

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4
ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ
ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА
УПРАВЛЕНИЯ

Вариант 3
Машуров Владимир
Арсений Устинов
Лев Измайлов

группа БПМ-19-3

Направление подготовки:
01.03.04 Прикладная математика

22 декабря 2021 г.

Содержание

1	Общие сведения	1
2	Структурная схема ЭМО	2
3	Структурная схема упрощенной модели ЭМО	4
4	Задание 2. Исследование реакции системы при моменте сопротивления $M_{CM} = 0$ Нм и напряжении $U = 5$ В	6
5	Задание 3. Исследование влияния момента сопротивления M_{CM} на вид переходных процессов	7
6	Задание 4. Исследование влияния момента инерции нагрузки J_M на вид переходных процессов	8
7	Задача 5. Исследование влияния передаточного отношения редуктора i_p на вид переходных процессов	9
8	Задача 6. Графики переходных процессов при меньших значениях постоянных времени	13
9	Задача 7. Графики переходных процессов для измеренных значений $\hat{\omega}_M, \hat{\alpha}_M$ при $M_{CM} = 0$	14
10	Выводы	15

1 Общие сведения

Цель работы. Изучение математических моделей и исследование характеристик электро-механического объекта управления, построенного на основе электродвигателя постоянного тока независимого возбуждения.

В работе рассматривается электромеханический объект управления, выходным сигналом которого является угловое перемещение ИМ, а управляющим сигналом — входное напряжение УПУ. Измерение угловой скорости осуществляется на валу двигателя. Момент сопротивления M_{CM} , приложенный к валу ИМ, выступает в качестве возмущающего воздействия.

Данные для 3-его варианта:

$U_H = 36$ В, $n_0 = 4000$ об/мин, $I_H = 6.5$ А, $M_H = 0.57$ Нм, $R = 0.85$ Ом, $T_{\text{я}} = 3$ мс, $J_{\text{д}} = 2.2 \cdot 10^{-4}$ кг/м², $T_y = 6$ мс, $i_p = 40$, $J_M = 0.15$ кг/м²

Обычно $U_m = 10$ В

Вывод математической модели вход-состояние-выход:

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} &= \omega \\ \dot{\omega} &= a_{23}I + d_2M_{\text{cm}} \\ \dot{I} &= a_{32}\omega + a_{33}I + a_{34}U_y \\ \dot{U}_y &= a_{44}U_y + b_4U\end{aligned}$$

Коэффициенты возьмем из следующих формул:

$$J_{\Sigma}\dot{\omega} = M_{\text{д}} - M_c \Rightarrow \dot{\omega} = \frac{k_M}{J_{\Sigma}}I - \frac{1}{J_{\Sigma}i_p}M_{\text{сМ}}$$

$$a_{23} = \frac{k_M}{J_{\Sigma}} \quad d_2 = -\frac{1}{J_{\Sigma}i_p}$$

$$T_{\text{д}}\dot{I} + I = k_{\text{д}}(U_y - E) \Rightarrow \dot{I} = -\frac{1}{T_{\text{д}}}I + \frac{k_{\text{д}}}{T_{\text{д}}}U_y - \frac{k_{\text{д}}k_E}{T_{\text{д}}}\omega$$

$$a_{32} = -\frac{k_{\text{д}}k_E}{T_{\text{д}}} \quad a_{33} = -\frac{1}{T_{\text{д}}} \quad a_{34} = \frac{k_{\text{д}}}{T_{\text{д}}}$$

$$T_y\dot{U}_y + U_y = k_yU \Rightarrow \dot{U}_y = \frac{k_y}{T_y}U - \frac{1}{T_y}U_y$$

$$a_{44} = -\frac{1}{T_y} \quad b_4 = \frac{k_y}{T_y}$$

$$x = \begin{bmatrix} \omega \\ \dot{\omega} \\ I \\ U_y \end{bmatrix} \quad y = \omega \quad u = U_y \quad v = M_{\text{сМ}}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a_{23} & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ b_4 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 0 \\ d_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad C = (1 \ 0 \ 0 \ 0)$$

2 Структурная схема ЭМО

Проведем необходимые расчеты:

$$J_p = 0.2J_{\text{д}} = 0.44 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$K_m = \frac{M_H}{I_H} = \frac{0.57}{6.5} = 0.0877 \text{ Нм/А}$$

$$K_y = \frac{U_H}{U_m} = \frac{36}{10} = 3.6 \text{ В}$$

$$K_{\text{д}} = \frac{1}{R} = \frac{1}{0.85} = 1.765 \text{ 1/Ом}$$

$$k_E = \frac{U_H}{\omega_0} = \frac{U_H}{2\pi n_0} = \frac{36}{2 \cdot 4000\pi} = 0.0859 \text{ Вс/рад}$$

$$J_{\Sigma} = J_{\text{д}} + J_p + \frac{J_M}{I_p^2} = 2.2 \cdot 10^{-4} + 0.2 \cdot 10^{-4} + \frac{0.15}{40^2} = 0.00036 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$T_M = \frac{RJ_{\Sigma}}{k_M k_E} = 0.0406 \text{ с}$$

$$K = \frac{K_y}{K_E i_p} = \frac{0.85 \cdot 0.00036}{0.0877 \cdot 0.0859} = 1.0477 \text{ рад/Вс}$$

$$K_f = \frac{R}{K_E K_M i_p^2} = \frac{3.6}{0.0859 \cdot 40} = 0.0705 \text{ рад/Нмс}$$

$$\omega_0 = \frac{U_A}{k_E} = \frac{36}{0,0859} = 419.091 \text{ рад/с}$$

На рисунке 1 изображена схема моделирования ЭМО с рассчитанными коэффициентами. На рисунках 2 и 3 обратим внимание на графики, полученные в результате моделирования.

