ÉCONOMIE INDUSTRIELLE [1]
(UGA, L3 EGE, S2)
TRAVAUX DIRIGÉS : TD 1

Michal W. Urdanivia*

*UGA, Faculté d'Économie, GAEL,
e-mail : michal.wong-urdanivia@univ-grenoble-alpes.fr

6 février 2023

1. Responsable du cours : Sylvain Rossiaud

PLAN

1. Introduction

Références

- En premier lieu : Le cours magistral de Sylvain.
- Un classique : Tirole (1988).

PLAN

2. Exercice 1

Exercice 1

Modèle de base de concurrence à la Bertrand

- 2 firmes identiques produisent un bien homogène.
- Coût de la firme $i = 1, 2$:

$$c_i(q_i) = cq_i \Rightarrow c_i^m(q_i) := \frac{\partial c_i(q_i)}{\partial q_i} = c, \text{ avec } c > 0.$$

- **Remarque :** pour l'exercice, $a = 20$, $b = 1/5$, $c = 2$.
- Demande donnée par :

$$q = \frac{a}{b} - \frac{p}{b}, \text{ avec } a, b > 0.$$

- Elles se concurrencent par les prix avec p_i le prix de i.
- Les biens produits étant homogènes, tous les consommateurs consomment celui produit par la firme qui propose le prix le plus bas.

Exercice 1

Modèle de base de concurrence à la Bertrand

- Le profit de i est alors(avec $j = 1, 2, j \neq i$)

$$\pi_i = \begin{cases} (p_i - c)\left(\frac{a}{b} - \frac{p_i}{b}\right) & \text{si } p_i < p_j. \\ \frac{1}{2}(p_i - c)\left(\frac{a}{b} - \frac{p_i}{b}\right) & \text{si } p_i = p_j. \\ 0 & \text{si } p_i > p_j. \end{cases}$$

- **Meilleure réponse de i :**

$$p_i^{mr}(p_j) = \begin{cases} p_j - \epsilon & \text{si } p_j - \epsilon > c \\ c & \text{sinon,} \end{cases}$$

  où $\epsilon > 0$.
- **Résultat(Paradoxe de Bertrand)** : Le prix d'équilibre p^* est tel que $p^* = p_1^{mr}(p_2) = p_2^{mr}(p_1) = c = c_1^m(q_1) = c_2^m(q_2)$.
- En particulier, avec les données de l'exercice $p^* = 2$.

PLAN

3. Exercice 2

Exercice 2

Modèle de base de concurrence à la Cournot

- Deux firmes produisent un bien homogène.
- Coûts identiques avec :

$$c_i(q_i) = 1 + 2q_i \Rightarrow c_i^m(q_i) := \frac{\partial c_i(q_i)}{\partial q_i} = 2,\ i = 1, 2. \tag{1}$$

- Demande sur le marché :

$$Q_d(p) = 400 - 100p \Rightarrow p(Q) := Q_d^{-1}(Q) = 4 - \frac{Q}{100} \text{ (Fonction de demande inverse)}, \tag{2}$$

  où $Q = q_1 + q_2$.
- Concurrence par les quantités, c.à.d., q_i est la variable de décision de i.

Exercice 2

Modèle de base de concurrence à la Cournot : équilibre

- Profit $i = 1, 2$:

$$\pi_i(q_i) = pq_i - c_i(q_i) = \left(\underbrace{4 - \frac{Q}{100}}_{=p(Q) \text{ par } (6)}\right) q_i - (\underbrace{1 + 2q_i}_{=c_i(q_i) \text{ par } (5)})$$
$$= \left(4 - \frac{(q_i + q_j)}{100}\right) q_i - (1 + 2q_i)$$
$$= 2q_i - 1 - \frac{(q_j + q_i)}{100} q_i. \tag{3}$$

où $j = 1, 2$, $j \neq i$.

- i maximise (7) par rapport à q_i pour q_j donné.

