ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3
Моделирование различных форм резервуаров с жидкостью

Вариант 11
Машуров Владимир БПМ-19-3

10 декабря 2021 г.

Содержание

1 Простой цилиндрический резервуар с жидкостью

Обратим внимание на рисунок 1, там приведёт пример рассматриваемого резервуара с жидкостью или пульпой.
V – объём жидкости;
S – площадь поверхности жидкости;
$Q_1,\ Q_2$ – объёмные расходы жидкости;
F – площадь проходного отверстия сливной трубы. Расход Q_2
принимается в качестве управляющего воздействия.

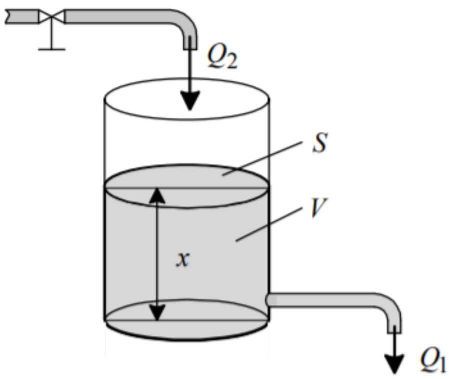

Рис. 1: Простой цилиндрический резервуар с жидкостью

Запишем уравнение материального баланса жидкости для данного резервуара:

$$\Delta V + Q_1 * \Delta t = Q_2 \Delta t$$

Предположим, что $\Delta t \to 0$ и $\Delta V \to 0$, тогда разделим на Δt и получим:

$$\dot{V} + Q_1 = Q_2;$$

Объём жидкости V выражается через её уровень x: $V = S \cdot x$. Найдем изменение объема жидкости: $\dot{V} = S * \dot{x}$. Далее, зависимость между объёмным расходом Q_1 и уровнем x вытекает из уравнения Д. Бернулли (Bernoulli), получим:

$$\frac{\rho \cdot v_0^2}{2} + \ \rho \cdot \ g \cdot \ x + P_1 = \ \frac{\rho \cdot v^2}{2} + \rho \cdot \ g \cdot \ x_0 + p_2$$

где v – скорость истечения жидкости из сливного отверстия; v_0 – скорость изменения уровня жидкости в резервуаре; $x_0 - x$ – перепад высот жидкости в резервуаре; $p1, p2$ – статические давления над жидкостью в резервуаре и за сливным отверстием; ρ – плотность жидкости; g – ускорение свободного падения. Величина $\frac{\rho v^2}{2}$ называется динамическим или скоростным давлением. Это уравнение можно переписать в виде

$$\frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot g} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + (x - x_o)$$

где $\gamma = \rho g$ – удельный вес.

В предположении, что $v_0 >> v$, $x_0 - x$, $p_1 = p_2$, скорость истечения жидкости будет определяться выражением $v = \sqrt{2gx}$. При умножении левой и правой частей этого выражения на площадь проходного сечения F , получается:

$$Fv = Q_1 = F\sqrt{2gx}$$

С помощью поправочного коэффициента μ, чаще всего определяемого экспериментально, может быть учтена форма и состояние поверхности сливного отверстия. Например, для отсадочной машины рекомендуется значение $\mu = 0.6$.

$$Q_1 = \mu F\sqrt{2gx}$$

Найденное выражение подставляется в ДУ изменения объёма жидкости:

$$S\frac{\partial x}{\partial t} + \mu F\sqrt{2gx} = Q_2$$

При $\frac{\partial x}{\partial t} = 0$ можно записать уравнение статического (стационарного) режима резервуара:

