

Sol noip1 day 2 by cj

1.funny, normal 80% & hard 100%

递推, 解方程, 调和级数, 自然对数, 欧拉常数

写搜索的话应该是只有 30 分的

定义 F_i 表示序列长度为 i 时的期望随机次数, 不难根据题目的定义列出递推式,
 $F(i) = i/n * (F(i) + 1) + (n-i)/n * (F(i-1) + 1)$, 解得 $F(i) = F(i-1) + n/(n-i)$

所以答案为 $\sigma(n/1 + n/2 + n/3 + \dots + n/n)$

因为是 noip 难度, 所以 $O(n)$ 的算法给了 80 分

实际上 $1/1 + 1/2 + 1/3 + \dots + 1/n$ 为经典的调和级数, 当 n 很大的时候, 调和级数与自然对数的差约等于欧拉常数, 不过 n 较小的时候误差较大

所以当 n 小的时候 $O(n)$ 计算该式, 当 n 较大的时候, 用 $\ln(n) + \text{欧拉常数}$ 近似代替调和级数, 但是因为最后答案还乘了 n , 所以误差变大, 只能精确到整数位

2.road, normal

离线, 排序, 并查集

我们可以用 $O(n^3)$ 的算法算出两两点对的权值, 对于每个询问重新扫描一遍, 这种 $O(qn^2)$ 的算法能够获得 30 分

实际上上述算法很容易优化, 原题转换为给定 n^2 个数 统计小于等于 L_i 的有多少个, 排序之后很容易统计, 复杂度降为预处理的 $O(n^3)$

对于每一个询问, 答案可能达到 $O(n^2)$ 的级别, 所以我们不能强求直接统计, 而应该想想怎样利用题目的特点用较低的复杂度统计出这样大的答案

这里给出标准算法的思路, 将边权从小到大排序, 依次加入, 并用并查集维护图的连通性, 那么第一次使得 A, B 集合连通的边必定为 (a_i, b_i) (a_i 属于 A , b_i 属于 B) 这样的城市对的权值, 而假设这条边边权为 c , 那么就有 $|A| * |B|$ 个城市对权值为 c

剩下的就比较简单了, 这里不再赘述

3.find, hard

前缀、后缀排序, 数形结合, 二维偏序, 容斥原理, 树状数组

对于题目的两个条件, 一个是前缀, 一个是后缀, 两个条件是类似的, 所以我们先对满足前缀的条件进行分析

首先对 n 个字符串进行前缀排序, 通过对一些小数据的观察, 可以发现, 以某个串为前缀的所有字符串必定是连续的一段, 那么后缀也是同理的, 而连续的一段意味着区间

假设一个字符串的前缀排序排名为 x , 后缀排序排名为 y , 将它看做一个点 (x, y) , 对于一个询问, 可以看成 x 上的一段区间和 y 上的一段区间

那么该题转换为一个经典题目, 二维偏序统计, 统计 x 属于 $[l_1, r_1]$, y 属于 $[l_2, r_2]$ 的点有多少个, 根据容斥原理将询问拆成 4 个, 将 x 排序, y 利用树状数组统计即可

实际上本题的瓶颈在于字符串排序时的比较, 所以数据保证任意两串最长公共前缀较短, 不过数据没有特意构造, 可能存在一些不错的骗分算法