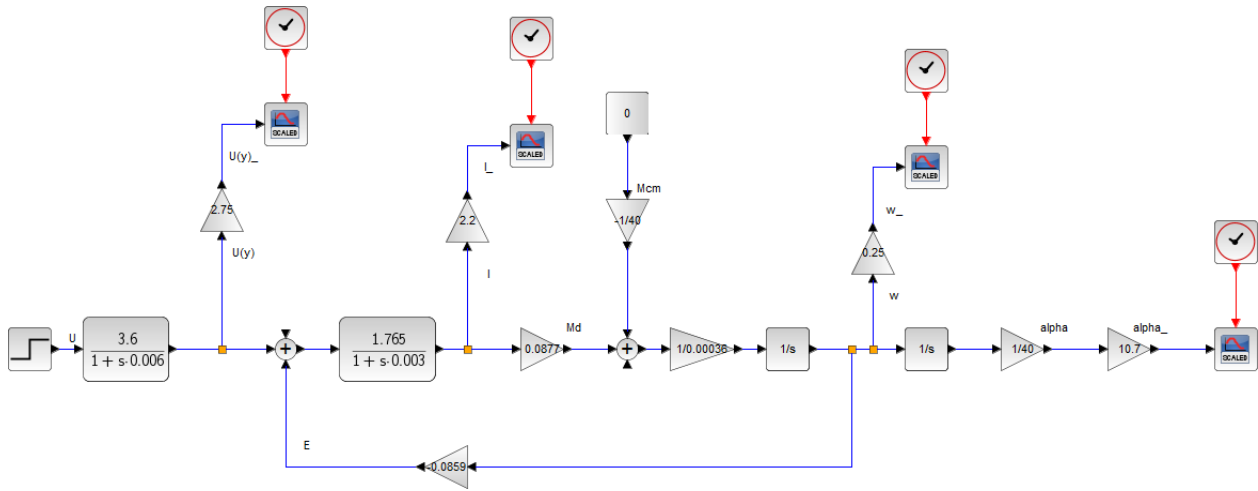


Рис. 1: Схема моделирования ЭМО в *Sci-Lab*

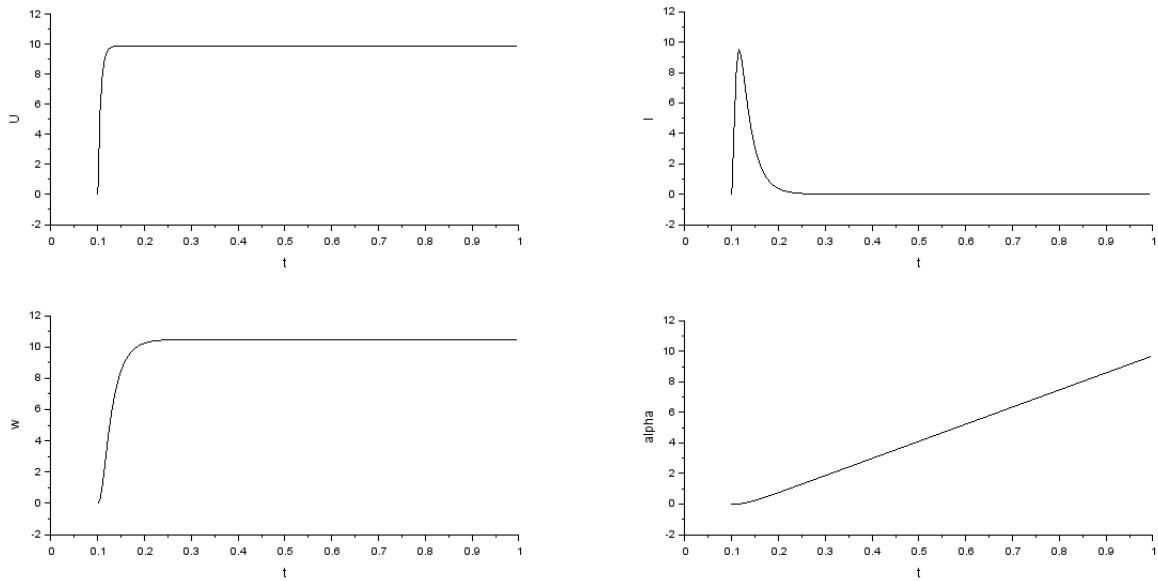


Рис. 2: Графики силы тока, напряжения, угловой скорости ротора и угла поворота ротора, полученные с помощью моделирования ЭМО в *Sci-Lab*

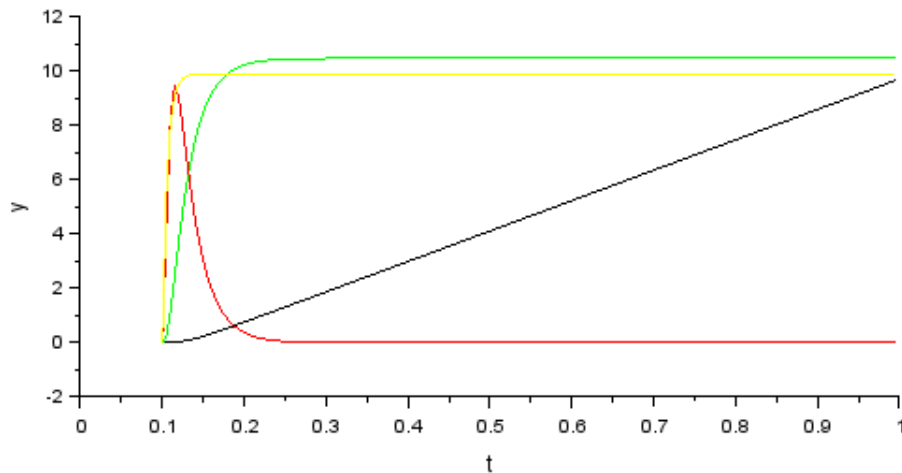


Рис. 3: Объединение всех графиков переходных процессов из рисунка 2 в одном.

Красный - сила тока

Зелёный - угловая скорость

Желтый - напряжение

Чёрный - угол поворота

3 Структурная схема упрощенной модели ЭМО

Для моделирования упрощенной модели ЭМО воспользуемся уже рассчитанными коэффициентами из предыдущего раздела. Получим схему, изображённую на рисунке 4 и графики, полученные в результате моделирования, на рисунках 5 и 6.

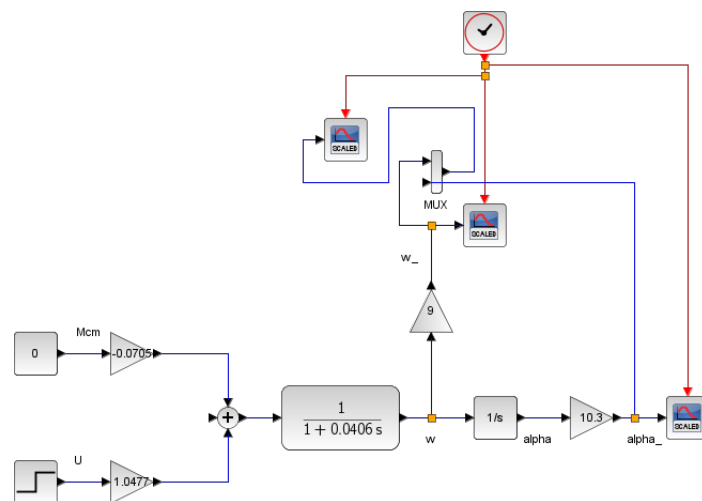


Рис. 4: Схема упрощенной модели ЭМО в *Sci-Lab*

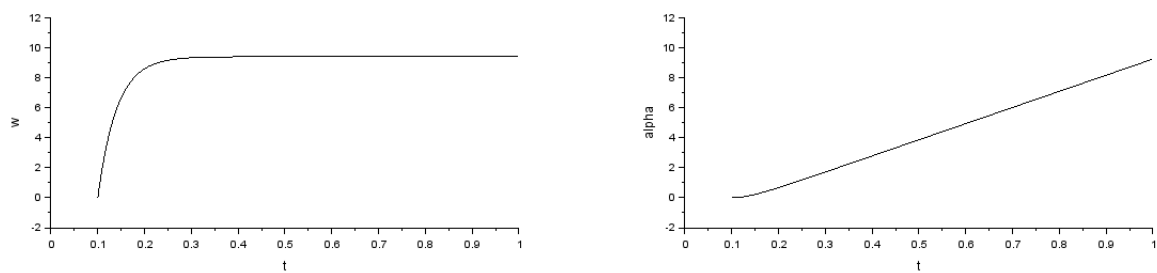


Рис. 5: Угловой скорости ротора и угла поворота ротора, полученные с помощью упрощенной модели ЭМО в *Sci-Lab*

