

Липецкий государственный технический университет

Факультет автоматизации и информатики
Кафедра прикладной математики

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА

по направлению 01.03.04 Прикладная математика
тип программы Академическая
профиль Математическое моделирование в экономике и технике

Математическое моделирование тепловых режимов горячей прокатки

Студент

Группа ПМ-14-1

Руководитель

к.ф.-м.н.

учёная степень, учёное звание

Нормоконтроль

программного обеспечения

оформления работы

Рецензент

к.т.н., с.н.с., начальник

отдела ОАО «НЛМК»

уч. ст., уч. зв., должность

подпись, дата

подпись, дата

подпись, дата

подпись, дата

подпись, дата

Ветчинкин М.А.

фамилия, инициалы

Орешина М.Н.

фамилия, инициалы

Сысоев А.С.

фамилия, инициалы

Сысоев А.С.

фамилия, инициалы

Пименов В.А.

фамилия, инициалы

Работа рассмотрена кафедрой и допущена к защите в ГЭК

Зав. кафедрой

Галкин А.В.

01.06.2018 г.

Липецк 2018 г.

Липецкий государственный технический университет

**Факультет ФАИ
Кафедра ПМ**

Зав. кафедрой Галкин А.В.
«25» декабря 2017 г.

**ЗАДАНИЕ НА ВЫПОЛНЕНИЕ
ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ**

Студенту Ветчинкину Михаилу Андреевичу **группы** ПМ-14-1

1. **Тема** Математическое моделирование тепловых режимов горячей прокатки
2. **Исходные данные** Описание исходных данных.
3. **Ожидаемые результаты** Описание ожидаемых результатов.
4. **Срок сдачи работы руководителю** 25.05.2018 г.
5. **Консультанты (при наличии)** Если их нет – убрать эту строку.
6. **Дата выдачи задания** 25.12.2017 г.
7. **Руководитель работы**

_____ /Орешина М.Н./

8. **Задание принял к исполнению студент**

_____ /Ветчинкин М.А./

АННОТАЦИЯ

Аннотация отражает основное содержание работы. В аннотации излагают сведения о работе, достаточные для принятия решения о целесообразности обращения к первичному документу. Объем аннотации – не более одной страницы.

Аннотацию строят по следующей схеме:

- выходные сведения об объеме работы, а также количестве иллюстраций, таблиц, источников в списке литературы, приложений, например:
С. 80. Ил. 8. Табл. 16. Литература 32 назв. Прил. 2;
- текст аннотации, содержащий основную часть, отражающую сущность выполненной работы и краткие выводы, в том числе о возможности применения полученных результатов на производстве и в учебном процессе;
- перечень слайдов для работ, содержащих графическую часть, например:

ГРАФИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Слайд 1. Цель и задачи исследования	1
Слайды 2-3. Подходы к вычислению...	2
Слайд 4. Пример	1
Всего слайдов	10

Оглавление

Введение	5
1 Обзор существующих математических моделей и методов их решения	6
1.1 Описание горячей прокатки	6
1.2 Технология производства ПАО «НЛМК»	9
1.3 Постановка задач исследования	11
2 Математическая модель процесса, оптимизация процесса, управ- ление процессом	12
2.1 Первичный обзор задачи	12
2.2 Непрерывная модель	13
2.3 Аппроксимационная модель	18
3 Программное обеспечение для решение поставленной задачи .	24
3.1 Введение	24
3.2 Назначение и условия применения	24
3.3 Подготовка к работе	24
3.4 Описание операций	24
3.5 Аварийные ситуации	24
3.6 Рекомендации по освоению	24
4 Численное решение поставленной задачи	25
Заключение	26
Список использованных источников	27
Приложения	29

Введение

На металлургических предприятиях, в частности ПАО "НЛМК", стоит проблема разработки новых технологий для горячей прокатки металла. Связано это с тем, что на данный момент нет средства для того, чтобы модельно проэкспериментировать с различными настройками оборудования и приходится разрабатывать новые методы прокатки эмпирически. Очевидно, при неудачных попытках огромное количество металла уходит на утилизацию.

Чтобы избежать колоссальных материальных потерь, необходим способ, при котором можно было бы моделировать поведение физических свойств материалов и заранее определять настройки оборудования, при которых в результате прокатки не получится бракованная партия, а значит минимизировать потенциальные потери. Потери также большие из-за того, что часто необходимо не создавать, а оптимизировать существующие методы прокатки. Не сделав это, можно потерять довольно большое количество денег из-за низкой цены, которая в свою очередь будет зависеть от качества конечного продукта. К тому же можно потерять клиентуру, которая из-за слишком низкого качества металла начнет обращаться к другим поставщикам, даже несмотря на то, что они могут находиться далеко и будут появляться дополнительные издержки от транспортировки в жертву лучшего качества.

В данной работе предлагается такой способ, а именно программное обеспечение, рассчитывающее физические характеристики процесса прокатки. С его помощью возможно оценить износ материалов при различных настройках оборудования. Так же информация, выводимая представленным ПО, полезна при оценке качества конечного продукта, что может способствовать более высокой его цене на рынке.

1 Обзор существующих математических моделей и методов их решения

1.1 Описание горячей прокатки

Процесс пластической деформации металла между двумя или несколькими вращающимися рабочими валками называется прокаткой [1].

Прокатка осуществляется разными способами, которые различаются:

- направлением обработки (продольная, поперечная и винтовая прокатка);
- режимом работы станов (непрерывная и реверсивная прокатка);
- состоянием металла (горячая, теплая, холодная прокатка);
- формой изделия (лист, сплошной или пустотелый профиль).

Рабочие валки могут быть с гладкой бочкой или с нарезанными калибрами. Если оси валков параллельны и лежат в одной плоскости, валки имеют одинаковые диаметры и вращаются в разные стороны с одинаковыми окружными скоростями, прокатываемый металл однороден по своим механическим свойствам и на него действуют только силы от валков, то такой процесс прокатки называется *простым*.

Пространство, ограниченное сверху и снизу дугами захвата (рис. 1), боковыми гранями полосы и плоскостями входа и выхода металла из валков, называется *геометрическим очагом (зоной) деформации* (рис. 2).

