Économétrie : UGA

4 : SYSTÈMES D'ÉQUATIONS SIMULTANÉES

Devoir 1

(Cette version : 21 mars 2022)

Michal Urdanivia [1]

1. Contact : michal.wong-urdanivia@univ-grenoble-alpes.fr, Université de Grenoble Alpes, Faculté d'Économie, GAEL.

Table des matières

1. Objectifs

(1) Illustrer les mécanismes d'identification dans les systèmes d'équations simultanées et leurs liens avec les techniques de VI
(2) Manipuler des notations matriciels
(3) Montrer comment utiliser un résultat théorique en pratique, ici la méthode du delta pour déterminer la distribution as. d'un estimateur des MCI.
(4) Appliquer sur des données certaines des méthodes.

2. Théorie

2.1. **Modèles récursifs.** Les vecteurs de variables aléatoires $(y_{1i}, y_{2i}, z_{1i}, z_{2i})$ sont indépendants, identiquement distribués pour $i = 1, \ldots, N$. Ils satisfont en outre les conditions de régularité requises par les applications de la loi des grands nombres et du théorème central limite nécessaires pour la normalité as. des estimateurs considérés (lorsqu'ils sont employés de manière pertinente !).

On considère ici différentes version du modèle suivant :

$$\left\{ \begin{array}{ll} y_{1i} & = a_{10}z_{1i} + a_{2,0}z_{2i} + a_{3,0}y_{2i} + u_{1i} \\ y_{2i} & = b_{1,0}z_{1i} + b_{2,0}z_{2i} + u_{2i} \end{array} \right. , \text{ avec } \mathrm{E}[\mathbf{u}_i|\mathbf{z}_i] = 0, \text{et } \mathrm{E}[\mathbf{u}_i\mathbf{u}_i'|\mathbf{z}_i] = \mathbf{\Omega} \tag{2.1}$$

avec les notations suivantes :

$$\mathbf{y}_i \equiv \begin{bmatrix} y_{1i} \\ y_{2i} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{z}_i \equiv \begin{bmatrix} z_{1i} \\ z_{2i} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_i \equiv \begin{bmatrix} u_{1i} \\ u_{2i} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Omega} \equiv \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} \\ \omega_{21} & \omega_{22} \end{bmatrix}$$

On utilisera également les notations :

$$\mathbf{a}_0 \equiv \begin{bmatrix} a_{1,0} \\ a_{2,0} \\ a_{3,0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_0 \equiv \begin{bmatrix} b_{1,0} \\ b_{2,0} \end{bmatrix}$$

et :

$$\underline{\mathbf{y}}_k \equiv \begin{bmatrix} y_{k,1} \\ \vdots \\ y_{k,N} \end{bmatrix}_{N\times 1}, \quad \underline{\mathbf{z}}_k \equiv \begin{bmatrix} z_{k,1} \\ \vdots \\ z_{k,N} \end{bmatrix}_{N\times 1}, \quad \text{pour } k = 1, 2 \text{ et } \mathbf{Z} \equiv \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{z}}_1 & \underline{\mathbf{z}}_2 \end{bmatrix}_{N\times 2},$$

et on suppose que $\mathrm{Var}[\mathbf{z}_i]$ est inversible.

(1) Justifier l'absence de paramètres constants pour les modèles de y_{1i} et y_{2i}

(2) Déterminer les variables exogènes et endogènes de chacune des équations du système et du système

(3) Qualifier le modèle décrit par le système d'équations (2.1).

(4) Analyser l'identification de $\mathbf{b}_0$ et $\mathbf{a}_0$ dans le modèle.

(5) Proposer un estimateur convergent de $\mathbf{b}_0$ et donner sa forme avec les $y_{2,i}$ et $\mathbf{z}_i$ ainsi qu'avec $\underline{\mathbf{y}}_k$ et $\mathbf{Z}$.

(6) Donner une approximation de la distribution de $\mathbf{b}_0$ lorsque N est grand et un estimateur de sa précision.

Références