$$\mu F\sqrt{2gx} = Q_2$$

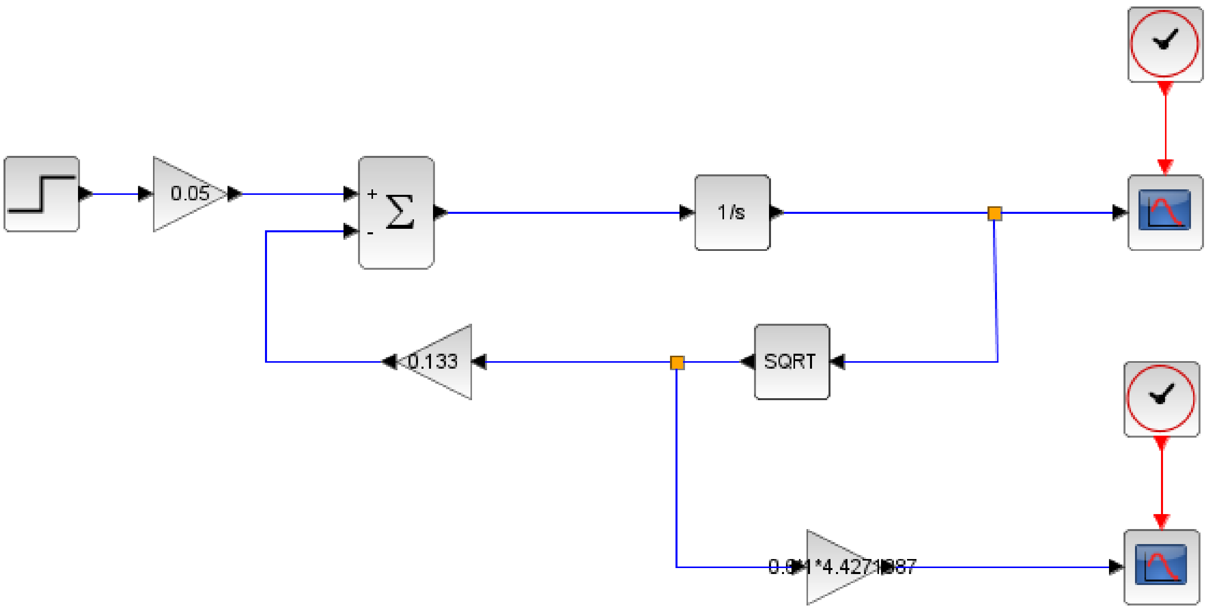

Рис. 2: Структурная схема моделирования простого цилиндрического резервуара с жидкостью

Приняв: $S = 2\ m^2$; $\mu = 0.6$; $F = 1\ m^2$; $g = 9.8\ \frac{m}{s^2}$

На рисунке 2 приведена схема моделирования процессов, протекающих в простом цилиндрическом резервуаре. На рисунке 3 приведены графики, полученные при моделировании.

