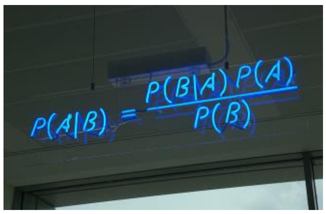
Teorema de Bayes:

Uma Base para a Experimentação Científica



"Um resultado experimental deve ser visto como algo que modifica seu grau de crença em uma hipótese, e não como uma maneira de chegar a uma verdade absoluta".

Thomas Bayes

PROBABILIDADE CONDICIONAL

Chama-se probabilidade condicional do evento A dado B, a probabilidade do evento A ocorrer considerando-se que já ocorreu o evento B.

Exemplo:

Uma urna contém exatamente 20 etiquetas numeradas de 1 a 20. Retira-se uma etiqueta da urna.

→ qual a probabilidade que esse número seja 2?

Sabendo-se que o número da etiqueta é **par**,

→ qual a probabilidade que esse número seja 2?

PROBABILIDADE CONDICIONAL

Definição:

Sejam **A e B ≠ Ø** eventos de um mesmo espaço amostral E.

A probabilidade da ocorrência de A condicionada a B é determinada por:

Probabilidade Conjunta

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = P(A|B).P(B)$$

PROBABILIDADE CONDICIONAL: EXEMPLO

Consideremos 250 estudantes que cursam o 4º ano de Ciências Contábeis. Destes estudantes, 100 são homens (H) e 150 são mulheres (M); 110 cursam Auditoria (A) e 140 cursam Estatística (E).

A distribuição dos estudantes é a seguinte:

Disciplina / Sexo	A	E	Total
H	40	60	100
M	70	80	150
Total	110	140	250

Um estudante é sorteado ao acaso.

Qual a probabilidade de que esteja cursando Estatística, dado que é mulher?

PROBABILIDADE CONDICIONAL: EXEMPLO

O espaço amostral agora não é mais o total de alunos 250, e sim o total de mulheres 150. O Ω ficou reduzido!!!

Disciplina / Sexo	A	E	Total
H	40	60	100
M	70	80	150
Total	110	140	250

$$P(\text{cursa Estatística, dado que é mulher}) = \frac{\text{Nº de mulheres cursando Estatística}}{\text{Nº total de mulheres}} = \frac{80}{150}$$

Representamos esta probabilidade assim: **P(E|M)**

Vamos agora dividir o numerador e o denominador pelo total de alunos 250.

$$P(E|M) = \frac{80}{150} = \frac{\frac{80}{250}}{\frac{150}{250}} = \frac{P(M \cap E)}{P(M)}$$

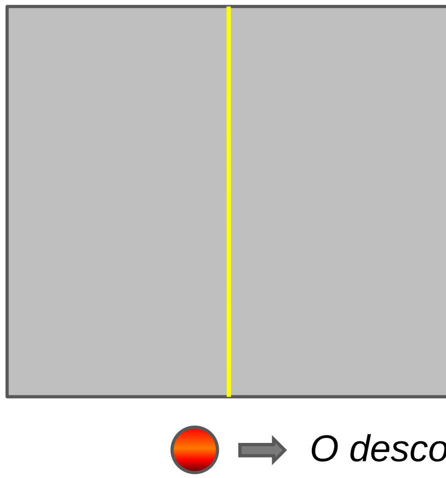
TEOREMA DE BAYES

O reverendo **Thomas Bayes** (1701 – 1761), foi o primeiro a mostrar que a teoria da probabilidade poderia lidar não só com eventos independentes, mas também com eventos cujos resultados estão de alguma forma conectados

Thomas Bayes (1702-1761)

TEOREMA DE BAYES

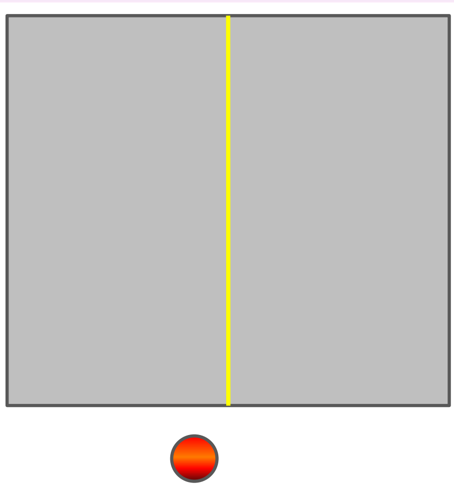
Metáfora da Mesa de Bolas



O desconhecido!

