

IEL - Projekt

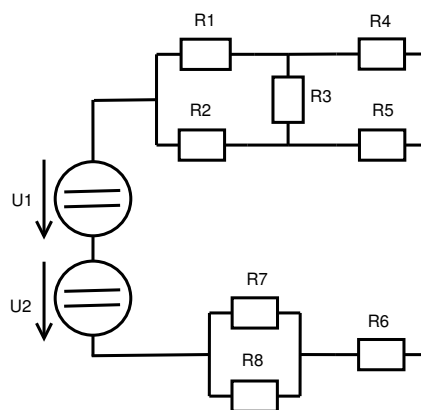
Miroslav Válka

xvalka05

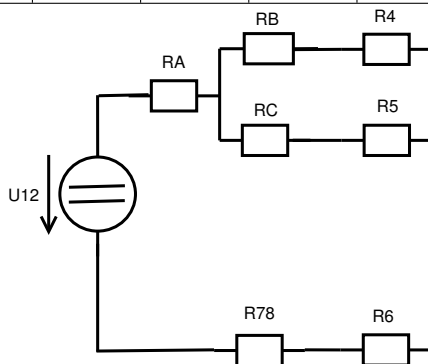
Zimní semestr 2016

1 Příklad č.1

Stanovte napětí U_{R8} a proud I_{R8} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.



	$U_1[V]$	$U_2[V]$	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$	$R_5[\Omega]$	$R_6[\Omega]$	$R_7[\Omega]$	$R_8[\Omega]$
H	135	80	680	600	260	310	575	8702	355	265



Postupně zjednodušíme celý obvod.

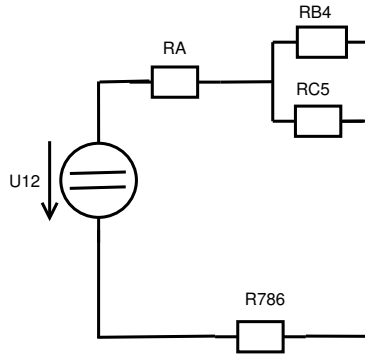
$$U_{12} = U_1 + U_2 = 135 + 80 = 215V$$

$$R_{87} = \frac{R_7 * R_8}{R_7 + R_8} = \frac{355 * 265}{355 + 265} = \frac{18815}{124} \Omega$$

$$R_A = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{680 * 600}{680 + 600 + 260} = \frac{20400}{77} \Omega$$

$$R_B = \frac{R_1 * R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{680 * 260}{680 + 600 + 260} = \frac{8840}{77} \Omega$$

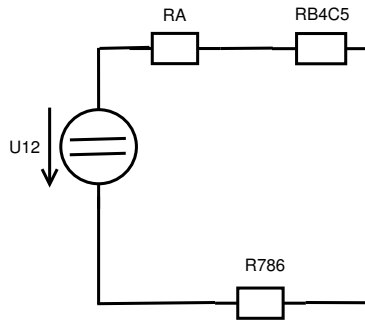
$$R_C = \frac{R_2 * R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{600 * 260}{680 + 600 + 260} = \frac{7800}{77} \Omega$$



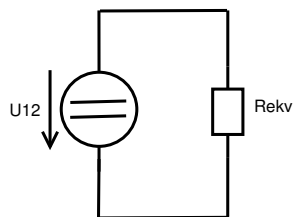
$$R_{786} = R_{78} + R_6 = \frac{18815}{124} + 870 = 1021.7338\Omega$$

$$R_{B4} = R_B + R_4 = \frac{8840}{77} + 310 = \frac{32710}{77} = 424.8052\Omega$$

$$R_{C5} = R_C + R_5 = \frac{7800}{77} + 575 = \frac{52075}{77} = 676.2987\Omega$$



$$R_{B4C5} = \frac{R_{B4} * R_{C5}}{R_{B4} + R_{C5}} = \frac{424.8052 * 676.2987}{424.8052 + 676.2987} = 382.8282\Omega$$

