

1. 基于前面给出的数据结构，就 LL 语法分析写出下列功能函数的实现代码：

- 1) 产生式有左递归的判断以及左递归的消除实现；
- 2) 产生式有左公因子的判断，以及左公因子的提取实现；
- 3) 产生式的 FIRST 函数求解；
- 4) 非终结符的 FIRST 函数求解；
- 5) 非终结符的 FOLLOW 函数求解；
- 6) 文法是为 LL(1) 文法的判断；
- 7) LL(1) 语法分析表的填写。

```
void First(Production* pProduction) {
    NonTerminalSymbol* pHeader = (NonTerminalSymbol*)pProduction->pHeader;
    if (pHeader->pFirstSet == nullptr) {
        pHeader->pFirstSet = new set<TerminalSymbol*>();
    }

    set<TerminalSymbol*>* pFirstSet = new set<TerminalSymbol*>();
    int index = 0;
    for (auto it = pProduction->pBodySymbolTable->begin(); it != pProduction->pBodySymbolTable->end(); it++) {
        GrammarSymbol* pSymbol = (*it);
        switch (pSymbol->type) {
            case TERMINAL:
                pFirstSet->insert((TerminalSymbol*)pSymbol);
                index++;
                break;
            case NONTERMINAL:
                First((NonTerminalSymbol*)pSymbol);
                set<TerminalSymbol*>* pFirst = ((NonTerminalSymbol*)pSymbol)->pFirstSet;
                pFirstSet->insert(pFirst->begin(), pFirst->end());
                if (pFirst->find(NULL_TERMINAL) == pFirst->end()) {
                    goto END_OF_COMPUTATION;
                }
                index++;
                break;
            case NULL_TERMINAL:
                pFirstSet->insert(NULL_TERMINAL);
                index++;
                break;
            default:
                break;
        }
    }
    END_OF_COMPUTATION:
    pProduction->pFirstSet = pFirstSet;
}

void First(NonTerminalSymbol* pNonTerminal) {
    if (pNonTerminal->pFirstSet == nullptr) {
        pNonTerminal->pFirstSet = new set<TerminalSymbol*>();
    }
    for (auto it = pNonTerminal->pProductionTable->begin(); it != pNonTerminal->pProductionTable->end(); it++) {
        Production* pProduction = (*it);
        set<TerminalSymbol*>* pFirst = pProduction->pFirstSet;
        if (pFirst == nullptr) {
            First(pProduction);
            pFirst = pProduction->pFirstSet;
        }
        pNonTerminal->pFirstSet->insert(pFirst->begin(), pFirst->end());
    }
}
```

```

void Follow(NonTerminalSymbol* pSymbol) {
    pSymbol->pFollowSet = new std::set<TerminalSymbol*>();

    if (pSymbol->name == startSymbol->name) {
        pSymbol->pFollowSet->insert(terminalSymbolTable["$"]);
    }

    for (int i = 0; i < nonTerminalSymbolTable.size(); i++) {
        NonTerminalSymbol* pNonTerminalSymbol = nonTerminalSymbolTable[i];
        for (int j = 0; j < pNonTerminalSymbol->numOfProduction; j++) {
            Production* pProduction = pNonTerminalSymbol->pProductionTable->at(j);
            for (int k = 0; k < pProduction->bodySize; k++) {
                GrammarSymbol* pSymbolInProduction = pProduction->pBodySymbolTable->at(k);
                if (pSymbolInProduction->type == NONTERMINAL && pSymbolInProduction == pSymbol) {
                    if (k < pProduction->bodySize - 1) {
                        GrammarSymbol* pNextSymbol = pProduction->pBodySymbolTable->at(k + 1);
                        if (pNextSymbol->type == TERMINAL) {
                            pSymbol->pFollowSet->insert((TerminalSymbol*)pNextSymbol);
                        } else {
                            std::set<TerminalSymbol*>* pFirstSetOfNextSymbol =
                                ((NonTerminalSymbol*)pNextSymbol)->pFirstSet;
                            for (std::set<TerminalSymbol*>::iterator it = pFirstSetOfNextSymbol->begin();
                                it != pFirstSetOfNextSymbol->end(); it++) {
                                if ((*it) != nullSymbol) {
                                    pSymbol->pFollowSet->insert((*it));
                                }
                            }
                        }
                    } else {
                        std::set<NonTerminalSymbol*>* pDependentSetInFollow = pSymbol->pDependentSetInFollow;
                        for (std::set<NonTerminalSymbol*>::iterator it = pDependentSetInFollow->begin();
                            it != pDependentSetInFollow->end(); it++) {
                                Follow((*it));
                                std::set<TerminalSymbol*>* pFollowSetOfDependent = (*it)->pFollowSet;
                                for (std::set<TerminalSymbol*>::iterator it2 = pFollowSetOfDependent->begin();
                                    it2 != pFollowSetOfDependent->end(); it2++) {
                                        pSymbol->pFollowSet->insert((*it2));
                                    }
                                }
                    }
                }
            }
        }
    }
}

