ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1 МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Вариант 11

Машуров Владимир БПМ-19-3

3 октября 2021 г.

Содержание

1 Исследование модели вход-выход

Дано: $n = 2$, $a_0 = 30$, $a_1 = 0.8$, $b_0 = 8$, $b_1 = 3$
Модель вход-выход имеет вид:

$$\ddot{y} + 0,8\dot{y} + 30y = 3\dot{U} + 30U$$

Представим его в операторной форме приняв $s = \frac{d}{dt}$

$$s^2y + 0,8sy + 30y = 3sU + 30U$$

$$y = \frac{1}{s^2}(30U - 30y) + \frac{1}{s}(3U - 0,8y)$$

В полученной записи легко представить модель в виде схемы с помощью программы *Scilab*, результат можно увидеть на картинке 1.

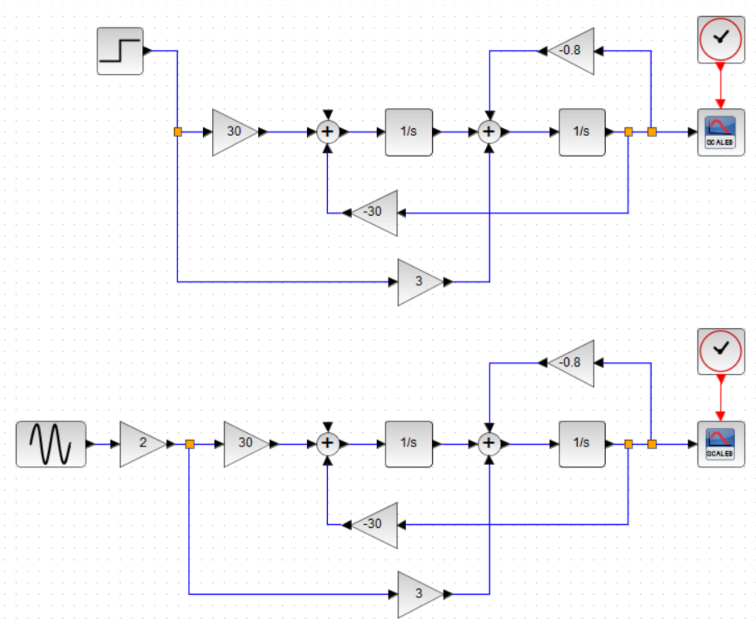

Рис. 1: Схема математической модели в *Scilab*

На картинке 1 сверху и снизу представлена одна и та же модель, но с разными входными воздействиями. Вверху это $U = \begin{cases} 1, x \geq 1 \\ 0, x < 1 \end{cases}$, а внизу $U = 2\sin(t)$

На рисунках 2 и 3 можно увидеть графики модели при разных входных воздействиях, соответственно сверху - входное воздействие, снизу - реакция системы. Продолжительность интервала наблюдений по умолчанию.

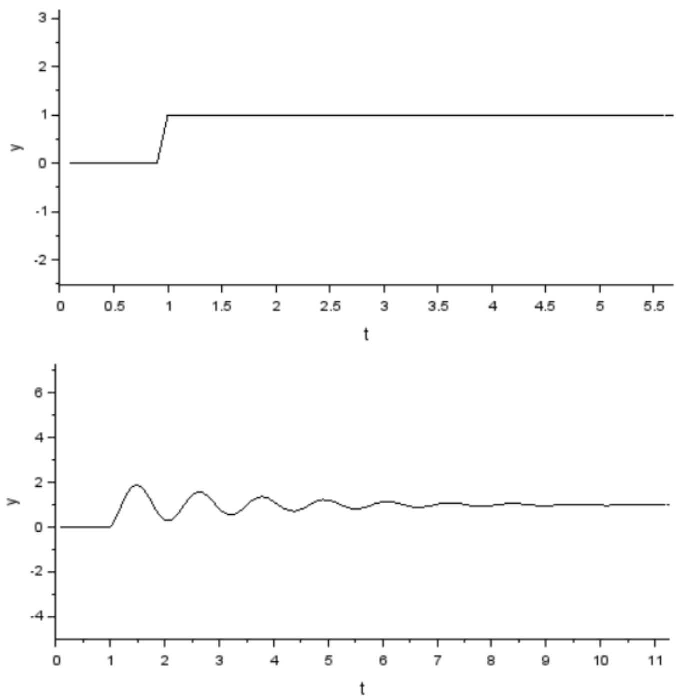

Рис. 2: График при нулевых начальных условиях и входным воздействием $1(t)$

Даля моделирования свободного движения системы были даны начальные условия: $n = 2$, $y(0) = 1$, $\dot{y}(0) = 0.5$

