Économie Industrielle [1]
(UGA, L3 Éco, S2)
Travaux dirigés : No 6
FUSIONS
(éléments de correction)

Michal W. Urdanivia*

*UGA, Faculté d'Économie, GAEL,
e-mail : michal.wong-urdanivia@univ-grenoble-alpes.fr

29 mars 2022

1. responsable du cours : Sylvain Rossiaud

1. Rappels sur le modèle de Cournot(de base) et à N firmes

2. TD : Partie 1

1. Rappels sur le modèle de Cournot(de base) et à N firmes

Modèle

- **Référence** : Belleflamme and Peitz (2015), chapitre 3.
- N firmes avec des fonctions de coûts symétriques à coûts marginaux constants :

$$c_i(q_i) = cq_i \Rightarrow c_i^m(q_i) := \frac{\partial c}{\partial q_i}(q_i) = c, \;\; c > 0, i = 1, \ldots, N.$$

- La demande est représenté par une fonction demande inverse linéaire :

$$p(Q) = a - bQ, \;\; a, b > 0, Q = \sum_{i=1}^{N} q_i$$

- Le profit de chaque firme s'écrit alors :

$$\pi_i(q_i, q_{(-i)}) = p(Q)q_i - c_i(q_i) = (a - bQ)q_i - cq_i$$

  où on note $q_{(-i)}$ le vecteur $(q_1, q_2, \ldots, q_N)$ sans sa ième composante q_i.
- Bien que π_i dépende des quantités offertes par les autres firmes, la firme i maximise π_i par rapport à q_i qui est sa seule variable de décision.
- Autrement dit, chaque firme maximise son profit étant donné les décisions des autres.

Fonctions de meilleure réponse

- La c.p.o. devant être vérifiée par le choix optimal de la firme i, q_i^* s'écrit :

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i}(q_i^*) = 0 \Leftrightarrow a - 2bq_i - b \sum_{j=1, j\neq i}^{N} q_j - c = 0 \tag{1}$$

$$\Leftrightarrow a - 2bq_i^* - b\,(Q - q_i^*) - c = 0, \tag{2}$$

qui définit le choix optimal de la firme i comme une fonction(implicite) de $q_{(-i)}$ qui apparaît dans Q.

- Cette fonction est la meilleure réponse de la firme i qu'on note $q_i^{mr}(q_{(-i)})$ avec $q_i^* = q_i^{mr}(q_{(-i)})$. Elle nous est donnée en utilisant (2) par :

$$q_i^{mr}(q_{(-i)}) = \frac{(a-c)}{b} - Q,\ i = 1, \ldots, N. \tag{3}$$

- L'équilibre du marché est un équilibre de Nash du jeux en information complète, où la stratégie de chaque joueur est donné par (3). Autrement dit le vecteur des quantités d'équilibre $q_1^*, \ldots, q_N^*$ vérifie

$$q_i^* = q_i^{mr}(q_{(-i)}^*),\ i = 1, \ldots, N. \tag{4}$$

où q_i^{mr} est donnée par (3). En notant Q^* la quantité totale offerte à l'équilibre (4) s'écrit :

$$q_i^* = \frac{(a-c)}{b} - Q^*,\ i = 1, \ldots, N.$$

Fonctions de meilleure réponse

- On peut utiliser cette dernière égalité et voir que Q^* vérifie :

$$\sum_{i=1}^{N} q_i^* = N\left(\frac{(a-c)}{b} - Q^*\right) \Leftrightarrow Q^* = N\frac{(a-c)}{b} - NQ^* \Rightarrow Q^* = \frac{N}{(N+1)}\frac{(a-c)}{b}.$$

- On obtient alors les quantités offertes par chaque firme à l'équilibre en utilisant (3) :

$$q_i^{mr}(q_{(-i)^*}) = \frac{(a-c)}{b} - Q^* = \frac{(a-c)}{(N+1)b}, \quad i = 1, \ldots, N.$$

ce qui permets de calculer le prix et profits à l'équilibre :

$$p^* = p(Q^*) = a - bQ^* = a - b\left(\frac{N}{(N+1)}\frac{(a-c)}{b}\right) = \frac{a+Nc}{N+1},$$

$$\pi_i^* = \pi_i(q_i^*, q_{(-i)}^*) = p^* q_i^* - cq_i^* = (p^* - c)q_i^* = \frac{1}{b}\left(\frac{a-c}{N+1}\right)^2$$