```

2. 基于前面给出的数据结构，就 LR 语法分析写出下列功能函数的实现代码：

- 1) 一个项集中 LR(0) 核心项的闭包求解，即实现函数：
void getClosure(ItemSet *itemSet);
- 2) 穷举一个 LR(0) 项集的变迁，其中包括驱动符的穷举，下一项集的创建，下一项集中核心项的确定，下一项集是否为新项集的判断。即实现函数：
void exhaustTransition(ItemSet *itemSet);
- 3) 文法的 LR(0) 型 DFA 求解;
- 4) 文法是否为 SLR(1) 文法的判断;
- 5) LR 语法分析表的填写;

1) 一个项集中 LR(0) 核心项的闭包求解，即实现函数：

void getClosure(ItemSet *itemSet);

```

void getClosure(ItemSet *itemSet) {
    queue<LR0Item *> closure;
    for (int i = 0; i < itemSet->pItemTable->size(); i++) {
        LR0Item *item = itemSet->pItemTable->get(i);
        if (item->type == CORE) {
            closure.push(item);
        }
    }
    while (!closure.empty()) {
        LR0Item *item = closure.front();
        closure.pop();
        if (item->dotPosition == item->production->pBodyTable->size()) {
            continue;
        }
        GrammarSymbol *symbol = item->production->pBodyTable->get(item->dotPosition);
        if (symbol->symbolType == TERMINAL) {
            continue;
        }
        NonTerminalSymbol *nonTerminalSymbol = (NonTerminalSymbol *)symbol;
        List<Production *> *pProductionList = pGrammarSymbolTable->find(nonTerminalSymbol->name)->pProductionList;
        for (int i = 0; i < pProductionList->size(); i++) {
            Production *production = pProductionList->get(i);
            LR0Item *newItem = new LR0Item();
            newItem->nonTerminalSymbol = nonTerminalSymbol;
            newItem->production = production;
            newItem->dotPosition = 0;
            newItem->type = NONCORE;
            if (itemSet->find(newItem) == -1) {
                itemSet->pItemTable->add(newItem);
                closure.push(newItem);
            } else {
                delete newItem;
            }
        }
    }
}

```

2) 穷举一个 $LR(0)$ 项集的变迁，其中包括驱动符的穷举，后继项集的创建，后继项集中核心项的确定，后继项集是否为新项集的判断。即实现函数：

*void exhaustTransition(ItemSet *itemSet);* 19

```

void exhaustTransition(ItemSet *itemSet) {
    for (int i = 0; i < itemSet->pItemTable->Count(); i++) {
        LR0Item *item = itemSet->pItemTable->Get(i);
        GrammarSymbol *symbol = item->GetSymbolAfterDot();
        if (symbol == NULL || symbol->IsTerminal()) {
            continue;
        }
        NonTerminalSymbol *nonTerminalSymbol = dynamic_cast<NonTerminalSymbol *>(symbol);
        ItemSet *newItemSet = CreateNewSet(itemSet, nonTerminalSymbol);
        newItemSet = GetClosure(newItemSet);
        if (!IsExistItemSet(pItemSetTable, newItemSet)) {
            newItemSet->stateId = pItemSetTable->Count();
            pItemSetTable->Add(newItemSet);
            exhaustTransition(newItemSet);
        }
        TransitionEdge *edge = new TransitionEdge();
        edge->driverSymbol = nonTerminalSymbol;
        edge->fromItemSet = itemSet;
        edge->toItemSet = newItemSet;
        itemSet->pTransitionTable->Add(edge);
    }
}