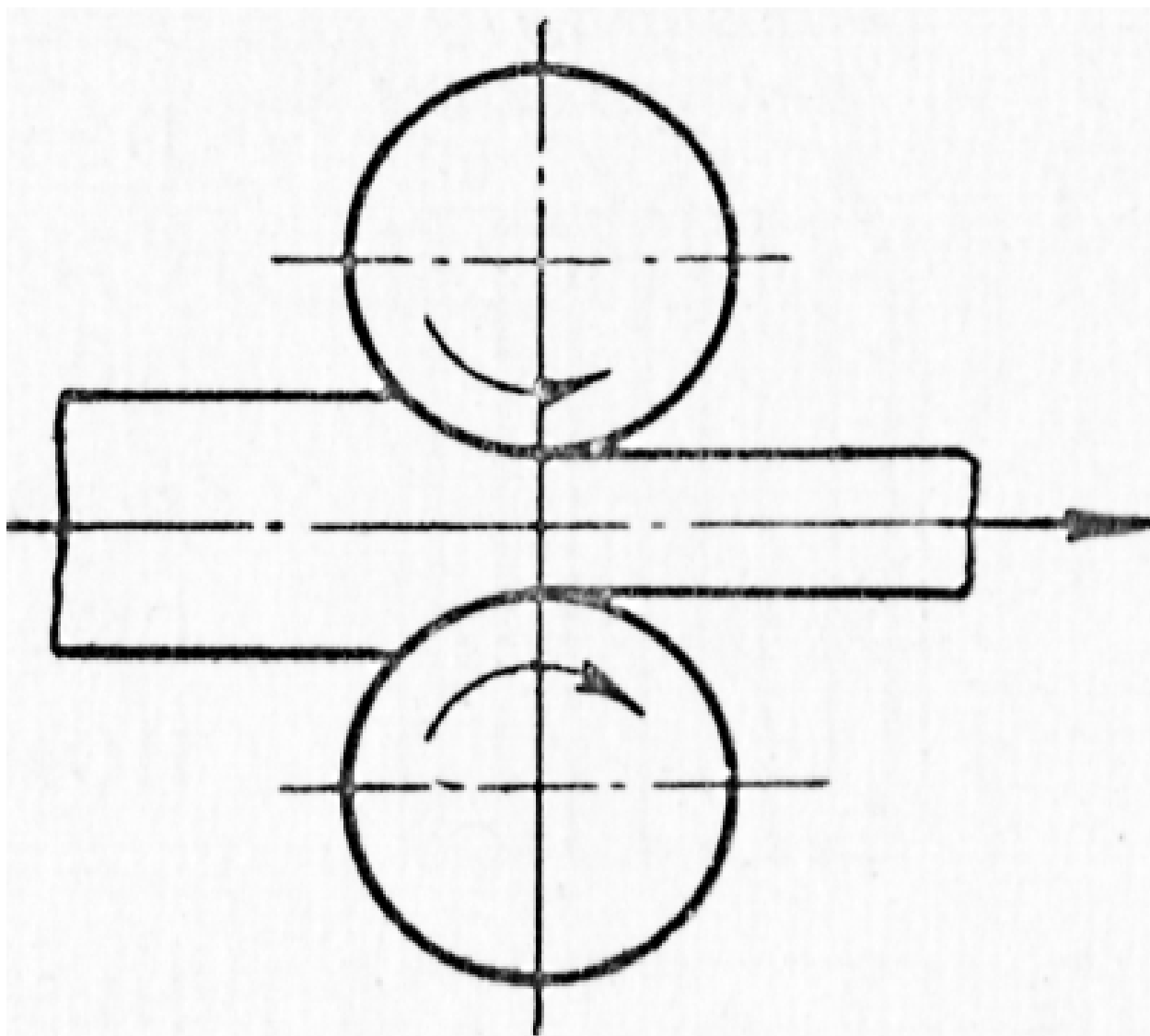


Рисунок 1 – Схема очага деформации при прокатке

Фактический очаг деформации больше геометрического и включает в себя внеконтактные зоны, а также *зоны упругой деформации*.

Разность высот полосы при входе и выходе из валков называют *абсолютным обжатием*: $\Delta h = h_0 - h_1$, разность между конечной и начальной шириной полосы - *уширением*: $\Delta B = B_1 - B_0$.

Дугу, по которой валок соприкасается с металлом, называют дугой захвата, а горизонтальную проекцию этой дуги l принимают за длину геометрического очага деформации.

Углом захвата α называют центральный угол, соответствующий дуге захвата, и находят по уравнению

$$\cos \alpha = 1 - \frac{\Delta h}{D}.$$

При небольших углах захвата ($\alpha = 10 - 15^\circ$) можно считать, что $\alpha \approx \sin \alpha$, и тогда