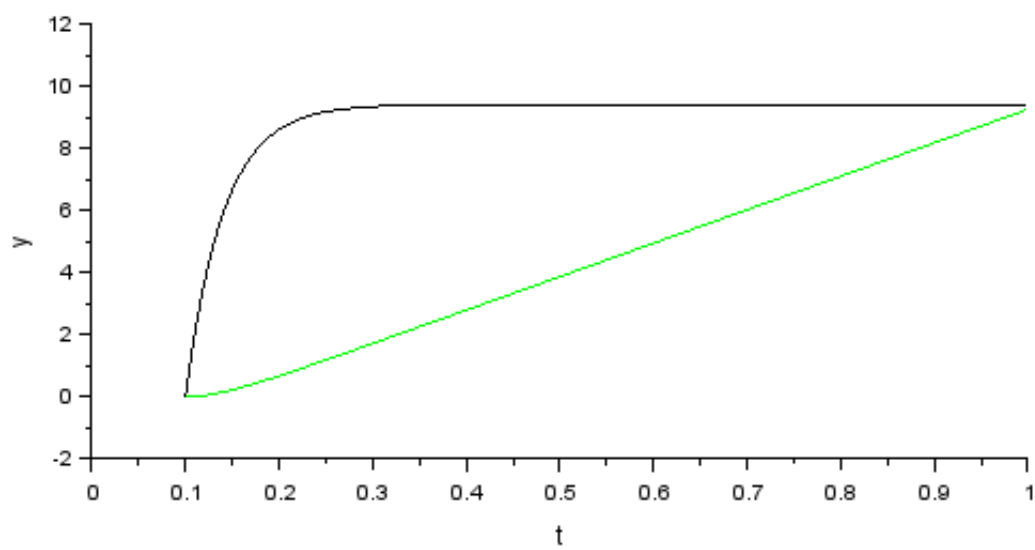


Рис. 6: Объединение всех графиков из рисунка 5 в одном

4 Задание 2. Исследование реакции системы при моменте сопроивления $M_{CM} = 0$ Нм и напряжении $U = 5$ В

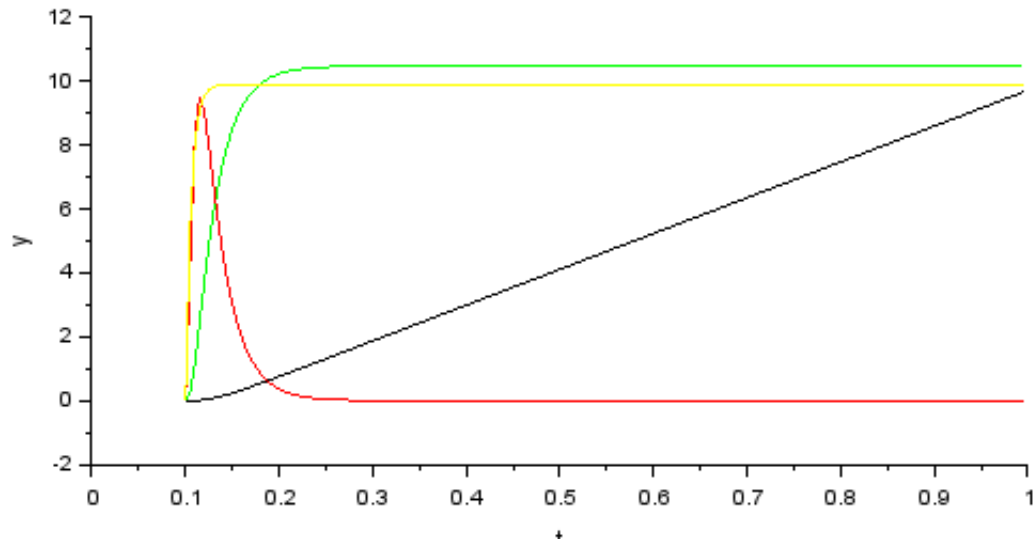


Рис. 7: Графики переходного процесса силы тока, напряжения, угловой скорости ротора и угла поворота ротора

По показаниям графика на рисунке 7 установим время переходного процесса:

t_n для $U'_y = 0.15$ с

t_n для $I' = 0.3$ с

t_n для $\omega' = 0.25$ с

5 Задание 3. Исследование влияния момента сопротивления M_{CM} на вид переходных процессов

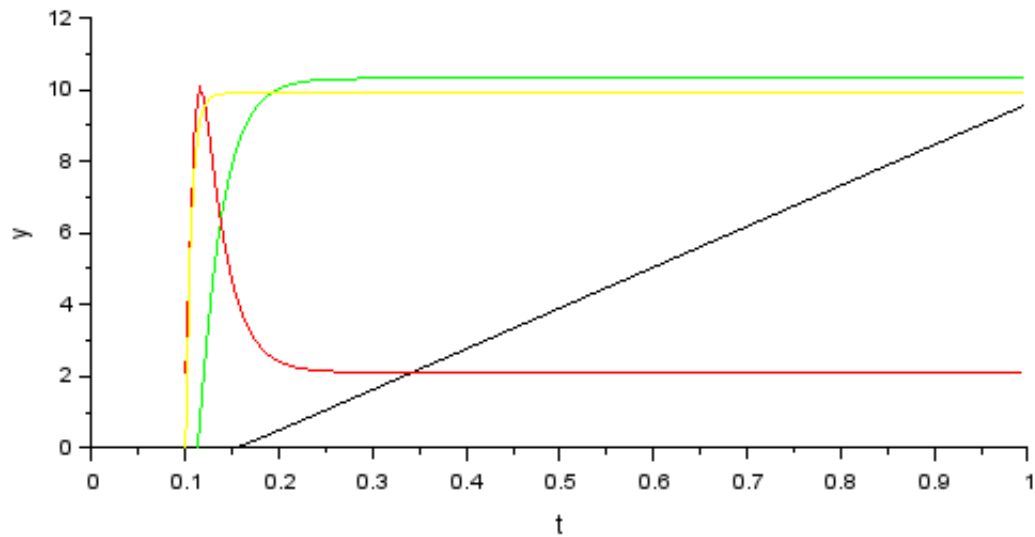


Рис. 8: Объединение графиков переходных процессов силы тока, напряжения, угловой скорости ротора и угла поворота ротора из эксперимента