```

3) 文法的 $LR(0)$ 型 DFA 求解；

```

void DFA* Grammar::constructLR0DFA()
{
    ItemSet* initItemSet = new ItemSet();
    initItemSet->stateId = 0;
    initItemSet->pItemTable = new List<LR0Item*>();
    LR0Item* initItem = new LR0Item();
    initItem->nonTerminalSymbol = RootSymbol;
    initItem->production = RootSymbol->pFirstProduction;
    initItem->dotPosition = 0;
    initItem->type = CORE;
    initItemSet->pItemTable->add(initItem);
    getClosure(initItemSet);

    List<ItemSet*> itemSetTable = new List<ItemSet*>();
    itemSetTable->add(initItemSet);
    List<TransitionEdge*> edgeTable = new List<TransitionEdge*>();
    int nextStateId = 1;

    for (int i = 0; i < itemSetTable->count(); i++)
    {
        ItemSet* curItemSet = itemSetTable->get(i);

        exhaustTransition(curItemSet);

        for (int j = 0; j < curItemSet->pEdgeTable->count(); j++)
        {
            TransitionEdge* curEdge = curItemSet->pEdgeTable->get(j);
            ItemSet* nextItemSet = new ItemSet();
            nextItemSet->stateId = nextStateId++;

            for (int k = 0; k < curItemSet->pItemTable->count(); k++)
            {
                LR0Item* curItem = curItemSet->pItemTable->get(k);
                if (curItem->dotPosition < curItem->production->bodyLength()
                    && curItem->production->pBody[curItem->dotPosition] == curEdge->driverSymbol)
                {
                    LR0Item* nextItem = new LR0Item();
                    nextItem->nonTerminalSymbol = curItem->nonTerminalSymbol;
                    nextItem->production = curItem->production;
                    nextItem->dotPosition = curItem->dotPosition + 1;
                    nextItem->type = CORE;
                    nextItemSet->pItemTable->add(nextItem);
                }
            }
            getClosure(nextItemSet);

            if (nextItemSet->pItemTable->count() > 0)
            {
                itemSetTable->add(nextItemSet);
                TransitionEdge* nextEdge = new TransitionEdge();
                nextEdge->driverSymbol = curEdge->driverSymbol;
                nextEdge->fromItemSet = curItemSet;
                nextEdge->toItemSet = nextItemSet;
                edgeTable->add(nextEdge);
            }
        }
    }
}

```

4) 文法是否为 $SLR(1)$ 文法的判断:

```

bool isSLR1(Grammar *grammar) {
    if (!isLR0(grammar)) {
        return false;
    }
    DFA *dfa = constructLR0DFA();
    for (int i = 0; i < grammar->num_productions; i++) {
        Production *prod = grammar->productions[i];
        set<int> followSet = getFollowSet(grammar, prod->left);
        State *state = dfa->states[prod->left];
        set<int> lookahead = getLookahead(grammar, state, prod);
        for (auto l : lookahead) {
            if (followSet.find(l) == followSet.end()) {
                return false;
            }
        }
    }
    return true;
}

```

5) LR 语法分析表的填写;

```
void fillLRTable(Grammar *grammar, LRTable *lrTable) {
    int n = grammar->getNumOfSymbols();
    int m = lrTable->getNumOfStates();
    for (int i = 0; i < m; i++) {
        for (int j = 0; j < n; j++) {
            ItemSet *itemSet = lrTable->getItemSet(i);
            LRAction action = lrTable->getAction(i, j);
            if (action.type != LRActionType::UNDEFINED) {
                continue;
            }
            Symbol *symbol = grammar->getSymbol(j);
            ItemSet *nextItemSet = lrTable->getGoto(itemSet, symbol);
            if (nextItemSet != nullptr) {
                int k = lrTable->getStateIndex(nextItemSet);
                if (symbol->isTerminal()) {
                    action.type = LRActionType::SHIFT;
                    action.param = k;
                } else {
                    action.type = LRActionType::GOTO;
                    action.param = k;
                }
            } else {
                Production *production = lrTable->getReduceProduction(itemSet, symbol);
                if (production != nullptr) {
                    action.type = LRActionType::REDUCE;
                    action.param = production->getIndex();
                } else {
                    action.type = LRActionType::UNDEFINED;
                }
            }
            lrTable->setAction(i, j, action);
        }
    }
}
```