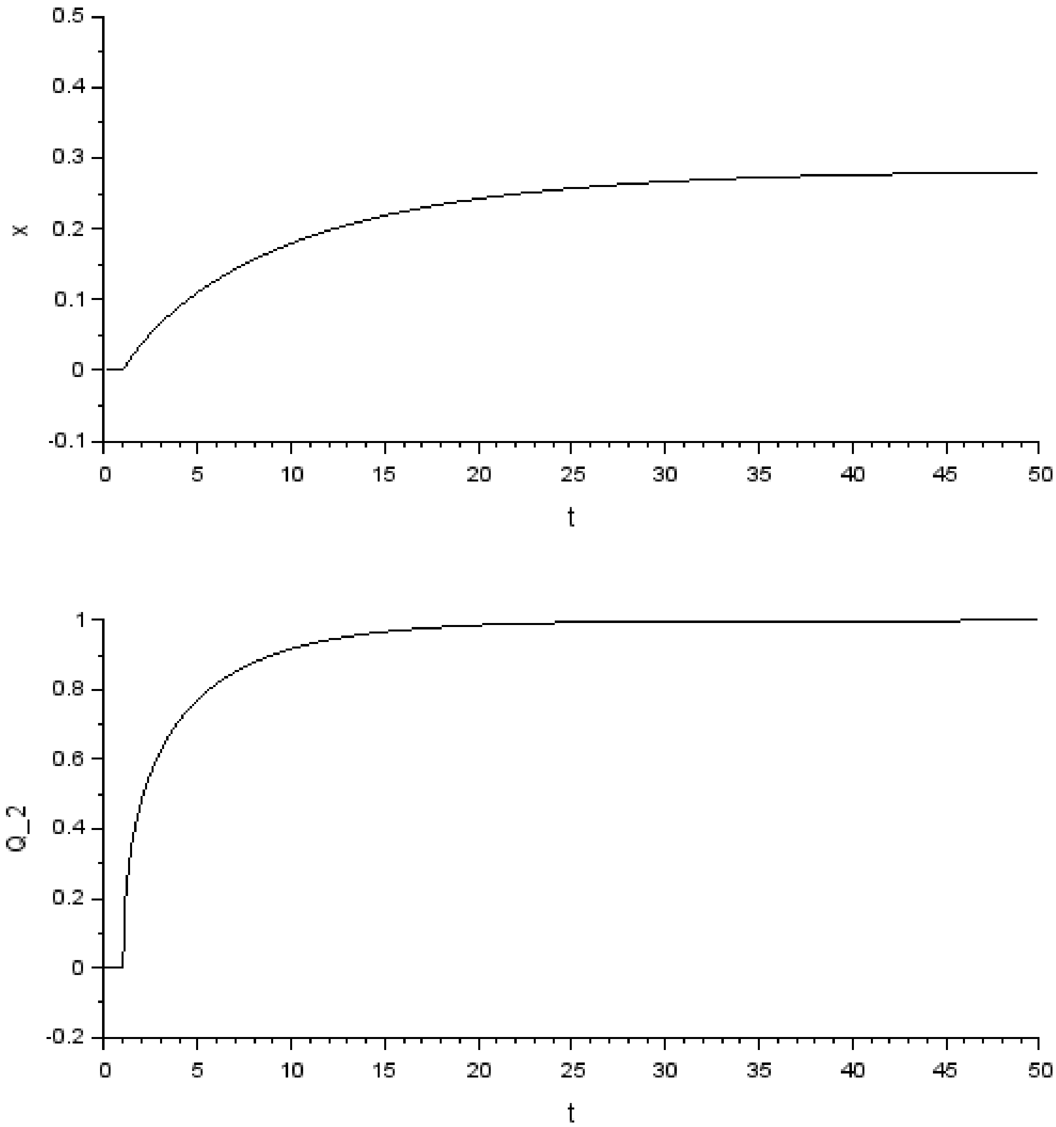

Рис. 3: Графики изменения уровня (сверху) жидкости/пульпы в простом цилиндрическом резервуаре и объема расхода жидкости (снизу), поступающей в резервуар

2 Резервуар формы усеченного конуса

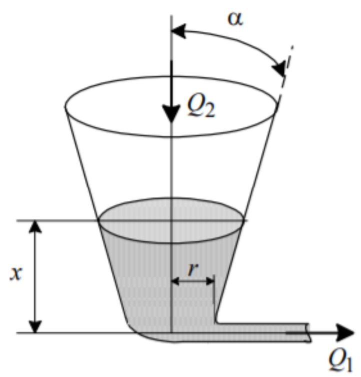

Рис. 4: Резервуар формы усеченного конуса с жидкостью

Обратим внимание на рисунок 4, там приведёт пример рассматриваемого резервуара с жидкостью или пульпой.
α – угол стенки конуса относительно основания;
S – площадь поверхности жидкости;
$Q_1,\ Q_2$ – объёмные расходы жидкости;
r – радиус окружности сечения конуса параллельной основанию;
x – высота уровня жидкости
F – площадь проходного отверстия сливной трубы. Расход Q_2 принимается в качестве управляющего воздействия;