Exercice 2

Modèle de base de concurrence à la Cournot : équilibre

- Soit q_i* la valeur de q_i où (7) est maximisée. Elle peut être obtenu à partir de la c.p.o. :

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i}(q_i^*) = 0 \Leftrightarrow 2 - \frac{q_j}{100} - \frac{q_i^*}{50} = 0 \Rightarrow q_i^* = 100 - \frac{q_j}{2} =: q_i^{mr}(q_j) \text{ (Meilleure réponse de } i\text{).} \quad (4)$$

- L'équilibre est tel que les deux firmes maximisent leur profit en fixant leurs choix optimaux q_1^* et q_2^* d'après leurs fonctions de meilleur réponse respectives telles que définies par (8).
- Il est obtenu comme solution du système donné par :

$$q_i^* = q_i^{mr}(q_j^*), \; i, j = 1, 2; \; i \neq j,$$

soit,

$$\begin{cases} q_1^* = 100 - \frac{q_2^*}{2} \\ q_2^* = 100 - \frac{q_1^*}{2} \end{cases} \Rightarrow q_1^* = q_2^* = 200/3 \approx 66.67,$$

d'où :

- $Q^* = q_1^* + q_2^* = 400/3 \approx 133.33$,

Exercice 2

Modèle de base de concurrence à la Cournot : équilibre

- $p^* = p(Q^*) = 16$,
- $\pi_1(q_1^*) = \pi_2(q_2^*) \approx 43.67$.

- **Commentaire :** c'est un équilibre de Nash qui résulte de ce que les deux firmes maximisent leurs profits et il est supposé que les deux firmes savent cela et connaissent la forme de leurs fonctions de réaction. Dans ce modèle les quantités sont des **substituts stratégiques**.

Exercice 2

Cournot avec asymmétrie sur les coûts

- Fonctions de coûts :

$$c_1(q_1) = 1 + 2q_1$$
$$c_2(q_2) = 1 + \frac{5q_1}{2}.$$

- 1 présente un avantage en termes de coût avec un coût marginal inférieur à celui de 2.
- La meilleure réponse de 1 est donné par (8)(fonction de coût inchangée par rapport à cette question).
- Celle de 2 peut être obtenue selon la mêmes démarche que dans la question précédente. On obtient :

$$q_2^{mr}(q_1) = 75 - \frac{q_1}{2}.$$

Exercice 2

Cournot avec asymmétrie sur les coûts

- Le vecteur de prix d'équilibre (q_1^{*a}, q_2^{*a}) est alors obtenu comme solution dun système :

$$\begin{cases} q_1^{*a} = 100 - \frac{q_2^{*a}}{2} \\ q_2^{*a} = 75 - \frac{q_1^{*a}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1^{*a} = 83.33, \\ q_2^{*a} = 33.34. \end{cases}$$

d'où $Q^{*a} = q_1^{*a} + q_2^{*a} = 116.67$, $p^{*a} = p(Q^{*a}) = 2.83$, $\pi_1(q_1^{*a}) = 68.16$, $\pi_2(q_2^{*a}) = 10$.

PLAN

4. Exercice 3

Exercice 3

Modèle oligopolistique séquentiel

- Deux firmes produisent des biens homogènes où :
  - la firme 1 est leader : elle fixe son niveau de production q_1,
  - la firme 2 est suiveuse : elle choisit son niveau de production q_2 après avoir observé q_1
- Fonction de demande inverse :

$$P(Q) = 200 - Q, \; Q = q_1 + q_2. \tag{5}$$

- Coûts fixes nuls, et coûts marginal constant :

$$c_i(q_i) = 60q_i \Rightarrow c_i^m(q_i) := \frac{\partial c_i}{\partial q_1}(q_i) = 60, \; \text{pour } i = 1, 2. \tag{6}$$

Exercice 3

(a)

- **Fonction de meilleure réponse de la firme 2**
  - Profit de 2 :

$$\pi_2(q_1, q_2) = Pq_2 - c_2(q_2) = \underbrace{(200 - (q_1 + q_2))}_{\text{en raison de (5)}} q_2 - \underbrace{60q_2}_{\text{par (6)}}, \tag{7}$$

