Econometria II – Séries Temporais

Prof. Dr. Pedro Costa Ferreira –pedro.guilherme@fgv.br

2ª Lista de Exercícios

1) Seja o modelo SARIMA (0,d,2)(0,D,1)$_{12}$ explicado à série amostral Z_T. Pede-se:

a) A equação geral do modelo para $w_t = \nabla^d \nabla_{12}^D Z_t$

b) A expressão exata da função de autocorrelação para todos os *lags k* de w_t. Esboce a FAC.

2) Considere uma série temporal Y_t autorregressiva de ordem 1 com parâmetro ρ. No modelo: $Y_t - Y_{t-1} = \delta Y_{t-1} + u_t$, em que u_t é um ruído branco e $\delta = \rho - 1$, se δ for de fato igual a zero, a série Y_t será não estacionária? Mostre.

3) Considere o seguinte processo estocástico:

$$y_t = c + y_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \qquad \varepsilon_t \sim NID(0,\sigma^2)$$

a) Este processo é estacionário de 2ª ordem? Justifique a sua resposta ($y0 = \varepsilon_0 = 0$)

b) A seguir apresentaremos os resultados de dois testes de raiz unitária, cada um efetuado em uma série temporal distinta. Em vistas da sua resposta em e dos resultados destes testes, qual destas séries tem chance de ter sido gerada por este processo estocástico estacionário, a série (A) ou a série (B)? Justifique a sua resposta (enuncie a hipótese nula e a alternativa do teste)

Teste para a série A:

		t-Statistic
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-1.131373
Test critical values:	1% level	-2.372719
	5% level	-1.446657
	10% level	-1.757354

Teste para a série B:

		t-Statistic
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-15.454365
Test critical values:	1% level	-2.572745
	5% level	-1.941892
	10% level	-1.615988

Obs: ambos os teste foram efetuados na estrutura ADF-II, que inclui intercepto.

4) De qual caraterística de ε_t tratam os modelos da família GARCH?

5) Comente as principais diferenças entre os modelos ARCH, GARCH e TARCH.

6) Prove que o modelo GARCH pode ser transformado em um modelo ARCH infinito.

7) As regressões abaixo são baseadas na SH do CPI (*consumer price index*) dos Estados Unidos para o período de 1960-2007.

Equação 1:

$$\widehat{\Delta CPI}_t = 0.033CPI_{t-1}$$

t= (12.37)

$R^2 = 0.07$ $\quad d = 0.33$ $\quad$ SQR = 206.6

Equação 2:

$$\widehat{\Delta CPI}_t = 1.8662 + 0.019CPI_{t-1}$$

t= (3.27) (3.89)

$R^2 = 0.24$ $\quad d = 0.44$ $\quad$ SQR = 166.9

Equação 3:

$$\widehat{\Delta CPI}_t = 1.1611 + 0.5344t - 0.1077CPI_{t-1}$$

t= (2.37) (4.80) (-4.02)

$R^2 = 0.50$ $\quad d = 0.61$ $\quad$ SQR = 109.6

a) Observando as regressões o que você diria sobre a estacionariedade do CPI?

b) Qual equação você escolheria entre os três modelos?

c) A equação 1 é a equação 3 menos o intercepto e a tendência. Qual teste você usaria para decidir se as restrições do modelo 1 são válidas?

8) Para os dados do período de 1971-I a 1988-IV para a economia do Canada, as equações abaixo foram obtidas:

$$\widehat{lnM1}_t = -10.25 + 1.59lnGDP_t \qquad \text{equação 1}$$

$$t = (-12.94) \quad (25.88)$$

$$R^2 = 0.9463 \quad d = 0.3254$$

$$\Delta\widehat{lnM}1_t = 0.0095 + 0.583\Delta lnGDP_t \qquad \text{equação 2}$$

$$t = (-2.494) \quad (1.895)$$

$$R^2 = 0.085 \quad d = 1.7399$$

$$\widehat{\Delta\epsilon_t} = -0.1958\epsilon_{t-1} \qquad \text{equação 3}$$
$$(t=\tau) = (-2.494)$$
$$R^2 = 0.1118 \qquad d = 1.4767$$

onde *M1* = M1 oferta de papel moeda, *GDP* = Produto Interno Bruto, ambos medidos em bilhões de dólares canadenses. *ln* é o logaritmo natural, e ϵ_t representa a estimativa do resíduo da equação (1).

Obs: considere a estatística $\tau = -1.9495$ para um valor crítico de5% e $\tau = -2.6227$ para um valor crítico de 1%.

(a) Interprete as regressões (1) e (2).