Уравнение площади поверхности жидкости при достижении ею определенного уровня:

$$S\left(x\right) = \ \pi(R^2 + 2 \cdot \ R \cdot \tan\alpha + \ (tan\alpha)^2 \cdot \ x^2)$$

Дифференциальное уравнение процесса:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{Q_2}{\pi(r^2 + 2r\operatorname{tg}\alpha x + \operatorname{tg}^2\alpha x^2)} - \frac{\mu F\sqrt{2gx}}{\pi(r^2 + 2r\operatorname{tg}\alpha x + \operatorname{tg}^2\alpha x^2)}$$

Приняв: $R = 2\ m^2$; $\mu = 0.6$; $F = 5\ m^2$; $g = 9.8\ \frac{m}{s^2}$; $Q_2 = 5\ \frac{m^3}{s}$; $\alpha = 45^o$

На рисунке 5 приведена схема моделирования процессов, протекающих в коническом резервуаре. На рисунке 6 приведены графики, полученные при моделировании.

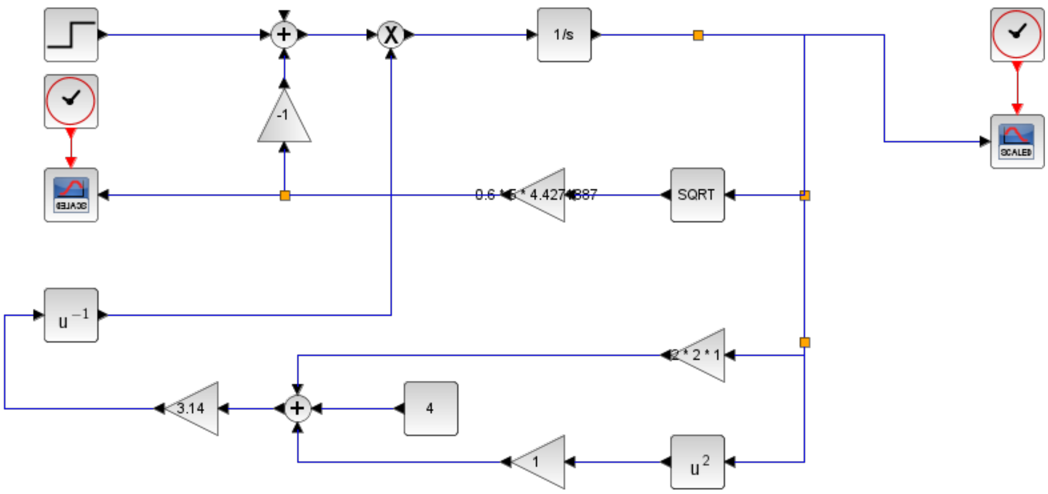

Рис. 5: Структурная схема моделирования конического резервуара с жидкостью

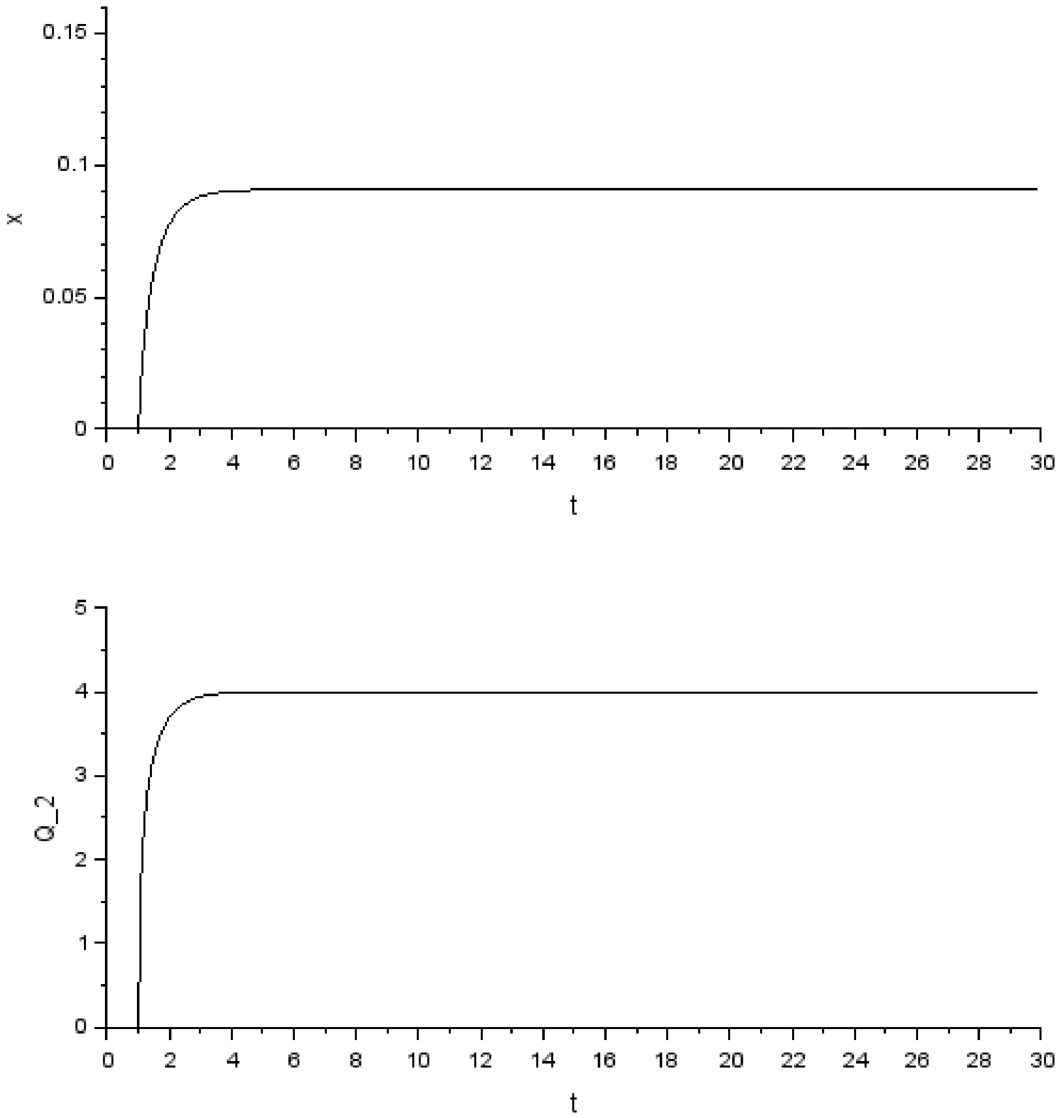

Рис. 6: Графики изменения уровня (сверху) жидкости/пульпы в коническом резервуаре и объема расхода жидкости (снизу), поступающей в резервуар

3 Резервуар сферической формы

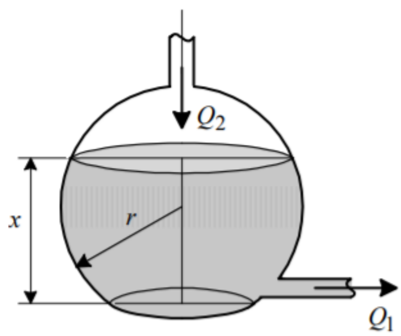

Рис. 7: Резервуар сферической формы

Обратим внимание на рисунок 7, там приведёт пример рассматриваемого резервуара

с жидкостью или пульпой.
S – площадь поверхности жидкости;
Q_1, Q_2 – объёмные расходы жидкости;
r – радиус сферы;
x – высота уровня жидкости;
F – площадь проходного отверстия сливной трубы. Расход Q_2 принимается в качестве управляющего воздействия.

