Econometria II – Séries Temporais

Prof. Pedro Costa Ferreira –pedro.guilherme@fgv.br

Lista 00

(1) ANPEC-2014 - QUESTÃO 03

A tabela abaixo oferece informações sobre uma determinada cidade. A População Economicamente Ativa (PEA) de 120 habitantes que está em busca de emprego ou participando do mercado de trabalho possui a seguinte distribuição:

	Empregado	Desempregado
Possui curso superior	40	10
Não possui curso superior	40	30

Com base nessas informações, é correto afirmar que:

⓪ A taxa de desemprego da PEA é de 25%;

① Se um indivíduo tem curso superior, a probabilidade de que esteja desempregado é igual a 20%;

② Se um indivíduo está empregado, a probabilidade de que tenha curso superior é maior do que a probabilidade de que não tenha curso superior;

③ 1/3 dos indivíduos que participam do mercado de trabalho possuem curso superior;

④ Se um indivíduo está desempregado, a probabilidade de que não possua curso superior é igual a 75%.

(2) ANPEC – 2014 - QUESTÃO 12

Suponha que as ocupações são agrupadas em 3 níveis: alto (A), médio (M) e baixo (B). Seja A_1 o evento que a ocupação do pai é o nível alto, M_1 o evento que a ocupação do pai é nível médio, e B_1 o evento que a ocupação do pai é nível baixo. De forma análoga, seja A_2 o evento que a ocupação do filho é o nível alto, M_2 o evento que a ocupação do filho é nível médio e B_2 o evento que a ocupação do filho é nível baixo. Temos a seguinte matriz de probabilidades condicionais:

	A_2	M_2	B_2
A_1	0,45	0,48	0,07
M_1	0,05	0,70	0,25
B_1	0,01	0,50	0,49

Nesta tabela, temos as probabilidades condicionais da ocupação do filho dada à ocupação do pai. Por exemplo, $Pr[A_2/A_1]=0,45$.

Suponha que na geração de pais 10% estão em A, 40% em M e 50% em B.

Julgue as seguintes afirmativas:

⓪ A probabilidade de um pai e um filho estarem ambos em ocupações de baixo nível é 0,49;

① A probabilidade de um filho estar em uma ocupação de alto nível é 15%;

② Se a ocupação do filho é A_2, a probabilidade do pai ter ocupação A_1 é 0,45;

③ Se a ocupação do pai é baixa, a probabilidade da ocupação do filho ser alta é 0,01;

④ A probabilidade de pai e filho ambos terem ocupações de alto nível é 0,045.

(3) Demonstre as seguintes propriedades do valor esperado:

$$E(x) = \begin{cases} \sum x_i\, p(x_i) \longrightarrow & \text{Se x é discreto} \\ \int x f(x) dx \longrightarrow & \text{Se x é contínuo} \end{cases}$$

i. $E(ax) = aE(x)$, a = cte

ii. $Var(ax) = a^2 Var(x)$

iii. $E(ax+by)=aE(x)+bE(y)$,   a,b ctes

iv. $Cov(x,y)=E(xy)-E(x)E(y)$

v. Se y = a + bx, (a,b) ≠ (0,0), então:

$$|\rho(x,y)|=\left|\frac{Cov(x,y)}{\sigma_x\sigma_y}\right|=1$$

onde $\rho(x,y)$ é o coeficiente de correlação linear (ou coef. de Pearson) entre as variáveis aleatórias y e x . Ou seja, se existir uma relação linear perfeita entre y e x então o coef. de correlação assume valor máximo.

vi. $Var(x\pm y)=Var(x)+Var(y)\pm 2\rho(x,y)\sigma_x\sigma_y$

vii. $E[XY]=E[X]E[Y]$, se X e Y são variáveis bidimensionais e independentes;

(4) A linha de produção de uma fábrica de refrigerantes é uma operação complicada. Sabe-se (por experiência anteriores) que o tempo necessário para consertar uma engarrafadora de bebidas é uma variável aleatória Normal com média 120 e desvio-padrão 4 minutos. A engarrafadora é essencial no processo e se esta máquina fica parada por mais de 125 minutos todo o processo de fabricação tem que ser reinicializado e a produção deve ser jogada fora. O custo decorrente disso é R$ 10,000. O custo de reparo da máquina é R$ C1.

(a) Qual é a probabilidade da engarrafadora ficar parada por mais de 125 minutos?

(b) Qual é o custo esperado decorrente de uma interrupção no processo de fabricação de refrigerantes?

(c) Suponha que a empresa consiga alterar o tempo médio de reparo da engarrafadora para 115 minutos (com mesmo desvio padrão) se contratar mais uma equipe de manutenção. Entretanto, isso vai elevar o custo de reparo para R$ C2. Em que condições é vantajoso contratar a nova equipe de manutenção?

(5) Seja X uma variável aleatória com a seguinte função de probabilidade:

$$\Pr(X=x)=\frac{xe^{\lambda(x-1)}}{1+2e^{\lambda}} \quad x = 1,2$$

Estimar λ por máxima verossimilhança.

Prof. Pedro Costa Ferreira –pedro.guilherme@fgv.br

(6) Explique os seguintes conceitos, sem fazer uso de expressões matemáticas:

i. Variância
ii. Correlação
iii. Teste de hipótese
iv. Coeficiente significante
v. Hipótese nula e alternativa
vi. Estimador
vii. P-valor (p-value)
viii. Curtose e Assimetria

(7) Mostre que o MSE de um estimador $\hat{\theta}$ do parâmetro θ pode ser escrito como:

$$MSE(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta} - \theta)^2 = Var(\hat{\theta}) + bias^2(\hat{\theta})$$

$$bias(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta}) - \theta$$

(8) Demonstre:

i. $\sum kx_i = k\sum x_i$, k cte

ii. $\sum (x_i - \bar{x}) = 0$, onde $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$ é a média amostral

iii. $\sum (x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^{\ 2} - n\bar{x}^2$

iv. $\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$

v. $\left(\sum x_i\right)^2 = \sum x_i^{\ 2} + 2\sum_{i<j} x_i x_j$

(9) Sejam X e Y duas variáveis aleatórias com médias μ_x e μ_y e variâncias σ_x^2 e σ_y^2 respectivamente. Prove que

a) Cov(X,Y)=E[(X-μ_x)Y]= E[(Y-μ_y)X]
b) Se μ_y = 0 ou μ_x = 0, então cov(X,Y) = E(XY).
c) Se E(Y|X) = μ_y, então cov(X,Y) = 0.

Prof. Pedro Costa Ferreira –pedro.guilherme@fgv.br

(10) Suponha uma amostra aleatória com 4 observações a partir de uma população com média μ e variância σ^2. Considere os seguintes estimadores de μ:

$$m_A = (X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 4X_4)/10$$
$$m_B = (X_1 + 4X_2 + 4X_3 + X_4)/10$$
$$m_C = (X_1 + X_2 + X_3 + X_4)/4$$

a) Algum desses estimadores é viesado?
b) Qual estimador é o mais eficiente (isto é, apresenta a menor variância)? Qual é o menos eficiente?
c) Comente os resultados acima (com relação às propriedades dos estimadores, defina viés, eficiência e consistência).

Referências

Casella, G., Berger, R. L. **Statistical Inference**. Thomson Learning Academic Research Center. Second Edtion. 2002.

Fernandes, C. **Notas de Aula**. DEE, PUC-Rio, 2011.

Stock J, Watson MW. **Introduction to Econometrics**. New York: Prentice Hall; 2003.

Spiegel, M. R., Stephens, L. J. **Statistics**. McGraw Hill. Fourth edition. 2008.