(b) Você suspeita que a equação (1) é espúria? Por quê?

(c) A regressão (2) é espúria? Como você sabe disso?

(d) Baseado nos resultados da equação (3), você mudaria sua conclusão em (b)? Por quê?

(e) Agora considere a seguinte regressão:

$$\Delta\widehat{lnM}1_t = 0.0084 + 0.734\Delta lnGDP_t - 0.0811\hat{\epsilon}_{t-1} \qquad \text{equação 4}$$
$$t = (2.049) \quad (2.063) \qquad (-0.8537)$$
$$R^2 = 0.1066 \qquad d = 1.667$$

O que essa regressão diz para você? Essa informação te ajuda a decidir se a regressão (1) é espúria ou não?

9) Fatos estilizados são regularidades estatísticas observados em estudos empíricos feitos em séries de retornos financeiros a partir da década de 1960. Descreva 4 fatos estilizados das séries de retorno financeiro e mostre que o modelo GARCH (p,q) representa bem pelo menos dois fatos estilizados.

(e.g. média igual a zero. Prova: $E[r_t] = E\left[E\left(r_t | r_{t-1}\right)\right] = 0$)

10) Veja os resultados abaixo para a série temporal **P1 – Eco II** e responda as questões.

(i) O que você diria sobre a estacionariedade dessa série? Justifique sua resposta. Quais são as maneiras que você poderia utilizar para chegar a essa conclusão?

(ii) Você concorda com o modelo ajustado na figura 4? Justifique.

(iii) Qual modelo você escolheria para descrever a ST – P1 – ECO II (Fig 4 ou Fig 5)? Justifique sua resposta.

(iv) Cite três métodos que podem ser utilizados para estimar os parâmetros do modelo descrito na Fig 5. Qual você escolheria sabendo que a ST é pequena? Por quê?

(v) Com relação aos ruídos do modelo. O que você diria baseado nas figuras 6, 7 e 8?

Fig 1 - Série Temporal – P1 – Eco II

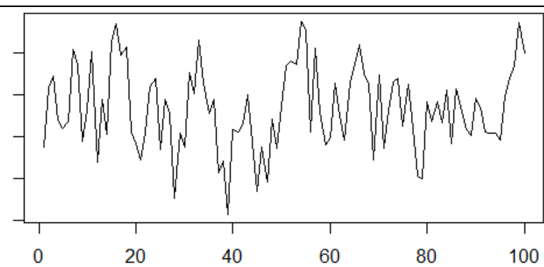


Fig 2 - FAC - ST – P1 – Eco II

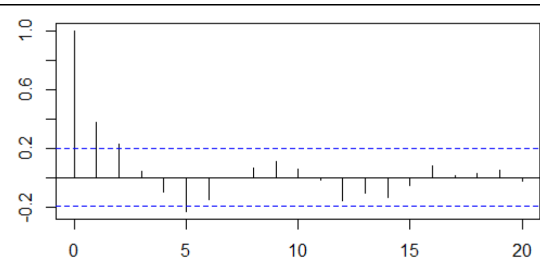


Fig 3 - FACP - ST – P1 – Eco II

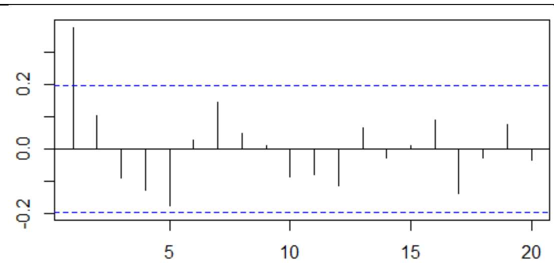


Fig 4 - Modelo Estimado

```
ARIMA(2,0,0) with non-zero mean

Coefficients:
         ar1     ar2  intercept
      0.3403  0.1147    -0.3290
s.e.  0.0995  0.1016     0.1638

sigma^2 estimated as 0.8119:  log likelihood=-131.57
AIC=269.14   AICc=269.56   BIC=279.56
```

Fig 5 - Modelo Estimado

```
Series: x
ARIMA(1,0,0) with non-zero mean

Coefficients:
         ar1  intercept
      0.3824    -0.3350
s.e.  0.0930     0.1459

sigma^2 estimated as 0.8225:  log likelihood=-132.2
AIC=268.41   AICc=268.66   BIC=276.22
```

