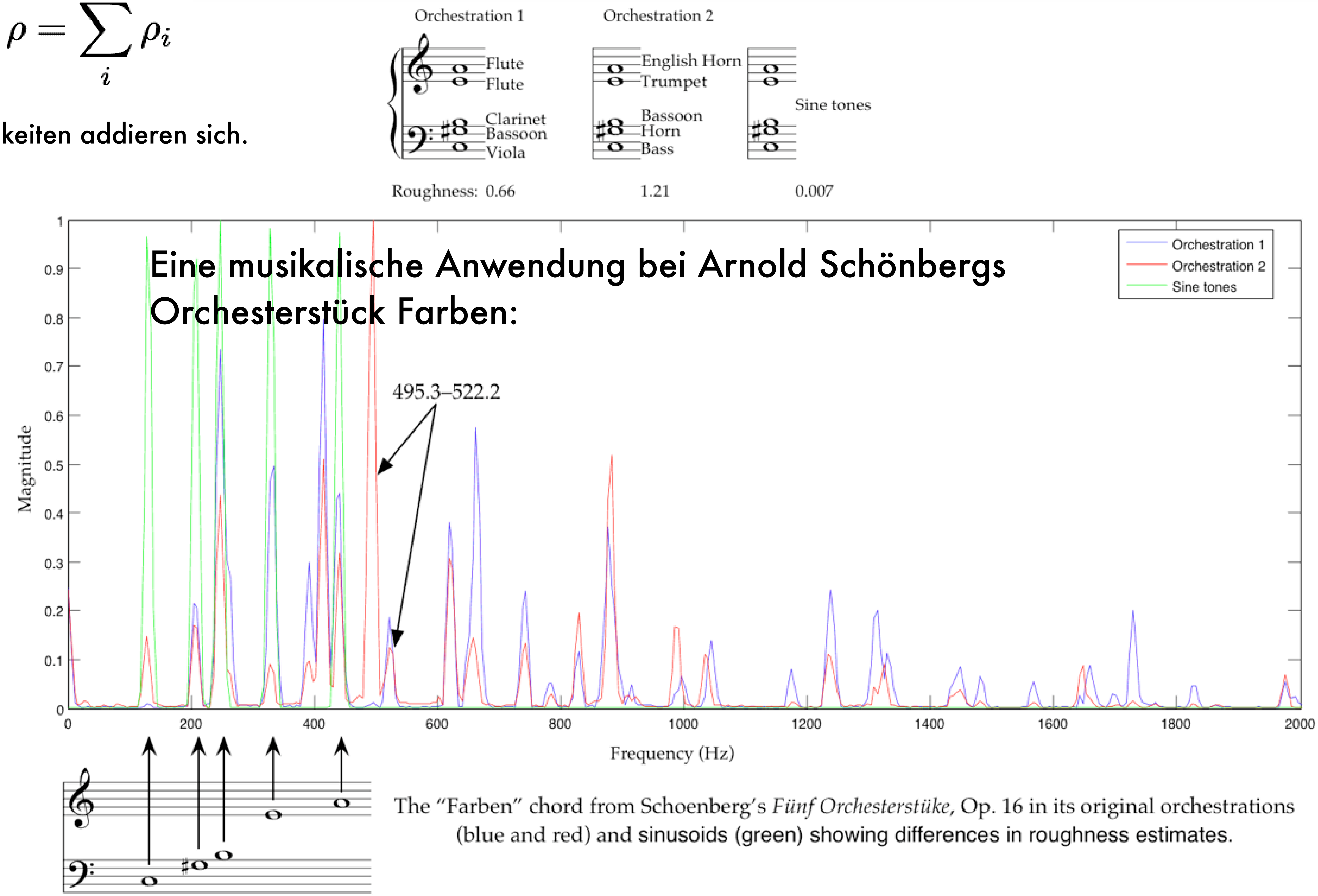
The "Farben" chord from Schoenberg's *Fünf Orchesterstüke*, Op. 16 in its original orchestrations (blue and red) and sinusoids (green) showing differences in roughness estimates.

Musikalische Anwendung

$$\rho = \sum_i \rho_i$$

Rauhigkeiten addieren sich.