TEOREMA DE BAYES

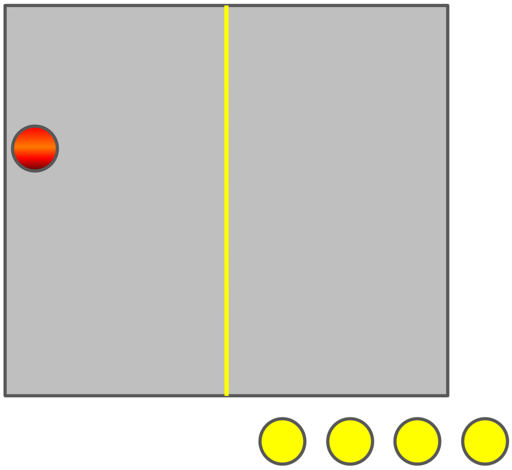
Metáfora da Mesa de Bolas



TEOREMA DE BAYES

Metáfora da Mesa de Bolas

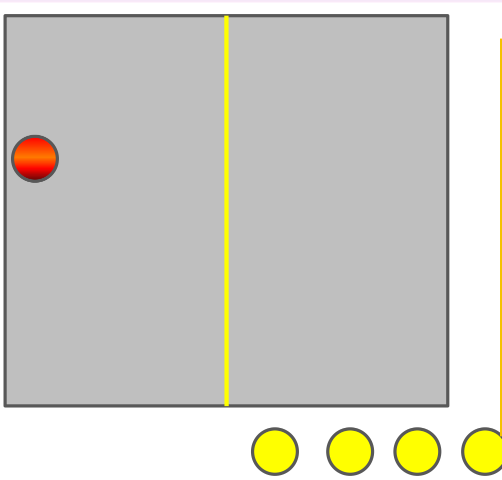
Colaborador colocou a bola vermelha nesta posição



Evidências

TEOREMA DE BAYES

Metáfora da Mesa de Bolas



Podemos ter um alto grau de certeza de que a bola vermelha se situa perto da margem esquerda da mesa

TEOREMA DE BAYES: FORMA BÁSICA

$$(1)P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

$$(2)P(A\cap B)=P(A|B).P(B), ou$$

$$(3)P(A\cap B)=P(B|A).P(A)$$

De (2) e (3), deriva-se:

$$\boxed{P(A|B)=\frac{P(B|A).P(A)}{P(B)}}$$

Probabilidade da Evidência

Probabilidade a priori de A

Probabilidade a priori de B

Probabilidade a posteori de A

TEOREMA DE BAYES

Exemplo (Forma Básica)

Quando uma pessoa está gripada, geralmente tem febre em 80% das vezes.

Sabendo que cerca de 1 em 10.000 pessoas peguem gripe e de 1 em 1.000 pessoas tenha febre num certo momento,

Determine a probabilidade de se estar gripado dado que se tem febre.

TEOREMA DE BAYES

Exemplo (Forma Básica)

Quando uma pessoa está gripada, geralmente tem febre em 80% das vezes.

