Économie Industrielle [1] (UGA, L3 Éco, S2)

Travaux dirigés : No 6
FUSIONS
(éléments de correction)

Michal W. Urdanivia*

*UGA, Faculté d'Économie, GAEL,
e-mail : michal.wong-urdanivia@univ-grenoble-alpes.fr

3 avril 2022

1. responsable du cours : Sylvain Rossiaud

1. Rappels sur le modèle de Cournot(de base) et à N firmes

2. TD : Partie 1

1. Rappels sur le modèle de Cournot(de base) et à N firmes

Modèle

- **Référence** : Belleflamme and Peitz (2015), chapitre 3.
- N firmes avec des fonctions de coûts symétriques à coûts marginaux constants :

$$c_i(q_i) = cq_i \Rightarrow c_i^m(q_i) := \frac{\partial c}{\partial q_i}(q_i) = c, \;\; c > 0, i = 1, \ldots, N.$$

- La demande est représenté par une fonction demande inverse linéaire :

$$p(Q) = a - bQ, \;\; a, b > 0, Q = \sum_{i=1}^{N} q_i$$

- Le profit d'une firme i s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
\pi_i(q_i, q_{(-i)}) = p(Q)q_i - c_i(q_i) = (a - bQ)q_i - cq_i &= (a - b\sum_{i=1}^{N} q_i)q_i - cq_i \\
&= \left(a - b(q_i + \sum_{j=1, j\neq i}^{N} q_j)\right) q_i - cq_i \\
&= (a - b(q_i + q_{-i}))\, q_i - cq_i
\end{aligned}$$

où on note $q_{-i} := \sum_{j=1,j\neq i}^{N} q_j$ la quantité(totale) offerte par les autres firmes que la firme i.

Modèle

- Bien que π_i dépende des quantités offertes par les autres firmes, la firme i maximise π_i par rapport à q_i qui est sa seule variable de décision.
- Autrement dit, chaque firme maximise son profit étant donné les décisions des autres.

Fonctions de meilleure réponse

- La c.p.o. devant être vérifiée par le choix optimal de la firme i, q_i^* s'écrit :

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i}(q_i^*) = 0 \Leftrightarrow a - 2bq_i - b\sum_{j=1, j\neq i}^{N} q_j - c = 0 \tag{1}$$

$$\Leftrightarrow a - 2bq_i^* - b\left(Q - q_i^*\right) - c = 0, \tag{2}$$

qui définit le choix optimal de la firme i comme une fonction(implicite) de $q_{(-i)}$ qui apparaît dans Q.

- Cette fonction est la meilleure réponse de la firme i qu'on note $q_i^{mr}(q_{-i})$ avec $q_i^* = q_i^{mr}(q_{-i})$. Elle nous est donnée en utilisant (2) par :

$$q_i^{mr}(q_{(-i)}) = \frac{(a-c)}{b} - Q, \ i = 1, \dots, N. \tag{3}$$

- L'équilibre du marché est un équilibre de Nash du jeux en information complète, où la stratégie de chaque joueur est donné par (3). Autrement dit le vecteur des quantités d'équilibre $q_1^*, \dots, q_N^*$ vérifie

$$q_i^* = q_i^{mr}(q_{-i}^*), \ i = 1, \dots, N. \tag{4}$$

où q_i^{mr} est donnée par (3). En notant Q^* la quantité totale offerte à l'équilibre (4) s'écrit :

$$q_i^* = \frac{(a-c)}{b} - Q^*, \ i = 1, \dots, N.$$

Fonctions de meilleure réponse

- On peut utiliser cette dernière égalité et voir que Q^* vérifie :

$$\sum_{i=1}^{N} q_i^* = N\left(\frac{(a-c)}{b} - Q^*\right) \Leftrightarrow Q^* = N\frac{(a-c)}{b} - NQ^* \Rightarrow Q^* = \frac{N}{(N+1)}\frac{(a-c)}{b}.$$