  - 2 décide du niveau q_2 de sorte à maximiser π_2. Notons q_2^* ce niveau qui est défini par :

$$q_2^* = \arg\max_{q_2} \pi_2(q_1, q_2),$$

    et vérifie la c.p.o.,

$$\frac{\partial \pi_2(q_1, q_2^*)}{\partial q_2} = 0 \Leftrightarrow 140 - q_1 - 2q_2^* = 0, \tag{8}$$

    qui défini q_2^* comme fonction de q_1, c.à.d., **la fonction de meilleure réponse de 2**. On la note $q_2^{mr}(q_1)$ et elle est donc donnée en utilisant (8) par,

$$q_2^* = 70 - \frac{q_1}{2} =: q_2^{mr}(q_1) \tag{9}$$

Exercice 3

(b)

- **Équilibre**
  - La fonction de profit de 1 présente une forme similaire à celle de 2 :

$$\pi_1(q_1, q_2) = Pq_1 - c_1(q_1) = (200 - (q_1 + q_2))\, q_1 - 60q_1. \tag{10}$$

  - En outre 1 connaît le niveau de production que 2 fixe en fonction du sien, donné par (9) et ce faisant (11) peut s'écrire :

$$\begin{aligned}
\pi_1(q_1, q_2^{mr}(q_1)) &= (200 - (q_1 + q_2))\, q_1 - 60q_1 \\
&= 140q_1 - q_1^2 - q_2^{mr}(q_1)q_1 \\
&= 140q_1 - q_1^2 - \underbrace{\left(70 - \frac{q_1}{2}\right)}_{=q_2^{mr}(q_1)} q_1 \\
&= 70q_1 - \frac{q_1^2}{2} =: \pi(q_1),
\end{aligned} \tag{11}$$

qui ne dépends que de q_1.

Exercice 3

(b)

- 1 maximise donc (11). Le maximum est atteint pour q_1^* qui vérifie la c.p.o. :

$$\frac{\partial \pi_1(q_1^*)}{\partial q_1} = 0 \Leftrightarrow 70 - q_1^* = 0 \Rightarrow q_1^* = 70. \tag{12}$$

- Il en résulte par (9) :

$$q_2^* = q_2^{mr}(q_1^*) = 70 - \frac{q_1^*}{2} = 35.$$

- Ceci qui implique une quantité produite à l'équilibre de $Q^* = q_1^* + q_2^* = 105$, un prix de $P^* = P(Q^*) = 95$, pour de profits $\pi_1(q_1^*) = 2450$, et $\pi_2(q_2^*) = 1225$.

Exercice 3

(c)

- **Comparaison avec Cournot**
  - Pour rappel dans un Cournot de base(voir cours, et TD1) avec :
    - des coûts $c_i(q_i) = cq_i$, $c > 0$, $i = 1, 2$,
    - et une demande $P(Q) = a - bQ$, $Q = q_1 + q_2$, $a, b > 0$,
  - L'équilibre est (où l'indice sup "ec" est pour "équilibre de Cournot") :

$$q_1^{(ec)} = q_2^{(ec)} = q^{(ec)} = \frac{a-c}{3b},$$

  d'où ici(avec $a = 300, b = 1, c = 20$) :
    - $q_1^{(ec)} = q_2^{(ec)} \approx 46.67$,
    - $Q^{(ec)} = q_1^{(ec)} + q_2^{(ec)} \approx 93.33$,
    - $P^{(ec)} \approx 106.67$.
    - $\pi_1^{(ec)} = \pi_2^{(ec)} = 2178$.
  - **Remarque** : en Cournot les meilleures réponses sont pour $i = 1, 2$:

$$q_i^{mr} = \frac{(a-c)}{2b} - \frac{q_j}{2}, \; j = 1, 2, j \neq i.$$

  - Par rapport au modèle de Cournot la firme 1 possède l'avantage de jouer en premier ce que la firme 2 doit anticiper.

Références

Tirole, Jean. 1988. *The Theory of Industrial Organization*, *MIT Press Books*, vol. 1. The MIT Press. URL https://ideas.repec.org/b/mtp/titles/0262200716.html.