

# Macroéconomie 1

Martín Valdez

IE1

# Modèle de Solow

## Introduction

- Le modèle de Solow, développé par Solow en 1956, est utilisé pour étudier la croissance économique à long terme et les variations de revenu entre les pays.

# Modèle de Solow

## Introduction

- Le modèle de Solow, développé par Solow en 1956, est utilisé pour étudier la croissance économique à long terme et les variations de revenu entre les pays.
- **Implication principale** : La productivité est **cruciale** pour la croissance économique soutenue et est **plus** significative que l'accumulation de facteurs.

# Modèle de Solow

## Introduction

- Le modèle de Solow, développé par Solow en 1956, est utilisé pour étudier la croissance économique à long terme et les variations de revenu entre les pays.
- **Implication principale** : La productivité est **cruciale** pour la croissance économique soutenue et est **plus** significative que l'accumulation de facteurs.
- **Principaux inconvénients** :
  - La productivité est considérée comme exogène.
  - La consommation est supposée constante.
  - Le modèle simplifie excessivement en ignorant des facteurs tels que le capital humain, le progrès technologique, les imperfections du marché, la diversité des agents, les rôles gouvernementaux, etc.

# Modèle de Solow

## Introduction

- Le temps s'écoule de  $t$  (le présent) vers un futur infini.
- Modélise un ménage représentatif et une entreprise représentative.
- Considère un seul bien qui représente tout ce qui est réel dans l'économie.

# Modèle de Solow

## Introduction

- Le temps s'écoule de  $t$  (le présent) vers un futur infini.
- Modélise un ménage représentatif et une entreprise représentative.
- Considère un seul bien qui représente tout ce qui est réel dans l'économie.
- **Fonction de production** :  $Y_t = A_t F(K_t, N_t)$ 
  - $K_t$  : capital, qui est produit, utilisé pour fabriquer d'autres biens, et ne se déprécie pas complètement.
  - $N_t$  : travail, représentant le temps passé à utiliser les machines pour produire des biens.
  - $Y_t$  : production, que l'on peut considérer comme des unités de nourriture.
  - $A_t$  : productivité (exogène), affecte l'efficacité du capital et du travail.

# Modèle de Solow

## Introduction

- Le temps s'écoule de  $t$  (le présent) vers un futur infini.
- Modélise un ménage représentatif et une entreprise représentative.
- Considère un seul bien qui représente tout ce qui est réel dans l'économie.
- **Fonction de production** :  $Y_t = A_t F(K_t, N_t)$ 
  - $K_t$  : capital, qui est produit, utilisé pour fabriquer d'autres biens, et ne se déprécie pas complètement.
  - $N_t$  : travail, représentant le temps passé à utiliser les machines pour produire des biens.
  - $Y_t$  : production, que l'on peut considérer comme des unités de nourriture.
  - $A_t$  : productivité (exogène), affecte l'efficacité du capital et du travail.
- Conceptualisez la production comme des "fruits", le stock de capital comme des 'arbres fruitiers' et le travail comme le temps passé à cultiver les arbres.

# Modèle de Solow

## Fonction de production

- Les deux entrées sont nécessaires :  $F(0, N_t) = F(K_t, 0) = 0$ .
- Augmentation avec les deux entrées :  $F_K(K_t, N_t) > 0$  et  $F_N(K_t, N_t) > 0$ .
- Concavité dans les deux entrées :  $F_{KK}(K_t, N_t) < 0$  et  $F_{NN}(K_t, N_t) < 0$ .
- Rendements constants à l'échelle :  $F(qK_t, qN_t) = qF(K_t, N_t)$ .
- Le capital et le travail sont payés à leurs produits marginaux :
  - $w_t = A_t F_N(K_t, N_t)$  (taux salarial)
  - $R_t = A_t F_K(K_t, N_t)$  (rendement du capital)(pourquoi ?)



