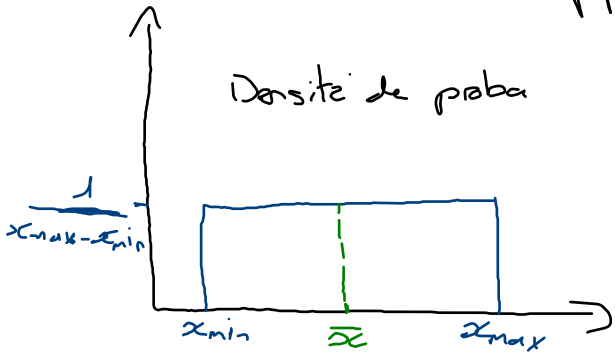
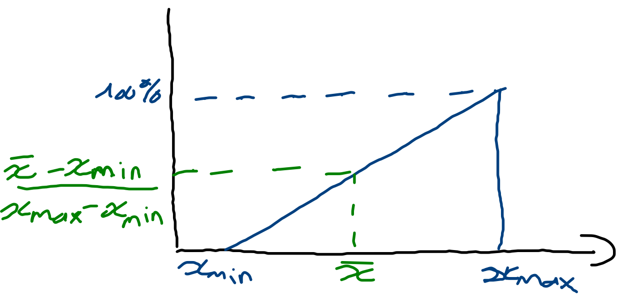
TD6 Exo 1 Rappel loi Uniforme



Fct° de repartition



Dans les 2 exercices qui suivent

$x_{min} = 0$

$x_{max} = 1$

La Demande se calcule via la fct° de repartition

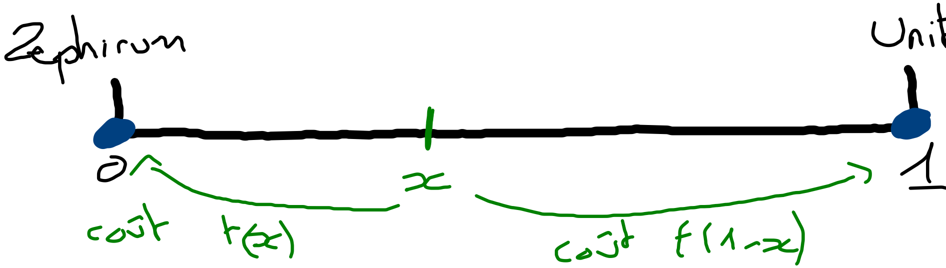
$$\frac{\bar{x} - x_{min}}{x_{max} - x_{min}} \Rightarrow \frac{\bar{x} - 0}{1 - 0}$$

$\boxed{\text{Donc } \bar{x}}$

↳ permet de simplifier les calculs!

1/ . Zephirum en 0
. Unité en 1
. Une rue (linéaire) allant de 0 à 1

Représentation graphique avec x un travailleur



Où va manger le travailleur x ? !

↳ réponse questions suivantes

2/ Le travailleur indifférent $\bar{x}$?

$\bar{x}$ est indifférent entre manger chez Zephirum ou chez Unité

↳ Donc lorsque $\boxed{V_Z = V_U}$

$\Rightarrow \cancel{w} - p_Z - t(\bar{x}) = \cancel{w} - p_U - t(1-\bar{x})$ (trouver $\bar{x}$)

$$-p_Z + p_U = t(\bar{x}) - t(1-\bar{x})$$
$$-p_Z + p_U = t\bar{x} - t + t\bar{x}$$
$$-p_Z + p_U + t = 2t\bar{x}$$