Уравнение площади поверхности жидкости при достижении ею определенного уровня:

$$S = S(x) = \pi(2 * \ r * \ x - \ x^2)$$

Дифференциальное уравнение процесса:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{Q_2}{\pi\left(2rx - x^2\right)} - \frac{\mu F\sqrt{2gx}}{\pi\left(2rx - x^2\right)}$$

Приняв: $R = 2\ m^2$; $\mu = 0.6$; $F = 1\ m^2$; $g = 9.8\ \frac{m}{s^2}$; $Q_2 = 5\ \frac{m^3}{s}$;

На рисунке 8 приведена схема моделирования процессов, протекающих в сферическом резервуаре. На рисунке 9 приведены графики, полученные при моделировании.

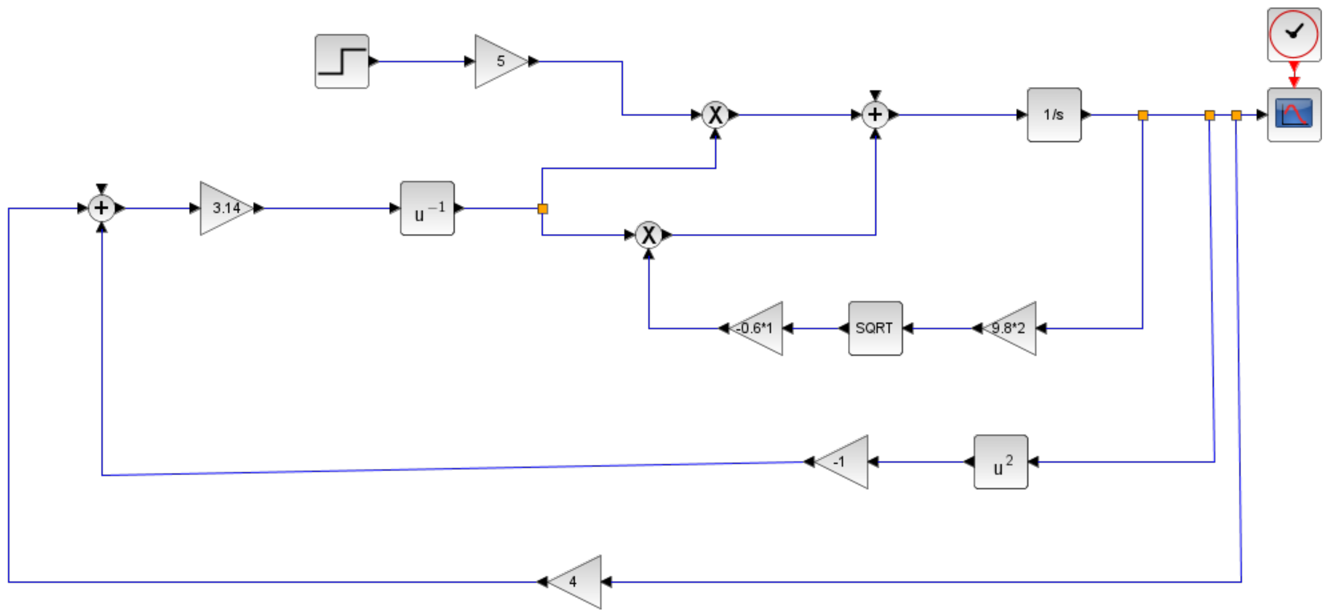

Рис. 8: Структурная схема моделирования сферического резервуара с жидкостью

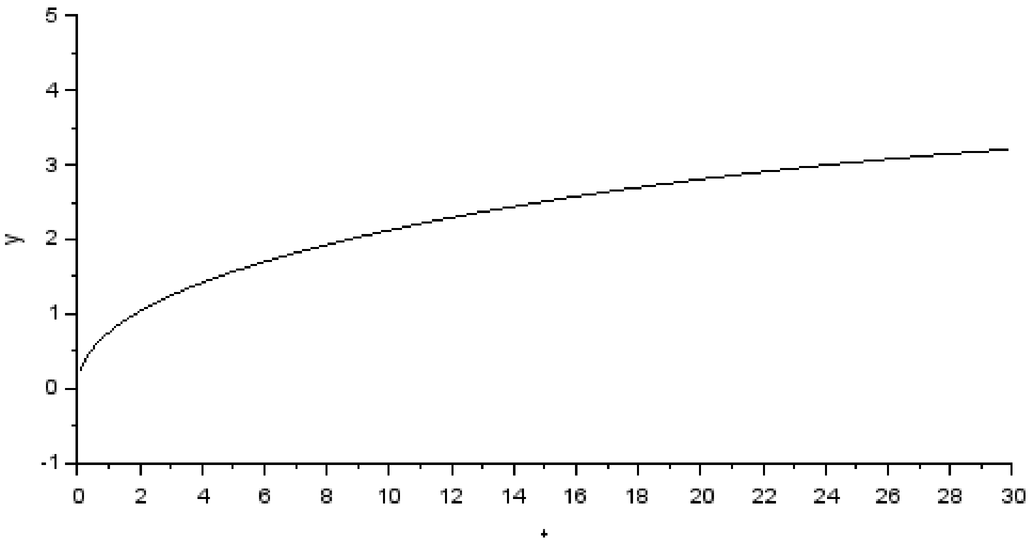

Рис. 9: Графики изменения уровня жидкости/пульпы в сферическом резервуаре

4 Флотационная машина

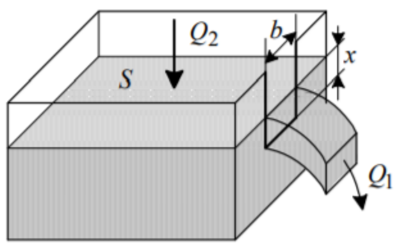

Рис. 10: Флотационная машина

Обратим внимание на рисунок 10, там приведёт пример флотационной[1] машины.

Истечение жидкости происходит в соответствии с нелинейным ДУ:

