

## 七天使的通讯

将每个通道设为一个节点，先暴力判断每两条通道如果是同种颜色会不会相交，如果会相交就在这两个节点之间连无向边，说明它们不能为同种颜色（必须在二分图两边）。然后对组成的无向图进行二分图判定（DFS 染色），如果染色成功说明该图是一个二分图，即有解，否则无解。

## 都市环游：

### 算法 1：

暴力，搜索全部路径，发现每一步的行动可以用一个转移矩阵表示，每一步相当于乘上矩阵。

### 算法 2：

由算法 1 得到，将每一步移动的转移矩阵都求出来，然后进行矩阵乘法，时间复杂度  $O(n^3 \cdot t)$

### 算法 3：

在算法 2 的基础上利用矩阵快速幂优化矩阵乘法，时间复杂度  $O(n^3 \cdot \log t)$

## 大水题

### 算法 1：

直接暴力到底，复杂度是  $O(n^2 10^{n^2})$ ，期望得分 30 分。

### 算法 2：

令  $f(i, n)$  表示把  $i$  在  $n^2$  位十进制下反转得到的数，则有：

$$ans = k - \frac{\sum_{i=1}^k [f(i, n) \leq k] - \sum_{i=1}^k [f(i, n) = i]}{2}$$

分子中的两项都可以用数位 DP 求出，首先考虑第一项：

令  $g_{i,j,k}$  表示 DP 的状态， $l_i$  表示 k 前 i 位组成的数， $r_i$  表示 k 后 i 位组成的数， $w_i$  表示 k 前 i 位倒序组成的数，则定义：

$$g_{i,j,k} = \sum_{i=0}^{l_i} [j = [i = l_i]] \text{ and } [k = [f(n, i) > r_i]]$$

显然这是可以递推的。

接下来考虑第二项：

$$\sum_{i=1}^k [f(i, n) = i] = li + [\frac{w_{\frac{n^2}{2}}}{2} \leq \frac{r_{\frac{n^2}{2}}}{2}]$$

求出这两项后代入上式即可得到答案，时间复杂度  $O(n^2)$ ，期望得分 100 分。