ÉCONOMÉTRIE
(L3 MIASH, S2)
COURS 1 : RÉGRESSION LINÉAIRE ET MCO (2)

Michal W. Urdanivia*

*Université de Grenoble Alpes, Faculté d'Économie, GAEL,
e-mail : michal.wong-urdanivia@univ-grenoble-alpes.fr

27 janvier 2025

1. Intervalles de confiance

2. Tests d'hypothèses

3. Application

Outline

1. Intervalles de confiance

2. Tests d’hypothèses

3. Application

1. Intervalles de confiance

Cas scalaire

- Nous allons considérer le modèle de régression linéaire normal(voir hypothèses dans les notes de cours)
- On cherche à construire un intervalle de confiance de niveau $\alpha \in (0, 1)$ pour le paramètre β_k, $k = 1, \ldots, K$ parmi les K paramètres du modèle
- Dans le cas où la variance des erreurs est inconnue il sera donné par :

$$\mathrm{CI}_{1-\alpha} = \left[\hat{\beta}_k - t_{n-K,1-\alpha/2} \sqrt{\hat{\mathrm{Var}}(\hat{\beta}_k|\mathbf{X})}, \hat{\beta}_k + t_{n-K,1-\alpha/2} \sqrt{\hat{\mathrm{Var}}(\hat{\beta}_k|\mathbf{X})}\right] \tag{1}$$

où :

- $\hat{\beta}_k$ est le paramètre estimé par MCO de β_k,
- $\hat{\mathrm{Var}}(\hat{\beta}_k|\mathbf{X})$ la variance estimé de $\hat{\beta}_k$.
- $t_{n-K,1-\alpha/2}$ le quantile $1 - \alpha/2$ d'une loi de student à $n - K$ degrés de liberté.

Outline

1. Intervalles de confiance

2. Tests d'hypothèses

3. Application

2. Tests d'hypothèses

Cas scalaire

- Considérons le modèle partitionné vu dans les sections précédentes,

$$\mathbf{Y} = \beta_1 \mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2 \beta_2 + \mathbf{U}$$

  où $\mathbf{X}_1$ est le vecteur $(n \times 1)$ d'observations du premier régresseur.
- Cherchons à tester,

$$\begin{aligned} H_0 &: \beta_1 = \beta_{1,0} \\ H_1 &: \beta_1 \neq \beta_{1,0} \end{aligned} \tag{2}$$

- On peut tester (2) en considérant la t-statistique,

$$\begin{aligned} T &= \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_{1,0}}{\sqrt{s^2 / (\mathbf{X}_1^\top \mathbf{M}_2 \mathbf{X}_1)}} \\ &= \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_{1,0}}{\sqrt{\hat{\mathrm{Var}}(\hat{\beta}_1 | \mathbf{X})}} \end{aligned} \tag{3}$$

Cas scalaire

- Un test de niveau $\alpha \in (0,1)$ est donné par la règle de décision suivante,

$$\text{Rejeter } H_0 \text{ si } |T| > t_{n-K,1-\alpha/2}.$$

Outline

1. Intervalles de confiance

2. Tests d’hypothèses

3. Application

3. Application

Application

- Soit le modèle :

$$sales_i = \beta_1 + \beta_2 TV_i + \beta_3 radio + \beta_4 newspaper_i + U_i, \tag{4}$$

  où l'on suppose que $\mathrm{E}(sale_i | TV_i, radio_i, newspaper_i) = 0$.
- Is s'agit de mesurer les effets des dépenses en publicité dans différents types de médias(radio, télé, journaux) sur les ventes d'un produit.
- L'échantillon, qu'on suppose aléatoire contient 200 observations.
- Parmi les résultats d'une estimation par MCO de (4) on obtient un coefficient estimé $\hat{\beta}_3 = 0.1885$ et une variance estimé de $\hat{\beta}_3$ telle que $\sqrt{\hat{\mathrm{Var}}(\hat{\beta}_3 | \mathbf{X})} = 0.009$.
- Dans ce cas l'intervalle de confiance de niveau $\alpha = 0.05$(dans ce cas $t_{n-K,1-\alpha/2} = 1.96$) sera $[0.172\ ,\ 0.206]$.
- Et un test de l'hypothèse $H_0 : \beta_3 = 0$ utilisera la statistique (3) qui vaudra ici $0.1885/0.009 > 1.96$. On rejetera cette hypothèse.