$$\alpha \approx \sqrt{\frac{\Delta h}{R}}.$$

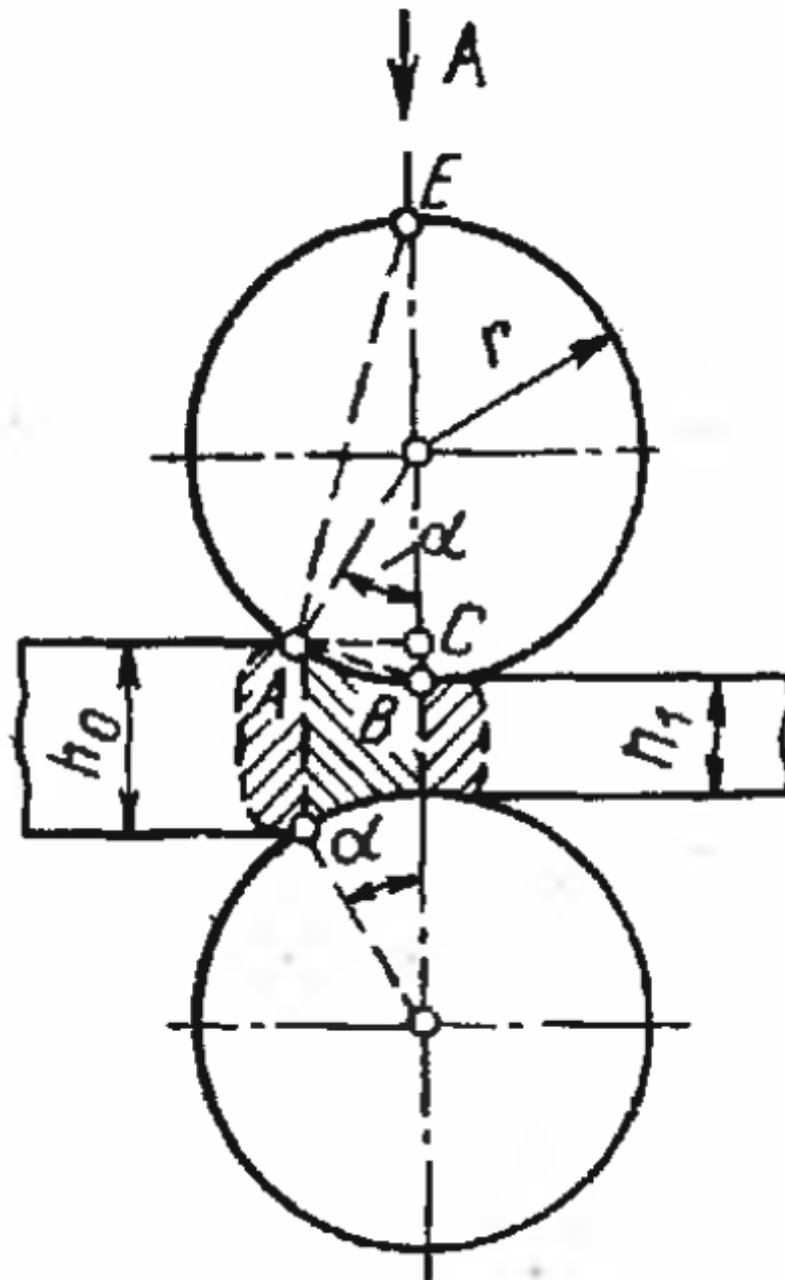


Рисунок 2 – Схема очага деформации при прокатке с обозначениями

1.2 Технология производства ПАО «НЛМК»

Новолипецкий металлургический комбинат является предприятием с полным металлургическим циклом, а это значит, что на промышленной площадке комбината располагаются все производства, необходимые для того, чтобы железная руда, пройдя все технологические этапы, превратилась в конечный металлургический продукт – холоднокатаный прокат, в том числе с покрытиями. Общая схема производства включает следующие переделы:

- Агломерационное производство с четырьмя агломашинами;
- Коксохимическое производство с четырьмя батареями, оборудованными установками беспылевой выдачи кокса;
- Доменное производство, представленное двумя доменными цехами с шестью доменными печами;
- Сталеплавильное производство, представленное двумя конвертерными цехами, в состав которых входят шесть конвертеров и девять УНРС.
- Прокатное производство, представленное цехом горячего проката с непрерывным широкополосным станом горячей прокатки 2000 и тремя цехами холодной прокатки, в состав которых входят два двадцативалковых стана, два реверсивных стана, один непрерывный стан, три дрессировочных стана, один полностью непрерывный стан «бесконечной прокатки».

Прокатное производство представлено производством горячего проката (ПГП), производством холодного проката и покрытий (ПХПП), производством трансформаторной стали (ПТС) и производством динамной стали (ПДС). Сталь, прокатанная на стане «2000» ПГП (горячекатаный прокат), является товарной продукцией НЛМК третьего передела и служит заготовкой в производстве холоднокатаного проката. Тем важнее минимизировать издержки производства.

Производство горячекатаного проката на комбинате осуществляется на непрерывном широкополосном стане (НШС) «2000». Производительность стана – около 5 млн 780 тысяч тонн проката в год. Длина технологической линии производства стальной горячекатаной полосы – 1,2 километра. Стан оснащен новейшими системами автоматического

управления, приводами всех основных механизмов, а также системами регулирования и управления технологическим процессом.

На отводящем рольганге расположена автоматизированная система контроля качества поверхности полосы. На стане производят прокат толщиной 1,45-25,00 мм и шириной 900-1850 мм:

- товарный прокат из углеродистой и низколегированной стали на внутренний рынок и на экспорт;
- прокат для дальнейшей холодной прокатки в ПХПП и ПДС (подкат) из углеродистой и низкоуглеродистой стали;
- прокат из электротехнических марок стали (динамной и трансформаторной) для дальнейшей холодной прокатки в ПТС и ПДС.

Горячая прокатка начинается с предварительного разогрева слэбов в методических нагревательных печах стана до температуры 1200 — 1250°С в течение 3–4 часов. Участок нагревательных печей имеет в своем составе пять нагревательных печей: две толкательные и три новые с шагающими балками. Нагрев в новых печах производится от математической модели. Печи отапливаются смешанным природно-доменным газом. Затем разогретые слэбы выдаются на рольганг стана и транспортируются к черновой группе клетей. Черновая группа клетей состоит из:

- чернового вертикального окалиноломателя, который при помощи двух вертикально расположенных валков разрушает окалину с поверхности слэба;
- реверсивной двухвалковой клетки № 1;
- четырех последовательно расположенных универсальных четырехвалковых клетей № 2–5.

В черновой группе слэб проходит, так называемую, черновую (начальную) обработку, прокатываясь последовательно в каждой клетке до нужной промежуточной толщины, в зависимости от конечной толщины проката. Для удаления окалины в линии стана установлены специальные приспособления (гидросбивы), которые струей воды (давлением 12,0–16,0 МПа) очищают поверхность металла. Из черновой группы клетей прокат (раскат) транспортируется по промежуточному рольгангу к чистовой группе клетей.

Чистовая группа стана состоит из:

- летучих ножниц для обрезки переднего и заднего концов раската;
- чистового двухвалкового окалиноломателя для разрушения окарины, которая образуется при окислении металла на воздухе во время транспортировки раската по промежуточному рольгангу;
- семи последовательно расположенных четырехвалковых клетей.

Все клетки чистовой группы оборудованы гидронажимными устройствами. Клетки № 7-12 оснащены современными устройствами осевой сдвижки и системой противоизгиба рабочих валков для регулирования поперечной разнотолщинности прокатываемых полос. В чистовой группе клетей производят чистовую, или, другими словами, окончательную прокатку до конечной (заданной) толщины полосы. После выхода из последней клетки стана полоса транспортируется по отводящему рольгангу, где для обеспечения необходимых механических свойств металла и соблюдения температурного режима смотки охлаждается водой из установки ускоренного охлаждения (душирования) полосы, и далее сматывается в рулоны на моталках (3 гидравлические моталки).

Смотанные рулоны обвязывают по образующей на автоматизированных машинах обвязки и в зависимости от назначения, по конвейеру направляют:

- в отделочное отделение для обработки или порезки на листы (полосы) на агрегатах резки с последующей отгрузкой потребителям – товарный прокат;
- в отделочное отделение для последующей отгрузки железнодорожным транспортом в ПТС и ПДС – подкат для дальнейшей холодной прокатки;
- в ПХПП – подкат для дальнейшей обработки.

1.3 Постановка задач исследования

Первая глава обычно заканчивается формальной постановкой основной задачи исследования и частных подзадач.

2 Математическая модель процесса, оптимизация процесса, управление процессом

2.1 Первичный обзор задачи

Рассматривается задача о распределении температур в системе валок-полоса в очаге деформации при горячей прокатке.