3. 对于如下两个文法，其中 S 为非终结符，其他为终结符。

文法 1	$S \rightarrow +SS \mid *SS \mid a$	输入串 $+*aaa$
文法 2	$S \rightarrow SS+ \mid SS* \mid a$	输入串 $aa+a^*$

- 1) 基于最左推导，写出对输入串的推导过程，只要求写出每步推导后的句型；
- 2) 基于最右推导，写出对输入串的推导过程，只要求写出每步推导后的句型；
- 3) 画出输入串的语法分析树。

3. 1) 最左推导

<p>文法 1:</p> $+SS$ $+*SSS$ $+*aSS$ $+*aaS$ $+*aaa$	<p>文法 2:</p> SS^* $SS+S^*$ $aS+S^*$ $aa+S^*$ $aa+a^*$
--	---

2) 最右推导

<p>文法 1:</p> $+SS$ $+Sa$ $+*SSa$ $+*Saa$ $+*aaaa$	<p>文法 2:</p> SS^* Sa^* $SS+a^*$ $Sa+a^*$ $aa+a^*$
---	---

3)

```

graph TD
    S1[S] --- plus1[+]
    S1 --- S2[S]
    S1 --- S3[S]
    S2 --- star1[*]
    S2 --- S4[S]
    S2 --- S5[S]
    S4 --- a1[a]
    S5 --- a2[a]
        
```

```

graph TD
    S1[S] --- S2[S]
    S1 --- S3[S]
    S1 --- star1[*]
    S2 --- S4[S]
    S2 --- S5[S]
    S2 --- plus1[+]
    S4 --- a1[a]
    S5 --- a2[a]
        
```

4. 对于如下三个文法，非终结符仅只有 S ，其他为终结符。如果有左递归则先消除左递归，如果有左公因子则先提取左公因子。然后求每个非终结符的 FIRST 和 FOLLOW 函数值。分别判断它们是否为 LL(1) 文法？如果是 LL(1) 文法，则填出其 LL(1) 语法分析表。

文法 1	文法 2	文法 3
$S \rightarrow +SS$ $S \rightarrow *SS$ $S \rightarrow a$	$S \rightarrow S(S)S$ $S \rightarrow \epsilon$	$S \rightarrow S+S$ $S \rightarrow SS$ $S \rightarrow (S)$ $S \rightarrow S^*$ $S \rightarrow a$

4. 文法 1

$$\text{First}(S) = \{ '+', '*', 'a' \}$$

$$\text{Follow}(S) = \{ '\$' \} + (\text{First}(S) - \{ '\epsilon' \})$$

$$= \{ '+', '*', 'a', '\$' \}$$

非终结符	输入符			
	+	*	a	\$
S	$S \rightarrow +SS$	$S \rightarrow *SS$	$S \rightarrow a$	

文法 1 是 LL(1) 文法
LL(1) 语法分析表如左图

文法 2

$$S \rightarrow S(S)S \mid \epsilon$$

$$\Rightarrow S \rightarrow \epsilon S'$$

$$S' \rightarrow (S)SS' \mid \epsilon$$

即 $S \rightarrow S'$
 $S' \rightarrow (S)SS' \mid \epsilon$

$$\text{First}(S') = \{ '(', '\epsilon' \}$$

$$\text{First}(S) = \{ '(', '\epsilon' \}$$

$$\text{Follow}(S) + = \text{First}(S') - \{ '\epsilon' \}$$

$$= \{ '(', '\$' \}$$

又 $\epsilon \in \text{First}(S')$
 $\therefore \text{Follow}(S) + = \text{Follow}(S')$

$$\text{Follow}(S) + = \{ ')', '\$' \} = \{ '(', ')', '\$' \}$$

$$\text{Follow}(S') + = \text{Follow}(S)$$

综上 $\text{Follow}(S) = \{ '(', ')', '\$' \}$
 $\text{Follow}(S') = \{ '(', ')', '\$' \}$

非终结符	输入符		
	()	\$
S	$S \rightarrow S'$		
S'	$S' \rightarrow (S)SS'$		$S' \rightarrow \epsilon$

一个单元格内填了两个产生式
故文法 2 不是 LL(1) 文法

文法3.