Fig 6 – FAC dos resíduos – Modelo Fig 5

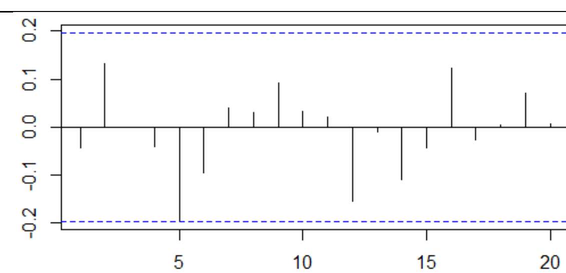
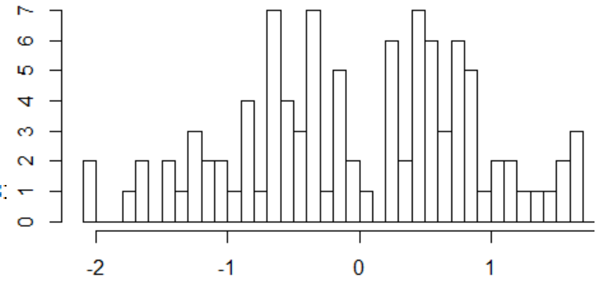


Fig 7 – Teste de Ljung Box	Fig 8 – Histograma dos resíduos
Box-Pierce test data: fit.ar$residuals X-squared = 8.0585, df = 10, p-value = 0.623	

11) Baseado em seus conhecimentos sobre R e econometria de séries temporais, defina 3 comandos do R que são usados na modelagem de Séries Temporais. Ainda, defina a utilidade desse comando, em qual fase da modelagem SARIMA ele é utilizado e caso seja um teste, defina a hipótese nula (e.g. comando: arima(); utilizado na fase de estimação dos parâmetros) *obs: serão aceitos apenas comandos relacionados com a modelagem.*

12) Uma estrutura particular dos modelos SARIMA é o modelo SARIMA(0,1,1)(0,1,1)$_{12}$, conhecido como modelo AIRLINE.

a) Mostre a equação do modelo.

b) Mostre a FAC teórica e esboce graficamente.

13) As regressões abaixo são baseadas na SH do CPI (*consumer price index*) dos Estados Unidos para o período de 1960-2007.

Equação 1:

$$\widehat{\Delta CPI}_t = 0.033CPI_{t-1}$$

t= (12.37)

$R^2 = 0.07$ $d = 0.33$ SQR = 206.6

Equação 2:

$$\widehat{\Delta CPI}_t = 1.8662 + 0.019CPI_{t-1}$$

t= (3.27) (3.89)

$R^2 = 0.24$ $d = 0.44$ SQR = 166.9

Equação 3:

$$\widehat{\Delta CPI}_t = 1.1611 + 0.5344t + 0.1077CPI_{t-1}$$

t= (2.37) (4.80) (-4.02)

$R^2 = 0.50$ $d = 0.61$ SQR = 109.6

a) Observando as regressões o que você diria sobre a estacionariedade do CPI?

b) Qual equação você escolheria entre os três modelos?

14) Para uma série temporal com 72 observações foram ajustados três modelos ARMA, formando a tabela abaixo.

Modelo	**Parâmetros estimados**			$\hat{\sigma}^2$
	Variable	Coefficient	Std. Error	
ARMA(2,0)	C	1.597939	0.166872	4,301
	AR(1)	-0.185191	0.034929	
	AR(2)	0.628166	0.034923	
	Variable	Coefficient	Std. Error	
ARMA(1,2)	C	1.593803	0.104507	4,809
	AR(1)	-0.812738	0.036970	
	MA(1)	0.579525	0.050398	
	MA(2)	0.349366	0.045218	
	Variable	Coefficient	Std. Error	
ARMA(1,1)	C	1.593890	0.087630	4,981
	AR(1)	-0.936036	0.021290	
	MA(1)	0.630584	0.046916	

i. Baseado nos resultados desta tabela, qual entre os modelos acima é o mais indicado para a série temporal em questão? Justifique cuidadosamente a sua resposta.

ii. Complemente a sua resposta dada em (i) utilizando os critérios de informação para selecionar o melhor modelo e comentando o resultados (neste caso admita que todos os modelos foram ajustados com o mesmo número de observações).