Так как задача симметрична, можно рассматривать только верхнюю часть очага. Система представляется следующим образом: рассчитывается распределение температуры в стержне (верхняя часть – валок, нижняя - полоса), который со временем перемещается по области очага (рис. 3). Это позволяет упростить уравнение до одной пространственной переменной. Получается, что рассматривается функция $u(x, t)$. Где x - единственная пространственная координата, а t - это время, в течение которого стержень перемещается по области.

Из-за круглой формы вала и также из-за того, что толщина полосы со временем изменяется, задача будет рассматриваться в полярных координатах. Тогда функция будет зависеть от расстояния от центра координат(радиуса) и от угла: $u(r, \varphi)$.

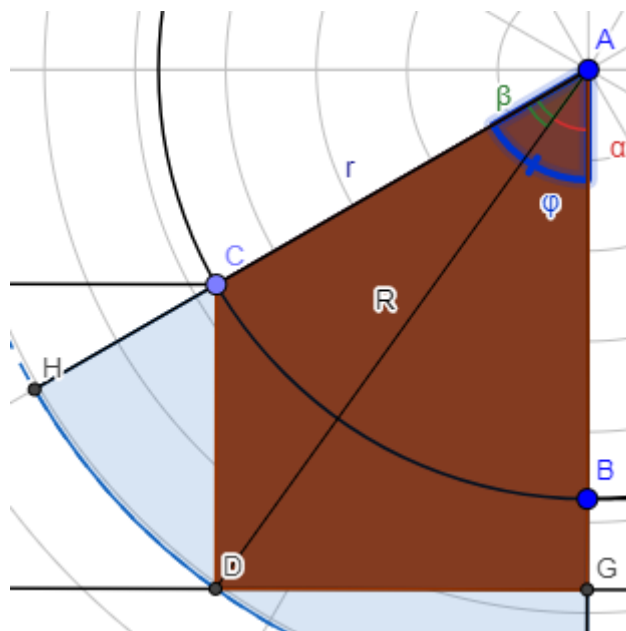


Рисунок 3 – Схема очага деформации в полярных координатах

Условно, всю эту область можно разделить на 2 части. На рисунке они отделены друг от друга линией, обозначенной буквой R .

2.2 Непрерывная модель

Математическое моделирование процесса осуществляется в несколько этапов: сначала строятся дифференциальные модели, которые аппроксимируются конечно-разностными, затем для каждого очага деформации по входным усилиям адаптируются коэффициенты трения. Модели, полученные в результате такого ремоделирования (замены исходных моделей), используются для расчета искомых величин.

Для начала рассмотрим геометрию процесса.

Пусть R - радиус валка, h_b - толщина полосы на входе в очаг и h_a - толщина полосы на выходе из очага, $\Delta h = h_b - h_a$ - разница толщин полосы, тогда

длина очага (рис. 3 отрезок DG)

$$L = \sqrt{\Delta h R - \frac{\Delta h^2}{4}};$$

угол в полярных координатах между началом и концом очага, а также правая граница по координате φ (рис. 3 $\angle CAB$)

$$\varphi_{max} = \arcsin\left(\frac{L}{R}\right);$$

величина угла во второй части очага (рис. 3 $\angle CAD$)

$$\alpha = \arctan\left(\frac{L}{R + \frac{h_a}{2}}\right),$$

тогда величина угла в первой части (рис. 3 $\angle DAB$)

$$\beta = \varphi_{max} - \alpha.$$

В полярных координатах граница для радиуса будет меняться.

$$r_{max}(\varphi) = \begin{cases} \frac{L}{\sin(\varphi_{max} - \varphi)}, & \text{при } \varphi \in [0; \beta] \\ \frac{R + \frac{h_a}{2}}{\cos(\varphi_{max} - \varphi)}, & \text{при } \varphi \in [\beta; \varphi_{max}]. \end{cases}$$

Вся зона очага делится на 3 зоны (рис. 4). Зона отставания (по дуге CL), зона прилипания (по дуге LM) и зона опережения (по дуге MB). Возникают они потому что, полоса во время контакта имеет непостоянную скорость из-за изменения своей толщины и получается так, что в зоне отставания скорость вращения валка больше скорости проката полосы, а в зоне опережения наоборот, полоса достигает скорости, большей, чем скорость вращения валка. В зоне прилипания же есть единственная точка, в которой скорость валка и скорость полосы совпадают полностью. Опережение и отставание имеют большое значение при расчете непрерывных станов не только в отношении режимов обжатый и скоростей, но также при определении усилий и моментов прокатки, усилий натяжения полосы между клетями стана [10].

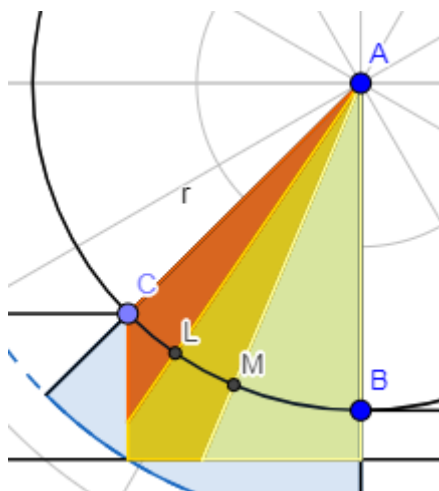


Рисунок 4 – Разделение на зоны

Нормальное напряжение $p_{contact}$ в очаге деформации рассчитывается по формуле

$$p_{contact}(\varphi) = \min_{\varphi \in [0; \varphi_{max}]} (p_{back}(\varphi); p_{forw}(\varphi)), \quad (1)$$

где напряжения p_{back} и p_{forw} - нормальные напряжения в зоне отставания и опережения, соответственно, и удовлетворяют уравнениям равновесия Т.Кармана

$$dp_{back} = (K_c - \frac{\mu p_{back}}{\tan \varphi}) \frac{dh}{h}, \quad (2)$$

$$dp_{forw} = (K_c + \frac{\mu p_{forw}}{\tan \varphi}) \frac{dh}{h}. \quad (3)$$

Здесь K_c — сопротивление деформации полосы; μ - коэффициент трения; φ — угол между касательной к поверхности валка и горизонтальной плоскостью; $h = h(\varphi)$ - функция, описывающая изменение толщины полосы в очаге. Для определения сопротивления деформации K_c полосы используется формула

$$K_c = S \cdot \sigma_{o.д.} \cdot u_i^a \cdot (10 \cdot \varepsilon_i)^b \cdot \left(\frac{T_i}{1000} \right)^c; \quad (4)$$

где S, a, b, c - постоянные, определяемые для каждой марки стали по результатам испытания на пластометре;

u_i - скорость деформации в клетки на i -том очаге;

ε_i - относительное точечное обжатие на i -том очаге;

T_i - температура полосы на выходе из i -того очага.