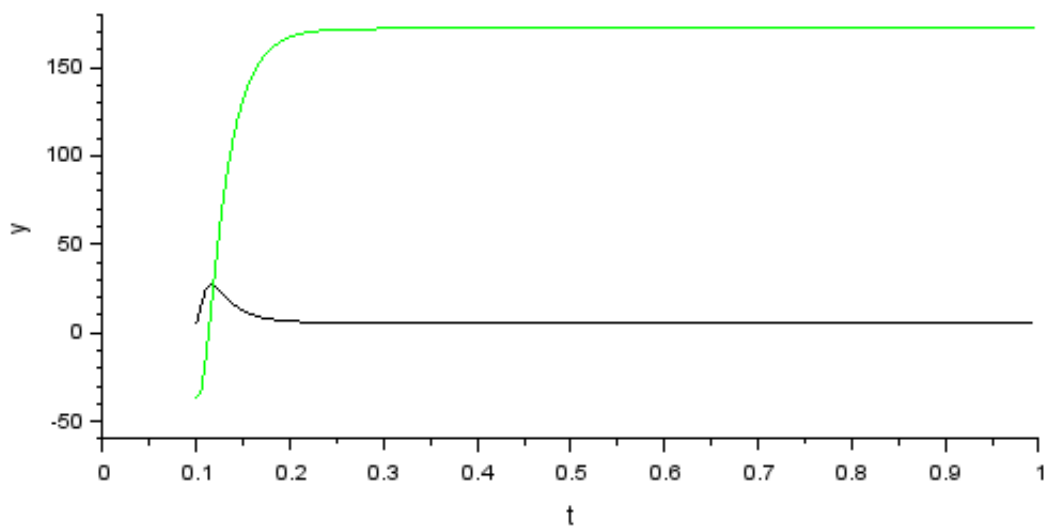


Рис. 9: Объединение графиков силы тока и угловой скорости без коэффициентов из эксперимента

Чёрный - сила тока

Зелёный - угловая скорость

По показаниям графика на рисунке 8 установим время переходного процесса:

t_n для $U'_y = 0.15$ с

t_n для $I' = 0.3$ с

t_n для $\omega' = 0.3$ с

Установившиеся значения силы тока I и угловой скорости ω возьмём из графика на рисунке 9:

$$I_y = 10 \text{ А}$$

$$\omega_y = 170 \text{ рад/с}$$

6 Задание 4. Исследование влияния момента инерции нагрузки J_M на вид переходных процессов

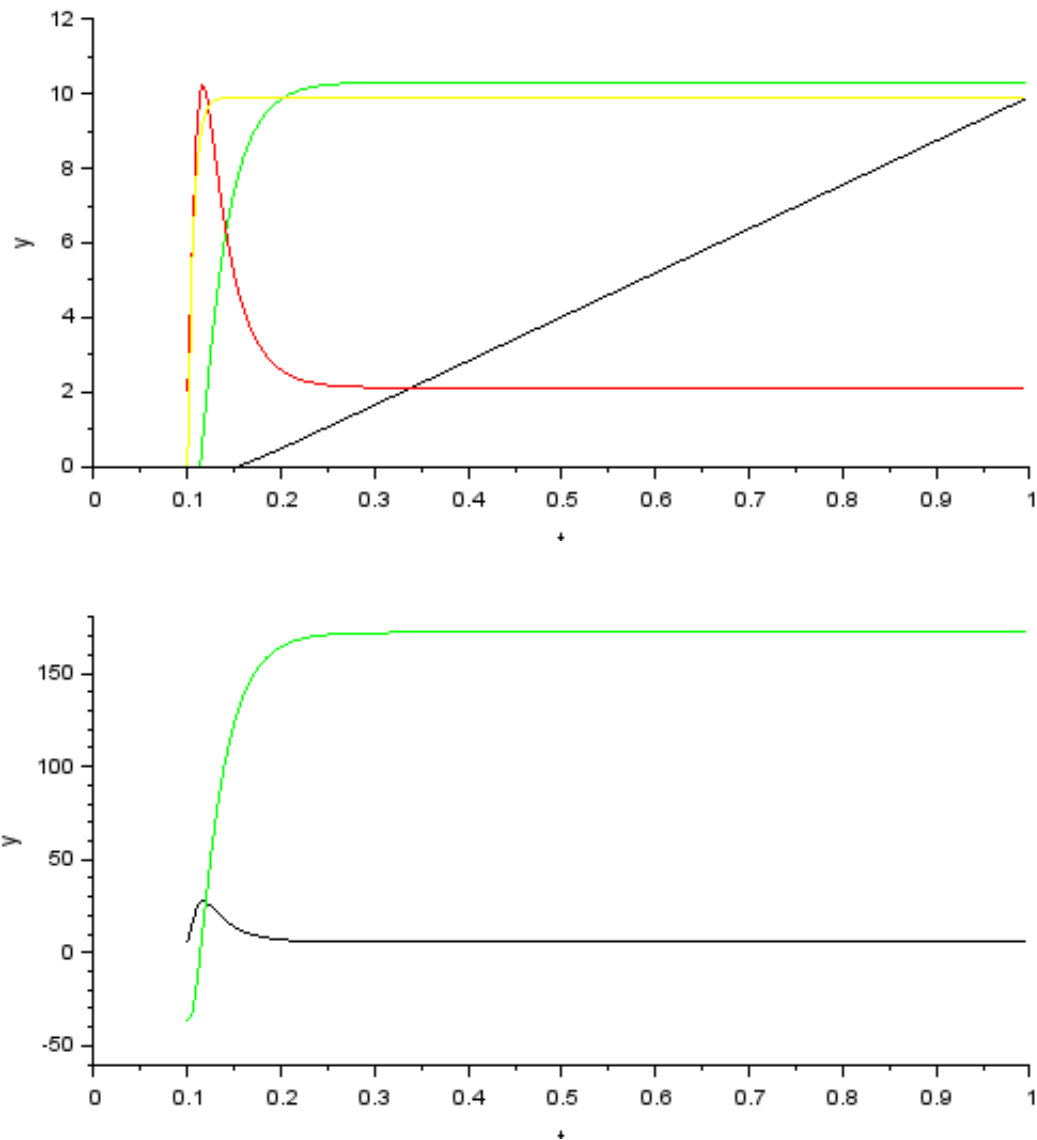


Рис. 10: Сверху - графики переходного процесса силы тока, напряжения, угловой скорости ротора и угла поворота ротора. Снизу - графики силы тока и угловой скорости.

При значении момента инерции нагрузки $J_m = 0.225$ и возмущающем воздействии $M_{CM} = 100$ Нм переходный процесс имеет вид изображенный на графике на рисунке 10.

