

Econometria II – Séries Temporais

Prof. Dr. Pedro Costa Ferreira – pedro.guilherme@fgv.br

2ª Lista de Exercícios

1) Seja o modelo SARIMA (0,d,2)(0,D,1)₁₂ explicado à série amostral Z_T . Pede-se:

a) A equação geral do modelo para $w_t = \nabla^d \nabla_{12}^D Z_t$

b) A expressão exata da função de autocorrelação para todos os *lags* k de w_t . Esboce a FAC.

2) Considere uma série temporal Y_t autorregressiva de ordem 1 com parâmetro ρ . No modelo: $Y_t - Y_{t-1} = \delta Y_{t-1} + u_t$, em que u_t é um ruído branco e $\delta = \rho - 1$, se δ for de fato igual a zero, a série Y_t será não estacionária? Mostre.

3) Considere o seguinte processo estocástico:

$$y_t = c + y_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$$

a) Este processo é estacionário de 2ª ordem? Justifique a sua resposta ($y_0 = \varepsilon_0 = 0$)

b) A seguir apresentaremos os resultados de dois testes de raiz unitária, cada um efetuado em uma série temporal distinta. Em vistas da sua resposta em e dos resultados destes testes, qual destas séries tem chance de ter sido gerada por este processo estocástico estacionário, a série (A) ou a série (B)? Justifique a sua resposta (enuncie a hipótese nula e a alternativa do teste)

Teste para a série A:

	t-Statistic
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.131373
Test critical values: 1% level	-2.372719
5% level	-1.446657
10% level	-1.757354

Teste para a série B:

	t-Statistic
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-15.454365
Test critical values: 1% level	-2.572745
5% level	-1.941892
10% level	-1.615988

Obs: ambos os teste foram efetuados na estrutura ADF-II, que inclui intercepto.

4) De qual característica de ε_t tratam os modelos da família GARCH?

5) Comente as principais diferenças entre os modelos ARCH, GARCH e TARCH.

6) Prove que o modelo GARCH pode ser transformado em um modelo ARCH infinito.

7) As regressões abaixo são baseadas na SH do CPI (*consumer price index*) dos Estados Unidos para o período de 1960-2007.

Equação 1:

$$\widehat{\Delta CPI}_t = 0.033CPI_{t-1}$$

t= (12.37)

$R^2 = 0.07$ $d = 0.33$ SQR = 206.6

Equação 2:

$$\widehat{\Delta CPI}_t = 1.8662 + 0.019CPI_{t-1}$$

t= (3.27) (3.89)

$R^2 = 0.24$ $d = 0.44$ SQR = 166.9

Equação 3:

$$\widehat{\Delta CPI}_t = 1.1611 + 0.5344t - 0.1077CPI_{t-1}$$

t= (2.37) (4.80) (-4.02)

$R^2 = 0.50$ $d = 0.61$ SQR = 109.6

- a) Observando as regressões o que você diria sobre a estacionariedade do CPI?
- b) Qual equação você escolheria entre os três modelos?
- c) A equação 1 é a equação 3 menos o intercepto e a tendência. Qual teste você usaria para decidir se as restrições do modelo 1 são válidas?

8) Para os dados do período de 1971-I a 1988-IV para a economia do Canada, as equações abaixo foram obtidas:

$$\widehat{\ln M1}_t = -10.25 + 1.59 \ln GDP_t$$

t = (-12.94) (25.88)

$R^2 = 0.9463$ $d = 0.3254$ equação 1

$$\widehat{\Delta \ln M1}_t = 0.0095 + 0.583 \Delta \ln GDP_t$$

t = (-2.494) (1.895)

$R^2 = 0.085$ $d = 1.7399$ equação 2

$$\widehat{\Delta\epsilon_t} = -0.1958\epsilon_{t-1} \quad \text{equação 3}$$

$$(t = \tau) = (-2.494)$$

$$R^2 = 0.1118 \quad d = 1.4767$$

onde $M1$ = M1 oferta de papel moeda, GDP = Produto Interno Bruto, ambos medidos em bilhões de dólares canadenses. \ln é o logaritmo natural, e ϵ_t representa a estimativa do resíduo da equação (1).

Obs: considere a estatística $\tau = -1.9495$ para um valor crítico de 5% e $\tau = -2.6227$ para um valor crítico de 1%.

- (a) Interprete as regressões (1) e (2).
- (b) Você suspeita que a equação (1) é espúria? Por quê?
- (c) A regressão (2) é espúria? Como você sabe disso?
- (d) Baseado nos resultados da equação (3), você mudaria sua conclusão em (b)? Por quê?
- (e) Agora considere a seguinte regressão:

$$\widehat{\Delta \ln M1_t} = 0.0084 + 0.734 \Delta \ln GDP_t - 0.0811 \hat{\epsilon}_{t-1} \quad \text{equação 4}$$