$$S\dot{x} + \left(0.465 + \frac{0.003}{x}\right) b\sqrt{2gx} \cdot x = Q_2$$

Статическая зависимость (нагрузочная характеристика) :

$$\frac{dx}{dt} = \frac{Q_2}{S} - \frac{0,465bx\sqrt{2gx}}{S} - \frac{0.003b\sqrt{2gx}}{S}$$

Характеризует физический закон слива жидкости через порог. Здесь зависимость расхода жидкости Q_1 от её уровня x приводится в виде эмпирической формулы.
S – площадь поверхности жидкости;
$Q_1,\ Q_2$ – объёмные расходы жидкости;
x – высота уровня жидкости;
b – ширина сливного отверстия;

[1]Флотация – способ обогащения полезных ископаемых, основанный на различной смачиваемости водой поверхности частиц, особенно после обработки флотационными реагентами

F – площадь проходного отверстия сливной трубы. Расход Q_2 принимается в качестве управляющего воздействия;

Приняв: $S = 50\ m^2$; $b = 5\ m$; $F = 1\ m^2$; $g = 9.8\ \frac{m}{s^2}$; $Q_2 = 5\ \frac{m^3}{s}$;

На рисунке 11 представленна схема моделирования процесса, а на рисунке 12 – графики, полученные в результате моделирования.