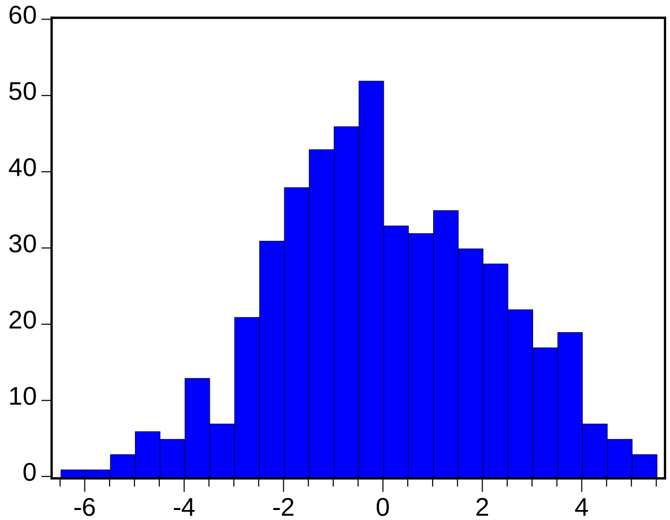
iii. Os próximos resultados são diagnósticos obtidos a partir de um dos três modelos acima, não necessariamente o "mais adequado".

a) Utilizando os resultados da figura/tabela abaixo, teste a hipótese de que as autocorrelações dos resíduos, do lag 1 até o lag 20, são todas nulas. Estabeleça, detalhadamente, a hipótese nula e a alternativa, a estatística de teste, e o resultado da estatística de teste em termos do p-valor. Comente o resultado.

Autocorrelation	Partial Correlation	L	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.069	0.069	2.4046	
		2	0.156	0.152	14.691	
		3	0.268	0.255	50.690	
		4	0.122	0.085	58.157	0.000
		5	0.014	-0.072	58.249	0.000
		6	0.066	-0.034	60.444	0.000
		7	0.003	-0.048	60.448	0.000
		8	0.039	0.043	61.203	0.000
		9	-0.089	-0.095	65.243	0.000
		10	0.044	0.050	66.238	0.000
		11	0.026	0.044	66.585	0.000
		12	0.061	0.102	68.463	0.000
		13	0.038	0.031	69.198	0.000
		14	0.025	-0.035	69.522	0.000
		15	0.032	-0.020	70.064	0.000
		16	0.030	-0.013	70.522	0.000
		17	-0.022	-0.025	70.781	0.000
		18	0.032	0.012	71.312	0.000
		19	-0.021	-0.014	71.545	0.000
		20	0.020	0.038	71.753	0.000
		21	0.000	0.018	71.753	0.000
		22	0.022	0.026	71.998	0.000
		23	-0.005	-0.025	72.010	0.000

Obs: (i) Q-Stat é a estatística Ljung-Box e prob é o p-valor da estatística
(ii) L é o número k de defasagens da estatística Ljung-Box

b) Utilizando a informação abaixo, teste a hipótese de que os erros possuem distribuição normal. Estabeleça, detalhadamente a hipótese nula e a alternativa, a estatística de teste, e o resultado da estatística de teste em termos do p-valor. Comente o resultado.



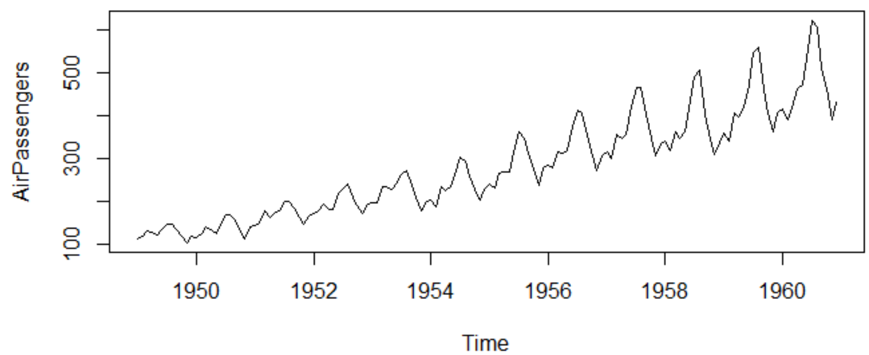
Series: Residuals
Sample 3 500
Observations 498

Mean	0.000926
Median	-0.163151
Maximum	5.453197
Minimum	-6.055921
Std. Dev.	2.185958
Skewness	0.026352
Kurtosis	2.626887
Jarque-Bera	2.946318
Probability	0.229200

Obs: (i) Jarque-Bera é o valor da estatística de teste
(ii) Probability é o p-valor da estatísitca

c) Qual a justificativa de se realizar os testes efetuados em (a) e (b)? Justifique a sua resposta.

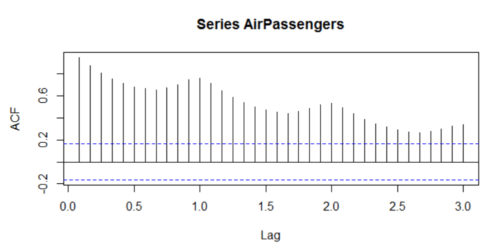
15) Abaixo temos a ST de vendas de passagens aéreas, amplamente discutida em sala de aula. Nossa ideia é modelá-la. A seguir discutiremos características dessa famosa ST e o passo a passo de como modelá-la.

