Économie Industrielle
(UGA, L3 Éco, S2)
(responsable du cours : Sylvain Rossiaud)

Travaux dirigés : No 2
Barrières stratégiques à l'entrée
(éléments de correction d'exercices)

Michal W. Urdanivia*

*UGA, Faculté d'Économie, GAEL,
e-mail : michal.wong-urdanivia@univ-grenoble-alpes.fr

2 avril 2022

1. Exercice 1

Modèle

- Deux firmes produisent des biens homogènes où :
  - la firme 1 est leader : elle fixe son niveau de production q_1,
  - la firme 2 est suiveuse : elle choisit son niveau de production q_2 après avoir observé q_1
- Fonction de demande inverse :

$$P(Q) = 300 - Q, \ \ Q = q_1 + q_2. \tag{1}$$

- Coûts fixes nuls, et coûts marginal constant :

$$c_i(q_i) = 20q_i \Rightarrow c_i^m(q_i) := \frac{\partial c_i(q_i)}{\partial q_i} = 20, \ \ \text{pour } i = 1, 2. \tag{2}$$

(a) Fonction de meilleure réponse de la firme 2

- Profit de 2 :

$$\pi_2(q_1, q_2) = Pq_2 - c_2(q_2) = \underbrace{(300 - (q_1 + q_2))}_{\text{en raison de (1)}} q_2 - \underbrace{20q_2}_{\text{par (2)}}, \tag{3}$$

- 2 décide du niveau q_2 de sorte à maximiser π_2. Notons q_2^* ce niveau qui est défini par :

$$q_2^* = \arg\max_{q_2} (300 - (q_1 + q_2))\, q_2 - 20q_2,$$

et vérifie la c.p.o.,

$$\frac{\partial \pi_2(q_1, q_2^*)}{\partial q_2} = 0 \Leftrightarrow 280 - q_1 - 2q_2^* = 0, \tag{4}$$

qui défini q_2^* comme fonction de q_1, c.à.d., **la fonction de meilleure réponse de 2**. On la note $q_2^{mr}(q_1)$ et elle est donc donnée en utilisant (4) par,

$$q_2^* = 140 - \frac{q_1}{2} =: q_2^{mr}(q_1) \tag{5}$$

(b) Équilibre

(i) **Quantités** :

- La fonction de profit de 1 présente une forme similaire à celle de 2 :

$$\pi_1(q_1, q_2) = Pq_1 - c_1(q_1) = (300 - (q_1 + q_2))\, q_1 - 20q_1. \tag{6}$$

- En outre 1 connaît le niveau de production que 2 fixe en fonction du sien, donné par (5) et ce faisant (7) peut s'écrire :

$$\begin{aligned}
\pi_1\left(q_1, q_2^{mr}(q_1)\right) &= (300 - (q_1 + q_2))\, q_1 - 20q_1 \\
&= 280q_1 - q_1^2 - q_2^{mr}(q_1)q_1 \\
&= 280q_1 - q_1^2 - \underbrace{\left(140 - \frac{q_1}{2}\right)}_{=q_2^{mr}(q_1)} q_1 \\
&= 140q_1 - \frac{q_1^2}{2} =: \pi(q_1),
\end{aligned} \tag{7}$$

qui ne dépends que de q_1.

- 1 maximise donc (7). Le maximum est atteint pour q_1^* qui vérifie la c.p.o. :

$$\frac{\partial \pi_1(q_1^*)}{\partial q_1} = 0 \Leftrightarrow 140 - q_1^* = 0 \Rightarrow q_1^* = 140. \tag{8}$$

(b) Équilibre

- Il en résulte par (5) :

$$q_2^* = q_2^{mr}(q_1^*) = 140 - \frac{q_1^*}{2} = 70.$$

- Ceci qui implique une quantité produite à l'équilibre de $Q^* = q_1^* + q_2^* = 210$, un prix de $P^* = P(Q^*) = 90$, pour de profits $\pi_1(q_1^*) = 9800$, et $\pi_2(q_2^*) = 4900$.