$$t = (2.049) \quad (2.063) \quad (-0.8537)$$

$$R^2 = 0.1066 \quad d = 1.667$$

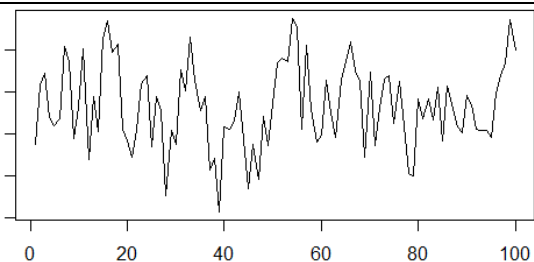
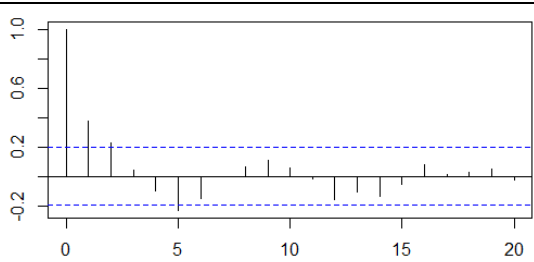
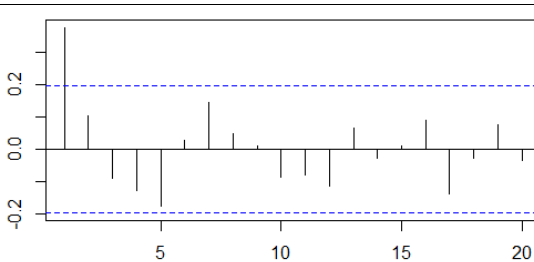
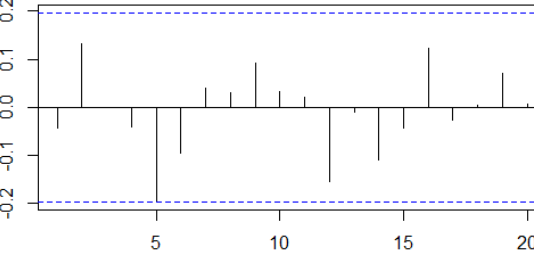
O que essa regressão diz para você? Essa informação te ajuda a decidir se a regressão (1) é espúria ou não?

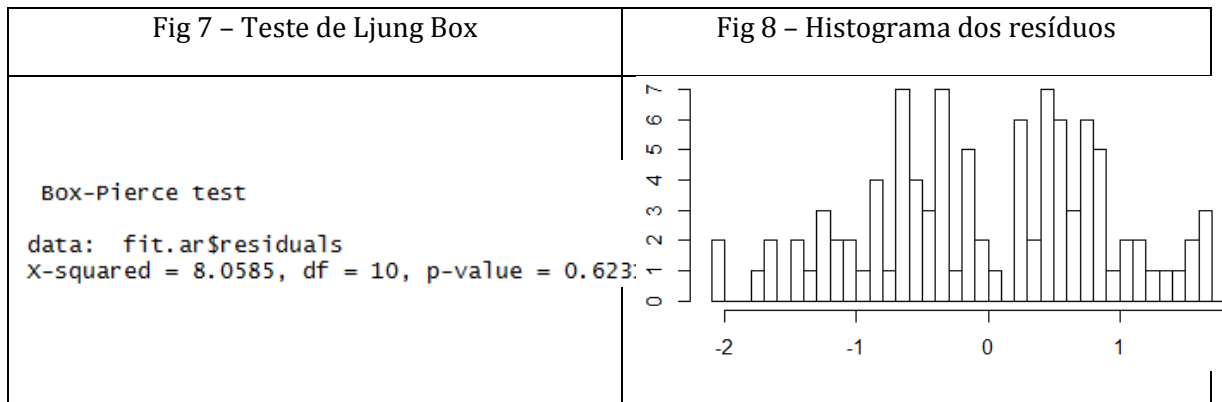
9) Fatos estilizados são regularidades estatísticas observados em estudos empíricos feitos em séries de retornos financeiros a partir da década de 1960. Descreva 4 fatos estilizados das séries de retorno financeiro e mostre que o modelo GARCH (p,q) representa bem pelo menos dois fatos estilizados.

(e.g. média igual a zero. Prova: $E[r_t] = E[E(r_t | r_{t-1})] = 0$)

10) Veja os resultados abaixo para a série temporal **P1 – Eco II** e responda as questões.

- (i) O que você diria sobre a estacionariedade dessa série? Justifique sua resposta. Quais são as maneiras que você poderia utilizar para chegar a essa conclusão?
- (ii) Você concorda com o modelo ajustado na figura 4? Justifique.
- (iii) Qual modelo você escolheria para descrever a ST – P1 – ECO II (Fig 4 ou Fig 5)? Justifique sua resposta.
- (iv) Cite três métodos que podem ser utilizados para estimar os parâmetros do modelo descrito na Fig 5. Qual você escolheria sabendo que a ST é pequena? Por quê?
- (v) Com relação aos ruídos do modelo. O que você diria baseado nas figuras 6, 7 e 8?

<p>Fig 1 - Série Temporal – P1 – Eco II</p> 	<p>Fig 2 - FAC - ST – P1 – Eco II</p> 												
<p>Fig 3 - FACP - ST – P1 – Eco II</p> 	<p>Fig 4 - Modelo Estimado</p> <p>ARIMA(2,0,0) with non-zero mean</p> <p>Coefficients:</p> <table><tr><th></th><th>ar1</th><th>ar2</th><th>intercept</th></tr><tr><td></td><td>0.3403</td><td>0.1147</td><td>-0.3290</td></tr><tr><td>s.e.</td><td>0.0995</td><td>0.1016</td><td>0.1638</td></tr></table> <p>sigma^2 estimated as 0.8119: log likelihood=-131.57 AIC=269.14 AICc=269.56 BIC=279.56</p>		ar1	ar2	intercept		0.3403	0.1147	-0.3290	s.e.	0.0995	0.1016	0.1638
	ar1	ar2	intercept										
	0.3403	0.1147	-0.3290										
s.e.	0.0995	0.1016	0.1638										
<p>Fig 5 - Modelo Estimado</p> <p>Series: x ARIMA(1,0,0) with non-zero mean</p> <p>Coefficients:</p> <table><tr><th></th><th>ar1</th><th>intercept</th></tr><tr><td></td><td>0.3824</td><td>-0.3350</td></tr><tr><td>s.e.</td><td>0.0930</td><td>0.1459</td></tr></table> <p>sigma^2 estimated as 0.8225: log likelihood=-132.2 AIC=268.41 AICc=268.66 BIC=276.22</p>		ar1	intercept		0.3824	-0.3350	s.e.	0.0930	0.1459	<p>Fig 6 – FAC dos resíduos – Modelo Fig 5</p> 			
	ar1	intercept											
	0.3824	-0.3350											
s.e.	0.0930	0.1459											



11) Baseado em seus conhecimentos sobre R e econometria de séries temporais, defina 3 comandos do R que são usados na modelagem de Séries Temporais. Ainda, defina a utilidade desse comando, em qual fase da modelagem SARIMA ele é utilizado e caso seja um teste, defina a hipótese nula (e.g. comando: `arima()`; utilizado na fase de estimação dos parâmetros) *obs: serão aceitos apenas comandos relacionados com a modelagem.*

12) Uma estrutura particular dos modelos SARIMA é o modelo SARIMA(0,1,1)(0,1,1)₁₂, conhecido como modelo AIRLINE.