消除左递归

$$S \rightarrow (S)S' \mid aS'$$

$$S' \rightarrow +SS' \mid SS' \mid *S' \mid \epsilon$$

$$\text{First}(S') = \{+, *, \epsilon\} + \text{First}(S)$$

$$\text{First}(S) = \{(' ', 'a')\}$$

$$\therefore \text{First}(S') = \{'+', '* ', '\epsilon ', '(', 'a' \}$$

$$\text{Follow}(S) = \{')', '\$'\}$$

$$\text{Follow}(S) += \text{First}(S') - \epsilon$$

$$= \{'+', '* ', '\epsilon ', '(', ')', 'a', '\$'\}$$

$$\text{Follow}(S) += \text{Follow}(S')$$

$$\text{Follow}(S') += \text{Follow}(S)$$

$$\text{综上 } \text{Follow}(S) = \{'+', '* ', '\epsilon ', '(', ')', 'a', '\$'\}$$

$$\text{Follow}(S') = \{'+', '* ', '\epsilon ', '(', ')', 'a', '\$'\}$$

非终结符		输入符			
		+	*	()
S					
S'					
		S → (S)S' S → aS'			
		S' → +SS' S' → *S' S' → ε			

一个单元格内填了两个产生式

故文法3不是LL(1)文法

5. 对于如下两个文法，非终结符仅只有 S ，其他为终结符。分别画出其 LR(0) 项集的状态转换图（即 DFA）。分别判断它们是否为 LR(0) 文法？是否为 SLR(1) 文法，并给出理由。如果是 LR(0) 文法或者 SLR(1)，则填出其 LR 语法分析表。

文法 1	文法 2
$S \rightarrow SS+$	$S \rightarrow aSa$
$S \rightarrow SS^*$	$S \rightarrow aa$
$S \rightarrow a$	

5. 文法一

① $S' \rightarrow S$
 ② $S \rightarrow SS+$
 ③ $S \rightarrow SS^*$
 ④ $S \rightarrow a$

Follow(S) = { '+', '*', '\$', 'a' }

Accept
 \uparrow
 $\$$

该文法编号

状态	ACTION					GOTO
	a	+	*	\$		S
① $S \rightarrow SS+$						
② $S \rightarrow SS^*$						
③ $S \rightarrow a$	0	S2				1
	1	S2		acc		3
	2	r3	r3	r3	r3	
	3	S2	S4	S5		3
	4	r1	r1	r1	r1	
	5	r2	r2	r2	r2	

该文法是 LR(0) 文法
 因为语法分析表中没有重复的条目
 无移入 - 归约冲突

文法二.