(c) Comparaison avec Cournot

- Pour rappel dans un Cournot de base(voir cours, et TD1) avec :
  - des coûts $c_i(q_i) = cq_i$, $c > 0$, $i = 1, 2$,
  - et une demande $P(Q) = a - bQ$, $Q = q_1 + q_2$, $a, b > 0$,

  l'équilibre est (où l'indice sup "ec" est pour "équilibre de Cournot") :

  $$q_1^{(ec)} = q_2^{(ec)} = q^{(ec)} = \frac{a-c}{3b},$$

  d'où ici(avec $a = 300, b = 1, c = 20$) :
  - $q_1^{(ec)} = q_2^{(ec)} = 280/3 \approx 93.3$,
  - $Q^{(ec)} = q_1^{(ec)} + q_2^{(ec)} \approx 186.7$,
  - $P^{(ec)} \approx 113.3$.
  - $\pi_1^{(ec)} = \pi_2^{(ec)} \approx 8704.9$.
- **Remarque** : en Cournot les meilleures réponses sont pour $i = 1, 2$:

  $$q_i^{mr} = \frac{(a-c)}{2b} - \frac{q_j}{2}, \ j = 1, 2, j \neq i.$$

2. Exercice 2

(a) Demande résiduelle

- Deux firmes aux coûts respectifs :

$$c_1(q_1) = 20q_1 \text{ (firme 1)}, \quad c_2(q_2) = \underbrace{100}_{\substack{\text{part fixe/}\\ \text{non récupérable}}} + 20q_2 \text{ (firme 2)} \tag{9}$$

- **Remarque** : la part fixe dans le coût de 2 donne un avantage à 1 qui est en place par rapport à 2 qui est l'entrant potentiel.
- La demande sur le marché est donné par :

$$P = P(Q) = 200 - \underbrace{(q_1 + q_2)}_{=Q} \tag{10}$$

- **Remarque** : on change un peu les notations par rapport à l'énoncé où $q_1 = Q$, et $q_2 = q$. Ici donc Q est la qté totale et q_i celle produite par la firme $i = 1, 2$.
- (10) permet d'avoir la demande(inverse) résiduelle qui s'adresse à 2 lorsque 1 produit par exemple $q_1 = Q_0 \geq 0$: $P = 200 - Q_0 - q_2$.

(b) choix de 2

- **Réponse de 2 pour q_1 donné** :
  - Profit de 2 :

$$\pi_2(q_2) = \underbrace{Pq_2}_{=R_2(q_2)(\text{Recette})} - c_2(q_2) = \left(\underbrace{200 - (q_1 + q_2)}_{=P(\text{par } (10))}\right) q_2 - \left(\underbrace{100 + 20q_2}_{=c_2(q_2)(\text{par } (9))}\right). \tag{11}$$

  - Notons q_2^* le quantité qui maximise (11), et peut être définie à partir de la c.p.o.,

$$\frac{\partial \pi_2(q_2^*)}{\partial q_2} = 0 \Leftrightarrow 180 - q_1 - 2q_2^* \Rightarrow q_2^* = 90 - \frac{q_1}{2} =: q_2^{mr}(q_1). \tag{12}$$

  - En particulier pour $q_1 = Q_0$, le choix optimal de 2 sera $q_2^* = 90 - \frac{Q_0}{2}$.

c) Stratégie de "prix limite" de 1

- Pour 1 la stratégie consiste à choisir de produire une quantité q_1^L telle qu'elle dissuade 2 de décider d'entrer.
- Ce sera le cas(puisque les agents maximisent leur profit) si le profit de 2 est alors nul.
- On a d'après (11) :

$$\pi_2(q_2) = (200 - (q_1 + q_2))q_2 - (100 + 20q_2) = (180 - q_1 - q_2)q_2 - 100. \tag{13}$$