- On obtient alors les quantités offertes par chaque firme à l'équilibre en utilisant (3) :

$$q_i^{mr}(q_{-i^*}) = \frac{(a-c)}{b} - Q^* = \frac{(a-c)}{(N+1)b}, \quad i = 1, \dots, N.$$

ce qui permets de calculer le prix et profits à l'équilibre :

$$p^* = p(Q^*) = a - bQ^* = a - b\left(\frac{N}{(N+1)}\frac{(a-c)}{b}\right) = \frac{a+Nc}{N+1},$$

$$\pi_i^* = \pi_i(q_i^*, q_{(-i)}^*) = p^* q_i^* - cq_i^* = (p^* - c)q_i^* = \frac{1}{b}\left(\frac{a-c}{N+1}\right)^2$$

Fusion

- **Référence** : Belleflamme and Peitz (2015), chapitre 15.
- Supposons que $K < N$ parmi les N firmes fusionnent.
- Le nombre de firmes est alors :

$$\tilde{N} = \underbrace{N - K}_{\substack{\text{firmes qui} \\ \text{ne fusionnent pas}}} + \underbrace{1}_{\text{firme fusionnée}}$$

- Dans ce cas d'après les résultats précédents le profit de chaque firme est à l'équilibre :

$$\pi^*_{i,\tilde{N}} = \frac{1}{b}\left(\frac{a-c}{\tilde{N}+1}\right)^2 = \frac{1}{b}\left(\frac{a-c}{N-K+2}\right)^2.$$

- On se rappelle que leur profit avant la fusion est pour chacune :

$$\pi^*_i = \frac{1}{b}\left(\frac{a-c}{N+1}\right)^2$$

Fusion

- Ce qui donne un profit total pour les ayant fusionné avant la fusion de :

$$K\pi_i^* = K\frac{1}{b}\left(\frac{a-c}{N+1}\right)^2$$

- Pour que la fusion soit profitable il faut alors que :

$$\pi_{i,\tilde{N}}^* \geq K\pi_i^* \Leftrightarrow \frac{1}{b}\left(\frac{a-c}{N-K+2}\right)^2 \geq K\frac{1}{b}\left(\frac{a-c}{N+1}\right)^2$$
$$\Leftrightarrow (N+1)^2 \geq K(N-K+2)^2$$

- On peut alors considérer l'équation :

$$f(K) = (N+1)^2 - K(N-K+2)^2,$$

pour chercher les racines de $f(K) = 0$, et ce qui permettra de définir le seuil $\tilde{K}$ tel que pour $K > \tilde{K}$ $f(K) > 0$ et la fusion est profitable aux entreprises qui fusionnent.

Fusion

- $f(K) = 0$ est une équation polynomiale de degré 3 dont les racines sont :

$$K_1, = 1, K_2 = N - \sqrt{(4N+5)}/2 + 3/2, K_3 = N + \sqrt{(4N+5)}/2 + 3/2$$

- **Remarque** :
  - ⋆ il existe des méthodes connues pour résoudre ces équations, si vous n'en avez vu commencez ici par exemple.
  - ⋆ ici, pour faire vite j'ai utilisé un outil de calcul symbolique avec dans Python avec SimPy.
- Parmi ces racines seulement la 2ème donne une région admissible donc $\tilde{K} = K_2$
- Si dans $\tilde{K}$ on fait varier N on obtiendra qu'en général $\tilde{K} = 0.8$.
- C'est ce qui est souvent appelé **règle du 80%** : il faut que plus de 80% des firmes fusionnent pour que dans ce modèle cette fusion soit profitable à ces entreprises. Ici cela correspond à 9 firmes, soit une situation de quasi monopole(en fait un duopole avec les firmes fusionnées et la firme restante)

2. TD : Partie 1

Exercice

- Fonction de demande inverse : $p(Q) = 200 - Q$, $Q = q_1 + \ldots + q_{10}$,
- Fonction de coût : $c_i(q_i) = 40q_i$, pour $i = 1, \ldots, 10$.