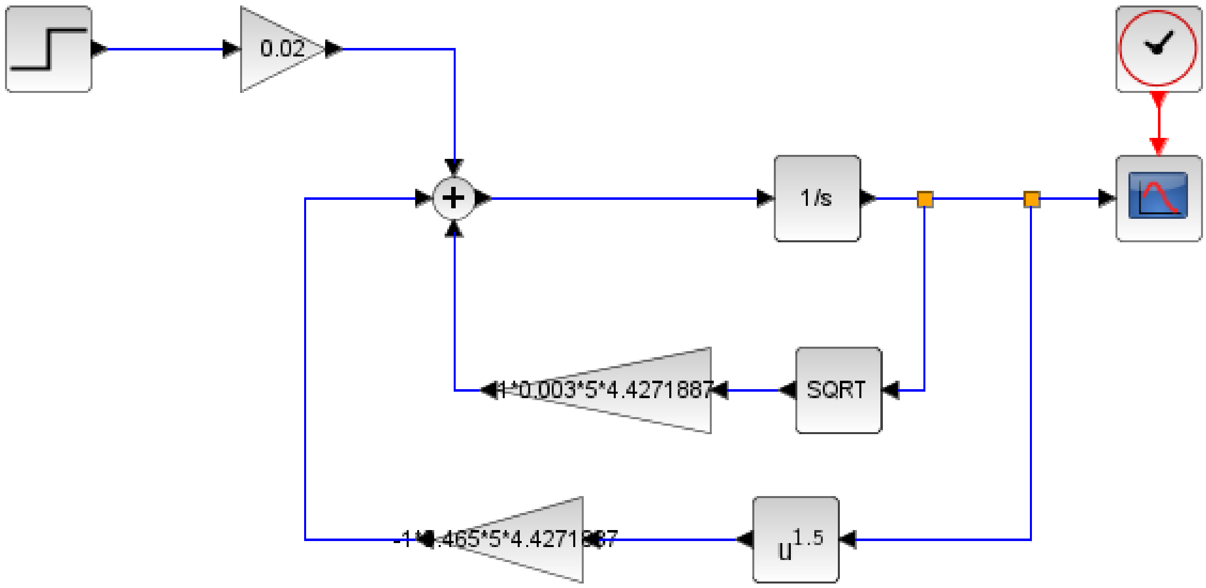

Рис. 11: Структурная схема моделирования флотационной машины

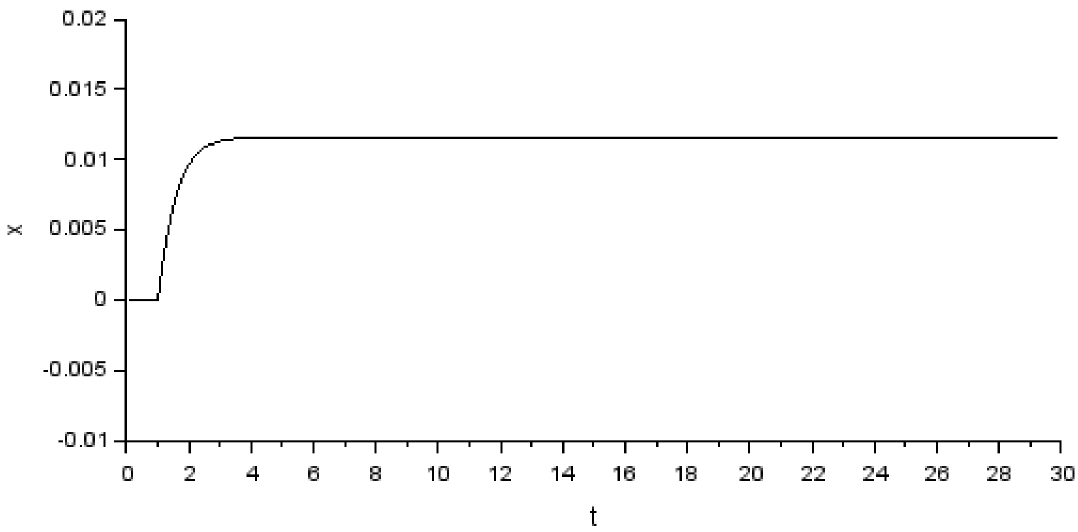

Рис. 12: Графики изменения уровня жидкости/пульпы в флотационной машине