- Mostre a equação do modelo.
- Mostre a FAC teórica e esboce graficamente.

13) As regressões abaixo são baseadas na SH do CPI (*consumer price index*) dos Estados Unidos para o período de 1960-2007.

Equação 1:

$$\widehat{\Delta CPI}_t = 0.033CPI_{t-1}$$

$$t = (12.37)$$

$$R^2 = 0.07$$

$$d = 0.33$$

$$SQR = 206.6$$

Equação 2:

$$\widehat{\Delta CPI}_t = 1.8662 + 0.019CPI_{t-1}$$

$$t = (3.27) \quad (3.89)$$

$$R^2 = 0.24$$

$$d = 0.44$$

$$SQR = 166.9$$

Equação 3:

$$\widehat{\Delta CPI}_t = 1.1611 + 0.5344t + 0.1077CPI_{t-1}$$

$$t = (2.37) \quad (4.80) \quad (-4.02)$$

$$R^2 = 0.50$$

$$d = 0.61$$

$$SQR = 109.6$$

a) Observando as regressões o que você diria sobre a estacionariedade do CPI?

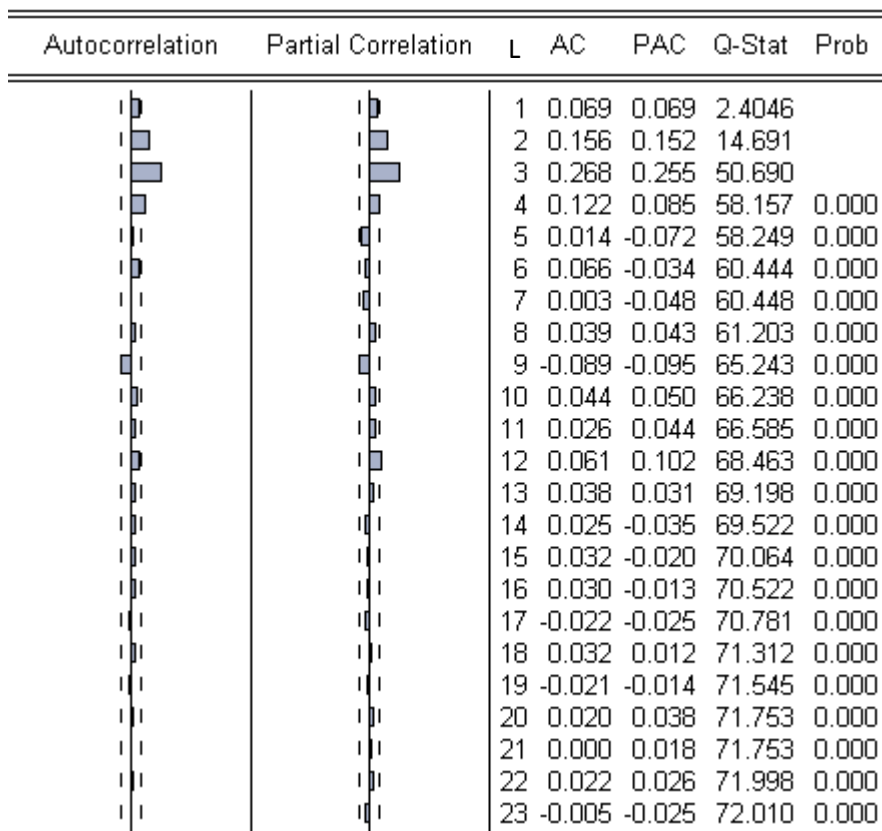
b) Qual equação você escolheria entre os três modelos?

14) Para uma série temporal com 72 observações foram ajustados três modelos ARMA, formando a tabela abaixo.

Modelo	Parâmetros estimados			$\hat{\sigma}^2$
ARMA(2,0)	Variable	Coefficient	Std. Error	4,301
	C	1.597939	0.166872	
	AR(1)	-0.185191	0.034929	
	AR(2)	0.628166	0.034923	
ARMA(1,2)	Variable	Coefficient	Std. Error	4,809
	C	1.593803	0.104507	
	AR(1)	-0.812738	0.036970	
	MA(1)	0.579525	0.050398	
ARMA(1,1)	Variable	Coefficient	Std. Error	4,981
	C	1.593890	0.087630	
	AR(1)	-0.936036	0.021290	
	MA(1)	0.630584	0.046916	