Sabendo que cerca de 1 em 10.000 pessoas peguem gripe e de 1 em 1.000 pessoas tenha febre num certo momento,

Determine a probabilidade de se estar gripado dado que se tem febre.

$$P(F) = 0,001$$

$$P(G) = 0,0001$$

$$P(F \mid G) = 0,8$$

Solução:

$$P(G \mid F) = \frac{P(F \mid G).P(G)}{P(F)}$$

$$P(G \mid F) = \frac{0,8 \times 0,0001}{0,001} = 0,08$$

TEOREMA DE BAYES – INTERPRETAÇÃO (2)

$$P(A \mid B) = \frac{P(B \mid A).P(A)}{P(B)}$$

Impacto

$$P(A \mid B) = \frac{P(B \mid A)}{P(B)}.P(A)$$

Probabilidade de A, depois que observei que B é verdade = (impacto de B em A) * (Prob. de A, antes de saber B é verdade)

Teorema de Bayes na Ciência

APLICAÇÕES DO TEOREMA DE BAYES (1)

Em uma pesquisa, dado um conjunto de dados iniciais, com suas probabilidades *a priori* sendo definidas por estas observações, temos como **objetivo**:

→ determinar a **hipótese *H*** mais plaúsivel de acontecer entres *várias* ***hipóteses possíveis*** **(H_i)**, dadas as mesmas **evidências** em todos os casos

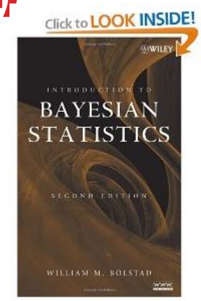
$$P(H_i \mid E) = \frac{P(E \mid H_i).P(H_i)}{P(E)}$$

Para i = 1 até n

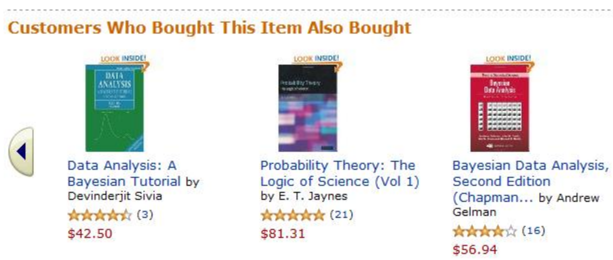
Aprendizado Bayesiano de Hipóteses

APLICAÇÕES DO TEOREMA DE BAYES EM IA (2)

Recomendation

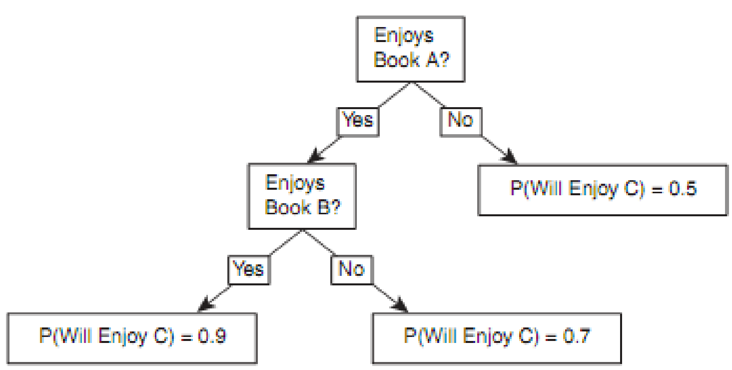


amazon.com and you're done.



APLICAÇÕES DO TEOREMA DE BAYES (2)

Filtragem Colaborativa



Usada para fornecer sugestões plausíveis aos clientes, baseando-se nas compras anteriores deles.

APLICAÇÕES DO TEOREMA DE BAYES (3)

Redes Bayesianas de Crença
(Bayesian Networks)

$P(A) = 0.1$

$P(B) = 0.7$

$P(C|A) = 0.2$

$P(C|\neg A) = 0.4$

$P(D|A \wedge B) = 0.5$

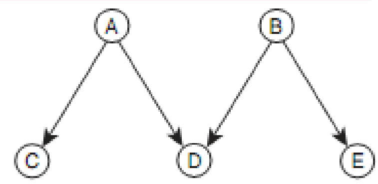
$P(D|A \wedge \neg B) = 0.4$

$P(D|\neg A \wedge B) = 0.2$

$P(D|\neg A \wedge \neg B) = 0.0001$

$P(E|B) = 0.2$

$P(E|\neg B) = 0.1$



A rede estabelece crenças sobre um conjunto de hipóteses ou elementos de evidência e as formas como eles interagem.