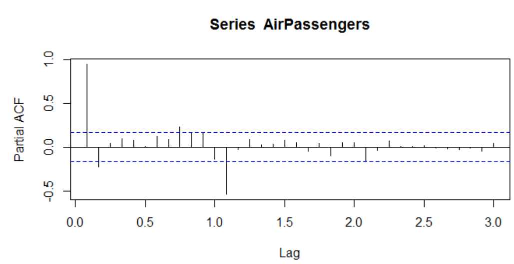


a) Como econometrista de ST, descreva as principais características dessa série e como devo proceder para modelá-la utilizando o método proposto por Box & Jenkins? (**1 ponto**)

b) Cite três possíveis métodos para verificar a estacionariedade da ST de passagens aéreas (**1 ponto**).

16) Um dos passos importantes na modelagem BJ é a fase de identificação.





a) Observando a FAC e a FACP qual estrutura SARIMA você identificaria?

b) Diga qual função do R você usou para fazer a FAC e a FACP. Qual é o valor do parâmetro "lag.max" que você sugere para identificar a ST de vendas de passagens aéreas? Por que?

17) Abaixo três resultados da modelagem da ST de vendas de passagens aéreas.

Modelo 1

```
ARIMA(1,1,1)(1,1,1)[12]

Coefficients:
         ar1      ma1     sar1     sma1
      0.1667  -0.5615  -0.099  -0.4973
s.e.  0.2459   0.2116   0.154   0.1360

sigma^2 estimated as 0.000252:  log likelihood=354.41
AIC=-698.83   AICc=-698.35   BIC=-684.45

Training set error measures:
                       ME       RMSE        MAE        MPE      MAPE      MASE       ACF1
Training set 0.0002709733 0.01515366 0.01127195 0.01199886 0.4696646 0.2144266 0.07971543
```

Modelo 2

```
ARIMA(1,1,1)(0,1,1)[12]

Coefficients:
         ar1      ma1     sma1
      0.1960  -0.5784  -0.5643
s.e.  0.2475   0.2132   0.0747

sigma^2 estimated as 0.0002529:  log likelihood=354.21
AIC=-700.42   AICc=-700.1   BIC=-688.92

Training set error measures:
                       ME       RMSE       MAE        MPE      MAPE      MASE       ACF1
Training set 0.0002698963 0.01518236 0.0112353 0.01205362 0.4682204 0.2137293 0.08832819
```

Modelo 3

```
ARIMA(0,1,1)(0,1,1)[12]

Coefficients:
          ma1     sma1
      -0.4018  -0.5569
s.e.   0.0896   0.0731

sigma^2 estimated as 0.0002543:  log likelihood=353.96
AIC=-701.92   AICc=-701.73   BIC=-693.29

Training set error measures:
                       ME       RMSE        MAE        MPE      MAPE      MASE      ACI
Training set 0.0002488778 0.01522151 0.01140472 0.01098898 0.4752815 0.2169522 0.023528
>
```

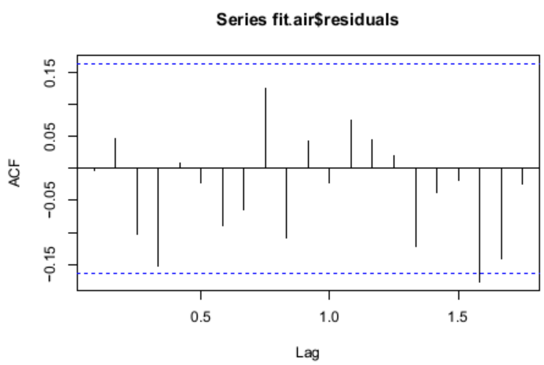
a) Qual modelo você escolheria? Justifique sua resposta com TODOS os possíveis argumentos.

b) Olhando apenas para as métricas de desempenho (e.g. Mean Square Error) dos modelos, qual você escolheria? Por que?

c) Defina o RMSE.

18) Veja os diagnósticos abaixo.