По показаниям на графиках установим время переходного процесса:

$$t_n \text{ для } U'_y = 0.15 \text{ с}$$

$$t_n \text{ для } I' = 0.4 \text{ с}$$

$$t_n \text{ для } \omega' = 0.3 \text{ с}$$

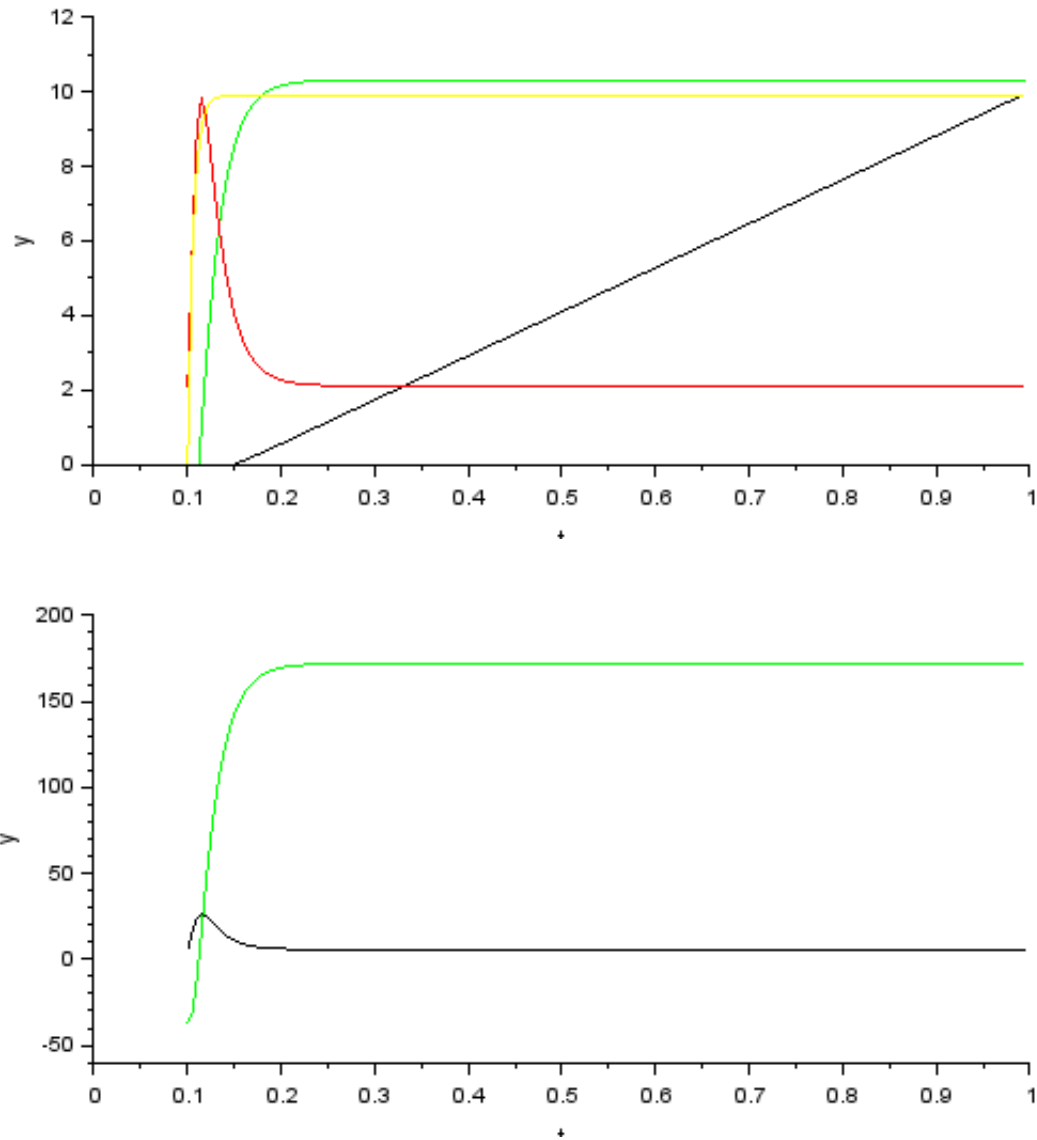


Рис. 11: Сверху - графики переходного процесса силы тока, напряжения, угловой скорости ротора и угла поворота ротора. Снизу - графики силы тока и угловой скорости.

При значении момента инерции нагрузки $J_m = 0.075$ и возмущающем воздействии $M_{CM} = 100$ Нм переходный процесс имеет вид изображенный на графике на рисунке 11.

По показаниям на графиках установим время переходного процесса:

$$t_n \text{ для } U'_y = 0.15 \text{ с}$$

$$t_n \text{ для } I' = 0.4 \text{ с}$$

$$t_n \text{ для } \omega' = 0.25 \text{ с}$$

7 Задача 5. Исследование влияния передаточного отношения редуктора i_p на вид переходных процессов

При $M_{CM} = 10$ Нм, $J_\Sigma = 0.001764$ Кг·м² и $i_p = 10$ получим график, изображенный на рисунке 12.