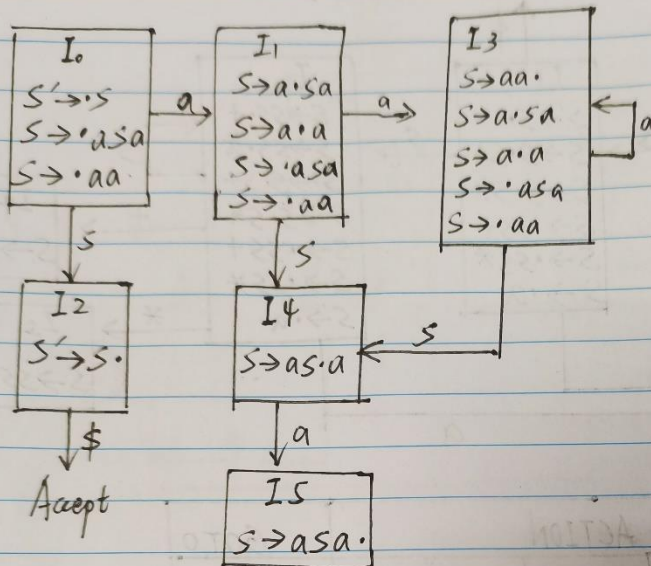
$S' \rightarrow S$

① $S \rightarrow asa$

② $S \rightarrow aa.$

$\text{First}(S) = \{ 'a' \}$

$\text{Follow}(S) = \{ 'a', '\$' \}$



状态	ACTION		GOTO
	a	\$	
0	s1		2
1	s3		4
2		acc	
3	s3/r2	r2	4
4	s5		
5	r1	r1	

该文法不是 LR(0) 和 SLR(1) 文法

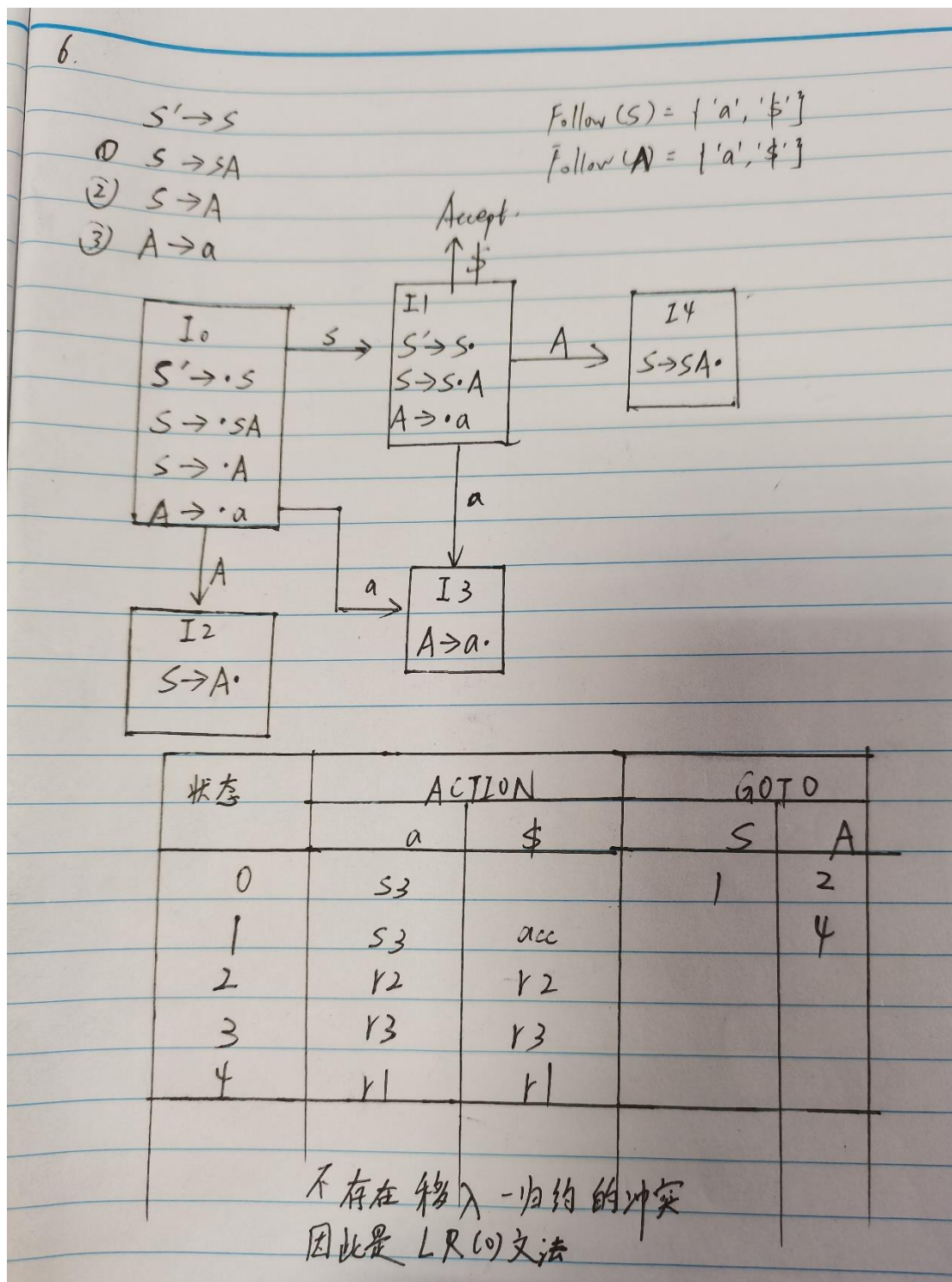
因为文法出现了二义性，出现了移入-归约冲突

且无法根据 $\text{Follow}(S)$ 解决，一个单元格内出现了两个内容

6. 说明如下文法是 LR(0) 文法。其中 S 和 A 为非终结符。

$$S \rightarrow SA | A$$

$$A \rightarrow a$$

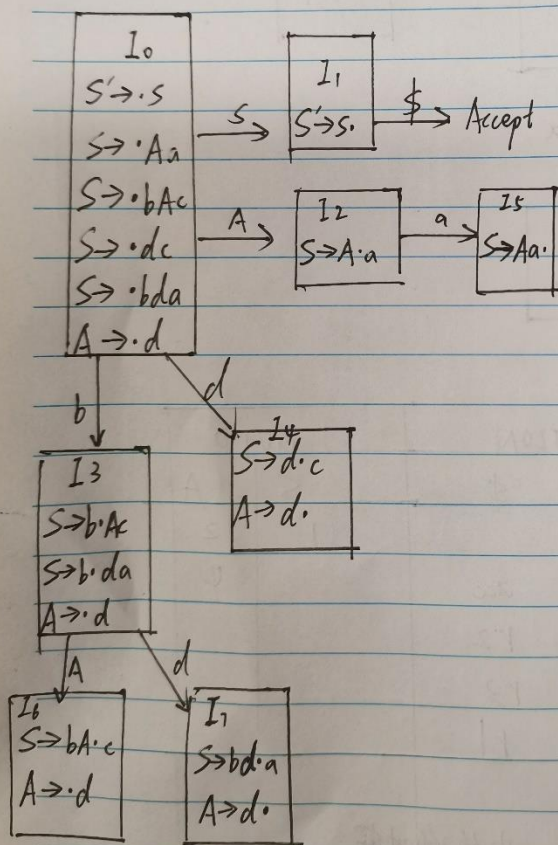


7. 说明如下文法是 LALR(1) 文法, 但不是 SLR(1) 文法。其中 S 和 A 为非终结符。

$S \rightarrow Aa \mid bAc \mid dc \mid bda$