(1)



(2)

```
##
##  Box-Ljung test
##
## data:  fit.air$residuals
## X-squared = 0.0021, df = 1, p-value = 0.9638
```

(3)

```
##
##  Durbin-Watson test
##
## data:  fit.dw.bp
## DW = 2.0779, p-value = 0.6798
```

(4)

```
##
##  studentized Breusch-Pagan test
##
## data:  fit.dw.bp
## BP = 0.0027, df = 1, p-value = 0.9583
```

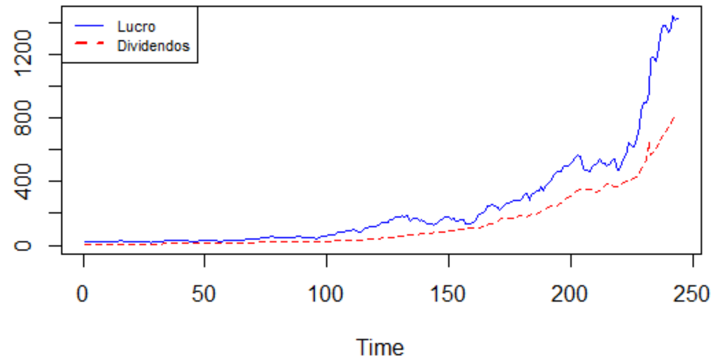
(5)

```
##
##  Jarque-Bera test for normality
##
## data:  fit.air$residuals
## JB = 12.4808, p-value = 0.009
```

a) Defina, teoricamente, as propriedades do resíduo na teoria BJ.

b)Interprete os cinco testes esboçados acima. Se possível, defina a hipótese nula de cada um dos testes.

19) Considere as ST de lucro e dividendos de uma determinada empresa.



a) Analise o teste ADF para a ST de dividendos.

i. Qual dos dois testes você escolheria? Por que?
ii. Essa ST é estacionaria? Por que? (elabore sua argumentação baseado no resultado do teste ADF)

```
###############################################
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #    TESTE 01
###############################################

Test regression drift

Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + z.diff.lag)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-49.438  -1.428  -0.153   1.381  93.913

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  -0.193812   0.909645  -0.213 0.831502
z.lag.1       0.083387   0.018229   4.574 8.52e-06 ***
z.diff.lag1  -0.552598   0.085336  -6.476 7.64e-10 ***
z.diff.lag2  -0.240657   0.094883  -2.536 0.011993 *
z.diff.lag3  -0.069175   0.093939  -0.736 0.462395
z.diff.lag4   0.029132   0.089132   0.327 0.744141
z.diff.lag5   0.048867   0.080850   0.604 0.546274
z.diff.lag6   0.004625   0.077321   0.060 0.952360
z.diff.lag7  -0.037190   0.076694  -0.485 0.628284
z.diff.lag8  -0.089815   0.078051  -1.151 0.251274
z.diff.lag9  -0.101791   0.084204  -1.209 0.228193
z.diff.lag10 -0.019718   0.084430  -0.234 0.815586
z.diff.lag11  0.031545   0.089129   0.354 0.723784
z.diff.lag12  0.149956   0.125115   1.199 0.232174
z.diff.lag13 -0.629288   0.293327  -2.145 0.033175 *
z.diff.lag14 -0.052133   0.306314  -0.170 0.865034
z.diff.lag15 -0.174482   0.303806  -0.574 0.566420
z.diff.lag16  0.230319   0.306848   0.751 0.453809
```

```
z.diff.lag17 -0.115752   0.306891  -0.377 0.706458
z.diff.lag18  0.052844   0.307000   0.172 0.863515
z.diff.lag19 -0.080655   0.306482  -0.263 0.792705
z.diff.lag20 -0.743859   0.305970  -2.431 0.015965 *
z.diff.lag21 -0.437494   0.312650  -1.399 0.163326
z.diff.lag22 -0.226812   0.311595  -0.728 0.467553
z.diff.lag23 -1.133797   0.314550  -3.605 0.000398 ***
z.diff.lag24  0.506998   0.302474   1.676 0.095324 .
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 10.06 on 193 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.4282,      Adjusted R-squared:  0.3541
F-statistic: 5.781 on 25 and 193 DF,  p-value: 2.568e-13


Value of test-statistic is: 4.5745 10.4966

Critical values for test statistics:
      1pct  5pct 10pct
tau2 -3.46 -2.88 -2.57
phi1  6.52  4.63  3.81
```