На рисунке 4 показана схема моделирования свободного движения. Там же можно увидеть $z_1, \dot{z}_1, z_2, \dot{z}_2$ наглядно на схеме модели.

Проведём преобразования:

$$y = z_1 \Rightarrow \dot{y} = \dot{z} = z_2 + 3U - 0.8y$$

Отсюда:

$$\ddot{y} = \ddot{z}_2 + 3\dot{U} - 0,8\dot{y} = 30U - 30y - 0,8\dot{y}$$

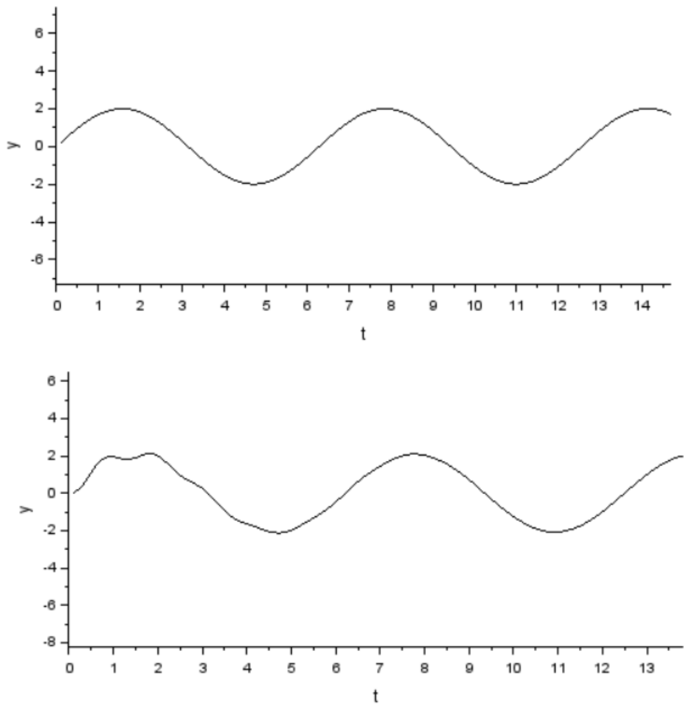

Рис. 3: График при нулевых начальных условиях и входным воздействием $2\sin(t)$

Из полученных равенств получим значения для $z_1(0)$ и $z_2(0)$:

$$y(0) = z_1(0) = 1$$

$$\dot{y}(0) = \dot{z}_1(0) = z_2(0) + 3U(0) - 0,8y(0) = 0,5$$

Заметим, что $U(0) = 0$

$$z_2(0) + 3 \times 0 - 0,8 \times 1 = 0,5 \Rightarrow z_2(0) = 1,3$$

На рисунке 5 показаны графики нулевого входного воздействия, снизу, и реакции системы, сверху.