- D'après (13) :

$$\pi_2(q_2) = 0 \Leftrightarrow (180 - q_1 - q_2)q_2 - 100 = 0. \tag{14}$$

- Lorsque 1 choisit q_1^L telle que (14) le niveau que 2 décide est donné par $q_2^{mr}(q_1^L)$ en (12). D'où :

$$\left(180 - q_1^L - \left(\underbrace{90 - \frac{q_1^L}{2}}_{=q_2=:q_2^{mr}(q_1^L)}\right)\right)\left(\underbrace{90 - \frac{q_1^L}{2}}_{=q_2=:q_2^{mr}(q_1^L)}\right) - 100 = 0 \Leftrightarrow \left(90 - \frac{q_1^L}{2}\right)^2 - 100 = 0$$

$$\Rightarrow q_1^L = 160.$$

- Il s'ensuit que $P^L = P(q_1^L) = 40$, $\pi_1(q_1^L) = 3200$.

c) Stratégie de "prix limite" de 1

- Lorsque 1 choisit q_1^L elle ne maximise pas son profit mais en dissuadant 2 d'entrer(car son profit est nul) elle peut s'attendre à bénéficier de sa situation de monopole par la suite :
  - En monopole 1 maximise

$$\pi_1(q_1) = \underbrace{P(q_1)q_1}_{=:R_1(q_1)(\text{recette})} - c_1(q_1) = (200 - q_1)q_1 - 20q_1.$$

  - Notons q_1^M le choix optimale de monople qui vérifie(c.p.o.) :

$$\frac{\partial \pi(q_1^M)}{\partial q_1} = 0 \Leftrightarrow 180 - 2q_1^M = 0 \Rightarrow q_1^M = 90,$$

  et alors $P^M = P(q_1^M) = 110$, et $\pi_1(q_1^M) = 8100 > \pi_1(q_1^L)$.

3. Exercice 3

Modèle

- Une firme(la firme 1) produit en monopole un produit en quantité q_1.
- Le demande est donnée par la fonction de demande inverse :

$$P(Q) = 50 - \frac{Q}{10},$$

où $Q = q_1$ dès lors que la firme est en monopole.

- Et ce faisant sa recette peut s'écrire,

$$R_1(q_1) = P(q_1)q_1 = 50q_1 - \frac{q_1^2}{10} \Rightarrow R_1^m(q_1) := \frac{\partial R_1(q_1)}{\partial q_1} = 50 - \frac{q_1}{5} \tag{15}$$

où $R_1^m(q_1)$ est la recette marginale.

- Son coût est supposé :

$$c_1(q_1) = \frac{q_1^2}{40} \Rightarrow c_1^m(q_1) = \frac{q_1}{20} > 0, \text{ pour tout } \ q_1 > 0(\text{coût marginal croissant}) \tag{16}$$

(a) Équilibre de monopole

- La firme maximise son profit qui ne dépend que de q_1 :
- Profit de 1 :

$$\pi_1(q_1) = R_1(q_1) - c_1(q_1), \tag{17}$$

et il est facile de voir que la quantité q_1^* qui maximise (17) vérifie(c.p.o.)

$$\frac{\partial \pi_1(q_1^*)}{\partial q_1} = 0 \Leftrightarrow R_1^m(q_1^*) = c_1^m(q_1^*), \tag{18}$$

d'où par (15), (16) et (17) :

$$50 - \frac{q_1^*}{5} = \frac{q_1^*}{20} \Rightarrow q_1^* = 200,$$

le prix d'équilibre étant $P^* := P(q_1^*) = 30$.

(b) Marché contestable(2ème firme)

- Produire est plus coûteux pour 2 avec :

$$c_2(q_2) = 10q_2 + \frac{q_2^2}{40} \Rightarrow c_2^m(q_2) = 10 + \frac{q_2}{20}. \tag{19}$$

- **Demande résiduelle** pour 2 quand 1 conserve le niveau de production $q_1 = q_1^* = 200$.
  - La recette de 2 comme fonction de q_1 est :

$$R_2(q_2) = Pq_2 = P(\underbrace{q_1^* + q_2}_{=Q})q_2 = \left(50 - \frac{(q_1^* + q_2)}{10}\right) q_2 = \frac{(500 - q_1)q_2}{10} - \frac{q_2^2}{10} \tag{20}$$