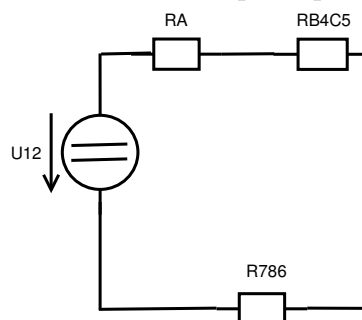


$$R_{ekv} = R_A + R_{B4C5} + R_{786} = \frac{20400}{77} + 382.8282 = 1669.4971\Omega$$

Teď vypočítáme proud tekoucí zjednodušeným obvodem.

$$I = \frac{U_{12}}{R_{ekv}} = \frac{215}{1669.4971} = 0.1288A$$

Máme proud celkový proud tekoucí obvodem, takže se budeme postupně vracet a

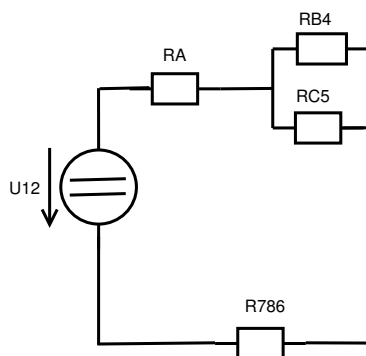


dopočítávat jednotlivá napětí a proudy.

$$U_{RA} = R_A * I = \frac{20400}{77} * 0.1288 = 34.1236V$$

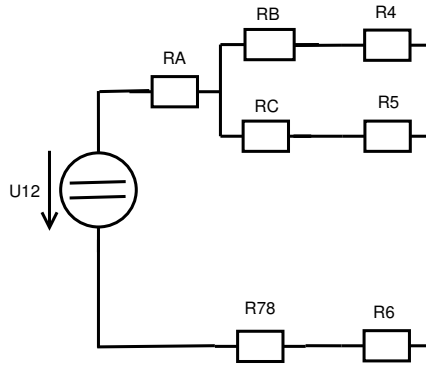
$$U_{RB4C5} = R_{B4C5} * I = 382.8282 * 0.1288 = 49.3083V$$

$$U_{R786} = R_{786} * I = 1021.7338 * 0.1288 = 131.5993V$$



$$I_{RB4} = \frac{U_{RB4C5}}{R_{B4}} = \frac{49.3083}{424.8052} = 0.1161A$$

$$I_{RC5} = \frac{U_{RB4C5}}{R_{C5}} = \frac{49.3083}{676.2987} = 0.0729A$$



$$U_{RB} = R_B * I_{RB4} = \frac{8840}{77} * 0.1161 = 13.3289V$$

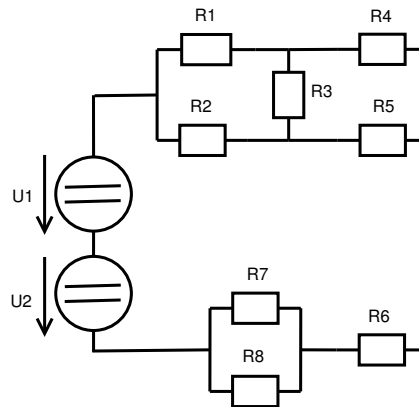
$$U_{R4} = R_4 * I_{RB4} = 310 * 0.1161 = 35.9910V$$