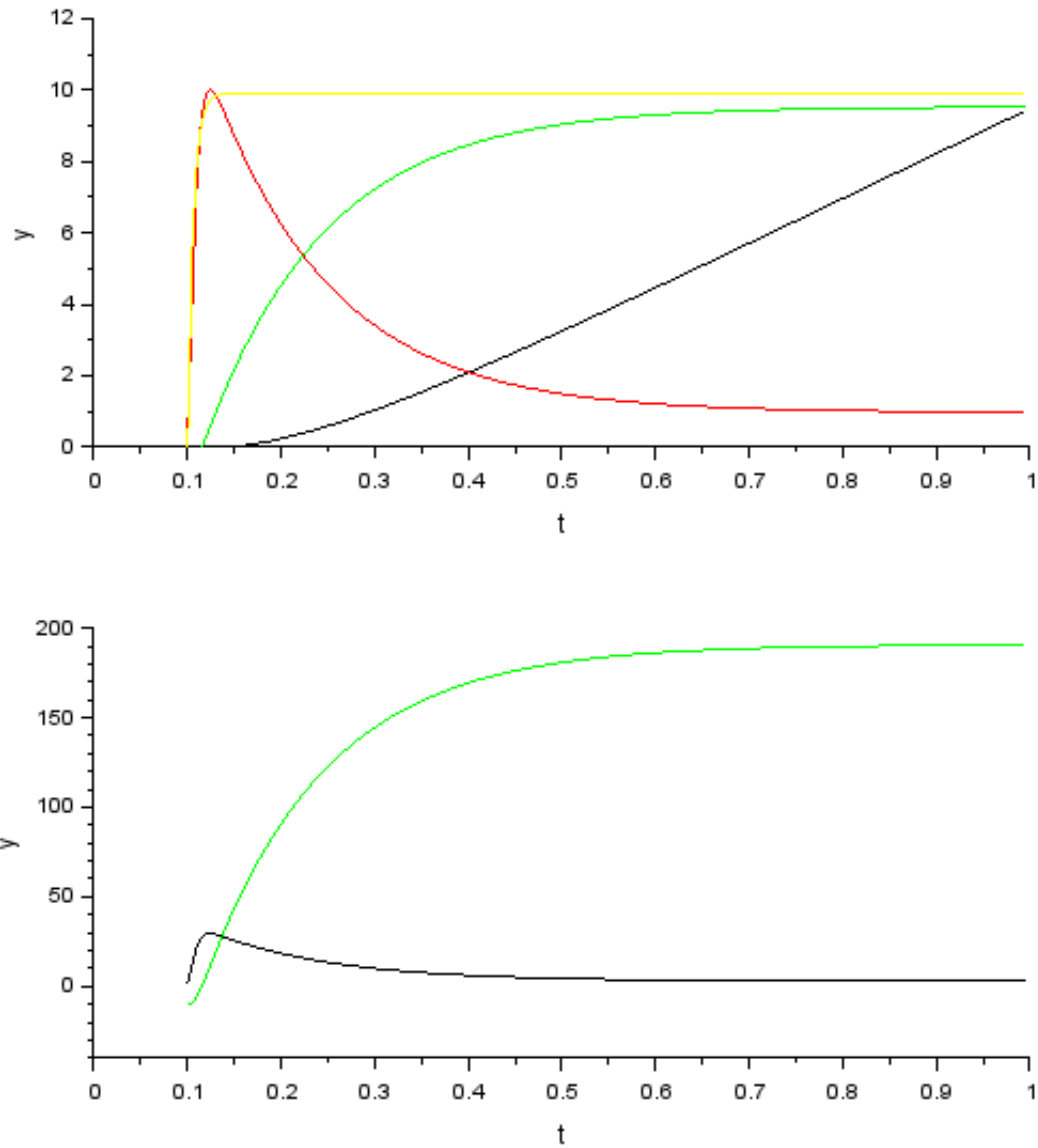


Рис. 12: Сверху - графики переходного процесса силы тока, напряжения, угловой скорости ротора и угла поворота ротора. Снизу - графики силы тока и угловой скорости.

При $M_{CM} = 10$ Нм, $J_{\Sigma} = 0.000295$ Кг·м² и $i_p = 70$ получим график, изображенный на рисунке 13.

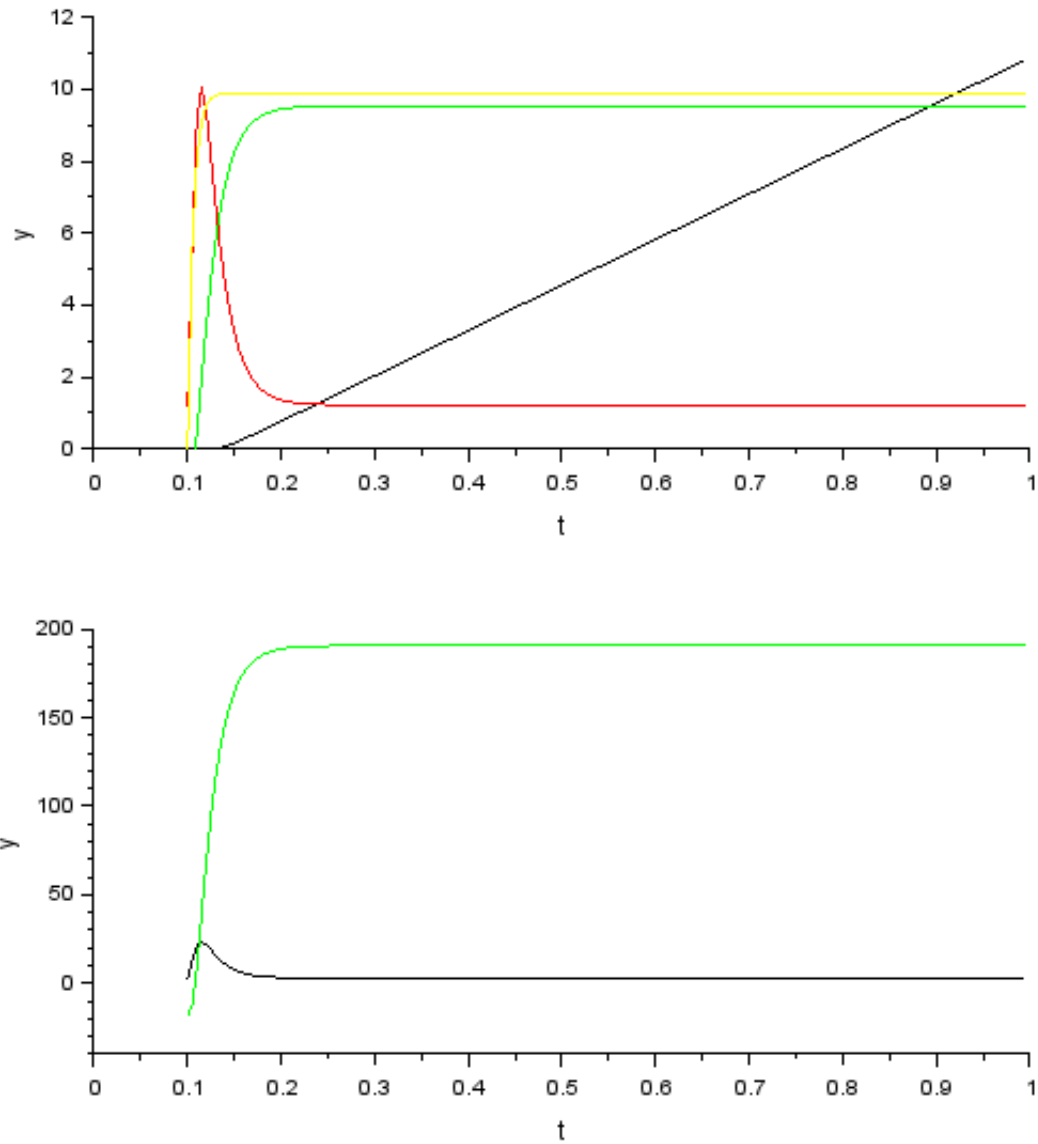


Рис. 13: Сверху - графики переходного процесса силы тока, напряжения, угловой скорости ротора и угла поворота ротора. Снизу - графики силы тока и угловой скорости.

При $M_{CM} = 0$ Нм, $J_{\Sigma} = 0.001764$ Кг·м² и $i_p = 10$ получим график, изображенный на рисунке 14.