TESTE 02

```
###############################################
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
###############################################

Test regression drift

Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + z.diff.lag)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-38.748  -1.981  -0.091   2.022  56.192

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  -0.082852   0.849027  -0.098  0.92238
z.lag.1       0.101218   0.036460   2.776  0.00612 **
z.diff.lag1  -0.409356   0.091072  -4.495 1.29e-05 ***
z.diff.lag2  -0.279490   0.097911  -2.855  0.00485 **
z.diff.lag3  -0.131124   0.101819  -1.288  0.19957
z.diff.lag4  -0.095355   0.102680  -0.929  0.35439
z.diff.lag5  -0.136394   0.103120  -1.323  0.18773
z.diff.lag6  -0.156432   0.103828  -1.507  0.13377
z.diff.lag7  -0.146712   0.104717  -1.401  0.16304
z.diff.lag8  -0.065925   0.105590  -0.624  0.53324
z.diff.lag9  -0.006019   0.113275  -0.053  0.95769
z.diff.lag10  0.174186   0.112594   1.547  0.12373
z.diff.lag11 -0.088060   0.115410  -0.763  0.44652
z.diff.lag12  0.061130   0.151268   0.404  0.68664
z.diff.lag13 -0.685762   0.290853  -2.358  0.01953 *
z.diff.lag14  0.449302   0.307055   1.463  0.14525
z.diff.lag15 -0.526528   0.309025  -1.704  0.09025 .
z.diff.lag16 -0.018451   0.302044  -0.061  0.95136
```

```
z.diff.lag17  0.349017   0.303884   1.149  0.25238
z.diff.lag18 -0.366567   0.308020  -1.190  0.23569
z.diff.lag19 -0.239226   0.298774  -0.801  0.42443
z.diff.lag20 -0.542389   0.298137  -1.819  0.07064 .
z.diff.lag21 -0.225978   0.302739  -0.746  0.45644
z.diff.lag22 -0.921711   0.301672  -3.055  0.00261 **
z.diff.lag23 -0.652537   0.309844  -2.106  0.03668 *
z.diff.lag24  0.639615   0.306943   2.084  0.03868 *
z.diff.lag25 -0.535994   0.315441  -1.699  0.09112 .
z.diff.lag26 -0.592164   0.326764  -1.812  0.07173 .
z.diff.lag27 -0.266533   0.331725  -0.803  0.42283
z.diff.lag28 -0.135395   0.331931  -0.408  0.68386
z.diff.lag29  0.241190   0.329718   0.732  0.46549
z.diff.lag30 -0.003860   0.330465  -0.012  0.99070
z.diff.lag31  0.163012   0.342902   0.475  0.63512
z.diff.lag32  0.225985   0.340362   0.664  0.50762
z.diff.lag33  0.594948   0.344198   1.729  0.08572 .
z.diff.lag34 -1.777573   0.346279  -5.133 7.76e-07 ***
z.diff.lag35  2.353464   0.368788   6.382 1.62e-09 ***
z.diff.lag36 -1.148841   0.374003  -3.072  0.00248 **
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 8.831 on 169 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.6122,      Adjusted R-squared:  0.5273
F-statistic: 7.211 on 37 and 169 DF,  p-value: < 2.2e-16


Value of test-statistic is: 2.7761 3.9135

Critical values for test statistics:
      1pct  5pct 10pct
tau2 -3.46 -2.88 -2.57
phi1  6.52  4.63  3.81
```

b) Se você estivesse fazendo um modelo univariado de Box & Jenkins para a ST de dividendos, como você procederia caso “encontrasse” tendência determinística? E tendência estocástica?

c) Dado que o montante de dividendos depende do lucro, considere o modelo simples abaixo:

$$LDIVIDENDOS_t = \beta_1 + \beta_2 LLUCRO_t + \mu_t$$

Seja o modelo estimado. Essa é uma regressão espúria? Por quê?

```
> reg<-lm(questao2$lucro ~questao2$dividendo)
> summary(reg)

Call:
lm(formula = questao2$lucro ~ questao2$dividendo)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-157.742   -6.378    0.711   11.876  218.744

Coefficients:
                   Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)         8.22550    4.30885   1.909   0.0574 .
questao2$dividendo  1.68528    0.01875  89.892   <2e-16 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1

Residual standard error: 53.8 on 242 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9709,    Adjusted R-squared:  0.97
F-statistic:  8081 on 1 and 242 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

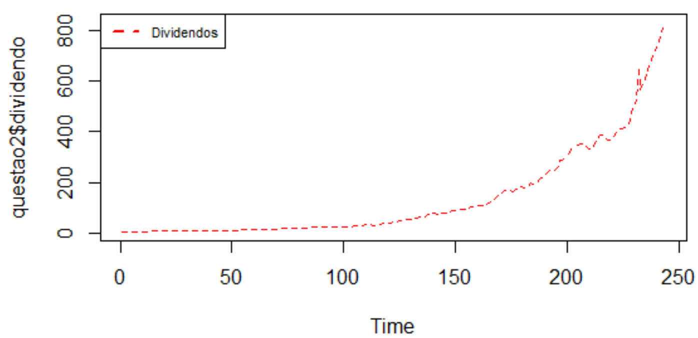
```
> dwtest(reg)