$\sigma_{o.д.}$ - базисное сопротивление деформации, определенное при параметрах $T = 1000^\circ C$, $\varepsilon = 0.1$, $u = 10c^{-1}$ [11].

Также существуют модели для расчетов параметров S, a, b, c в зависимости от химического состава стали. Эти модели более точные, т.к. химический состав стали одной и той же марки может быть различным, а также потому что в справочных материалах может не быть значений этих коэффициентов для новых марок стали.

Нам понадобится также информация о нейтральном сечении, то есть о точке с координатами (R, φ^*) - пересечения решений уравнений (2) и (3), и толщине $h_{neutr} = h(\varphi^*)$ в нейтральном сечении.

Значение коэффициента трения μ для каждого очага деформации определяется обратным пересчетом по фактическому усилию прокатки. А именно, на каждом очаге задается начальное приближение μ_0 для коэффициента трения. После расчета контактного напряжения $p_{contact}$ определяется расчетное усилие прокатки F как суммарное давление по площади контакта:

$$F = W \int_0^L p_{contact}(\varphi) d\varphi,$$

где W — ширина полосы. Затем расчетное значение усилия сравнивается с фактическим, и коэффициент трения корректируется.

Скорость относительного скольжения ω_{slip} поверхностей валка и полосы вычисляется по формуле

$$w_{slip}(\varphi) = \left| V \cdot \left(\frac{h_{neutr}}{h(\varphi)} - 1 \right) \right|,$$

где V — скорость полосы в очаге.

Касательные напряжения определяются выражением

$$\tau_{cont}(\varphi) = \mu p_{contact}(\varphi), \quad (5)$$

а предел текучести

$$\tau_{yield}(\varphi) = \frac{K_c(\varphi)}{1.15 \cdot 2}, \quad (6)$$

Для расчета плотности теплового потока q , генерируемого трением в зоне контакта используется формула

$$q(\varphi) = \tau(\varphi) \cdot \omega_{slip}(\varphi), \quad (7)$$

где

$$\tau(\varphi) = \begin{cases} \min(\tau_{cont}(\varphi); \tau_{yield}(\varphi)), & \text{при } \varphi \in [0; \varphi^*] \\ -\min(\tau_{cont}(\varphi); \tau_{yield}(\varphi)), & \text{при } \varphi \in [\varphi^*; \varphi_{max}]. \end{cases}$$

Прирост температуры полосы в сечении φ от пластической деформации задается формулой

$$\Delta T_{def} = \frac{\eta}{c_S \rho_S} K_c \ln \frac{h(\varphi)}{h(\varphi - \Delta \varphi)},$$

где $\eta = 0,85$ — коэффициент выходного потока тепла от пластической деформации; c_S — удельная теплоемкость полосы; ρ_S — плотность полосы.

Распределение температур подчиняется уравнению теплопроводности. Необходимо еще учитывать факт того, что при горячей прокатке на полосе прокатной стали образуется окалина. Таким образом, необходи-

мо решить систему из трех уравнений (для валка, для окалины и для полосы) с краевыми условиями первого и второго рода.

В общем виде уравнение для функции $u(r, t)$ выглядит следующим образом

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} = f(r, t).$$

Так как вместо времени мы рассматриваем угол, который в свою очередь зависит от времени, то уравнение примет вид

$$\frac{\partial u}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t} - a \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} = f(r, t),$$

где $\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \omega$ - угловая скорость вращения валка.

Таким образом наши уравнения будут представлены в следующем виде

для валка

$$\frac{\partial u}{\partial \varphi} - a_{wr} \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} = 0, r \in [0; R], \varphi \in [0; \varphi_{max}], \quad (8)$$

$$u(0, \varphi) = C_1, r \in [0; R], \varphi \in [0; \varphi_{max}],$$

$$u(r, 0) = C_2(r), r \in [0; R],$$

$$u(R, \varphi) = v(R, \varphi), \varphi \in [0; \varphi_{max}];$$

для окалины

$$\frac{\partial w}{\partial \varphi} - a_{sc} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} = 0, r \in [R; R + \delta_{sc}], \varphi \in [0; \varphi_{max}], \quad (9)$$

$$\lambda_{sc} \frac{\partial w}{\partial r}(R, \varphi) = \lambda_{wr} \frac{\partial u}{\partial r}(R, \varphi) - q(\varphi), \varphi \in [0; \varphi_{max}],$$

$$\lambda_{sc} \frac{\partial w}{\partial r}(R + \delta_{sc}, \varphi) = \lambda_S \frac{\partial v}{\partial r}(R + \delta_{sc}, \varphi), \varphi \in [0; \varphi_{max}];$$

для полосы

$$\frac{\partial v}{\partial \varphi} - a_S \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} = \frac{f(r, \varphi)}{\omega}, r \in [R + \delta_{sc}; r_{max}(\varphi)], \varphi \in [0; \varphi_{max}], \quad (10)$$

$$v(r_{max}(\varphi), \varphi) = C_3(\varphi), \varphi \in [0; \beta],$$

$$\frac{\partial v}{\partial r}(r_{max}(\varphi), \varphi) = 0, \varphi \in (\beta; \varphi_{max}].$$

Здесь $a_k = \frac{\lambda_k}{\rho_k c_k} \cdot \omega$, $k \in \{sc, S, wr\}$ — коэффициенты температуропроводности окалины, стали полосы и валка соответственно, умноженные на угловую скорость вращения валка;

ω — угловая скорость вращения валка;

λ_k , $k \in \{sc, S, wr\}$ — коэффициенты теплопроводности;

ρ_k , $k \in \{sc, S, wr\}$ — плотности материалов;

c_k , $k \in \{sc, S, wr\}$ — удельные теплоемкости;

δ_{sc} — толщина окалины;

C_1 — температура в центре валка;

$C_2(r)$, $C_3(\varphi)$ — распределение температур по глубине рабочего слоя валка и в полосе соответственно на входе в очаг деформации;

$q(\varphi)$ — плотность теплового потока от трения в зоне контакта.

У полосы в уравнении в правой части появляется функция приращения температуры $f(r, \varphi)$. Это происходит именно из-за происходящей в процессе прокатки пластической деформации. Значение этой функции рассчитывается с помощью значения ΔT_{def} .

Необходимо также учитывать тот факт, что параметры λ_k и c_k , $k \in \{wr, S, sc\}$, при больших температурах будут менять свои значения. В работе [12] представлены таблицы значения этих параметров при определенных температурах. С помощью полиномиальной аппроксимации можно получить непрерывную зависимость для каждой из марок стали.

2.3 Аппроксимационная модель

Для решения этой задачи программно необходимо было дискретизировать необходимую область, в которой мы рассматриваем функцию, а также вывести численные формулы для решения дифференциальных уравнений в частных производных.