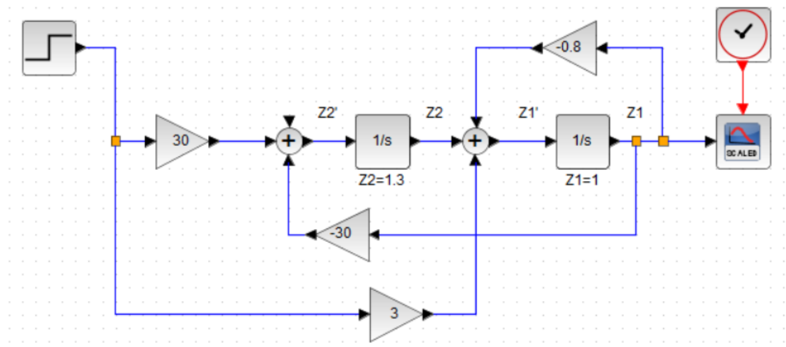

Рис. 4: Схема моделирования свободного движения системы

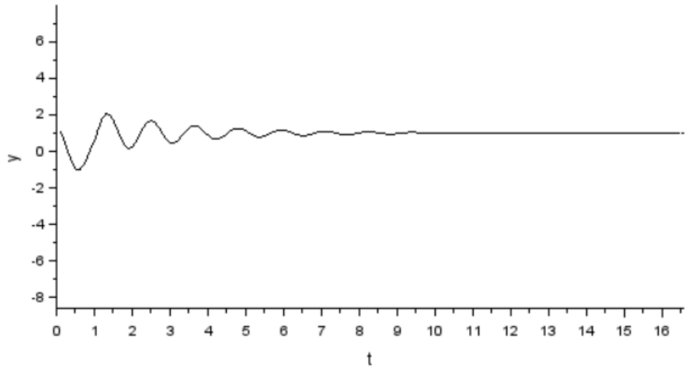

Рис. 5: График при моделировании свободного движения системы

2 Исследование модели вход-состояние-выход

Дано:

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -4 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} \; B = \begin{vmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{vmatrix} \; C^T = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0.5 \end{vmatrix}$$

Начальные условия системы:

$$x_1(0) = 0.5, \; x_2(0) = -2, \; x_3(0) = 0$$

Из условий запишем систему:

$$\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 + x_3 \\ \dot{x_2} = -4x_1 - x_2 + 2x_3 + 2U \\ \dot{x_3} = x_2 - 2x_3 + U \\ y = x_1 + 0.5x_3 \end{cases}$$

Построим получившуюся систему в *Scilab* (смотреть рисуноки 6 и 7):

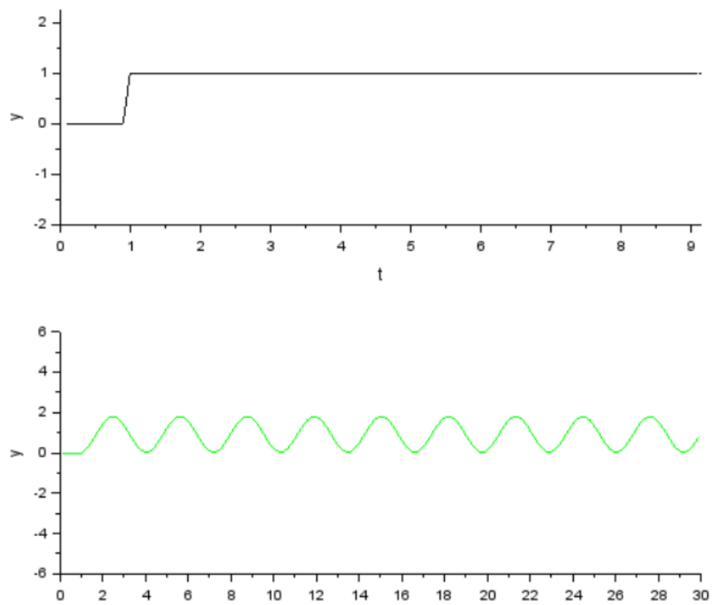

Рис. 6: График при моделировании системы вход-состояние-выход при нулевых начальных условиях и входным воздействием $1(t)$

Произведём вычисления значений интеграторов для моделирования свободного движения системы:

$$y(0) = x_1(0) + 0.5x_3(0) = 0.5$$

$$\dot{x_1}(0) = x_2(0) + x_3(0) = -2 + 0 = -2$$

$$\dot{x_3}(0) = x_2(0) - 2x_3(0) + U(0) = -2 - 2 \times 0 + 0 = -2$$

$$\dot{x_2}(0) = -4x_1(0) - x_2(0) + 2x_3(0) + 2U(0) = -4 \times 0.5 + 2 + 2 \times 0 + 2 \times 0 = -2 + 2 + 0 + 0 = 0$$

График реакции системы y можно увидеть на рисунке 8.

Сама система выглядит следующим образом (смотреть рисунок 9).