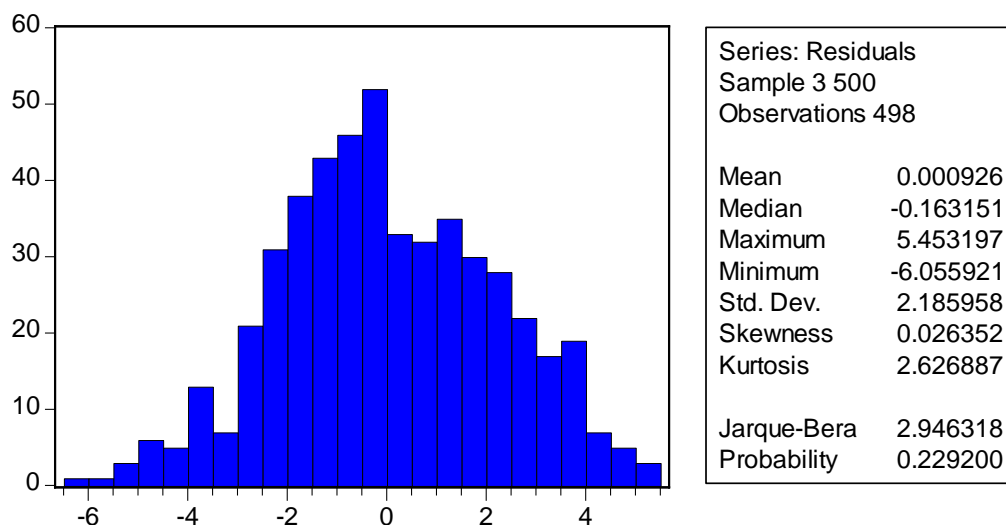
- i. Baseado nos resultados desta tabela, qual entre os modelos acima é o mais indicado para a série temporal em questão? Justifique cuidadosamente a sua resposta.
- ii. Complemente a sua resposta dada em (i) utilizando os critérios de informação para selecionar o melhor modelo e comentando o resultados (neste caso admita que todos os modelos foram ajustados com o mesmo número de observações).
- iii. Os próximos resultados são diagnósticos obtidos a partir de um dos três modelos acima, não necessariamente o “mais adequado”.

a) Utilizando os resultados da figura/tabela abaixo, teste a hipótese de que as autocorrelações dos resíduos, do lag 1 até o lag 20, são todas nulas. Estabeleça, detalhadamente, a hipótese nula e a alternativa, a estatística de teste, e o resultado da estatística de teste em termos do p-valor. Comente o resultado.



Obs: (i) Q-Stat é a estatística Ljung-Box e prob é o p-valor da estatística
(ii) L é o número k de defasagens da estatística Ljung-Box

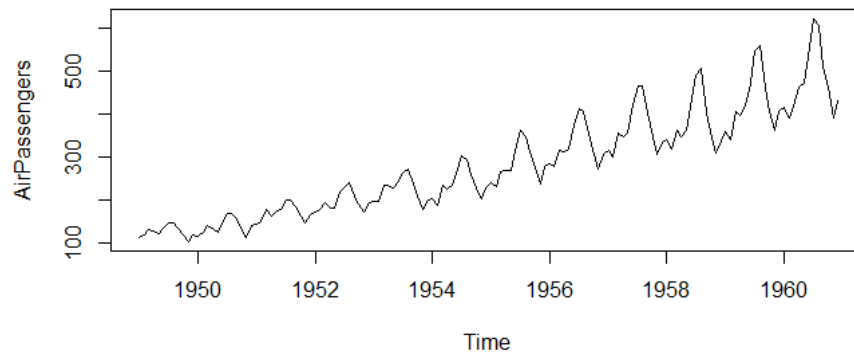
b) Utilizando a informação abaixo, teste a hipótese de que os erros possuem distribuição normal. Estabeleça, detalhadamente a hipótese nula e a alternativa, a estatística de teste, e o resultado da estatística de teste em termos do p-valor. Comente o resultado.



Obs: (i) Jarque-Bera é o valor da estatística de teste
(ii) Probability é o p-valor da estatística

c) Qual a justificativa de se realizar os testes efetuados em (a) e (b)? Justifique a sua resposta.

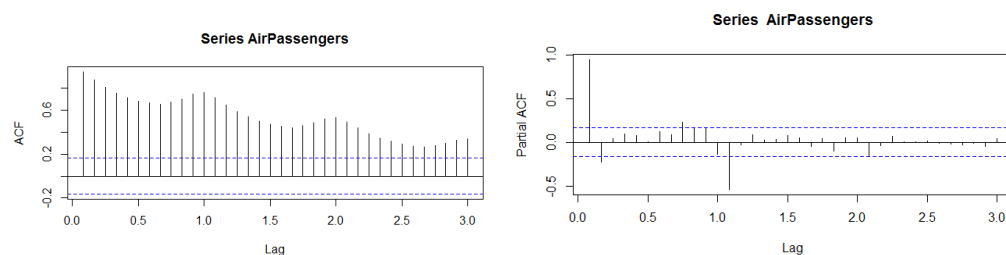
15) Abaixo temos a ST de vendas de passagens aéreas, amplamente discutida em sala de aula. Nossa ideia é modelá-la. A seguir discutiremos características dessa famosa ST e o passo a passo de como modelá-la.



a) Como econometrista de ST, descreva as principais características dessa série e como devo proceder para modelá-la utilizando o método proposto por Box & Jenkins? (1 ponto)

b) Cite três possíveis métodos para verificar a estacionariedade da ST de passagens aéreas (1 ponto).

16) Um dos passos importantes na modelagem BJ é a fase de identificação.



a) Observando a FAC e a FACP qual estrutura SARIMA você identificaria?

b) Diga qual função do R você usou para fazer a FAC e a FACP. Qual é o valor do parâmetro “lag.max” que você sugere para identificar a ST de vendas de passagens aéreas? Por que?

17) Abaixo três resultados da modelagem da ST de vendas de passagens aéreas.