$$U_{RC} = R_C * I_{RC5} = \frac{7800}{77} * 0.0729 = 7.3847V$$

$$U_{R5} = R_5 * I_{RC5} = 575 * 0.0729 = 41.9175V$$

$$U_{R6} = I * R_6 = 0.1288 * 870 = 112.056V$$

$$U_{R78} = I * R_{78} = 0.1288 * \frac{18815}{124} = 19.5433V$$

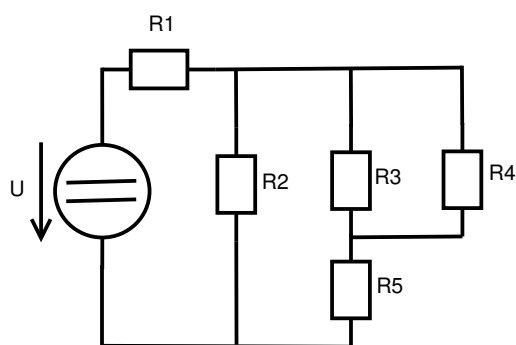


$$I_{R7} = \frac{U_{R78}}{R_7} = \frac{19.5433}{355} = 0.0551A$$

$$I_{R8} = \frac{U_{R78}}{R_8} = \frac{19.5433}{265} = 0.0737A$$

$$U_{R8} = U_{R78} = 19.5433V$$

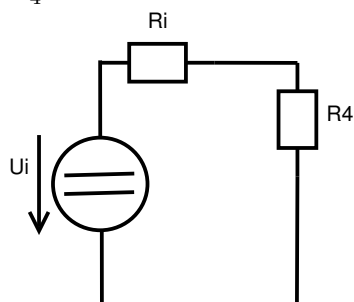
2 Příklad č.2



Stanovte napětí U_{R4} a proud I_{R4} .
Použijte metodu Théveninovy věty.

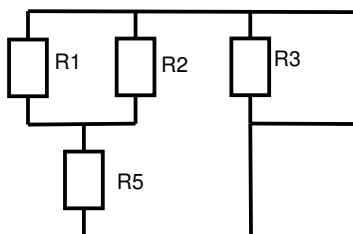
	$U[V]$	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$	$R_5[\Omega]$
C	200	220	630	240	450	230

Zapojíme R_4 do náhradního obvodu a vyjádříme rovnici pro proud I_{R4} .



$$I_{R4} = \frac{U_i}{R_i + R_4}$$

Vyjádříme si R_i , které následně i vypočteme.

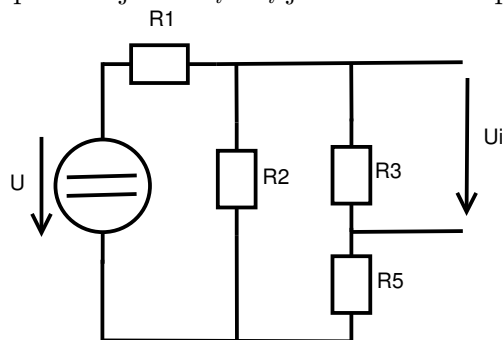


$$R_{12} = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2} = \frac{220 * 630}{220 + 630} = \frac{2772}{17} \Omega$$

$$R_{125} = R_5 + R_{12} = 230 + \frac{2772}{17} = \frac{6682}{17} \Omega$$

$$R_i = \frac{R_{125} * R_3}{R_{125} + R_3} = \frac{6682/17 * 240}{6682/17 + 240} = 149.0132 \Omega$$

R_i máme a teď ještě potřebujeme U_i . U_i je schodné s napětím na rezistoru R_3 .



$$I_x * R_1 + I_x * R_3 + I_x * R_5 - U = 0$$

$$I_x * (R_1 + R_2 + R_3) = U$$

$$I_x = \frac{U}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{200}{220 + 240 + 230} = \frac{200}{690} = \frac{20}{69} A$$

$$U_i = U_{R3}$$

$$U_i = I_x * R_3 = \frac{20}{69} * 630 = 182.6087V$$

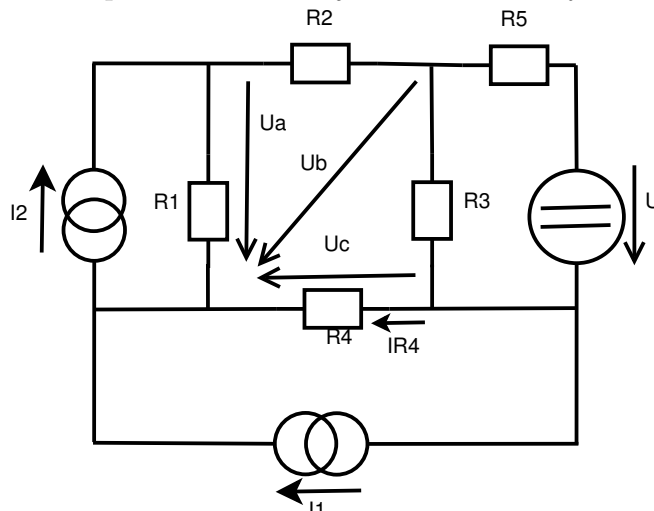
Když už máme R_i i U_i můžeme dosadit do rovnice a vypočítat I_{R4} a následně i U_{R4} .