При моделировании системы с входным воздействием $2 \sin t$ - блок ступенчатого воздействия заменяется на последовательность блоков функции синуса и блока gain со значением 2.

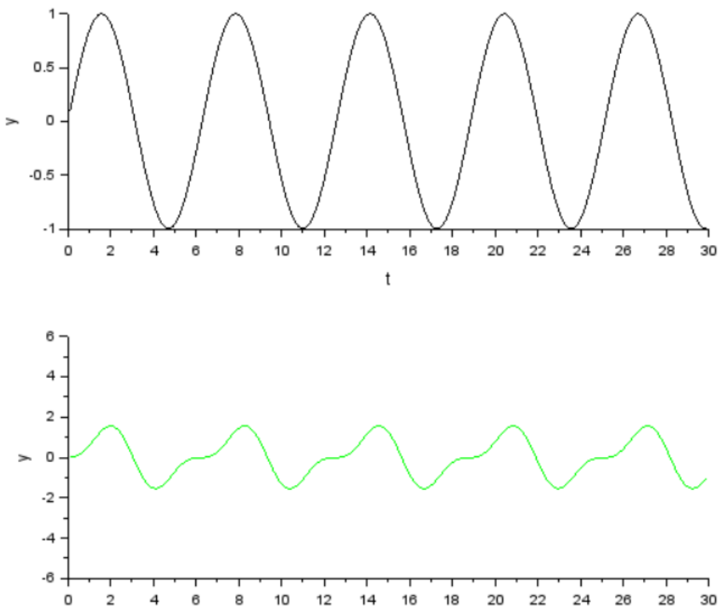

Рис. 7: График при моделировании системы вход-состояние-выход при нулевых начальных условиях и входным воздействием $2\sin t$

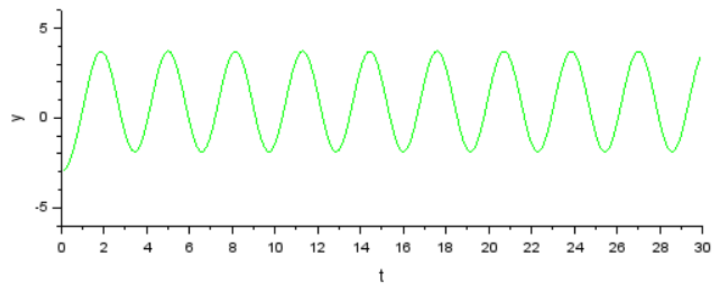

Рис. 8: График реакции системы при моделировании свободного движения системы вход-состояние-выход

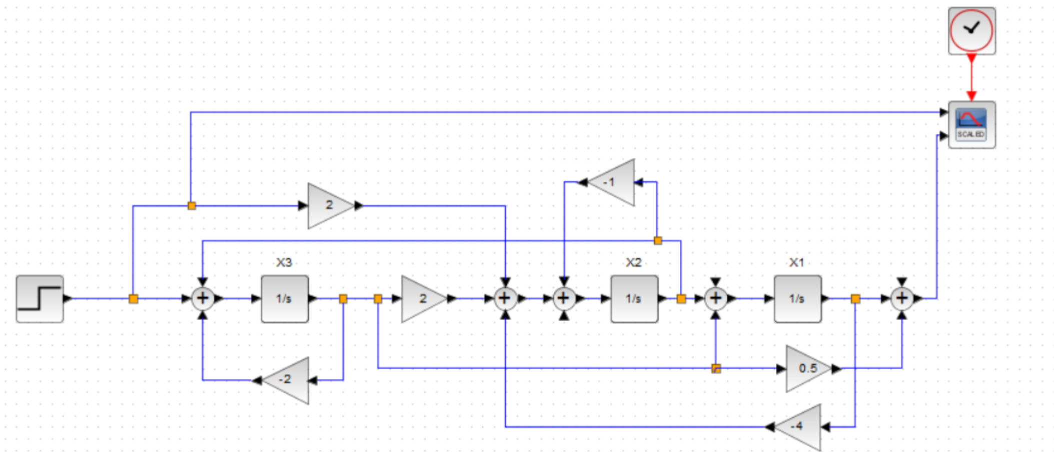

Рис. 9: Схема моделирования системы