Fusion

- **Référence** : Belleflamme and Peitz (2015), chapitre 15.
- Supposons que $K < N$ parmi les N firmes fusionnent.
- Le nombre de firmes est alors :

$$\tilde{N} = \underbrace{N - K}_{\substack{\text{firmes qui} \\ \text{ne fusionnent pas}}} + \underbrace{1}_{\text{firme fusionnée}}$$

- Dans ce cas d'après les résultats précédents le profit de chaque firme est à l'équilibre :

$$\pi^*_{i,\tilde{N}} = \frac{1}{b}\left(\frac{a-c}{\tilde{N}+1}\right)^2 = \frac{1}{b}\left(\frac{a-c}{N-K+2}\right)^2.$$

- On se rappelle que leur profit avant la fusion est pour chacune :

$$\pi^*_i = \frac{1}{b}\left(\frac{a-c}{N+1}\right)^2$$

Fusion

- Ce qui donne un profit total pour les ayant fusionné avant la fusion de :

$$K\pi_i^* = K\frac{1}{b}\left(\frac{a-c}{N+1}\right)^2$$

- Pour que la fusion soit profitable il faut alors que :

$$\begin{aligned}\pi_{i,\tilde{N}}^* \geq K\pi_i^* \Leftrightarrow \frac{1}{b}\left(\frac{a-c}{N-K+2}\right)^2 &\geq K\frac{1}{b}\left(\frac{a-c}{N+1}\right)^2 \\ \Leftrightarrow (K-1)(-K^2+(2N-3)K-(N+1)^2) &\geq 0 \\ \Leftrightarrow K > \frac{1}{2}\left(2N+3-\sqrt{4N+5}\right) &> 0.8N\end{aligned}$$

- C'est la **règle du 80%**.

2. TD : Partie 1

Exercice

- Fonction de demande inverse : $p(Q) = 200 - Q$, $Q = q_1 + \ldots q_{10}$,
- Fonction de coût : $c_i(q_i) = 40q_i$, pour $i = 1, \ldots, 10$.

1. $N = 10$: d'après ce qui précède :
   - ⋆ $Q^*_{(N=10)} = 145.5$,
   - ⋆ $p^*_{(N=10)} = 54.5$,
   - ⋆ $q^*_{(i,N=10)} = 14.5$,
   - ⋆ $\pi^*_{(i,N=10)} = 211.6$.
   - ⋆ Ce dernier chiffre donnant un surplus des producteurs de $SP^*_{(i,N=10)} = N\pi^*_{(N=10)} = 2116$.
   - ⋆ On calcule aussi le surplus du consommateur qui dans le cas d'une fonction de demande inverse linéaire $p(Q) = a - bQ$ est donné par $SC(Q) = \frac{bQ^2}{2}$(voir Belleflamme and Peitz (2015), chapitre 2).
     Ici à l'équilibre pour $Q^*_{(N=10)} = 145.5$, ce surplus est $SC^*_{(N=10)} = SC(Q^*_{(N=10)}) = \frac{145.5^2}{2} = 10585.1$.
2. 3 firmes fusionnent et par conséquent $N = 8$ désormais, d'où :
   - ⋆ $Q^*_{N=8} = 142.2$,
   - ⋆ $p^*_{(N=8)} = 57.8$,
   - ⋆ $q^*_{(i,N=8)} = 17.8$,
   - ⋆ $\pi^*_{(i,N=8)} = 316$.
   - ⋆ Ce dernier chiffre donnant un surplus des producteurs de $SP^* = N\pi^*_{(i,N=8)} = 2528$.
   - ⋆ On calcule aussi le surplus du consommateur $SC^*_{(N=8)} = SC(Q^*_{(N=8)}) = \frac{142.3^2}{2} = 10110.4$.

Exercice

- ⋆ Ces résultats illustrent la règle du 80% puisque le profit de la firme fusionnée est inférieur au profit total des trois firmes avant la fusion(soit 316 après fusion contre 3×211.6).
- ⋆ Le profit des firmes ne participant pas à la fusion augmente. Elles bénéficient indirectement de celle-ci.
- ⋆ On note aussi que le surplus du consommateur diminue avec la fusion tandis que celui des firmes augmente.