$$I_{R4} = \frac{U_i}{R_i + R_4} = \frac{182.6087}{149.0132 + 450} = 0.3048A$$

$$U_{R4} = I_{R4} * R_4 = 0.3048 * 450 = 137.16V$$

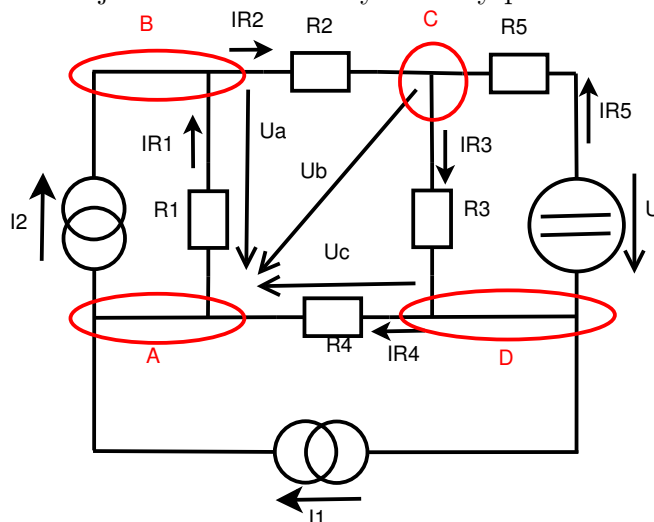
3 Příklad č.3

Stanovte napětí U_{R4} a proud I_{R4} . Použijte metodu uzlových napětí (U_a, U_b, U_c).



sk.	$U[V]$	$I_1[A]$	$I_2[A]$	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$	$R_5[\Omega]$
A	120	0.9	0.7	53	49	65	39	32

Nejdříve si určíme uzly a směry proudů.



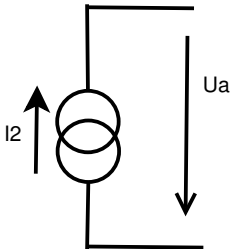
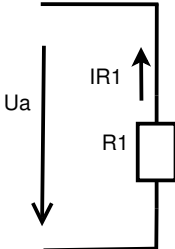
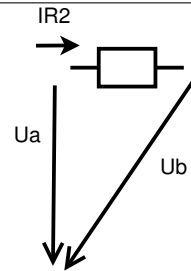
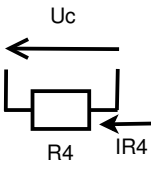
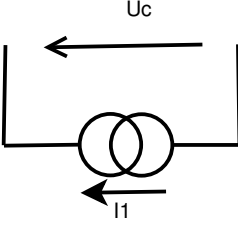
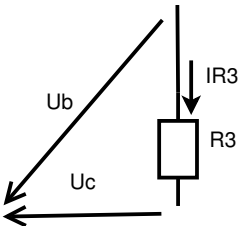
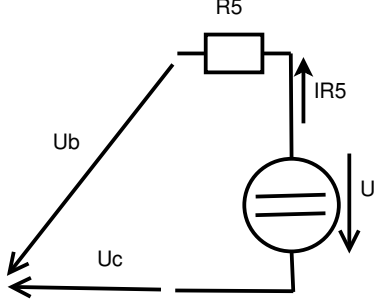
Podle 1. Kirchhoffova zákona sestojíme rovnice pro uzly B, C a D.

$$B : I_2 + I_{R1} - I_{R2} = 0$$

$$C : I_{R2} + I_{R5} - I_{R3} = 0$$

$$D : I_{R3} - I_{R4} - I_{R5} - I_1 = 0$$

Teď rozložíme schéma zapojení a určíme rovnice pro jednotlivé proudy.