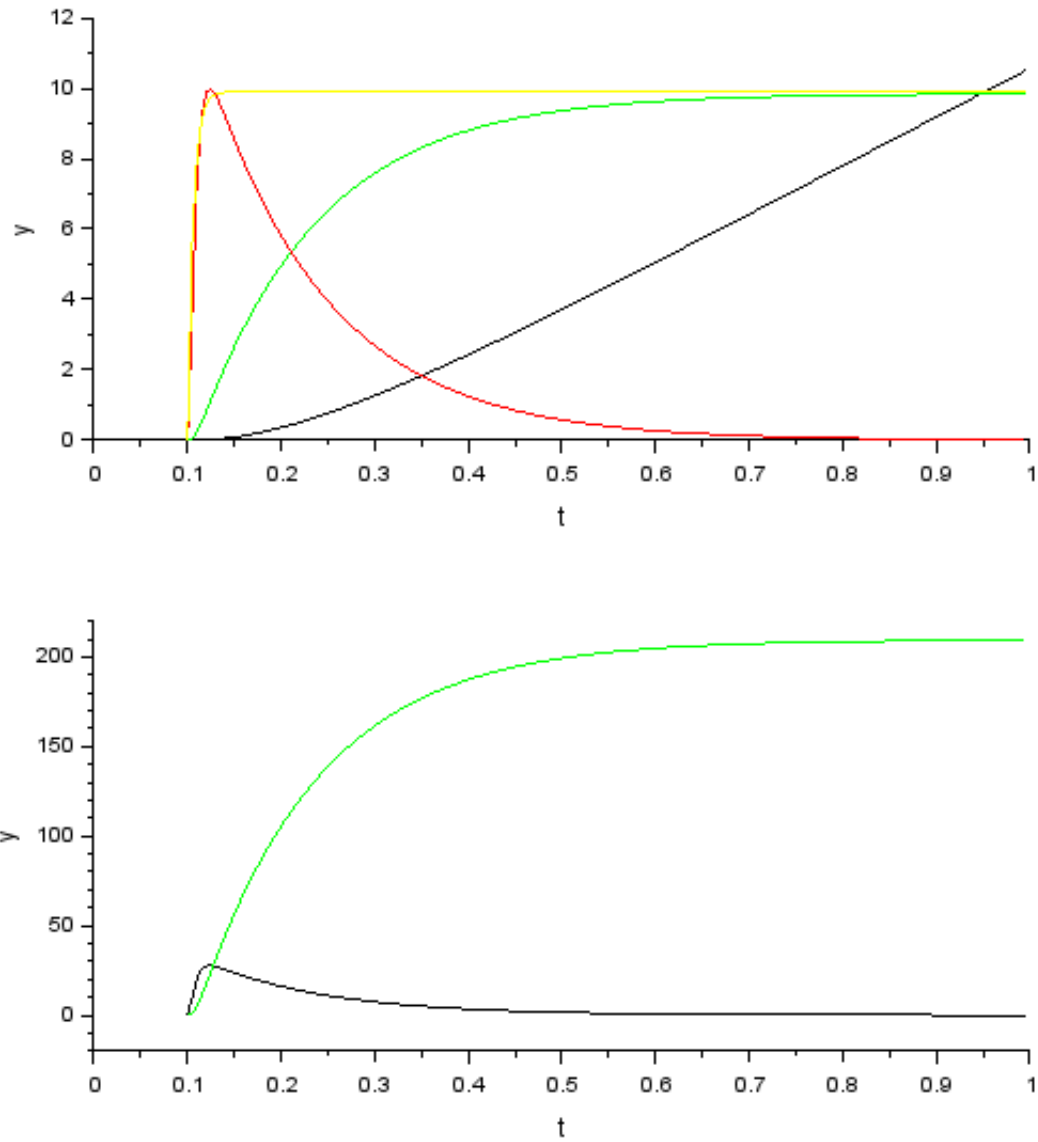


Рис. 14: Сверху - графики переходного процесса силы тока, напряжения, угловой скорости ротора и угла поворота ротора. Снизу - графики силы тока и угловой скорости.

При $M_{CM} = 0$ Нм, $J_{\Sigma} = 0.000295$ Кг·м² и $i_p = 70$ получим график, изображенный на рисунке 15.

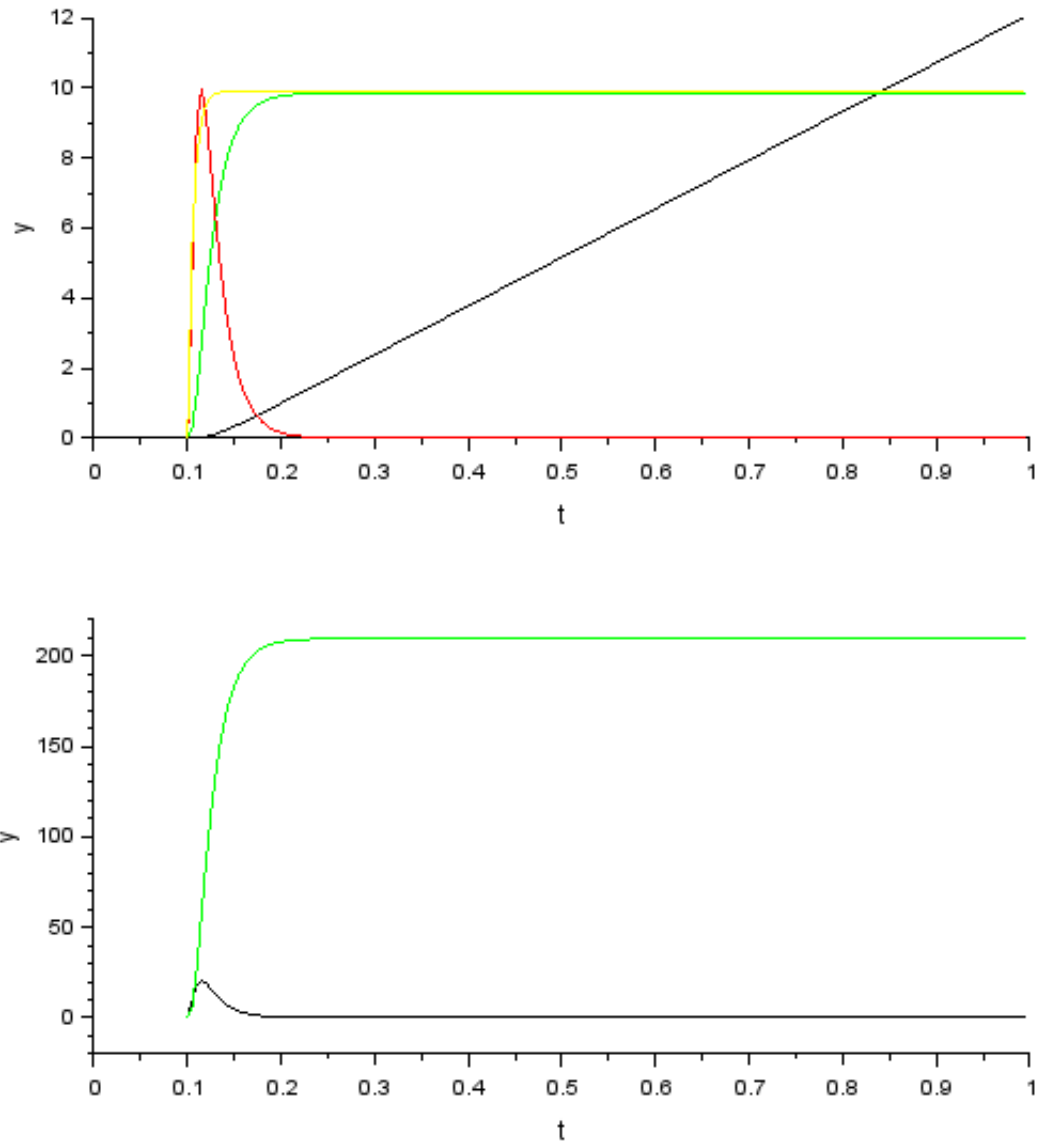


Рис. 15: Сверху - графики переходного процесса силы тока, напряжения, угловой скорости ротора и угла поворота ротора. Снизу - графики силы тока и угловой скорости.

8 Задача 6. Графики переходных процессов при меньших значениях постоянных времени

При $T_y = 0.0006$, а $T_\alpha = 0.0003$ получим график, изображенный на рисунке 16.