Modelo 1

ARIMA(1,1,1)(1,1,1)[12]

Coefficients:

ar1	ma1	sar1	sma1	
0.1667	-0.5615	-0.099	-0.4973	
s.e.	0.2459	0.2116	0.154	0.1360

sigma^2 estimated as 0.000252: log likelihood=354.41

AIC=-698.83 AICC=-698.35 BIC=-684.45

Training set error measures:

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1
Training set	0.0002709733	0.01515366	0.01127195	0.01199886	0.4696646	0.2144266	0.07971543

Modelo 2

ARIMA(1,1,1)(0,1,1)[12]

Coefficients:

ar1	ma1	sma1	
0.1960	-0.5784	-0.5643	
s.e.	0.2475	0.2132	0.0747

sigma^2 estimated as 0.0002529: log likelihood=354.21

AIC=-700.42 AICC=-700.1 BIC=-688.92

Training set error measures:

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1
Training set	0.0002698963	0.01518236	0.0112353	0.01205362	0.4682204	0.2137293	0.08832819

Modelo 3

ARIMA(0,1,1)(0,1,1)[12]

Coefficients:

ma1	sma1	
-0.4018	-0.5569	
s.e.	0.0896	0.0731

sigma^2 estimated as 0.0002543: log likelihood=353.96

AIC=-701.92 AICC=-701.73 BIC=-693.29

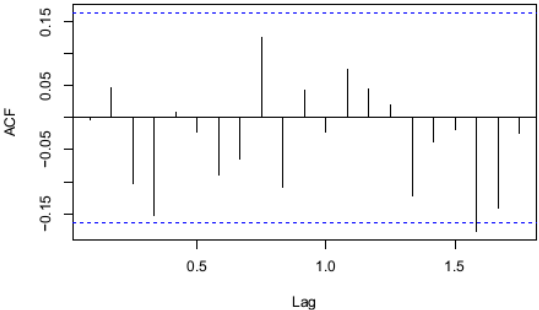
Training set error measures:

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1
Training set	0.0002488778	0.01522151	0.01140472	0.01098898	0.4752815	0.2169522	0.023528

> |

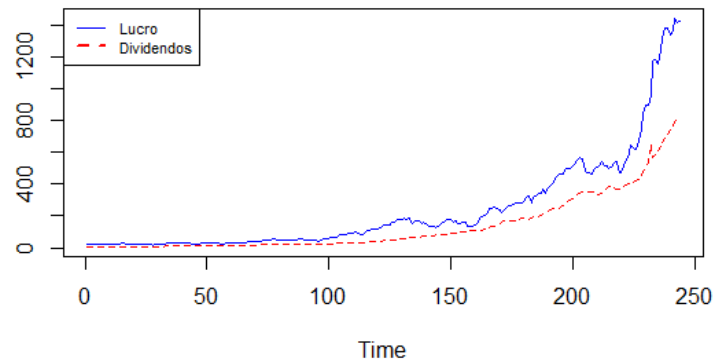
- Qual modelo você escolheria? Justifique sua resposta com TODOS os possíveis argumentos.
- Olhando apenas para as métricas de desempenho (e.g. Mean Square Error) dos modelos, qual você escolheria? Por que?
- Defina o MAPE e o RMSE.

18) Veja os diagnósticos abaixo.

<p>(1)</p> <p>Series fit.air\$residuals</p> 	<p>(2)</p> <pre>## ## Box-Ljung test ## ## data: fit.air\$residuals ## X-squared = 0.0021, df = 1, p-value = 0.9638</pre>
<p>(3)</p> <pre>## ## Durbin-Watson test ## ## data: fit.dw.bp ## DW = 2.0779, p-value = 0.6798</pre>	<p>(4)</p> <pre>## ## studentized Breusch-Pagan test ## ## data: fit.dw.bp ## BP = 0.0027, df = 1, p-value = 0.9583</pre>
<p>(5)</p> <pre>## ## Jarque-Bera test for normality ## ## data: fit.air\$residuals ## JB = 12.4808, p-value = 0.009</pre>	

- Defina, teoricamente, as propriedades do resíduo na teoria BJ.
- Interprete os cinco testes esboçados acima. Defina a hipótese nula de cada um dos testes.
- Qual é o problema dos teste de Ljung Box apresentado nesse exercício? O que você faria para resolve-lo?

19) Considere as ST de lucro e dividendos de uma determinada empresa.



a) Analise o teste ADF para a ST de dividendos.

- i. Qual dos dois testes você escolheria? Por que?
- ii. Essa ST é estacionária? Por que? (elabore sua argumentação baseado no resultado do teste ADF)

```
#####
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #      TESTE 01
#####

Test regression drift

Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + z.diff.lag)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-49.438  -1.428  -0.153    1.381   93.913

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  -0.193812   0.909645  -0.213  0.831502
z.lag.1        0.083387   0.018229   4.574 8.52e-06 ***
z.diff.lag1    -0.552598   0.085336  -6.476 7.64e-10 ***
z.diff.lag2    -0.240657   0.094883  -2.536 0.011993 *
z.diff.lag3    -0.069175   0.093939  -0.736 0.462395
z.diff.lag4     0.029132   0.089132   0.327 0.744141
z.diff.lag5     0.048867   0.080850   0.604 0.546274
z.diff.lag6     0.004625   0.077321   0.060 0.952360
z.diff.lag7    -0.037190   0.076694  -0.485 0.628284
z.diff.lag8    -0.089815   0.078051  -1.151 0.251274
z.diff.lag9    -0.101791   0.084204  -1.209 0.228193
z.diff.lag10   -0.019718   0.084430  -0.234 0.815586
z.diff.lag11    0.031545   0.089129   0.354 0.723784
z.diff.lag12    0.149956   0.125115   1.199 0.232174
z.diff.lag13   -0.629288   0.293327  -2.145 0.033175 *
```

```

z.diff.lag14 -0.052133 0.306314 -0.170 0.865034
z.diff.lag15 -0.174482 0.303806 -0.574 0.566420
z.diff.lag16 0.230319 0.306848 0.751 0.453809
z.diff.lag17 -0.115752 0.306891 -0.377 0.706458
z.diff.lag18 0.052844 0.307000 0.172 0.863515
z.diff.lag19 -0.080655 0.306482 -0.263 0.792705
z.diff.lag20 -0.743859 0.305970 -2.431 0.015965 *
z.diff.lag21 -0.437494 0.312650 -1.399 0.163326
z.diff.lag22 -0.226812 0.311595 -0.728 0.467553
z.diff.lag23 -1.133797 0.314550 -3.605 0.000398 ***
z.diff.lag24 0.506998 0.302474 1.676 0.095324 .