3. 3 firmes fusionnent et deviennent leader : concurrence du type Stackelberg.
   - ⋆ Jeux séquentiel : le leader joue d'abord, les autres firmes suivent.
   - ⋆ Résolution par induction à rebours : d'abord le problème d'optimisation des firmes qui suivent étant donné le choix du leader, ensuite le problème d'optimisation du leader.
   - ⋆ Supposons que les trois firmes qui fusionnent produisent la quantité q_L.
   - ⋆ **Dernière étape** : considérons une firme i parmi les firmes qui n'ont pas fusionné, et notons q_i la quantité qu'elle offre.
   - ⋆ La quantité totale offerte peut s'écrire :

$$Q = q_i + q_L + \sum_{j=\mathbf{1};j\neq i}^{\mathbf{7}} q_j = q_i + q_L + \underbrace{q_{-j}}_{:=\sum_{j=\mathbf{1};j\neq i}^{\mathbf{7}} q_j}$$

   - ⋆ La demande peut s'écrire alors :

$$p(Q) = 200 - (q_{-i} + q_L + q_i).$$

   - ⋆ Et le profit de la firme i s'écrit :

$$\pi_i^s(q_i) = [200 - (q_{-i} + q_L + q_i) - 40]\, q_i.$$

Exercice

- La c.p.o. associée à la maximisation du profit permet de définir la fonction de meilleure réponse de la firme i :

$$\frac{\partial \pi_i^s}{\partial q_i}(q_i^{s*}) = 0 \Rightarrow q_i^{s*} = q_i^{mr^s}(q_{-i}, q_L) = 80 - \frac{(q_{-i} + q_L)}{2}.$$

- À l'équilibre toutes les firmes jouent leur meilleure stratégie et on note q_{-i}^{s*} l'analogue à l'équilibre de q_{-i}, et q_L^* la quantité produite à l'équilibre pas la firme leader(le trois ayant fusionné). Donc :

$$q_i^{s*} = 80 - \frac{(q_{-i}^{s*} + q_L^*)}{2}$$

- Notons Q^{s*} la quantité totale offerte par toutes les firmes qui n'ont pas fusionné à l'équilibre :

$$Q^{s*} = \sum_{i=1}^{7} q_i^{s*}.$$

Exercice

⋆ La condition précédente peut alors s'écrire :

$$\begin{aligned}
q_i^{s*} &= 80 - \frac{(Q^{s*} - q_i^{s*} + q_L^*)}{2} \\
&\Leftrightarrow q_i^{s*} = 160 - Q^{s*} - q_L^* \\
&\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{7} q_i^{s*} = 7(160 - Q^{s*} - q_L^*) \\
&\Leftrightarrow Q^{s*} = 7(160 - Q^{s*} - q_L^*) \\
&\Leftrightarrow 8Q^{s*} = 7(160 - q_L^*) \\
&\Leftrightarrow 8Q^{s*} = 7(160 - q_L^*) \\
&\Leftrightarrow Q^{s*} = \frac{7}{8}(160 - q_L^*)
\end{aligned}$$

⋆ Cette quantité est la quantité produite par toutes les firmes qui n'ont pas fusionné à l'équilibre.

⋆ **1ère étape** : maximisation du profit du leader.

⋆ Son profit peut s'écrire :

$$\pi_L(q_L) = (160 - (q_L + \sum_{i=1}^{7} q_i))q_L.$$

Exercice

- ⋆ En procédant comme habituellement(calcul de la c.p.o) et en notant q_L^* la quantité optimale de la firme leader et $q_L^{mr}(\tilde{q})$ sa fonction de meilleure réponse avec $\tilde{q} := (q_1, \ldots, q_7)$ on obtient :

$$q_L^{mr}(\tilde{q}) = 80 - \frac{\sum_{i=1}^{7} q_i}{2}$$

- ⋆ L'équilibre correspond alors à :

$$q_L^* = q_L^{mr}(\tilde{q}^{s*}) = 80 - \frac{\sum_{i=1}^{7} q_i^{s*}}{2} = 80 - \frac{Q^{s*}}{2} = \frac{1}{2}\left[\frac{7}{8}(160 - q_L^*)\right]$$
$$\Rightarrow q_L^*$$

References

Belleflamme, Paul and Martin Peitz. 2015. *Industrial Organization : Markets and Strategies*. Cambridge University Press, 2 ed.