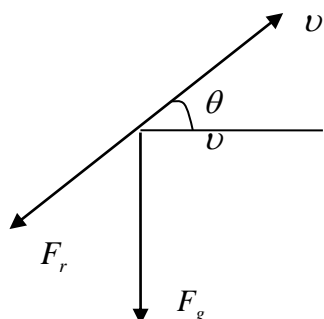


Політ тіла під кутом до горизонту

Постановка задачі. Тіло масою m з початковою швидкістю v_0 , що направлена під кутом θ_0 до горизонту, рухається з урахуванням сили опору повітря. Необхідно визначити траєкторію руху тіла, дальність та висоту польоту.



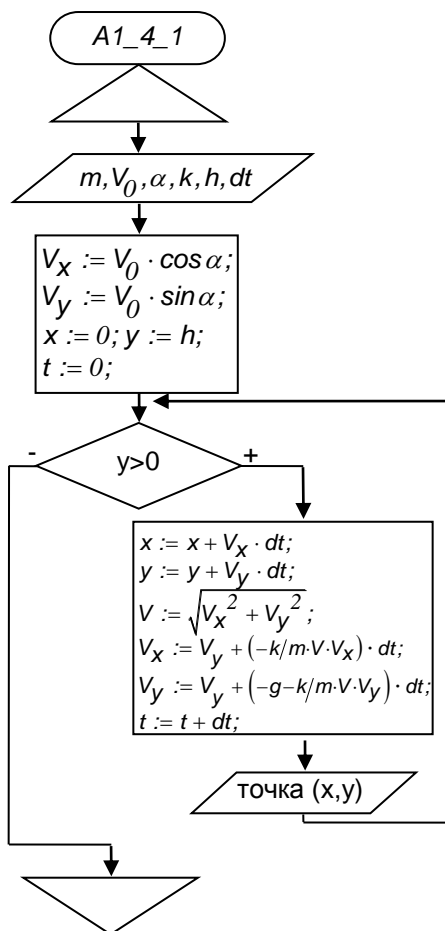
На матеріальну точку діє сила земного тяжіння F_g та сила опору F_r , протилежно направлена швидкості v . Запишемо рівняння Ньютона для кожної зі складових x та y :

$$\begin{cases} m \frac{dv_x}{dt} = -F_r \cos \theta \\ m \frac{dv_y}{dt} = -mg - F_r \sin \theta \end{cases} \quad (1)$$

Нехай сила опору повітря пропорційна квадрату швидкості $F_r = k v^2$. Оскільки $v_x = v \cos \theta$, $v_y = v \sin \theta$, то рівняння (1) можна переписати у вигляді

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = -A v v_x \\ \frac{dv_y}{dt} = -g - A v v_y \end{cases},$$

де $A = k/m$, $v^2 = v_x^2 + v_y^2$.



Звертаємо увагу, що неможливо знайти одну складову швидкості, не знаючи іншої. Тому при моделюванні двовимірних задач необхідно модифікувати чисельну кінцево-різницеву схему, щоб сила, швидкість та координата визначалися по кожній осі.

Тестовий приклад. $m = 10$, $k = 0.01$, $v_0 = 30$.

Завдання.

1. Візуалізувати систему.
2. Побудувати графік траєкторії польоту.
3. Продемонструвати, що максимальна дальність польоту без урахування опору повітря відповідає 45° – отримати залежність висоти польоту від кута (при цьому аналітичні залежності можна використовувати лише для перевірки!).
4. Як залежить дальність польоту від початкової висоти тіла.