```

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 10.06 on 193 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.4282, Adjusted R-squared: 0.3541
F-statistic: 5.781 on 25 and 193 DF, p-value: 2.568e-13

Value of test-statistic is: 4.5745 10.4966

Critical values for test statistics:

```

      1pct  5pct 10pct
tau2 -3.46 -2.88 -2.57
phil  6.52  4.63  3.81

```

```

#####
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #      TESTE 02
#####

```

Test regression drift

Call:

```
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + z.diff.lag)
```

Residuals:

```

      Min       1Q   Median       3Q      Max
-38.748  -1.981  -0.091   2.022  56.192

```

Coefficients:

```

      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.082852   0.849027  -0.098  0.92238
z.lag.1      0.101218   0.036460   2.776  0.00612 **
z.diff.lag1  -0.409356   0.091072  -4.495 1.29e-05 ***
z.diff.lag2  -0.279490   0.097911  -2.855  0.00485 **
z.diff.lag3  -0.131124   0.101819  -1.288  0.19957
z.diff.lag4  -0.095355   0.102680  -0.929  0.35439
z.diff.lag5  -0.136394   0.103120  -1.323  0.18773
z.diff.lag6  -0.156432   0.103828  -1.507  0.13377
z.diff.lag7  -0.146712   0.104717  -1.401  0.16304
z.diff.lag8  -0.065925   0.105590  -0.624  0.53324
z.diff.lag9  -0.006019   0.113275  -0.053  0.95769
z.diff.lag10  0.174186   0.112594   1.547  0.12373
z.diff.lag11 -0.088060   0.115410  -0.763  0.44652
z.diff.lag12  0.061130   0.151268   0.404  0.68664
z.diff.lag13 -0.685762   0.290853  -2.358  0.01953 *

```

```

z.diff.lag14  0.449302    0.307055    1.463    0.14525
z.diff.lag15 -0.526528    0.309025   -1.704    0.09025 .
z.diff.lag16 -0.018451    0.302044   -0.061    0.95136
z.diff.lag17  0.349017    0.303884    1.149    0.25238
z.diff.lag18 -0.366567    0.308020   -1.190    0.23569
z.diff.lag19 -0.239226    0.298774   -0.801    0.42443
z.diff.lag20 -0.542389    0.298137   -1.819    0.07064 .
z.diff.lag21 -0.225978    0.302739   -0.746    0.45644
z.diff.lag22 -0.921711    0.301672   -3.055    0.00261 **
z.diff.lag23 -0.652537    0.309844   -2.106    0.03668 *
z.diff.lag24  0.639615    0.306943    2.084    0.03868 *
z.diff.lag25 -0.535994    0.315441   -1.699    0.09112 .
z.diff.lag26 -0.592164    0.326764   -1.812    0.07173 .
z.diff.lag27 -0.266533    0.331725   -0.803    0.42283
z.diff.lag28 -0.135395    0.331931   -0.408    0.68386
z.diff.lag29  0.241190    0.329718    0.732    0.46549
z.diff.lag30 -0.003860    0.330465   -0.012    0.99070
z.diff.lag31  0.163012    0.342902    0.475    0.63512
z.diff.lag32  0.225985    0.340362    0.664    0.50762
z.diff.lag33  0.594948    0.344198    1.729    0.08572 .
z.diff.lag34 -1.777573    0.346279   -5.133  7.76e-07 ***
z.diff.lag35  2.353464    0.368788    6.382  1.62e-09 ***
z.diff.lag36 -1.148841    0.374003   -3.072    0.00248 **
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 8.831 on 169 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.6122,    Adjusted R-squared:  0.5273
F-statistic: 7.211 on 37 and 169 DF,  p-value: < 2.2e-16

Value of test-statistic is: 2.7761 3.9135

Critical values for test statistics:
      1pct  5pct 10pct
tau2 -3.46 -2.88 -2.57
phi1  6.52  4.63  3.81

```

b) Se você estivesse fazendo um modelo univariado de Box & Jenkins para a ST de dividendos, como você procederia caso “encontrasse” tendência determinística? E tendência estocástica?

c) Dado que o montante de dividendos depende do lucro, considere o modelo simples abaixo:

$$LDIVIDENDOS_t = \beta_1 + \beta_2 LLUCRO_t + \mu_t$$

Seja o modelo estimado. Essa é uma regressão espúria? Por quê?


```

> reg<-lm(questao2$lucro ~questao2$dividendo)
> summary(reg)

Call:
lm(formula = questao2$lucro ~ questao2$dividendo)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-157.742   -6.378    0.711   11.876   218.744

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)   8.22550    4.30885   1.909  0.0574
questao2$dividendo 1.68528    0.01875  89.892 <2e-16

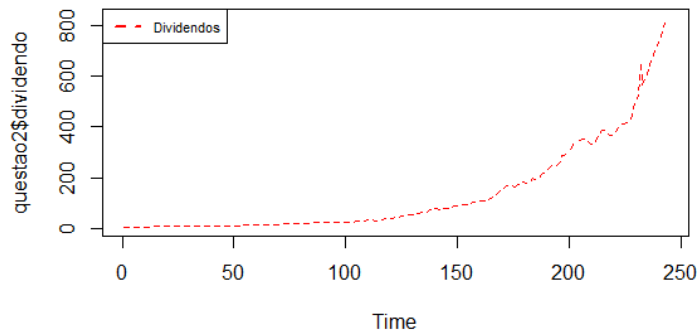
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1

Residual standard error: 53.8 on 242 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9709,    Adjusted R-squared:  0.97
F-statistic: 8081 on 1 and 242 DF,  p-value: < 2.2e-16

```

d) As ST do log do lucro e de dividendos são cointegradas? Como você comprovaria sua informação?

20) Considere as ST de dividendos de uma determinada empresa.



Sobre o teste de Dickey-Fuller.

