

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

## Моделирование механических систем

Вариант 11

Машуров Владимир БПМ-19-3

27 октября 2021 г.

# Содержание

1	Моделирование механической системы масса-пружина	1
2	Исследование модели вход-состояние-выход	3

## 1 Моделирование механической системы масса-пружина

Дана система:

$$M\dot{x} + B\dot{x} + kx = f(t) \quad (1)$$

Где  $f(t)$  - входное воздействие,  $x(t)$  - выходное воздействие.

### Задание 1.1

Применив преобразование Лапласа (с нулевыми начальными условиями) найдите передаточную функцию модели:  $G(s) = \frac{X(s)}{F(s)}$

Найдём соотношение из которого получим  $G(t)$ :

$$M\dot{x}(t) + B\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad \frac{d}{dt} = \lambda$$

$$M\lambda^2 x(t) + B\lambda x(t) + kx(t) = f(t)$$

$$(M\lambda^2 + B\lambda + k)x(t) = f(t)$$

$$\frac{x(t)}{f(t)} = \frac{1}{M\lambda^2 + B\lambda + k}$$

Отсюда

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{X(s)}{F(s)} = \mathcal{L}\left(\frac{x(t)}{f(t)}\right) = \frac{\mathcal{L}(\tilde{x}(t))}{\mathcal{L}(\tilde{f}(t))} = \\ &= \frac{\mathcal{L}(1)}{\mathcal{L}(M\lambda^2 + B\lambda + k)} = \frac{1}{s} \cdot \frac{s}{M\lambda^2 + B\lambda + k} = \frac{1}{M\lambda^2 + B\lambda + k} \end{aligned}$$

### Задание 1.2

Перепишите уравнение 1 в форму вход-состояние-выход.

$$M\ddot{x}(t) + B\dot{x}(t) + kx(t) = f(t)$$

$$\begin{cases} y_1 = x \\ y_2 = \dot{x} + kx - f \end{cases}$$

Продифференцируем оба равенства по  $t$

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = \dot{x} \\ \dot{y}_2 = \ddot{x} + k\dot{x} - \dot{f} \end{cases}$$

Получим исходную систему

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 - kx + f \\ \dot{y}_2 = f - ky_1 \end{cases}$$

Мы пришли к форме вход-состояние-выход.

### Задание 1.3

Составьте структурную схему моделирования, опираясь на уравнение 1 и результат, полученный в Задании 2.

$$M\dot{x}(t) + B\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad \frac{d}{dt} = \lambda$$

$$M\lambda^2 x(t) + B\lambda x(t) + kx(t) = f(t) \quad | : 2$$

$$Mx + \frac{Bx}{\lambda} + \frac{kx}{\lambda^2} - \frac{f}{\lambda^2} = 0$$

$$\frac{1}{\lambda^2}(kx - f) + \frac{1}{\lambda}(Bx) + Mx = 0$$

Из полученного выражения можно построить структурную схему 1.

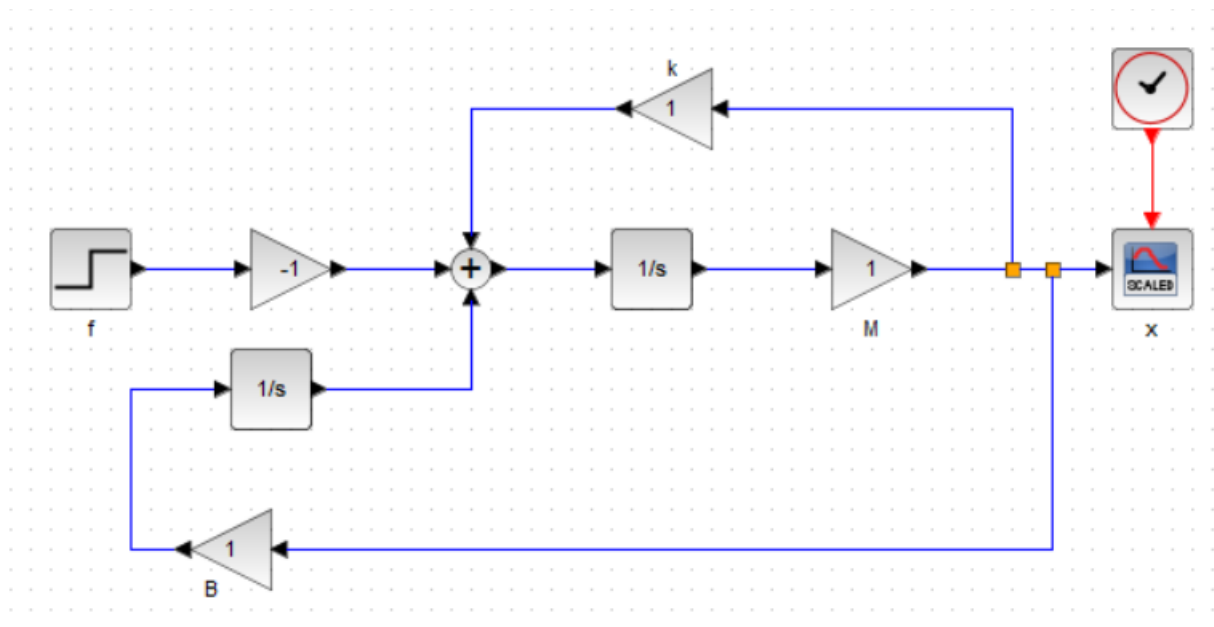


Рис. 1: Структурная схема моделирования механической системы масса-пружина

## **2 Исследование модели вход-состояние-выход**