		
$I_2 = I_2 = 0.7A$	$I_{R1}R_1 + U_a = 0$ $I_{R1} = \frac{-U_a}{R_1}$	$I_{R2}R_2 + U_b - U_a = 0$ $I_{R2} = \frac{U_a - U_b}{R_2}$
		
$I_{R4}R_4 - U_c = 0$ $I_{R4} = \frac{U_c}{R_4}$	$I_1 = I_1 = 0.9A$	$I_{R3}R_3 + U_c - U_b = 0$ $I_{R3} = \frac{U_b - U_c}{R_3}$
	$I_{R5}R_5 + U_b - U_c - U = 0$ $I_{R5} = \frac{U + U_c - U_b}{R_5}$	

Dosadíme proudy do rovnic uzlů.

$$B : I_2 + \frac{-U_a}{R_1} - \frac{U_a - U_b}{R_2} = 0$$

$$C : \frac{U_a - U_b}{R_2} + \frac{U + U_c - U_b}{R_5} - \frac{U_b - U_c}{R_3} = 0$$

$$D : \frac{U_b - U_c}{R_3} - \frac{U_c}{R_4} - \frac{U + U_c - U_b}{R_5} = 0$$

Z rovnice B si vyjádříme U_a .

$$B : I_2 + \frac{-U_a}{R_1} - \frac{U_a - U_b}{R_2} = 0$$

$$I_2 R_1 R_2 - U_a R_2 - U_a R_1 + U_b R_1 = 0$$

$$I_2 R_1 R_2 + U_b R_1 = U_a R_2 + U_a R_1$$

$$I_2 R_1 R_2 + U_b R_1 = U_a (R_2 + R_1)$$

$$U_a = \frac{I_2 R_1 R_2 + U_b R_1}{R_1 + R_2}$$

Do rovnice C dosadíme U_a a vyjádříme si U_b .

$$C : \frac{U_a - U_b}{R_2} + \frac{U + U_c - U_b}{R_5} - \frac{U_b - U_c}{R_3} = 0$$

$$\frac{\frac{I_2 R_1 R_2 + U_b R_1}{R_1 + R_2} - U_b}{R_2} + \frac{U + U_c - U_b}{R_5} - \frac{U_b - U_c}{R_3} = 0$$

$$\frac{I_2 R_1 R_2 + U_b R_1}{R_1 + R_2} R_3 R_5 - U_b R_3 R_5 + U R_2 R_3 + U_c R_2 R_3 - U_b R_2 R_3 - U_b R_2 R_5 + U_c R_2 R_5 = 0$$

$$\frac{I_2 R_1 R_2 + U_b R_1}{R_1 + R_2} R_3 R_5 + U R_2 R_3 + U_c R_2 R_3 + U_c R_2 R_5 = U_b R_3 R_5 + U_b R_2 R_3 + U_b R_2 R_5$$

$$I_2 R_1 R_2 R_3 R_5 + U_b R_1 R_3 R_5 + (R_1 + R_2)(U R_2 R_3 + U_c R_2 R_3 + U_c R_2 R_5) =$$

$$= U_b R_1 R_3 R_5 + U_b R_2 R_3 R_5 + U_b R_1 R_2 R_3 + U_b R_2 R_2 R_3 + U_b R_1 R_2 R_5 + U_b R_2 R_2 R_5$$

$$I_2 R_1 R_2 R_3 R_5 + (R_1 + R_2)(U R_2 R_3 + U_c R_2 R_3 + U_c R_2 R_5) =$$

$$= U_b R_1 R_3 R_5 + U_b R_2 R_3 R_5 + U_b R_1 R_2 R_3 + U_b R_2 R_2 R_3 + U_b R_1 R_2 R_5 + U_b R_2 R_2 R_5 - U_b R_1 R_3 R_5$$

$$I_2 R_1 R_2 R_3 R_5 + (R_1 + R_2)(U R_2 R_3 + U_c R_2 R_3 + U_c R_2 R_5) =$$

$$= U_b (R_1 R_3 R_5 + R_2 R_3 R_5 + R_1 R_2 R_3 + R_2 R_2 R_3 + R_1 R_2 R_5 + R_2 R_2 R_5 - R_1 R_3 R_5)$$

$$\frac{I_2 R_1 R_2 R_3 R_5 + (R_1 + R_2)(U R_2 R_3 + U_c R_2 R_3 + U_c R_2 R_5)}{R_1 R_3 R_5 + R_2 R_3 R_5 + R_1 R_2 R_3 + R_2 R_2 R_3 + R_1 R_2 R_5 + R_2 R_2 R_5 - R_1 R_3 R_5} = U_b$$

$$\frac{I_2 R_1 R_2 R_3 R_5 + (R_1 + R_2)(U R_2 R_3 + U_c R_2 R_3 + U_c R_2 R_5)}{R_3 R_5 (R_1 + R_2) + R_2 R_3 (R_1 + R_2) + R_2 R_5 + (R_1 + R_2) - R_1 R_3 R_5} = U_b$$