1. $N = 10$: d'après ce qui précède :
   - ⋆ $Q^*_{(N=10)} = 145.5$,
   - ⋆ $p^*_{(N=10)} = 54.5$,
   - ⋆ $q^*_{(i,N=10)} = 14.5$,
   - ⋆ $\pi^*_{(i,N=10)} = 211.6$.
   - ⋆ Ce dernier chiffre donnant un surplus des producteurs de $SP^*_{(i,N=10)} = N\pi^*_{(N=10)} = 2116$.
   - ⋆ On calcule aussi le surplus du consommateur qui dans le cas d'une fonction de demande inverse linéaire $p(Q) = a - bQ$ est donné par $SC(Q) = \frac{bQ^2}{2}$(voir Belleflamme and Peitz (2015), chapitre 2).

     Ici à l'équilibre pour $Q^*_{(N=10)} = 145.5$, ce surplus est $SC^*_{(N=10)} = SC(Q^*_{(N=10)}) = \frac{145.5^2}{2} = 10585.1$.
2. 3 firmes fusionnent et par conséquent $N = 8$ désormais, d'où :
   - ⋆ $Q^*_{N=8} = 142.2$,
   - ⋆ $p^*_{(N=8)} = 57.8$,
   - ⋆ $q^*_{(i,N=8)} = 17.8$,
   - ⋆ $\pi^*_{(i,N=8)} = 316$.
   - ⋆ Ce dernier chiffre donnant un surplus des producteurs de $SP^* = N\pi^*_{(i,N=8)} = 2528$.
   - ⋆ On calcule aussi le surplus du consommateur $SC^*_{(N=8)} = SC(Q^*_{(N=8)}) = \frac{142.3^2}{2} = 10110.4$.

Exercice

- ⋆ Ces résultats illustrent la règle du 80% puisque le profit de la firme fusionnée est inférieur au profit total des trois firmes avant la fusion(soit 316 après fusion contre 3×211.6).
- ⋆ Le profit des firmes ne participant pas à la fusion augmente. Elles bénéficient indirectement de celle-ci.
- ⋆ On note aussi que le surplus du consommateur diminue avec la fusion tandis que celui des firmes augmente.

3. 3 firmes fusionnent et deviennent leader : concurrence du type Stackelberg.
   - ⋆ Jeux séquentiel : le leader joue d'abord, les autres firmes suivent.
   - ⋆ On utilise l'indice "L" pour le leader et i pour les firmes qui suivent avec donc ici $i = 1, \ldots, 7$.
   - ⋆ La résolution se fait par induction à rebours, c.à.d. selon la procédure suivante :
     - (i) d'abord le problème d'optimisation des firmes qui suivent étant donné le choix du leader(dernière étape du jeux),
     - (ii) ensuite le problème d'optimisation du leader(première étape du jeux).
   - ⋆ Notons donc la quantité offerte par la firme leader(lc.à.d., issue des trois firmes qui ont fusionné) q_L.
   - ⋆ **Dernière/2ème étape** : considérons une firme i parmi les firmes qui n'ont pas fusionné, et notons q_i la quantité qu'elle offre.
   - ⋆ La quantité totale offerte peut s'écrire :

$$Q = \underbrace{q_i}_{\text{qté de } i} + \underbrace{q_L}_{\text{qté de } L} + \underbrace{\sum_{j=1;j\neq i}^{7} q_j}_{\substack{\text{qté des autres} \\ \text{firmes que } i \text{ et } L}} = q_i + q_L + \underbrace{q_{-j}}_{:=\sum_{j=1;j\neq i}^{7} q_j}$$

   - ⋆ La demande peut s'écrire alors :

$$p(Q) = 200 - (q_{-i} + q_L + q_i).$$

Exercice

- Et le profit de la firme i s'écrit :

$$\pi_i(q_i) = [200 - (q_{-i} + q_L + q_i)] - 40q_i = [160 - (q_{-i} + q_L + q_i)]\, q_i.$$

- La c.p.o. associée à la maximisation du profit permet de définir la fonction de meilleure réponse de la firme i :

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i}(q_i^*) = 0 \Rightarrow q_i^* = q_i^{mr}(q_{-i}, q_L) = 80 - \frac{(q_{-i} + q_L)}{2}.$$