  - Et son profit peut s'écrit :

$$\pi_2(q_2) = R_2(q_2) - c_2(q_2) = \underbrace{\frac{(500 - q_1)q_2}{10} - \frac{q_2^2}{10}}_{=R_2(q_2)\ \text{par } (20)} - \underbrace{(10q_2 + \frac{q_2^2}{40})}_{c_2(q_2),\ \text{par } (19)} \tag{21}$$

  - On note q_2^* la quantité qui maximise (21) et vérifie donc(c.p.o.) :

$$\frac{\partial \pi(q_2^*)}{\partial q_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{(500 - q_1)}{10} - 10 - \frac{q_2^*}{4} = 0 \Rightarrow q_2^* = 160 - \frac{2q_1}{5} =: q_2^{mr}(q_1), \tag{22}$$

  et pour $q_1 = q_1^* = 200$, on obtient $q_2^* = 80$ d'où $Q^* = q_1^* + q_2^* = 280$, $P^* := P(Q^*) = 22$.

(c) Stratégie de prix limite

- 2 n'a que des coût variables et ce faisant $\pi_2 = 0 \Leftrightarrow q_2 = 0$.
- En utilisant $q_2^{mr}(q_1)$ définie dans (22) on a :

$$q_2^{mr}(q_1) = 0 \Leftrightarrow 160 - \frac{2q_1}{5} = 0 \Leftrightarrow q_{(1,q_2=0)} = 400 =: q_1^L,$$

où l'indice inf "$q_2 = 0$" est là pour indiquer que c'est le niveau de q_1 tel que $q_2 = 0$, et qui définit ici le **la quantité associée au prix limite**, c.à.d., pour lequel $\pi_2 = 0$, qu'on note q_1^L ci-dessus.

- On note $Q^L = q_1^L + 0$ la quantité totale produite, et $P^L := P(Q^L) = 10$, le prix limite.
- On calcule aussi le profit obtenu par 1 :

$$\pi_1(q_1^L) = P^L q_1^L - c_1(q_1^L) = 0$$

(d) Cournot

- En concurrence à la Cournot le profit de 1 s'écrit :

$$\pi_1(q_1, q_2) = P(\underbrace{Q}_{=q_1+q_2})q_1 - c_1(q_1) = \left(50 - \frac{(q_1 + q_2)}{10}\right) q_1 - \frac{q_1^2}{40} - = 50q_1 - \frac{q_1 q_2}{10} - \frac{q_1^2}{8}, \tag{23}$$

qu'on maximise pour obtenir q_1^{*c} la quantité qui maximise le profit de 1 en Cournot. Elle vérifie(c.p.o.)

$$\frac{\partial \pi_1(q_1^{*c}, q_2)}{\partial q_1} = 0 \Leftrightarrow 50 - \frac{q_2}{10} - \frac{q_1^{*c}}{4} = 0 \Rightarrow q_1^{*c} = 200 - \frac{2q_2}{5} =: q_1^{mr}(q_2). \tag{24}$$

- En utilise les meilleures réponses $q_1^{mr}(q_2)$ donnée ci-dessus et $q_2^{mr}(q_1)$ donnée en (22) pour obtenir :

$$q_1^{*c} = 200 - \frac{2}{5}\left(\underbrace{160 - \frac{2q_1^{*c}}{5}}_{=q_2^{mr}}\right) \Leftrightarrow \frac{21q_1^{*c}}{25} = 136 \Rightarrow q_1^{*c} \approx 161.9$$

d'où,

$$q_2^{*c} = q_2^{mr}(q_1^{*c}) \approx 95.2.$$

(d) Cournot

- On calcule aussi $Q^{*c} = q_1^{*c} + q_2^{*c} \approx 257.1$ et $P^{*c} = P(Q^{*c}) \approx 24.3$.
- Finalement comme :

$$\pi_1(q_1^{*c}) = P^{*c} q_1^{*c} - c_1(q_1^{*c}) \approx 3278.9 > \pi_1(q_1^L) = 0$$

la stratégie de prix limite par 1 n'apparaît pas crédible du point de vue de 2, car 1 a intérêt à une concurrence à la Cournot qui lui permet un profit non nul.