$A \rightarrow d$

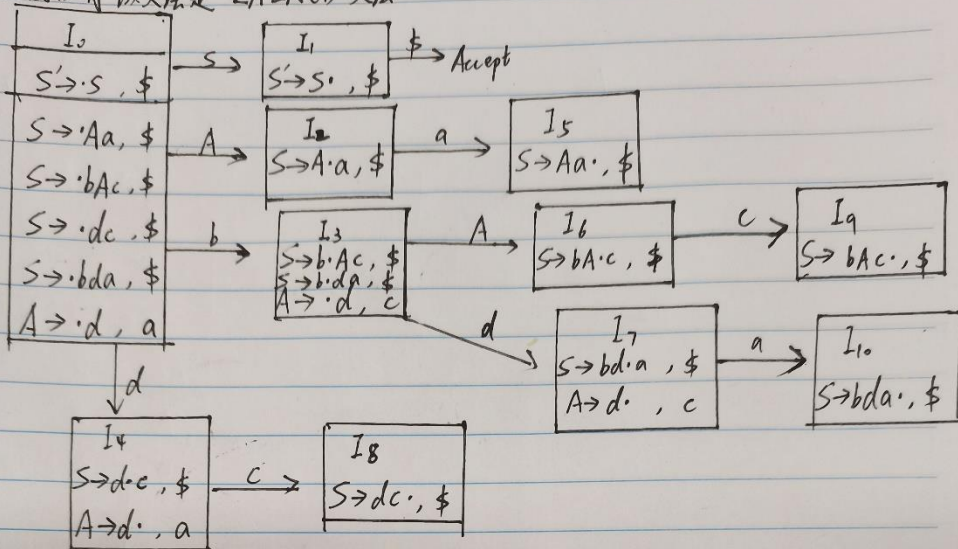
- 7.
- $S' \rightarrow S$
- ① $S \rightarrow Aa$
- ② $S \rightarrow bAc$
- ③ $S \rightarrow dc$
- ④ $S \rightarrow bda$
- ⑤ $A \rightarrow d$
- $\text{First}(S) = \{b, d\}$
- $\text{First}(A) = \{d\}$
- $\text{Follow}(S) = \{\$ \}$
- $\text{Follow}(A) = \{a, c\}$



左图已画出部分
DFA 图,
可以看出在 I_4 和 I_7
已经出现了移入-归约冲突
对于 I_4 , 有 $A \rightarrow d$.
若 $c \notin \text{Follow}(A)$, 则可以利用 $S \rightarrow d.c$
移入, 但是 $c \in \text{Follow}(A)$
SLR(1) 无法解决 移入-归约冲突
对于 I_7 , 有 $A \rightarrow d$.
若 $a \notin \text{Follow}(A)$, 则可以利用 $S \rightarrow bd.a$
移入, 但是 $a \in \text{Follow}(A)$