Dosadíme U_b do rovnice uzlu D.

$$D : \frac{U_b - U_c}{R_3} - \frac{U_c}{R_4} - \frac{U + U_c - U_b}{R_5} = 0$$

$$\frac{\frac{I_2 R_1 R_2 R_3 R_5 + (R_1 + R_2)(U R_2 R_3 + U_c R_2 R_3 + U_c R_2 R_5)}{R_3 R_5 (R_1 + R_2) + R_2 R_3 (R_1 + R_2) + R_2 R_5 + (R_1 + R_2) - R_1 R_3 R_5}}{R_3} - \frac{U_c}{R_4} -$$

$$- \frac{U + U_c - \frac{I_2 R_1 R_2 R_3 R_5 + (R_1 + R_2)(U R_2 R_3 + U_c R_2 R_3 + U_c R_2 R_5)}{R_3 R_5 (R_1 + R_2) + R_2 R_3 (R_1 + R_2) + R_2 R_5 + (R_1 + R_2) - R_1 R_3 R_5}}{R_5} = 0$$

Dosadíme hodnoty a vypočítáme U_c .

$$\frac{\frac{0.7*53*49*65*32 + (53+49)(120*49*65 + U_c*49*65 + U_c*49*32)}{65*32(53+49) + 49*65(53+49) + 49*32 + (53+49) - 53*65*32}}{65} - \frac{U_c}{39} -$$

$$- \frac{120 + U_c - \frac{0.7*53*49*65*32 + (53+49)(120*49*65 + U_c*49*65 + U_c*49*32)}{65*32(53+49) + 49*65(53+49) + 49*32 + (53+49) - 53*65*32}}{32} = 0$$

$$\frac{\frac{3781232 + 102(382200 + 4753U_c)}{2080*102 + 3185*102 + 1568*102 - 110240}}{65} - \frac{U_c}{39} - \frac{120 + U_c - \frac{3781232 + 102(382200 + 4753U_c)}{2080*102 + 3185*102 + 1568*102 - 110240}}{32} = 0$$

$$\frac{\frac{42765632 + 484806U_c}{586726} - U_c}{65} - \frac{U_c}{39} - \frac{120 + U_c - \frac{42765632 + 484806U_c}{586726}}{32} = 0$$

$$\frac{72.8889 + 0.8263U_c - U_c}{65} - \frac{U_c}{39} - \frac{120 + U_c - 72.8889 - 0.8263U_c}{32} = 0$$

$$90965.3472 + 1031.2224U_c - 1248U_c - 2080U_c - 304200 - 2535U_c + 184773.3615 + 2094.6705U_c = 0$$

$$-28461.2913 - 2737.1071U_c = 0$$

$$-28461.2913 = 2737.1071U_c$$

$$-10.3983 = U_c$$

$$U_c = -10.3983V$$

Máme U_c , takže ho můžeme dosadit do rovnice pro výpočet I_{R4} .

$$I_{R4} = \frac{U_c}{R_4} = \frac{-10.3983}{39} = -0.2666A$$

Proud I_{R4} vyšel záporný. To znamená, že je opačného směru než jsme předpokádali. Ještě dopočítáme U_{R4} .

