

UNIVERSITÉ DE GRENOBLE ALPES
(L3 ÉCONOMIE-GESTION, PARCOURS EGE)
ÉCONOMIE INDUSTRIELLE¹
TRAVAUX DIRIGÉS 6:
FUSIONS

Michal W. Urdanivia*

*UGA, Faculté d'Économie, GAEL,
e-mail: michal.wong-urdanivia@univ-grenoble-alpes.fr

April 25, 2023

¹Responsable du cours: Sylvain Rossiaud

1. (Bref rappel) sur un modèle de Cournot de base à N firmes

2. Exercice d'application.

PLAN

1. (Bref rappel) sur un modèle de Cournot de base à N firmes

2. Exercice d'application.

1. (Bref rappel) sur un modèle de Cournot de base à N firmes

(Bref rappel) sur un modèle de Cournot de base à N firmes

Modèle

- **Référence:** ?, chapitre 3.
- N firmes avec des fonctions de coûts symétriques à coûts marginaux constants:

$$c_i(q_i) = cq_i \Rightarrow c_i^m(q_i) := \frac{\partial c}{\partial q_i}(q_i) = c, \quad c > 0, i = 1, \dots, N.$$

- La demande est représenté par une fonction demande inverse linéaire:

$$p(Q) = a - bQ, \quad a, b > 0, \quad Q = \sum_{i=1}^N q_i$$

(Bref rappel) sur un modèle de Cournot de base à N firmes

Modèle

- Le profit d'une firme i s'écrit alors:

$$\begin{aligned}\pi_i(q_i, q_{(-i)}) &= p(Q)q_i - c_i(q_i) = (a - bQ)q_i - cq_i = (a - b \sum_{j=1}^N q_j)q_i - cq_i \\ &= \left(a - b(q_i + \sum_{j=1, j \neq i}^N q_j) \right) q_i - cq_i \\ &= (a - b(q_i + q_{-i})) q_i - cq_i\end{aligned}$$

où on note $q_{-i} := \sum_{j=1, j \neq i}^N q_j$ la quantité(totale) offerte par les autres firmes que la firme i .

- Bien que π_i dépende des quantités offertes par les autres firmes, la firme i maximise π_i par rapport à q_i qui est sa seule variable de décision.
- Autrement dit, chaque firme maximise son profit étant donné les décisions des autres.

(Bref rappel) sur un modèle de Cournot de base à N firmes

Fonctions de meilleure réponse

- La c.p.o. devant être vérifiée par le choix optimal de la firme i , q_i^* s'écrit:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i}(q_i^*) = 0 \Leftrightarrow a - 2bq_i - b \sum_{j=1, j \neq i}^N q_j - c = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow a - 2bq_i^* - b(Q - q_i^*) - c = 0, \quad (2)$$

qui définit le choix optimal de la firme i comme une fonction(implicite) de $q_{(-i)}$ qui apparaît dans Q .

- Cette fonction est la meilleure réponse de la firme i qu'on note $q_i^{mr}(q_{-i})$ avec $q_i^* = q_i^{mr}(q_{-i})$. Elle nous est donnée en utilisant (2) par:

$$q_i^{mr}(q_{(-i)}) = \frac{(a - c)}{b} - Q, \quad i = 1, \dots, N. \quad (3)$$

(Bref rappel) sur un modèle de Cournot de base à N firmes

Fonctions de meilleure réponse

- L'équilibre du marché est un équilibre de Nash du jeu en information complète, où la stratégie de chaque joueur est donnée par (3). Autrement dit le vecteur des quantités d'équilibre q_1^*, \dots, q_N^* vérifie

$$q_i^* = q_i^{mr}(q_{-i}^*), \quad i = 1, \dots, N. \quad (4)$$

où q_i^{mr} est donnée par (3). En notant Q^* la quantité totale offerte à l'équilibre (4) s'écrit:

$$q_i^* = \frac{(a - c)}{b} - Q^*, \quad i = 1, \dots, N.$$

- On peut utiliser cette dernière égalité et voir que Q^* vérifie:

$$\sum_{i=1}^N q_i^* = N \left(\frac{(a - c)}{b} - Q^* \right) \Leftrightarrow Q^* = N \frac{(a - c)}{b} - NQ^* \Rightarrow Q^* = \frac{N}{(N + 1)} \frac{(a - c)}{b}.$$