  - Notons q_{-i}^* l'analogue à l'équilibre de q_{-i}, et q_L^* la quantité offeret à l'équilibre par la firme leader(le trois ayant fusionné).
  - Pour simplifier utilisons le fait que les firmes qui suivent sont supposées identiques(mêmes fonction de coût) et en conséquence à l'équilibre elles sont caractérisés par les mêmes valeurs quant aux quantités offertes, profits, etc.
  - Par conséquent $q_{-i}^* = \sum_{j=\mathbf{1};j\neq i}^{\mathbf{7}} q_i^* = 6q_i^*$.
- En utilisant la meilleure réponse de i on obtient alors :

$$q_i^* = 80 - \frac{(6q_i^* + q_L^*)}{2} \Rightarrow q_i^* = 20 - \frac{q_L^*}{8}.$$

Exercice

- **1ère étape** :
- On considère le profit de la firme leader qui connaît les meilleures réponses des firmes qui suivent obtenues à l'étape précédente.
- Le profit de la firme leader s'écrit :

$$\pi_L(q_L) = P(Q) - cq_L = \left(200 - q_L - \sum_{i=1}^{7} q_i\right) q_L - 40q_L = \left(160 - q_L + \sum_{i=1}^{7} q_i\right) q_L$$

- En particulier, à l'optimum ce profit peut s'écrire :
  - Peut s'écrire :

$$\begin{aligned}
\pi_L(q_L^*) &= \left(160 - q_L^* - \sum_{i=1}^{7} \underbrace{q_i^*}_{20-\frac{q_L^*}{8}}\right) q_L^* = \left(160 - q_L^* - 7\left(20 - \frac{q_L^*}{8}\right)\right) q_L^* \\
&= \left(20 - \frac{q_L^*}{8}\right) q_L^* \\
&= 20q_L^* - \frac{{q_L^*}^2}{8}
\end{aligned}$$

Exercice

- Et par définition de q_L^* comme maximisant $\pi_L(\cdot)$, il doit vérifier(c.p.o.) :

$$\frac{\partial \pi_L}{\partial q_L}(q_L^*) = 0 \Rightarrow q_L^* = 80,$$

et on en déduit alors :

- la quantité offerte par la firme i à l'équilibre :

$$q_i^* = q_i^* = 20 - \frac{q_L^*}{8} = 10, \text{ pour } i = 1, \ldots, 7.$$

- La quantité totale offerte et le prix d'équilibre :

$$Q^* = 7 \times q_i^* + q_L^* = 150 \Rightarrow p^* = P(Q^*) = 200 - Q^* = 50.$$

- Les profits des firmes à l'équilibre :

$$\pi_L^* = (p^* - 40)q_L^* = 800, \; \pi_i^* = (p^* - 40)q_i^* = 100.$$

- Les surplus des agents sur le marché(c.à.d., firmes et consommateurs) :

$$SP^* = \underbrace{7 \times \pi_i^* + \pi_L^*}_{\textbf{surplus des firmes}} = 1500, \; SC^* = \underbrace{\frac{{Q^*}^2}{2}}_{\textbf{surplus des consommateurs}} = 11250.$$

Commentaires/Résumé

- La fusion est considérée dans le cadre d'un modèle de Cournot avec des firmes symétriques quant à leurs caractéristiques(mêmes coûts), et une demande linéaire.
- Le premier point de l'exercice est simplement une extension du duopole de Cournot classique à $N > 2$ firmes(ici $N = 10$) qui en est un cas particulier.
- Le deuxième point illustre les conditions restrictives d'un fusion profitable(aux firmes) dans ce type de modèle qui est résumé par la **règle du 80%**.
- Le dernier point introduit la possibilités de "synergies" entre entreprises fusionnées laquelle se traduirait par l'acquisition d'un statut de leader de la firme issue de la fusion(remarque : sans qu'il ne soit dit d'où proviennent ces synergies)

References

Belleflamme, Paul and Martin Peitz. 2015. *Industrial Organization : Markets and Strategies*. Cambridge University Press, 2 ed.