        Durbin-Watson test

data:  reg
DW = 0.33436, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true autocorrelation is greater th
```

d) As ST do log do lucro e de dividendos são cointegradas? Como você comprovaria sua informação?

20) Considere as ST de dividendos de uma determinada empresa.



Sobre o teste de Dickey-Fuller.

i. Derive a equação geral do modelo.
ii. Defina os passos do teste.
iii. Explique porque os valores defasados de ΔY_{t-s} são incluídos na equação geral do modelo (Teste de Dickey Fuller Aumentado).

21) Dois economistas usam os modelos abaixo para analisar a relação entre demanda de moeda (m) e renda nacional (y). As variáveis estão todas em logaritmos e a periodicidade é mensal.

Economista A:

$$m_t = \underset{(0.0086)}{1.099}\, y_t + \hat{u}_t \qquad \text{(Equação 1)}$$

Economista B:

$$\Delta m_t = \underset{(0.145)}{1.14}\, \Delta y_t + \hat{e}_t \qquad \text{(Equação 2)}$$

Os valores entre parênteses são os erros-padrão.

Testes Dickey-Fuller Aumentado (ADF), com número apropriado de defasagens maior que zero em todos os casos, para as variáveis e para os resíduos dos dois modelos geram os seguintes resultados:

Variável	mt	yt	ût	Δmt	Δyt	êt
Estatística-ADF	-2.191	-1,952	-2.993	-5.578	-6.312	-8.456

Seja:

- O valor crítico da tabela Dickey-Fuller a 5% é igual a –2,886.

- mt e yt são as estatísticas ADF para a ST em nível.

- Δmt e Δyt são as estatísticas ADF para a ST em para a ST em primeira diferença.

- ût e êt são as estatísticas ADF para o resíduo das regressões.

Responda se as afirmativas estão corretas e JUSTIFIQUE sua resposta.

⓪ Tanto a série de demanda de moeda quanto a de renda nacional são integradas de primeira ordem.

① As séries de demanda de moeda e de renda nacional não são cointegradas ao nível de significância de 5%.

② Se as séries de demanda de moeda e de renda nacional forem cointegradas, o Economista B deve incluir o erro defasado ût-1 em seu modelo.

③ A série de renda nacional é um passeio aleatório puro (extra: vale 0.5).

---

22) Suponha que você tenha R$ 1.000.000,00 aplicados em uma carteira de empresas do setor elétrico brasileiro. Qual é o Value at Risk (VaR) diário de 99%?

Hipóteses:

$$r_t = \mu_t + h_t^{1/2} e_t \qquad \text{equação (1)}$$

onde:

μ_t é um processo AR(1) com drift

$h_t^{1/2}$ é um processo GARCH(1,1) com drift

Base de dados e parâmetros estimados:

Base de dados	**Parâmetros estimados**
$r_t = 0.308$ $r_{t-1} = 2.480$ $\widehat{h_t} = 4.317$	**Modelo AR(1) com drift** $\hat{c} = 0.145$ $\hat{\phi} = 0.053$ **Modelo GARCH(1,1) com drift** $\widehat{\alpha_0} = 0.254$ $\widehat{\alpha_1} = 0.167$ $\widehat{\beta_1} = 0.794$

Obs: mostre na tabela da Normal padrão o valor escolhido.

23) [Enders, p. 172] Suponha que a sequência $\{\varepsilon_t\}$ seja um processo ARCH(q):

$$\varepsilon_t = v_t\left(\alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_q\varepsilon_{t-q}^2\right)^{1/2} \qquad \text{(equação 2)}$$

Mostre que o valor esperado condicional de $E(\varepsilon_t^2/\varepsilon_{t-1})$ apresenta a mesma forma que a esperança condicional da equação 3.

$$\widehat{\varepsilon_t^2} = \alpha_0 + \alpha_1\widehat{\varepsilon_{t-1}^2} + \cdots + \alpha_q\widehat{\varepsilon_{t-q}^2} + v_t \qquad \text{(equação 3)}$$

Referências

Walter Enders, **Applied Econometric Time Series**, Second Edition. Wiley. 2014

Morettin, P. A.; Toloi, C.M.C. **Análise de Séries Temporais.** São Paulo: Editora Blücher, 2006.

Fernandes, C. **Notas de Aula**. DEE, PUC-Rio, 2011.

Stock J, Watson MW. **Introduction to Econometrics**. New York: Prentice Hall; 2003.

Schmidt et al. **Estatística – Questões comentadas das provas de 2006 a 2015**. 5ª edição. Elsievier. 2015.

Provas da ANPEC. Disponíveis em: http://www.anpec.org.br/novosite/br/exame