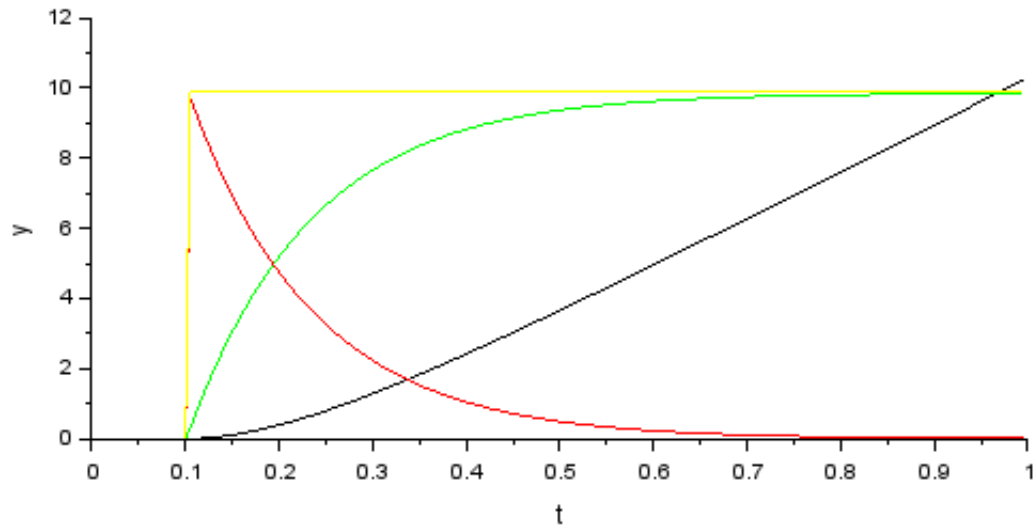


Рис. 16: Графики переходного процесса силы тока, напряжения, угловой скорости ротора и угла поворота ротора.

9 Задача 7. Графики переходных процессов для измененных значений $\hat{\omega}_M, \hat{\alpha}_M$ при $M_{CM} = 0$

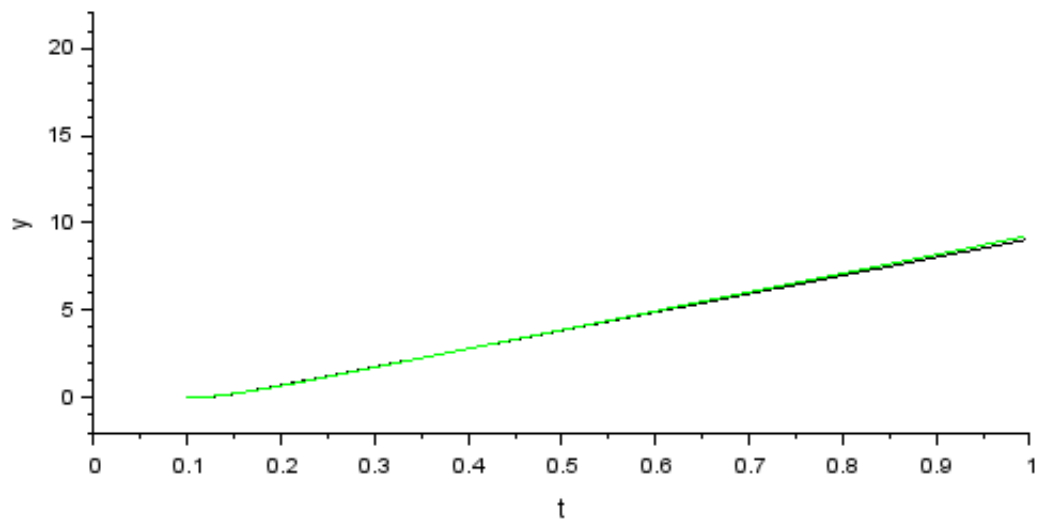


Рис. 17: Графики переходного процесса угловой скорости ротора при $U = 5$ В, $M_{CM} = 0$ Нм и $T_y = T_{\alpha} = 0.005$.

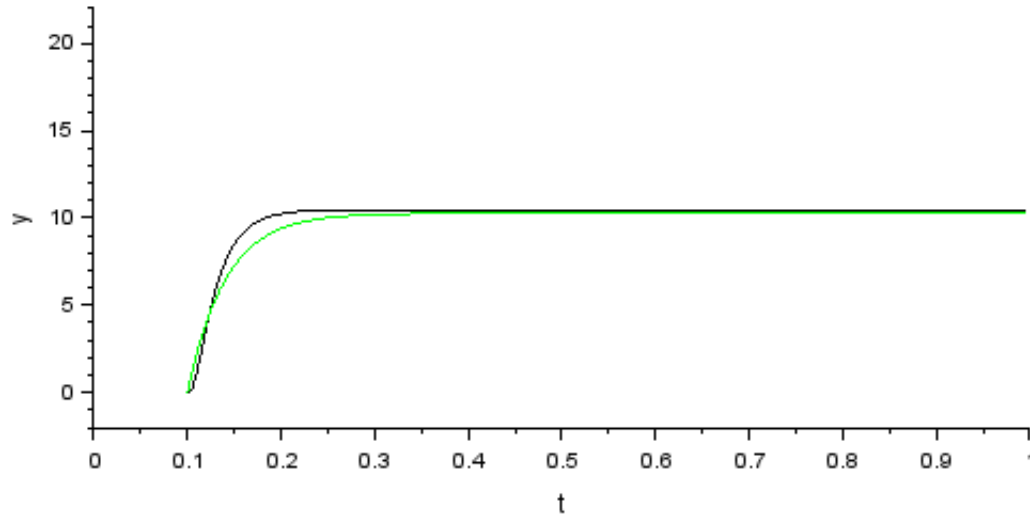


Рис. 18: Графики переходного процесса угла поворота ротора при $U = 5$ В, $M_{CM} = 0$ Нм и $T_y = T_{\pi} = 0.005$.

Сравнивая полученные графики переходного процесса угловых скоростей и угла поворота легко заметить, что при значениях электрических постоянных времени порядка 10^4 с поведение полной модели ЭМО очень сильно схоже с поведением упрощённой модели ЭМО.

10 Выводы

При выполнении этой лабораторной работы нам удалось изучить математические модели и исследовать характеристики ЭМО, основанного на электродвигателе постоянного тока независимого возбуждения. В ходе выполнения работы мы установили следующее:

1. Возмущающее воздействие M_{CM} не влияет на время переходного процесса, обратно пропорционально влияет на установившееся значение угловой скорости и прямо пропорционально влияет на установившееся значение I .
2. J_m Момент инерции нагрузки – прямо пропорционален времени переходного процесса, при этом не оказывает влияния на установившиеся значения I_y и ω_y .
3. При возмущающем воздействии $M_{CM} = 0$ значение передаточного отношения редуктора i_p обратно пропорционально времени переходного процесса I' и ω' , но это значение не влияет на установившееся значение угловой скорости ω_y и силы тока I_y .
4. При возмущающем воздействии $M_{CM} > 0$ передаточное отношение редуктора i_p обратно пропорционально установившемуся значению силы тока I_y , но прямо пропорционально установившемуся значению угловой скорости ω_y .
5. При значениях электрических постоянных времени близких к 0 ($\rightarrow 0$) можно воспользоваться упрощённой моделью.