- Derive a equação geral do modelo.
- Defina os passos do teste.
- Explique porque os valores defasados de ΔY_{t-s} são incluídos na equação geral do modelo (Teste de Dickey Fuller Aumentado).

21) Dois economistas usam os modelos abaixo para analisar a relação entre demanda de moeda (m) e renda nacional (y). As variáveis estão todas em logaritmos e a periodicidade é mensal.

Economista A:

$$m_t = 1.099 y_t + \hat{u}_t$$

(Equação 1)

Economista B:

$$\Delta m_t = 1.14 \Delta y_t + \hat{e}_t$$

(Equação 2)

Os valores entre parênteses são os erros-padrão.

Testes Dickey-Fuller Aumentado (ADF), com número apropriado de defasagens maior que zero em todos os casos, para as variáveis e para os resíduos dos dois modelos geram os seguintes resultados:

Variável	mt	yt	ût	Δ mt	Δ yt	ê _t
Estatística-ADF	-2.191	-1,952	-2.993	-5.578	-6.312	-8.456

Seja:

- O valor crítico da tabela Dickey-Fuller a 5% é igual a -2,886.
- mt e yt são as estatísticas ADF para a ST em nível.
- Δ mt e Δ yt são as estatísticas ADF para a ST em para a ST em primeira diferença.
- û_t e ê_t são as estatísticas ADF para o resíduo das regressões.

Responda se as afirmativas estão corretas e JUSTIFIQUE sua resposta.

- Ⓒ Tanto a série de demanda de moeda quanto a de renda nacional são integradas de primeira ordem.
 - ① As séries de demanda de moeda e de renda nacional não são cointegradas ao nível de significância de 5%.
 - ② Se as séries de demanda de moeda e de renda nacional forem cointegradas, o Economista B deve incluir o erro defasado û_{t-1} em seu modelo.
 - ③ A série de renda nacional é um passeio aleatório puro (extra: vale 0.5).
-

22) Suponha que você tenha R\$ 1.000.000,00 aplicados em uma carteira de empresas do setor elétrico brasileiro. Qual é o Value at Risk (VaR) diário de 99%?

Hipóteses:

$$r_t = \mu_t + h_t^{1/2} e_t \quad \text{equação (1)}$$

onde:

μ_t é um processo AR(1) com drift

$h_t^{1/2}$ é um processo GARCH(1,1) com drift

Base de dados e parâmetros estimados:

Base de dados	Parâmetros estimados
$r_t = 0.308$ $r_{t-1} = 2.480$ $\hat{h}_t = 4.317$	Modelo AR(1) com drift $\hat{c} = 0.145$ $\hat{\phi} = 0.053$ Modelo GARCH(1,1) com drift $\hat{\alpha}_0 = 0.254$ $\hat{\alpha}_1 = 0.167$ $\hat{\beta}_1 = 0.794$

Obs: mostre na tabela da Normal padrão o valor escolhido.

23) [Enders, p. 172] Suponha que a sequência $\{\varepsilon_t\}$ seja um processo ARCH(q):

$$\varepsilon_t = v_t (\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2)^{1/2} \quad (\text{equação 2})$$

Mostre que o valor esperado condicional de $E(\varepsilon_t^2 / \varepsilon_{t-1})$ apresenta a mesma forma que a esperança condicional da equação 3.

$$\widehat{\varepsilon_t^2} = \alpha_0 + \alpha_1 \widehat{\varepsilon_{t-1}^2} + \dots + \alpha_q \widehat{\varepsilon_{t-q}^2} + v_t \quad (\text{equação 3})$$

24) Refaça a questão 22 para um Value at Risk (VaR) diário de 90%.

25) (ANPEC 2008 – Questão 15) Suponha que $y_t = \alpha + \beta y_{t-1} + u_t$, em que u_t é independente e igualmente distribuído, com distribuição normal de média zero e variância σ^2 . Sabe-se que $\alpha = 35$, $\beta = 3/5$ e $\sigma^2 = 2$. Você é informado de que $y_2 = 50$. Determine a melhor previsão para y_4 .

26) (ANPEC 2016 - Questão 9) Sejam p_{3t} e p_{4t} , respectivamente, os preços das ações ON e PN da Petrobrás, no período de janeiro de 2001 a fevereiro de 2015. Considere os resultados dos seguintes modelos de regressão estimados por Mínimos Quadrados Ordinários (MQO):

$$(1) \widehat{\Delta p_{3t}} = 0,12 - 0,01 p_{3t-1} \quad (2) \widehat{\Delta p_{4t}} = 0,10 - 0,10 p_{4t-1}$$

$$(0,007) (0,107) \quad (0,007) (0,091)$$

Considere também os resultados p_{3t} de p_{4t} em:

$$(3) p_{3t} = -0,333 - 1,207 p_{4t} + \hat{\varepsilon}_t,$$

$$(0,900) (0,007)$$

Em que $\hat{\varepsilon}_t$ é o resíduo da regressão (3). Finalmente considere a seguinte regressão:

$$(4) \widehat{\Delta \varepsilon_t} = -0,022 \hat{\varepsilon}_{t-1}$$

$$(0,012)$$

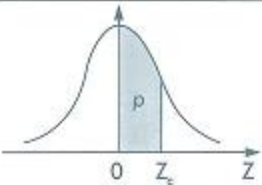
Os números entre parênteses são os valores do teste t de significância individual dos parâmetros. Dado que o valor crítico a 5% da estatística de Dickey-Fuller é -2,876, responda os seguintes perguntas:

- De acordo com a estatística do teste Dickey-Fuller, e p_{3t} e p_{4t} , pelas equações (1) e (2), são séries temporais estacionárias?
- A regressão de p_{3t} em p_{4t} (3) é espúria?
- A hipótese de cointegração entre p_{3t} e p_{4t} não é rejeitada, pois os resíduos da regressão de p_{3t} em p_{4t} são estacionários;
- Para que duas variáveis sejam cointegradas é necessário que ambas tenham ordem de integração completamente diferentes;
- A rejeição da hipótese nula do teste Dickey-Fuller implica que a variável em questão é não-estacionária.