综上所述不是 SLR(1) 文法。

下面证明该文法是 LALR(1) 文法



状态	ACTION					GOTO	
	a	b	c	d	\$	S	A
0		s3		s4		1	2
1					acc		
2	s5						
3				s7			6
4	r5		s8				
5					r1		
6			s9				
7	s10		r5				
8					r3		
9					r2		
10					r4		

没有状态存在冲突，是 LALR(1) 文法。

8. 说明如下文法是 LR(1) 文法, 但不是 LALR(1) 文法。其中 S 、 A 、 B 为非终结符。

$S \rightarrow Aa | bAc | Bc | bBa$

$A \rightarrow d$

$B \rightarrow d$

8.

$S' \rightarrow S$

① $S \rightarrow Aa$

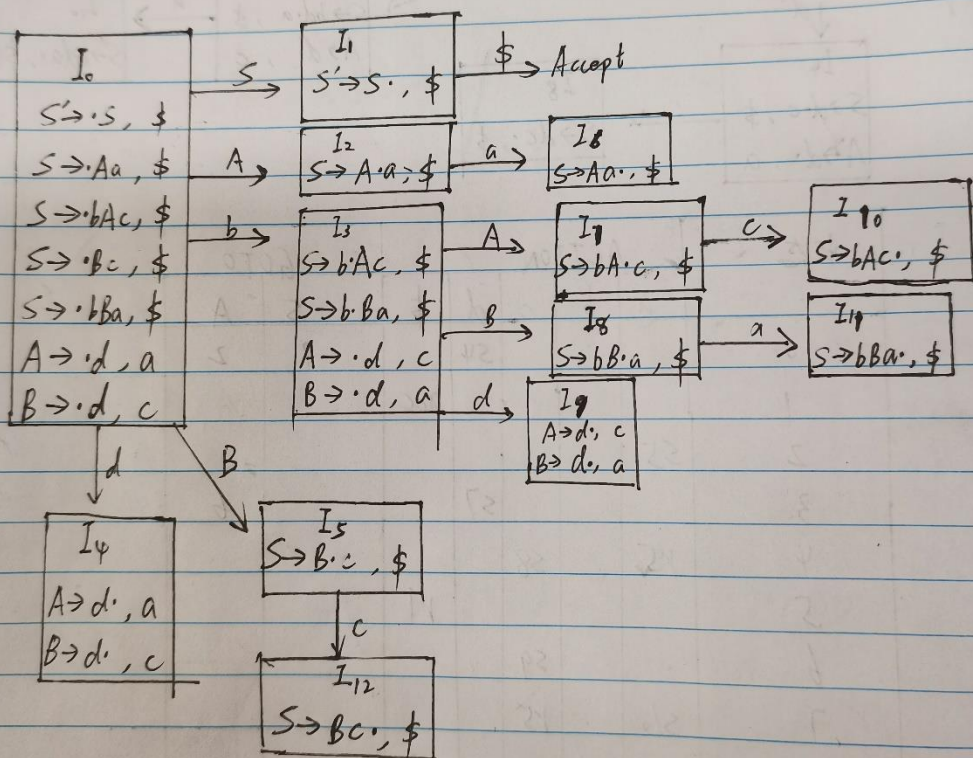
② $S \rightarrow bAc$

③ $S \rightarrow Bc$

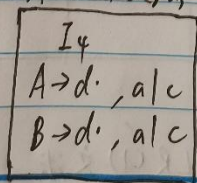
④ $S \rightarrow bBa$

⑤ $A \rightarrow d$

⑥ $B \rightarrow d$



若该文法是 LALR(1) 文法, 则可以将 I_4 状态和 I_9 状态合并成一个状态



但是对 I_4 作规约时, 发现出现了规约-规约的冲突, 因此状态不能合并, 不是 LALR(1) 文法。

状态	ACTION					GOTO		
	a	b	c	d	\$	S	A	B
0		s3		s4		1	2	5
1					acc			
2	s6							
3				s9			7	8
4	r5		r6					
5			s/2					
6					r1			
7			s/0					
8	s/1							
9	r6		r5					
10					r2			
11					r4			
12					r3			

无状态存在冲突，是 LR(1) 文法。