

UGA

ÉCONOMÉTRIE 2 : L3 MIASH, S2

**DEVOIR 2**

(CETTE VERSION : 24 MARS 2023)

MICHAL URDANIVIA <sup>1</sup>

---

1. Contact : [michal.wong-urdanivia@univ-grenoble-alpes.fr](mailto:michal.wong-urdanivia@univ-grenoble-alpes.fr), Université de Grenoble Alpes, Faculté d'Économie, GAEL.

## TABLE DES MATIÈRES

1. Régression et Projection Linéaires	2
2. Théorème de Frisch-Waugh Lovell	2
2.1. Illustration numérique/empirique	2

## 1. RÉGRESSION ET PROJECTION LINÉAIRES

On considère un échantillon i.i.d.,  $\{(y_i, \mathbf{x}_i), i = 1, \dots, N\}$  et on se propose d'étudier la relation entre  $y_i \in \mathbb{R}$  et  $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^K$  en commençant par considérer que cette relation soit représentée par :

$$y_i = \mathbf{x}_i' \mathbf{a}_0 + u_i, \quad E[u_i] \equiv 0, \quad (1.1)$$

où  $\mathbf{a}_0 \in \mathbb{R}^K$  est un vecteur de coefficients,  $u_i$  est une variable inobservable par l'économètre, et on suppose aussi que le vecteur  $\mathbf{x}_i$  contient un élément constant.

- (1) Indiquez la condition qu'on doit imposer à  $u_i$  pour que (1.1) soit l'équation d'un modèle de régression linéaire.
- (2) Sans que forcément la condition de la question précédente ne soit imposée et en considérant que  $\mathbf{x}_i' \mathbf{a}_0$  est la projection linéaire de  $y_i$  sur  $\mathbf{x}_i$  :
  - (a) Indiquez comment  $\mathbf{a}_0$  est défini et donnez en une expression en termes de moments de  $\mathbf{x}_i$  et  $y_i$ .
  - (b) Indiquez ce que dans ce cas la relation entre  $\mathbf{a}_0$  et  $u_i$  vérifierait.
  - (c) Proposez un estimateur convergent de  $\mathbf{a}_0$ .
  - (d) S'agit t-il aussi d'un estimateur convergent de  $\mathbf{a}_0$  lorsque l'on considère un modèle de régression linéaire ? Argumentez votre réponse.

## 2. THÉORÈME DE FRISCH-WAUGH LOVELL

Dans cette partie on commence par une illustration numérique/empirique de ce résultat qu'on dérive théoriquement par la suite en utilisant les propriétés des projections linéaires.

**2.1. Illustration numérique/empirique.** Nous allons utiliser des données qui sont disponible sur le site que [Bruce Hansen](#). Plus précisément, nous allons utiliser des données extraites du *Current Population Survey*(CPS) de 2009. Une description du fichier est [ici](#).

On considère la version suivante de (1.1) :

$$lwage = \alpha_0 + b_{1,0}education + b_{2,0}exper + b_{3,0}exper^2 + b_{4,0}female + b_{5,0}black + u_i. \quad (2.1)$$

où *education* et le nombre d'années d'études, *lwage* est le salaire horaire en logarithme, *exper* est une approximation de l'expérience sur le marché du travail, *female* et *black* des indicatrices d'être respectivement une femme, et une personne afro-américaine.

- (a) Estimez les coefficients de (2.1) par MCO et indiquez dans quels cas il estiment les coefficient d'un projection linéaire et/ou ceux d'une régression linéaire. Discutez cela dans le cadre de cette application.
- (b) Appliquez la procédure suivante :
  - (1) Estimez la projection linéaire de *female* sur les autres régresseurs et calculez le vecteur des valeurs prédites, et le vecteur des résidus estimés.
  - (2) Estimez la projection linéaire de *lwage* sur les régresseurs de (2.1) sans *female* et calculez le vecteur des valeurs prédites, et le vecteur des résidus estimés.
  - (3) Estimez la projection linéaire du vecteur des résidus estimés de l'étape (2) sur ceux de l'étape (1) et comparez votre résultat à celui de la première question. Que constatez vous ?