Redes Bayesianas de Crença

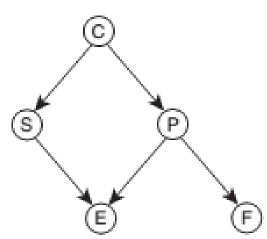
P(C)
0.2

C	P(S)
true	0.8
false	0.2

C	P(P)
true	0.6
false	0.5

S	P	P(E)
true	true	0.6
true	false	0.9
false	true	0.1
false	false	0.2

P	P(F)
true	0.9
false	0.7



Rede Baysiana representando atividades realizadas na faculdade, onde:

C = entrar na faculdade
S = Estudar
P = Ir a festas
E = Passar nas provas
F = Se divertir

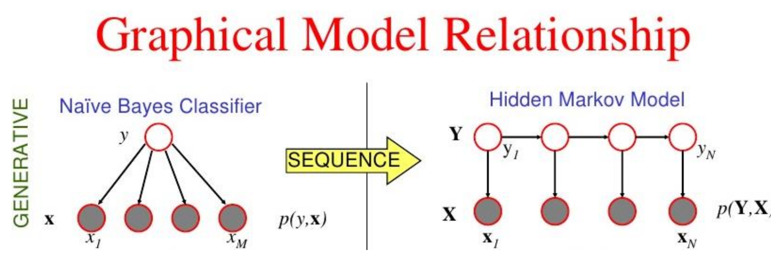
$$P(x_1, \ldots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} P(x_i|E)$$

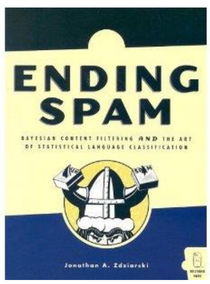
Probabilidade Numa Rede Baysiana

Cálculo da combinação de todas as probabilidades acima:

$$\begin{aligned} P(C \wedge S \wedge P \wedge E \wedge F) &= P(C) \cdot P(S|C) \cdot P(P|C) \cdot P(E|S \wedge P) \cdot P(F|P) \\ &= 0.2 \cdot 0.8 \cdot 0.6 \cdot 0.6 \cdot 0.9 \\ &= 0.05184 \end{aligned}$$

OUTRAS APLICAÇÕES EM NLP

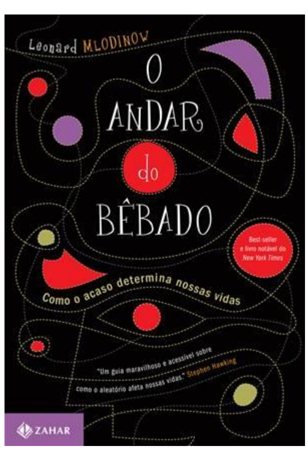




Classificação Automática de Documentos

LIVRO E LEITURA COMPLEMENTAR

- **O Andar do Bêbado**



O ANDAR DO BÊBADO

Subtítulo: COMO O ACASO DETERMINA NOSSAS VIDAS

Autor: MLODINOW, LEONARD

Editora: ZAHAR

LINKS RELACIONADOS

Wikipedia

- http://pt.wikipedia.org/wiki/Teorema_de_Bayes

Bayes, o Cara! Revista Ciência Hoje

- http://cienciahoje.uol.com.br/revista-ch/revista-ch-2006/228/thomas-bayes-o-cara/

Introdução ao Teorema de Bayes

- http://www.oocities.org/estatistica2002/bayes/bayes.html

O Bom Reverendo

- http://www.bulevoador.com.br/2013/03/ciencia-e-inferencia-parte-iii-o-bom-e-velho-reverendo/

Vários Vídeos no YouTube