$\Rightarrow \bar{x} = \dfrac{-p_Z + p_U + t}{2t}$

$$\boxed{\bar{x} = \frac{1}{2} + \frac{p_U - p_Z}{2}}$$

où

$$\boxed{\bar{x} = \frac{1}{2} - \frac{p_Z - p_U}{2}}$$

3/ Les Demandes

Pour Zephirum : tous ceux à gauche de $\bar{x}$ vont aller chez Zephirum

↳ de $\bar{x}$ à 0

$$\Rightarrow D_Z = \bar{x} = \frac{1}{2} + \frac{p_U - p_Z}{2}$$

Pour Unité, tous ceux à droite de $\bar{x}$ vont aller chez Unité

↳ de 1 à $\bar{x}$

$$\Rightarrow D_U = 1 - \bar{x} = 1 - \overbrace{\left(\frac{1}{2} + \frac{p_U - p_Z}{2t}\right)}^{\bar{x}}$$

$$D_U = \frac{1}{2} - \frac{p_U - p_Z}{2t}$$

4/ Calculer l'équilibre de Nash en prix

$\Rightarrow \underset{p_2}{Max}\ \Pi_2$ et $\underset{p_U}{Max}\ \Pi_U$

$\Rightarrow$ Trouver les fct° de meilleurs réponses

$\Pi_2 = p_2 \times q_2$ avec $q_2 = D_2 = \frac{1}{2} - \frac{p_2 - p_U}{2\epsilon}$

$\Pi_U = p_U \times q_U$ ——— $q_U = D_U = \frac{1}{2} - \frac{p_U - p_2}{2\epsilon}$

Donc $\Pi_2 = p_2 \left(\frac{1}{2} - \frac{p_2 - p_U}{2\epsilon}\right)$

$\frac{\partial \Pi_2}{\partial p_2} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{2 p_2}{2\epsilon} + \frac{p_U}{2\epsilon} = 0$

$\frac{\cancel{2} p_2}{\cancel{2}\epsilon} = \frac{1}{2} + \frac{p_U}{2\epsilon} \Rightarrow$

Par sym.

$$\boxed{\begin{aligned} p_2 &= \frac{\epsilon}{2} + \frac{p_U}{2} \\ p_U &= \frac{\epsilon}{2} + \frac{p_2}{2} \end{aligned}}$$

Systeme de 2 eq. 2 inconnus

$$\begin{cases} p_z = \frac{t}{2} + \frac{p_w}{2} & (1) \\ p_w = \frac{t}{2} + \frac{p_z}{2} & (2) \end{cases}$$

(2) dans (1)

$$p_z = \frac{t}{2} + \frac{\frac{t}{2} + \frac{p_z}{2}}{2}$$

$$p_z = \frac{t}{2} + \frac{t}{4} + \frac{p_z}{4}$$

$$\frac{4}{4} p_z - \frac{p_z}{4} = \frac{3}{4} t$$

$$\cancel{\frac{3}{4}} p_z = \cancel{\frac{3}{4}} t \qquad p_z = t \qquad \text{par symetrie } p_w = t$$

verification : $p_w = \frac{t}{2} + \frac{p_z}{2} = \frac{t}{2} + \frac{t}{2} = t$

Donc l'equilibre de Nash en prix est

$$(p_z, p_w) = (t, t)$$

Les profits sont alors de

$$\pi_2 = p_2 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{p_2 - p_U}{2\epsilon} \right)$$

$$\pi_2 = \epsilon \times \left(\frac{1}{2} - \frac{\epsilon - \epsilon}{2\epsilon} \right) \quad \epsilon - \epsilon \longrightarrow 0$$

$$\boxed{\pi_2 = \frac{\epsilon}{2}}$$ et par symetrie $$\boxed{\pi_U = \frac{\epsilon}{2}}$$

5) Si $\varepsilon \searrow$

rappel $p_i = \varepsilon$

et $\pi_i = \frac{\varepsilon}{2}$

On a alors une baisse des prix et des profits !!

Si $\varepsilon \longmapsto 0$ alors $p_i \longmapsto 0$
et $\pi_i \longmapsto 0$

- Sans coût de transport, on rejoint le paradoxe de Bertrand
  En concurrence en prix $p = \underline{\underline{cm}}$ (ici $cm = 0$)
  même en duopole.

- Plus globalement on utilise ce genre de modèle pour représenter la différenciation horizontale sur un marché, et donc ε n'est pas toujours un coût de transport !

- Plus ε est élevé et plus la différenciation est importante, ce qui permet aux firmes de réaliser un profit plus élevé.
  ↳ les produits étant moins substituables la concurrence est moins forte.