(Bref rappel) sur un modèle de Cournot de base à N firmes

Fonctions de meilleure réponse

- On obtient alors les quantités offertes par chaque firme à l'équilibre en utilisant (3):

$$q_i^{mr}(q_{-i}^*) = \frac{(a-c)}{b} - Q^* = \frac{(a-c)}{(N+1)b}, \quad i = 1, \dots, N.$$

ce qui permet de calculer le prix et profits à l'équilibre:

$$p^* = p(Q^*) = a - bQ^* = a - b \left(\frac{N}{(N+1)} \frac{(a-c)}{b} \right) = \frac{a + Nc}{N+1},$$

$$\pi_i^* = \pi_i(q_i^*, q_{(-i)}^*) = p^* q_i^* - c q_i^* = (p^* - c) q_i^* = \frac{1}{b} \left(\frac{a-c}{N+1} \right)^2$$

(Bref rappel) sur un modèle de Cournot de base à N firmes

Fusion

- **Référence:** ?, chapitre 15.
- Supposons que $K < N$ parmi les N firmes fusionnent.
- Le nombre de firmes est alors:

$$\tilde{N} = \underbrace{N - K}_{\text{firmes qui ne fusionnent pas}} + \underbrace{1}_{\text{firme fusionnée}}$$

- Dans ce cas d'après les résultats précédents le profit de chaque firme est à l'équilibre:

$$\pi_{i,\tilde{N}}^* = \frac{1}{b} \left(\frac{a - c}{\tilde{N} + 1} \right)^2 = \frac{1}{b} \left(\frac{a - c}{N - K + 2} \right)^2.$$

- On se rappelle que leur profit avant la fusion est pour chacune:

$$\pi_i^* = \frac{1}{b} \left(\frac{a - c}{N + 1} \right)^2$$

(Bref rappel) sur un modèle de Cournot de base à N firmes

Fusion

- Ce qui donne un profit total pour les ayant fusionné avant la fusion de:

$$K\pi_i^* = K \frac{1}{b} \left(\frac{a-c}{N+1} \right)^2$$

- Pour que la fusion soit profitable il faut alors que:

$$\begin{aligned} \pi_{i,\tilde{N}}^* \geq K\pi_i^* &\Leftrightarrow \frac{1}{b} \left(\frac{a-c}{N-K+2} \right)^2 \geq K \frac{1}{b} \left(\frac{a-c}{N+1} \right)^2 \\ &\Leftrightarrow (N+1)^2 \geq K(N-K+2)^2 \end{aligned}$$

- On peut alors considérer l'équation:

$$f(K) = (N+1)^2 - K(N-K+2)^2,$$

pour chercher les racines de $f(K) = 0$, et ce qui permettra de définir le seuil \tilde{K} tel que pour $K > \tilde{K}$ $f(K) > 0$ et la fusion est profitable aux entreprises qui fusionnent.

(Bref rappel) sur un modèle de Cournot de base à N firmes

Fusion

- $f(K) = 0$ est une équation polynomiale de degré 3 dont les racines sont :

$$K_1 = 1, K_2 = N - \sqrt{(4N+5)/2 + 3/2}, K_3 = N + \sqrt{(4N+5)/2 + 3/2}$$

- **Remarque:**

- ★ il existe des méthodes connues pour résoudre ces équations, si vous n'en avez vu commencez ici par exemple.
 - ★ ici, pour faire vite j'ai utilisé un outil de calcul symbolique avec dans Python avec SimPy.
- Parmi ces racines seulement la 2ème donne une région admissible donc $\tilde{K} = K_2$
- Si dans \tilde{K} on fait varier N on obtiendra qu'en général $\tilde{K} = 0.8$.
- C'est ce qui est souvent appelé **règle du 80%**: il faut que plus de 80% des firmes fusionnent pour que dans ce modèle cette fusion soit profitable à ces entreprises. Ici cela correspond à 9 firmes, soit une situation de quasi monopole(en fait un duopole avec les firmes fusionnées et la firme restante)

PLAN

1. (Bref rappel) sur un modèle de Cournot de base à N firmes

2. Exercice d'application.

2. Exercice d'application.

Exercice d'application.