Рассматриваемую область превратим в сетку с шагом h по r и с шагом θ по φ .

$$\varphi_i = i \cdot \theta, i = 1, \dots, N;$$

$$r_j = j \cdot h, j = 1, \dots, M;$$

Пусть $u_j^i = u(r_j, \varphi_i)$, $f_j^i = \frac{f(r_j, \varphi_i)}{\omega}$.

Замена второй производной по r

$$u_{rr}'' \approx \frac{u_{j+1}^i - 2u_j^i + u_{j-1}^i}{h^2}.$$

Замена первой производной по φ с помощью правой КРА

$$u_\varphi' \approx \frac{u_j^{i+1} - u_j^i}{\theta}.$$

Подставляя в уравнение (8) получаем

$$\frac{u_j^{i+1} - u_j^i}{\theta} = a_{wr} \frac{u_{j+1}^i - 2u_j^i + u_{j-1}^i}{h^2}. \quad (11)$$

Получаем следующий шаблон

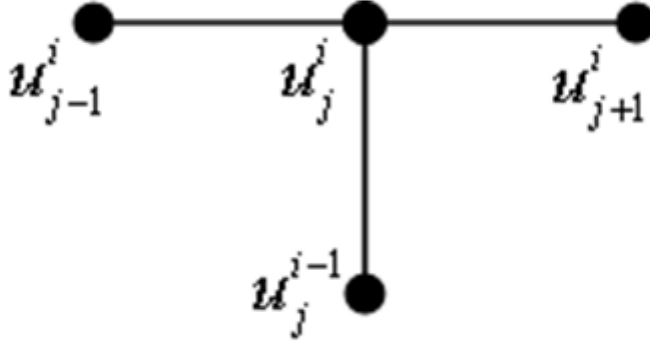


Рисунок 5 – Шаблон схемы

Получилась неявная схема.

Преобразуя выражение (11), получим

$$-\frac{\theta a_{wr}}{h^2} u_{j-1}^{i+1} + \left(1 + \frac{2\theta a_{wr}}{h^2}\right) u_j^{i+1} - \frac{\theta a_{wr}}{h^2} u_{j+1}^{i+1} = u_j^i, j = 1, \dots, M_{cont} - 1, \quad (12)$$

где M_{cont} - точка контакта полосы и валка.

Применяя такую же логику для уравнения (10), получим

$$-\frac{\theta a_S}{h^2}v_{j-1}^{i+1} + \left(1 + \frac{2\theta a_S}{h^2}\right)v_j^{i+1} - \frac{\theta a_S}{h^2}v_{j+1}^{i+1} = v_j^i + f_j^i, j = M_{cont}+2, \dots, M-1. \quad (13)$$

Так как ширина окаины очень маленькая ($\delta_{sc} \approx 25\text{мкм}$), то для нее выделяется один слой при $j = M_{cont} + 1$.

Для расчета значений $u_{M_{cont}}^{i+1} = w_{M_{cont}}^{i+1}$ и $v_{M_{cont}+1}^{i+1} = w_{M_{cont}+1}^{i+1}$ используем краевые условия уравнения (9)

$$\lambda_{wr} \cdot \frac{u_{M_{cont}} - u_{M_{cont}-1}}{h} - q = \lambda_{sc} \cdot \frac{w_{M_{cont}+1} - w_{M_{cont}}}{\delta_{sc}}.$$

отсюда получаем

$$u_{M_{cont}} = \beta_1 u_{M_{cont}-1} + \beta_2 w_{M_{cont}+1} + \dot{q}, \quad (14)$$

$$\text{где } \beta_1 = \frac{\frac{\lambda_{wr}}{h}}{\frac{\lambda_{wr}}{h} + \frac{\lambda_{sc}}{\delta_{sc}}}, \beta_2 = \frac{\frac{\lambda_{sc}}{\delta_{sc}}}{\frac{\lambda_{wr}}{h} + \frac{\lambda_{sc}}{\delta_{sc}}}, \dot{q} = \frac{q}{\frac{\lambda_{wr}}{h} + \frac{\lambda_{sc}}{\delta_{sc}}}.$$

Для второго краевого условия делаем то же самое

$$\lambda_S \cdot \frac{v_{M_{cont}+2} - v_{M_{cont}+1}}{h} = \lambda_{sc} \cdot \frac{w_{M_{cont}+1} - w_{M_{cont}}}{\delta_{sc}},$$

отсюда получаем

$$v_{M_{cont}+1} = \beta_3 w_{M_{cont}} + \beta_4 v_{M_{cont}+2}, \quad (15)$$

$$\text{где } \beta_3 = \frac{\frac{\lambda_{sc}}{\delta_{sc}}}{\frac{\lambda_{sc}}{\delta_{sc}} + \frac{\lambda_S}{h}}, \beta_4 = \frac{\frac{\lambda_S}{h}}{\frac{\lambda_{sc}}{\delta_{sc}} + \frac{\lambda_S}{h}}.$$

Теперь подставим (14) в (15) и наоборот, учитывая, что $u_{M_{cont}} = w_{M_{cont}}$ и $v_{M_{cont}+1} = w_{M_{cont}+1}$

$$u_{M_{cont}} = \frac{\beta_1}{1 - \beta_2\beta_3} u_{M_{cont}-1} + \frac{\beta_2\beta_4}{1 - \beta_2\beta_3} v_{M_{cont}+2} + \dot{q}; \quad (16)$$

$$v_{M_{cont}+1} = \frac{\beta_1\beta_3}{1-\beta_2\beta_3}u_{M_{cont}-1} + \frac{\beta_4}{1-\beta_2\beta_3}v_{M_{cont}+2} + \frac{\beta_3\dot{q}}{1-\beta_2\beta_3}. \quad (17)$$