27) (ANPEC 2016 - Questão 5) Considere o modelo: $y_t = a + by_{t-1} + c_t + \varepsilon_t$ em que ε_t é um ruído branco com média 0 e variância σ^2 . Sabendo que $a=5$, $b=0,5$, $c=5$ e $y_0=0$, determine a melhor previsão para y_3 .

28) (ANPEC 2013 - Questão 10) O passeio aleatório com *drift*, $y_t = c + y_{t-1} + \varepsilon_t$ em que $y_0 = 0$ e ε_t é um ruído branco com média 0 e variância σ^2 é estacionário de segunda ordem se $c=0$? Prove.

Tabela Z

<p>Tabela III — Distribuição Normal Padrão $Z \sim N(0, 1)$ Corpo da tabela dá a probabilidade p, tal que $p = P(0 < Z < Z_c)$</p>											
											
parte inteira e primeira decimal de Z_c	Segunda decimal de Z_c										parte inteira e primeira decimal de Z_c
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
0,0	p = 0										0,0
0,1	00000	00399	00798	01197	01595	01994	02392	02790	03188	03586	0,1
0,2	03983	04380	04776	05172	05567	05962	06356	06749	07142	07535	0,2
0,3	07926	08317	08706	09095	09483	09871	10257	10642	11026	11409	0,3
0,4	11791	12172	12552	12930	13307	13683	14058	14431	14803	15173	0,4
0,5	15542	15910	16276	16640	17003	17364	17724	18082	18439	18793	0,5
0,6	19146	19497	19847	20194	20540	20884	21226	21566	21904	22240	0,6
0,7	22575	22907	23237	23565	23891	24215	24537	24857	25175	25490	0,7
0,8	25804	26115	26424	26730	27035	27337	27637	27935	28230	28524	0,8
0,9	28814	29103	29389	29673	29955	30234	30511	30785	31057	31327	0,9
1,0	31594	31859	32121	32381	32639	32894	33147	33398	33646	33891	1,0
1,1	34134	34375	34614	34850	35083	35314	35543	35769	35993	36214	1,1
1,2	36433	36650	36864	37076	37286	37493	37698	37900	38100	38298	1,2
1,3	38493	38686	38877	39065	39251	39435	39617	39796	39973	40147	1,3
1,4	40320	40490	40658	40824	40988	41149	41309	41466	41621	41774	1,4
1,5	41924	42073	42220	42364	42507	42647	42786	42922	43056	43189	1,5
1,6	43319	43448	43574	43699	43822	43943	44062	44179	44295	44408	1,6
1,7	44520	44630	44738	44845	44950	45053	45154	45254	45352	45449	1,7
1,8	45543	45637	45728	45818	45907	45994	46080	46164	46246	46327	1,8
1,9	46407	46485	46562	46638	46712	46784	46856	46926	46995	47062	1,9
2,0	47128	47193	47257	47320	47381	47441	47500	47558	47615	47670	2,0
2,1	47725	47778	47831	47882	47932	47982	48030	48077	48124	48169	2,1
2,2	48214	48257	48300	48341	48382	48422	48461	48500	48537	48574	2,2
2,3	48610	48645	48679	48713	48745	48778	48809	48840	48870	48899	2,3
2,4	48928	48956	48983	49010	49036	49061	49086	49111	49134	49158	2,4
2,5	49180	49202	49224	49245	49266	49286	49305	49324	49343	49361	2,5
2,6	49379	49396	49413	49430	49446	49461	49477	49492	49506	49520	2,6
2,7	49534	49547	49560	49573	49585	49598	49609	49621	49632	49643	2,7
2,8	49653	49664	49674	49683	49693	49702	49711	49720	49728	49736	2,8
2,9	49744	49752	49760	49767	49774	49781	49788	49795	49801	49807	2,9
3,0	49813	49819	49825	49831	49836	49841	49846	49851	49856	49861	3,0
3,1	49865	49869	49874	49878	49882	49886	49889	49893	49897	49900	3,1
3,2	49903	49906	49910	49913	49916	49918	49921	49924	49926	49929	3,2
3,3	49931	49934	49936	49938	49940	49942	49944	49946	49948	49950	3,3
3,4	49952	49953	49955	49957	49958	49960	49961	49962	49964	49965	3,4
3,5	49966	49968	49969	49970	49971	49972	49973	49974	49975	49976	3,5
3,6	49977	49978	49978	49979	49980	49981	49981	49982	49983	49983	3,6
3,7	49984	49985	49985	49986	49986	49987	49987	49988	49988	49989	3,7
3,8	49989	49990	49990	49990	49991	49991	49992	49992	49992	49992	3,8
3,9	49993	49993	49993	49994	49994	49994	49994	49995	49995	49995	3,9
4,0	49995	49995	49996	49996	49996	49996	49996	49996	49997	49997	4,0
4,5	49997	49997	49997	49997	49997	49997	49998	49998	49998	49998	4,5
4,5	49999	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	4,5

Fonte: Bussab et al. 2010

Referências

Walter Enders, **Applied Econometric Time Series**, Second Edition. Wiley. 2014

Morettin, P. A.; Toloi, C.M.C. **Análise de Séries Temporais**. São Paulo: Editora Blücher, 2006.

Fernandes, C. **Notas de Aula**. DEE, PUC-Rio, 2011.

Stock J, Watson MW. **Introduction to Econometrics**. New York: Prentice Hall; 2003.

Schmidt et al. **Estatística – Questões comentadas das provas de 2006 a 2015**. 5ª edição. Elsevier. 2015.

Provas da ANPEC. Disponíveis em: <http://www.anpec.org.br/novosite/br/exame>