Eine musikalische Anwendung bei Arnold Schönbergs Orchesterstück Farben:



The "Farben" chord from Schoenberg's *Fünf Orchesterstüke*, Op. 16 in its original orchestrations (blue and red) and sinusoids (green) showing differences in roughness estimates.

Der schweizer Mathematiker Euler beobachtete, dass die Konsonanz (Gradus Suavitatis = Grad der Lieblichkeit) eines Intervalls von der Primfaktorzerlegung der im Frequenzverhältnis enthaltenen Zahlen anhängt, wobei komplexe Verhältnisse durch einfachere substituiert werden.

Der Eulersche Gradus Suavitatis (kurz: G) ist eine Funktion, welche den Wohlklang von Zweiklängen – also Intervallen – bewertet. Das Intervall erster – und damit ist gemeint: bester – Güte ist die Prim:

G (1/1) = 1

Das Intervall zweiter Güte ist die Oktav:

G (2/1) = G(1/2) = 2

G ist nur definiert für Intervalle, welche durch Brüche dargestellt werden können. G wird nach dem folgenden Rezept bestimmt:

1) Verwandlen Sie das Intervall «Zähler/Nenner» zuerst in einen gekürzten Bruch a/b.

2) Bestimmen Sie dann den so genannten Produktwert a·b.

3) Nun zerlegen Sie den Produktwert in Primfaktoren:

a·b = p1 · p2 · p3 · .... · pn

4) Dann berechnen Sie G so:

G(Zähler/Nenner) = 1 + (p1 –1) + (p2 –1) + (p3 –1) + ... + (pn –1)

ERSTES BEISPIEL

Zähler:Nenner = 12/15 = 4/5

Produktwert = 4 · 5 = 2 · 2 · 5

ZWEITES BEISPIEL

Zähler:Nenner = 2/18 = 1/9

Produktwert = 9 = 3 · 3

Mathematische Modelle

Der Komponist und Musiktheoretiker Clarence Barlow geht von Euler und Hindemith aus und verfeinert die Euler'sche Formel. Dabei werden die kognitiv-psychologischen Eigenschaften von einfachen ganzen Zahlen und ihrenVerhältnissen berücksichtigt. Barlow erklärt durch den Begriffs "Polarität" das unterschiedliche Verhalten der Quarte:

Indigestibility:

$$\xi(N) = 2\sum_{r=1}^{\infty}\left\{\frac{n_r(p_r-1)^2}{p_r}\right\} \quad \text{where} \quad N = \prod_{r=1}^{\infty} p_r^{n_r}\text{, } p \text{ is a prime, and } n \text{ is a natural number.} \qquad (1)$$

Harmonic Consonance ("Harmonicity"):

$$h(P,Q) = \frac{sgn[\xi(P)-\xi(Q)]}{\xi(P)+\xi(Q)-2\xi(hcf_{P,Q})} \qquad (2)$$

where $sgn(x) = -1$ when x is negative, otherwise $sgn(x) = +1$,

$hcf_{a,b}$ is the highest common factor of a and b, and $\xi(x)$ is indigestibility of x

N	□(N)
1	0.000000
2	1.000000
3	2.666667
4	2.000000
5	6.400000
6	3.666667
7	10.285714
8	3.000000
9	5.333333
10	7.400000
11	18.181818
12	4.666667
13	22.153846
14	11.285714
15	9.066667
16	4.000000

Unverdaulichkeit einer ganzen Zahl

Mathematische Modelle

Aus den Formeln von Barlow lässt ein Maß für die Stabilität von musikalischen Intervallen, die “harmonische Energie”, gewinnen. Dabei kommt ein Grundsatz aus den Naturwissenschaften zur Anwendung, nach dem ein System am stabilsten ist, wenn es eine geringe Enegie besitzt. Starke Intervalle sind in der unteren Grafik durch Täler mit einer bestimmten Tiefe und Ausdehnung ausgezeichnet. Die Berge zwischen den Tälern nennt man kategorische Grenzen. Wir unterscheiden i.A. 12 Tonhöhenkategorien oder auch Intervallklassen. Die Grenzen sind nicht fest, sondern werden durch die Richtung bestimmt, durch man sich diesen nähert (Analogie zu Farben).