Осталось подставить (16) в (12) при $j = M_{cont} - 1$ и (17) в (13) при $j = M_{cont} + 2$. Получаем следующие соотношения

$$\begin{aligned} -\frac{\theta a_{wr}}{h^2}u_{M_{cont}-2}^{i+1} + \left(1 + \frac{2\theta a_{wr}}{h^2}\right)u_{M_{cont}-1}^{i+1} - \frac{\theta a_{wr}}{h^2}u_{M_{cont}}^{i+1} &= u_{M_{cont}-1}^i, j = M_{cont} - 1 \\ -\frac{\theta a_{wr}}{h^2}u_{M_{cont}-2}^{i+1} + \left(1 + \frac{2\theta a_{wr}}{h^2}\right)u_{M_{cont}-1}^{i+1} - \\ -\frac{\theta a_{wr}}{h^2}\left(\frac{\beta_1}{1-\beta_2\beta_3}u_{M_{cont}-1}^{i+1} + \frac{\beta_2\beta_4}{1-\beta_2\beta_3}v_{M_{cont}+2}^{i+1} + \dot{q}^{i+1}\right) &= u_{M_{cont}-1}^i \\ -\frac{\theta a_{wr}}{h^2}u_{M_{cont}-2}^{i+1} + \left(1 + \frac{2\theta a_{wr}}{h^2} - \frac{\theta a_{wr}\beta_1}{h^2(1-\beta_2\beta_3)}\right)u_{M_{cont}-1}^{i+1} - \\ -\frac{\theta a_{wr}\beta_2\beta_4}{h^2(1-\beta_2\beta_3)}v_{M_{cont}+2}^{i+1} &= u_{M_{cont}-1}^i + \frac{\theta a_{wr}\dot{q}^{i+1}}{h^2} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} -\frac{\theta a_S}{h^2}v_{M_{cont}+1}^{i+1} + \left(1 + \frac{2\theta a_S}{h^2}\right)v_{M_{cont}+2}^{i+1} - \frac{\theta a_S}{h^2}v_{M_{cont}+3}^{i+1} &= v_{M_{cont}+2}^i, j = M_{cont} + 2 \\ -\frac{\theta a_S\beta_1\beta_3}{h^2(1-\beta_2\beta_3)}u_{M_{cont}-1}^{i+1} + \left(1 + \frac{2\theta a_S}{h^2} - \frac{\theta a_S\beta_4}{h^2(1-\beta_2\beta_3)}\right)v_{M_{cont}+2}^{i+1} - \\ -\frac{\theta a_S}{h^2}v_{M_{cont}+3}^{i+1} &= v_{M_{cont}+2}^i + \theta f_{M_{cont}+2}^i + \frac{\theta a_S\beta_3\dot{q}^{i+1}}{h^2(1-\beta_2\beta_3)}. \end{aligned} \quad (19)$$

Для расчета $(i+1)$ -го слоя получилась СЛАУ относительно u_j^{i+1} и v_j^{i+1} , $j = 1, \dots, M_{cont} - 1, M_{cont} + 2, \dots, M - 1$.

$$Ax = b, \quad (20)$$

где $A^{(M-3) \times (M-3)}$ - матрица коэффициентов перед значениями функций в правой части, x - значения функции на $(i+1)$ -м слое, b - вектор из правых частей уравнений.

$$A = \begin{pmatrix} 1 + \frac{2\theta a}{h^2} & -\frac{\theta a}{h^2} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\frac{\theta a}{h^2} & 1 + \frac{2\theta a}{h^2} & -\frac{\theta a}{h^2} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & -\frac{\theta a}{h^2} & 1 + \frac{2\theta a}{h^2} - \frac{\theta a \beta_1}{h^2(1-\beta_2\beta_3)} & -\frac{\theta a \beta_2 \beta_4}{h^2(1-\beta_2\beta_3)} & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & -\frac{\theta a \beta_1 \beta_3}{h^2(1-\beta_2\beta_3)} & 1 + \frac{2\theta a}{h^2} - \frac{\theta a \beta_4}{h^2(1-\beta_2\beta_3)} & -\frac{\theta a}{h^2} & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & -\frac{\theta a}{h^2} & 1 + \frac{2\theta a}{h^2} & -\frac{\theta a}{h^2} \\ 0 & \dots & \dots & \dots & -\frac{\theta a}{h^2} & 1 + \frac{2\theta a}{h^2} \end{pmatrix};$$

$$b = \begin{pmatrix} u_1^i + \frac{\theta a_{wr}}{h^2} C_1 \\ u_2^i \\ \vdots \\ u_j^i \\ \vdots \\ u_{M_{cont}-2}^i \\ u_{M_{cont}-1}^i + \frac{\theta a_{wr} \dot{q}^{i+1}}{h^2} \\ v_{M_{cont}+2}^i + \theta f_{M_{cont}+2}^i + \frac{\theta a_S \beta_3 \dot{q}^{i+1}}{h^2(1-\beta_2\beta_3)} \\ v_{M_{cont}+3}^i + \theta f_{M_{cont}+3}^i \\ \vdots \\ v_j^i + \theta f_j^i \\ \vdots \\ v_{M-2}^i + \theta f_{M-2}^i \\ v_{M-1}^i + \theta f_{M-1}^i + \frac{\theta a_S}{h^2} C_3^{i+1} \end{pmatrix},$$

при чем

$$A_{M-3}^{M-3} = \begin{cases} 1 + \frac{2\theta a_S}{h^2} & \text{при } \varphi \in [0; \beta] \\ 1 + \frac{\theta a_S}{h^2} & \text{при } \varphi \in (\beta; \varphi_{max}] \end{cases},$$

$$b_{M-3} = \begin{cases} v_{M-1}^i + \theta f_{M-1}^i + \frac{\theta a_S}{h^2} C_3^{i+1} & \text{при } \varphi \in [0; \beta] \\ v_{M-1}^i + \theta f_{M-1}^i & \text{при } \varphi \in (\beta; \varphi_{max}] \end{cases},$$

а также в матрице A в первых $(M_{cont} - 1)$ строках $a = a_{wr}$, а в остальных $a = a_S$.

СЛАУ (20) решается методом прогонки [13], так как матрица A - трехдиагональная. Метод выглядит следующим образом

$$\begin{bmatrix} c_1 & d_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ b_2 & c_2 & d_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_3 & c_3 & d_3 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & b_{n-1} & c_{n-1} & d_{n-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & b_n & c_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ \vdots \\ r_{n-1} \\ r_n \end{bmatrix}$$

$$b_i x_{i-1} + c_i x_i + d_i x_{i+1} = r_i, i = 1, \cdots, n; b_1 = 0, d_n = 0.$$

Пусть

$$x_i = \delta_i x_{i+1} + \lambda_i,$$

тогда

$$x_{i-1} = \delta_{i-1} x_i + \lambda_{i-1},$$

$$b_i \delta_{i-1} x_i + b_i \lambda_{i-1} + c_i x_i + d_i x_{i+1} = r_i,$$

получаем

$$x_i = -\frac{d_i}{c_i + b_i \delta_{i-1}} x_{i+1} + \frac{r_i - b_i \lambda_{i-1}}{c_i + b_i \delta_{i-1}}.$$

Т.о., для всех $i = 1, \cdots, n$:

$$\delta_i = -\frac{d_i}{c_i + b_i \delta_{i-1}},$$

$$\lambda_i = \frac{r_i - b_i \lambda_{i-1}}{c_i + b_i \delta_{i-1}},$$

тогда

$$x_n = \lambda_n = \frac{r_n - b_n \lambda_{n-1}}{c_n + b_n \delta_{n-1}}.$$

3 Программное обеспечение для решение поставленной задачи

3.1 Введение

3.1.1 Область применения

3.1.2 Краткое описание возможностей

3.1.3 Уровень подготовки пользователя

3.2 Назначение и условия применения

3.3 Подготовка к работе

3.3.1 Состав и содержание дистрибутивного носителя данных

3.3.2 Порядок загрузки данных и программ

3.3.3 Порядок проверки работоспособности

3.4 Описание операций

3.4.1 Выполняемые функции и задачи

Функции	Задачи	Описание

3.5 Аварийные ситуации

В случае возникновения ошибок при работе ИАС ППОС, не описанных ниже в данном разделе, необходимо обращаться к ответственному Администратору ИАС ППОС.