Avant fusion

- Fonction de demande inverse: $p(Q) = 180 - Q$, $Q = q_1 + \dots + q_9$,
- Fonction de coût: $c_i(q_i) = 30q_i$, pour $i = 1, \dots, 9$.
- $N = 9$ avant la fusion.
- Par conséquent:

$$Q_{(N=9)}^* = \frac{N}{(N+1)} \frac{(a-c)}{b} = \frac{9}{(9+1)} \frac{(180-30)}{1} = 135,$$

$$p_{(N=9)}^* = \frac{a + Nc}{N+1} = \frac{180 + 9 \times 30}{(9+1)} = 45,$$

$$q_{(i,N=9)}^* = \frac{(a-c)}{(N+1)b} = \frac{(180-30)}{(9+1) \times 1} = 15,$$

$$\pi_{(i,N=9)}^* = \frac{1}{1} \left(\frac{180-30}{9+1} \right)^2 = 225.$$

Exercice d'application.

Avant fusion

- Ce dernier chiffre donnant un surplus des producteurs de $SP_{(i,N=9)}^* = N\pi_{(N=9)}^* = 9 \times 225 = 2025$.
- On calcule aussi le surplus du consommateur qui dans le cas d'une fonction de demande inverse linéaire $p(Q) = a - bQ$ est donné par $SC(Q) = \frac{bQ^2}{2}$ (voir ?, chapitre 2).
Ici à l'équilibre pour $Q_{(N=10)}^* = 135$, ce surplus est $SC_{(N=9)}^* = SC(Q_{(N=9)}^*) = \frac{135^2}{2} = 9112.5$.

Exercice d'application.

Après fusion

● 2 firmes fusionnent et par conséquent $N = 8$ désormais, d'où:

★ $Q_{N=8}^* = 133,33,$

★ $p_{(N=8)}^* = 46,67,$

★ $q_{(i,N=8)}^* = 16,67,$

★ $\pi_{(i,N=8)}^* = 277,89.$

★ Ce dernier chiffre donnant un surplus des producteurs de $SP^* = N\pi_{(i,N=8)}^* = 2528.$

★ On calcule aussi le surplus du consommateur $SC_{(N=8)}^* = SC(Q_{(N=8)}^*) = \frac{133,333^2}{2}.$

Exercice d'application.

Après fusion

- ★ Ces résultats illustrent la règle du 80% puisque le profit de la firme fusionnée est inférieur au profit total des 2 firmes avant la fusion: $277,89 < 225 \times 2$.
- ★ Le profit des firmes ne participant pas à la fusion augmente. Elles bénéficient indirectement de celle-ci.
- ★ On note aussi que le surplus du consommateur diminue avec la fusion tandis que celui des firmes augmente.

Exercice d'application.

Fusion et Stackelberg

- Les 2 firmes qui fusionnent deviennent leader dans une concurrence du type Stackelberg.
- ★ Jeux séquentiel: le leader joue d'abord, les autres firmes suivent.
- ★ On utilise l'indice " L " pour le leader et i pour les firmes qui suivent avec donc ici $i = 1, \dots, 7$.
- ★ La résolution se fait par induction à rebours, c.à.d. selon la procédure suivante:
 - (i) d'abord le problème d'optimisation des firmes qui suivent étant donné le choix du leader(dernière étape du jeu),
 - (ii) ensuite le problème d'optimisation du leader(première étape du jeu).
- ★ Notons donc la quantité offerte par la firme leader(c.à.d., issue des trois firmes qui ont fusionné) q_L .
- ★ **Dernière/2ème étape:** considérons une firme i parmi les firmes qui n'ont pas fusionné, et notons q_i la quantité qu'elle offre.

Exercice d'application.

Fusion et Stackelberg

- ★ La quantité totale offerte peut s'écrire:

$$Q = \underbrace{q_i}_{\text{qté de } i} + \underbrace{q_L}_{\text{qté de } L} + \underbrace{\sum_{j=1; j \neq i}^7 q_j}_{\substack{\text{qté des autres} \\ \text{firmes que } i \text{ et } L}} = q_i + q_L + \underbrace{q_{-j}}_{:= \sum_{j=1; j \neq i}^7 q_j}$$

- ★ La demande peut s'écrire alors:

$$p(Q) = 180 - (q_{-i} + q_L + q_i).$$

- ★ Et le profit de la firme i s'écrit:

$$\pi_i(q_i) = [180 - (q_{-i} + q_L + q_i)] - 30q_i = [150 - (q_{-i} + q_L + q_i)] q_i.$$

Exercice d'application.