# Modèle de Solow

## Fonction de production

- Les deux entrées sont nécessaires :  $F(0, N_t) = F(K_t, 0) = 0$ .
- Augmentation avec les deux entrées :  $F_K(K_t, N_t) > 0$  et  $F_N(K_t, N_t) > 0$ .
- Concavité dans les deux entrées :  $F_{KK}(K_t, N_t) < 0$  et  $F_{NN}(K_t, N_t) < 0$ .
- Rendements constants à l'échelle :  $F(qK_t, qN_t) = qF(K_t, N_t)$ .
- Le capital et le travail sont payés à leurs produits marginaux :
  - $w_t = A_t F_N(K_t, N_t)$  (taux salarial)
  - $R_t = A_t F_K(K_t, N_t)$  (rendement du capital)
 (pourquoi ?)
- Fonction de production exemple : Cobb-Douglas :

$$F(K_t, N_t) = K_t^\alpha N_t^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1$$

- La fonction de production est-elle réaliste ? Non ! (Banerjee and Duflo 2005). Alors pourquoi l'utilisons-nous ?

# Modèle de Solow

## Consommation et Investissement

- Les fruits peuvent être consommés (consommation) ou replantés dans le sol (investissement), ce qui produit ensuite un autre arbre (capital) avec un délai d'un période.
- On suppose qu'une fraction constante de la production,  $0 \leq s \leq 1$ , est investie. Ceci est le "taux d'épargne" ou "taux d'investissement." (Plus de détails plus tard !)

# Modèle de Solow

## Consommation et Investissement

- Les fruits peuvent être consommés (consommation) ou replantés dans le sol (investissement), ce qui produit ensuite un autre arbre (capital) avec un délai d'un période.
- On suppose qu'une fraction constante de la production,  $0 \leq s \leq 1$ , est investie. Ceci est le "taux d'épargne" ou "taux d'investissement." (Plus de détails plus tard !)
- **Contrainte de ressources** :  $Y_t = C_t + I_t$  ("Fermeture du modèle")

# Modèle de Solow

## Consommation et Investissement

- Les fruits peuvent être consommés (consommation) ou replantés dans le sol (investissement), ce qui produit ensuite un autre arbre (capital) avec un délai d'un période.
- On suppose qu'une fraction constante de la production,  $0 \leq s \leq 1$ , est investie. Ceci est le "taux d'épargne" ou "taux d'investissement." (Plus de détails plus tard !)
- **Contrainte de ressources** :  $Y_t = C_t + I_t$  ("Fermeture du modèle")
- Équation d'accumulation du capital avec un taux de dépréciation  $0 < \delta < 1$  :

$$K_{t+1} = I_t + (1 - \delta)K_t$$

# Modèle de Solow

## Équation Centrale et Dynamique

- Équations simplifiées :

$$Y_t = A_t F(K_t, N_t)$$

$$C_t = (1 - s)Y_t$$

$$I_t = sY_t$$

$$w_t = A_t F_N(K_t, N_t)$$

$$R_t = A_t F_K(K_t, N_t)$$

- Combinez les quatre premières équations en une seule équation dynamique centrale

# Modèle de Solow

## Équation Centrale et Dynamique

- Équations simplifiées :

$$Y_t = A_t F(K_t, N_t)$$

$$C_t = (1 - s)Y_t$$

$$I_t = sY_t$$

$$w_t = A_t F_N(K_t, N_t)$$

$$R_t = A_t F_K(K_t, N_t)$$

- Combinez les quatre premières équations en une seule équation dynamique centrale

$$K_{t+1} = sA_t F(K_t, N_t) + (1 - \delta)K_t$$

- Définissez les variables par travailleur :  $k_t = \frac{K_t}{N_t}$
- Dynamique par travailleur :  $k_{t+1} = sA_t f(k_t) + (1 - \delta)k_t$

# Modèle de Solow

## L'état Stationnaire

- Le stock de capital à l'état stationnaire,  $k^*$ , est là où  $k_{t+1} = k_t$ .
- Graphiquement, c'est là où la courbe de  $k_{t+1}$  croise la ligne à 45 degrés.
- Sous les hypothèses de la fonction de production et des conditions d'Inada, il existe un stock de capital à l'état stationnaire non nul.
- Stabilité : Pour toute valeur initiale  $k_t \neq 0$ , le stock de capital converge vers ce point.
- Implications : Une fois le capital atteint  $k^*$ , toutes les autres variables se stabilisent également à leurs valeurs à l'état stationnaire, régies par  $k^*$ .
- Exemple avec Cobb-Douglas :  $f(k_t) = k_t^\alpha$