Класс ошибок	Ошибка	Описание ошибки	Требуемые действия пользователя при возникновении ошибки

3.6 Рекомендации по освоению

В качестве контрольного примера рекомендуется выполнить операции, описанные в п. 4.2. настоящего документа.

4 Численное решение поставленной задачи

В отличие от главы 2, в которой приводилось аналитическое решение рассматриваемой задачи, глава 4 должна содержать численное решение задачи с использованием разработанного и представленного в главе 3 программного обеспечения. Глава 4 может содержать оценку адекватности модели и метода ее решения, а также практические рекомендации специалистам предметной области по решению задачи и оценке полученных результатов.

Все главы выпускной квалификационной работы могут включать в графические элементы. Примеры рисунков и таблиц представлены в приложениях 1 и 2.

Заключение

В заключении подводятся основные итоги по работе (в соответствии с поставленными во введении целью и задачами).

Список использованных источников

1. Целиков А., Никитин Г., Роколян С. Теория продольной прокатки. — М. : Металлургия, 1980. — 320 с.
2. Кривулин Н. К. Методы идемпотентной алгебры в задачах моделирования и анализа сложных систем. — СПб. : Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2009. — 256 с. — URL: <http://www.math.spbu.ru/user/krivulin/Publs/978-5-288-04906-4.pdf> (дата обр. 31.05.2015).
3. Баричев С. Г., Гончаров В. В., Серов Р. Е. Основы современной криптографии: Учебный курс. — 3-е, стереотип. — М. : Горячая линия–Телеком, 2011. — 175 с.
4. Составление библиографического описания: Краткие правила. — 2-е, доп. — М. : Кн. палата, 1991. — 224 с.
5. Меликов А. З., Пономаренко Л. А. Оптимизация цифровой сети интегрального обслуживания с конечным числом пользователей и блокировками // Автоматика и телемеханика. — 1992. — № 6. — с. 34—38.
6. Пономаренко Л. А., Жучкова И. В. Оптимальное назначение приоритетов при организации доступа в локальных вычислительных сетях АСУТП // Труды Междунар. конф. «Локальные вычислительные сети» (ЛОКСЕТЬ 88). т. 1. — Рига : ИЭВТ АН Латвии, 1988. — с. 149—153.
7. Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления [текст] : ГОСТ Р 7.0.5-2008. — введ. 28.04.08. — М. : Стандартинформ, 2008. — 41 с. — (Межгосударственный стандарт).
8. Котельников И. А. Теория магнитного удержания двухкомпонентной плазмы в открытых ловушках : Дис. ... д-ра физ.-мат. наук : 01.04.08 / Котельников Игорь Александрович. — Новосибирск : Ин-т ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН, 1995. — 350 с.
9. Котельников И. А. Теория магнитного удержания двухкомпонентной плазмы в открытых ловушках : Автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук : 01.04.08 / Котельников Игорь Александрович. — Новоси-

- бирск : Ин-т ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН, 1995. — 43 с.
10. Процесс прокатки. / М. Зайков, В. Полухин, А. Зайков, Л. Смирнов. — М. : МИСиС, 2004. — 640 с.
 11. *Поспелов И.* Совершенствование технологии производства горячекатаных широких полос с целью уменьшения их продольной разнотолщинности : Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук : 05.16.05 / Поспелов И.Д. — Череповец : Череповецкий Государственный Университет, 2014. — 89 с.
 12. *Коновалов Ю., Остапенко А., Пономарёв В.* Расчёт параметров листовой прокатки. — М. : Metallurgy, 1986. — 430 с.
 13. *Кузнецов Г., Шеремет М.* Разностные методы решения задач теплопроводности. — Томск : Издательство Томского политехнического университета, 2007. — 172 с.

Приложение А

(рекомендуемое)

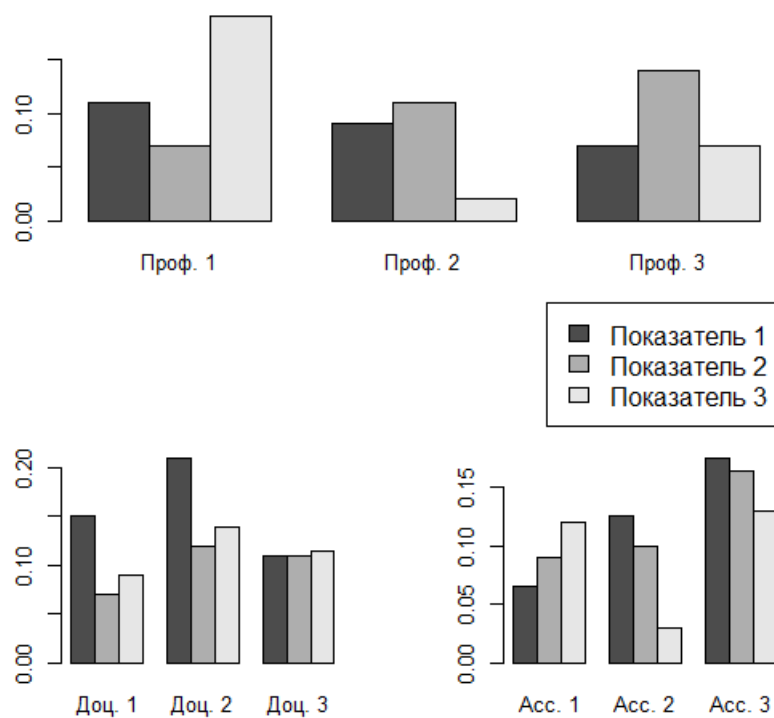


Рисунок А.1 – Пример рисунка

Приложение Б
(рекомендуемое)

Таблица Б.1 – Название таблицы

Головка	Графа 1		Графа 2	
	Подграфа 1	Подграфа 2	Подграфа 3	Подграфа 4