Fusion et Stackelberg

- ★ La c.p.o. associée à la maximisation du profit permet de définir la fonction de meilleure réponse de la firme i :

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i}(q_i^*) = 0 \Rightarrow q_i^* = q_i^{mr}(q_{-i}, q_L) = 75 - \frac{(q_{-i} + q_L)}{2}.$$

- ★ Notons q_{-i}^* l'analogue à l'équilibre de q_{-i} , et q_L^* la quantité offerte à l'équilibre par la firme leader (le trois ayant fusionné).
- ★ Pour simplifier utilisons le fait que les firmes qui suivent sont supposées identiques (mêmes fonction de coût) et en conséquence à l'équilibre elles sont caractérisées par les mêmes valeurs quant aux quantités offertes, profits, etc.
- ★ Par conséquent $q_{-i}^* = \sum_{j=1; j \neq i}^7 q_j^* = 6q_i^*$.
- ★ En utilisant la meilleure réponse de i on obtient alors:

$$q_i^* = 75 - \frac{(6q_i^* + q_L^*)}{2} \Rightarrow q_i^* = 18.75 - \frac{q_L^*}{8}.$$

Exercice d'application.

Fusion et Stackelberg

- ★ **1ère étape:**

- ★ On considère le profit de la firme leader qui connaît les meilleures réponses des firmes qui suivent obtenues à l'étape précédente.
- ★ Le profit de la firme leader s'écrit:

$$\pi_L(q_L) = P(Q) - cq_L = \left(180 - q_L - \sum_{i=1}^7 q_i\right) q_L - 30q_L = \left(150 - q_L + \sum_{i=1}^7 q_i\right) q_L$$

- ★ En particulier, à l'optimum ce profit peut s'écrire:

Exercice d'application.

Fusion et Stackelberg

★ Peut s'écrire:

$$\begin{aligned}\pi_L(q_L^*) &= \left(150 - q_L^* - \sum_{i=1}^7 \underbrace{q_i^*}_{18.75 - \frac{q_L^*}{8}} \right) q_L^* = \left(150 - q_L^* - 7 \left(18.75 - \frac{q_L^*}{8} \right) \right) q_L^* \\ &= \left(18.75 - \frac{q_L^*}{8} \right) q_L^* \\ &= 18.75q_L^* - \frac{q_L^{*2}}{8}\end{aligned}$$

★ Et par définition de q_L^* comme maximisant $\pi_L(\cdot)$, il doit vérifier(c.p.o.):

$$\frac{\partial \pi_L}{\partial q_L}(q_L^*) = 0 \Rightarrow q_L^* = 75,$$

et on en déduit alors:

Exercice d'application.

Fusion et Stackelberg

- ★ la quantité offerte par la firme i à l'équilibre:

$$q_i^* = q_i^* = 18.75 - \frac{q_L^*}{8} = 9.375, \text{ pour } i = 1, \dots, 7.$$

- ★ La quantité totale offerte et le prix d'équilibre:

$$Q^* = 7 \times q_i^* + q_L^* = 140.625 \Rightarrow p^* = P(Q^*) = 180 - Q^* = 39.75.$$

- ★ Les profits des firmes à l'équilibre:

$$\pi_L^* = (p^* - 40)q_L^* = 731.25, \pi_i^* = (p^* - 40)q_i^* = 91.4.$$

- ★ Les surplus des agents sur le marché(c.à.d., firmes et consommateurs):

$$SP^* = \underbrace{7 \times \pi_i^* + \pi_L^*}_{\text{surplus des firmes}},$$

$$SC^* = \underbrace{\frac{Q^{*2}}{2}}_{\text{surplus des consommateurs}}.$$

Commentaires/Résumé

- La fusion est considérée dans le cadre d'un modèle de Cournot avec des firmes symétriques quant à leurs caractéristiques(mêmes coûts), et une demande linéaire.
- Le premier point de l'exercice est simplement une extension du duopole de Cournot classique à $N > 2$ firmes(ici $N = 10$) qui en est un cas particulier.
- Le deuxième point illustre les conditions restrictives d'une fusion profitable(aux firmes) dans ce type de modèle qui est résumé par la **règle du 80%**.
- Le dernier point introduit la possibilité de "synergies" entre entreprises fusionnées laquelle se traduirait par l'acquisition d'un statut de leader de la firme issue de la fusion(remarque: sans qu'il ne soit dit d'où proviennent ces synergies)

References