$$U_{R4} = I_{R4} * R_4 = -0.2666 * 39 = -10.3974V$$

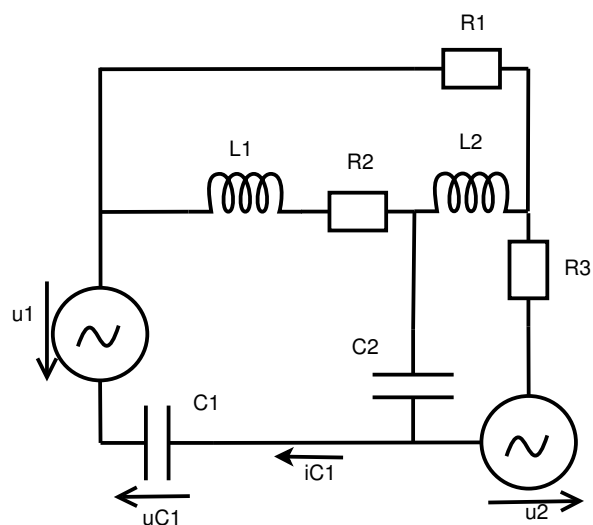
4 Příklad č.4

Pro napájecí napětí platí:

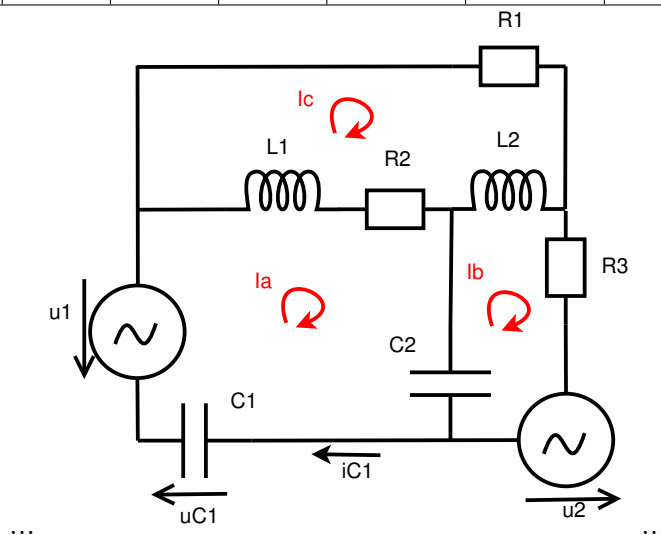
$$u_1 = U_1 * \sin(2\pi ft), u_2 = U_2 * \sin(2\pi ft).$$

Ve vztahu pro napětí $u_{C1} = U_{C1} * \sin(2\pi ft + \varphi_{C1})$ určete $|U_{C1}|$ a φ_{C1} . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné "směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$)."

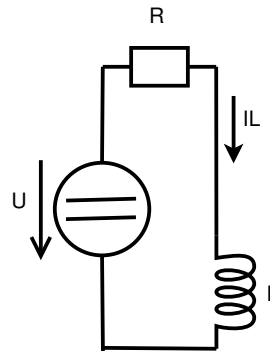


.sk	$U_1[V]$	$U_2[V]$	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$L_1[mH]$	$L_2[mH]$	$C[\mu F]$	$C[\mu F]$	$f[Hz]$
H	65	60	10	10	12	160	75	155	70	95



5 Příklad č.5

Sestrojte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení $i_L = f(t)$. Proveďte kontrolu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.



sk	$U[V]$	$L[H]$	$R[\Omega]$	$i_L[A]$
C	60	5	30	7

Mějme základní diferenciální rovnici pro výpočet proudu i'_L .

$$i'_L = \frac{1}{L} * u_L$$

Jelikož neznáme u_L , tak si ho vyjádříme za pomoci II.Kirchhoffova zákona.

$$i_L R + u_L - U = 0$$

$$u_L = U - i_L R$$

Teď u_L dosadíme a získáme konečnou podobu naší diferenciální rovnice.

$$i'_L = \frac{1}{L} * (U - i_L R)$$

$$i'_L = \frac{1}{5} * (60 - i_L * 30)$$

$$i'_L = 12 - 6i_L$$

...

6 Závěr

Př.	Sk		
		U_{R8}	I_{R8}
1	H	$19.5433V$	$0.0737A$
		U_{R4}	I_{R4}
2	C	$137.16V$	$0.3048A$
		U_{R4}	I_{R4}
3	A	$-10.3974V$	$-0.2666A$
4	H		
5	C		