

5주차 예비보고서

20191621 이민영

1. De Morgan의 정리에 대해 조사하시오.

드 모르간의 법칙은 연산간의 관계를 기술하여 정리한 것으로 수학자인 오거스터스 드 모르간의 이름을 딴 것이다.

논리 회로에서 드 모르간의 법칙은 아래와 같고, *는 AND연산자를, +는 OR연산자를 의미한다.

$$\overline{(A + B)} = \overline{A} * \overline{B}$$
$$\overline{(A * B)} = \overline{A} + \overline{B}$$

드 모르간의 제 1 법칙은 A+B의 보수를 취한 것이 A의 보수와 B의 보수를 곱한 것과 같다는 법칙이며, 제 2 법칙은 A*B의 보수를 취한 것이 A의 보수와 B의 보수를 합한 것과 같다는 법칙이다. 즉 AND와 OR의 연산을 변환시키면서 부정을 취하는 법칙이다.

2. 논리회로의 간소화에 대해 조사하시오. (예시 포함)

논리회로의 간소화를 위해서는 불 대수가 이용된다. 불 대수의 기본 공식에는 일반 법칙, 교환 법칙, 분배법칙과 결합법칙 그리고 드 모르간의 법칙이 있다.

- 1) 일반 법칙

$$A+A = A, A*A = A, A+A' = 1, A*A' = 0, 1+A = 1, 1*A=A, 0*A = A, (A')' = A$$

- 2) 교환 법칙

$$A+B = B+A$$

- 3) 분배법칙과 결합법칙

$$A + A'*B = (A+A')(A+B) = 1*(A+B) = A+B$$

- 4) 드모르간의 법칙

$$(A+B)' = A'*B'$$

$$(A*B)' = A'+B'$$

3. 카르노 맵에 대해 조사하시오. (예시포함)

카르노 맵(Karnaugh map, K-map)은 불 대수 위의 함수를 단순화시키는 방법으로 불 대수에서 확장된 논리 표현을 사람의 패턴 인식에 의해 연관된 상호관계를 이용해서 줄이는 방법을 말한다.

카르노 맵은 같은 출력끼리의 패턴을 찾아서 묶음으로 단순화시킨다. 배치에서 변수의 값이 변하도록 배치하는 방법이다.

A	B	C	F(A,B,C)
0	0	0	1
1	0	0	1
0	1	0	0
1	1	0	1
0	0	1	0
1	0	1	1
0	1	1	0
1	1	1	1

입력값에 대한 진리표가 위와 같다고 예시를 들 수 있다.

A \ BC	00	01	11	10
0	1	0	0	0
1	1	1	1	1

이때 1이 있는 곳을 묶을 수 있다.

따라서 이때 식 $A'B'C' + AB'C' + ABC' + AB'C + ABC$ 는 $A + B'C'$ 로 간소화 된다는 것을 알 수 있다.

4. Quine-McCluskey 최소화 알고리즘에 대해 조사하시오.

콰인-매클러스키 알고리즘은 논리식을 최소화하는 알고리즘이다. 카르노 맵과 기본적으로 비슷한 부분이 있지만, 카르노 맵의 경우에는 그림을 그려서 맞춘다. 콰인-매클러스키 알고리즘은 표를 사용하기 위해서 컴퓨터에서 쉽게 돌릴 수 있다.

알고리즘은 주어진 함수의 후보항을 모두 구하고, 후보항들을 이용해서 표에서 필수항을 모두 구하는 과정으로 이루어진다.

예시로 진리표를 그려보면,

A	B	C	D	F(A,B,C,D)
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0

0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

이를 최소항들의 합으로 표현해서 곱의 합의 정규형 표현을 구해보면 다음과 같다.

$$A'BC'D' + AB'C'D' + AB'C'D' + AB'CD' + ABC'D' + ABCD' + ABCD$$

이 경우의 모든 최소항들을 최소항 표에 넣어볼 수 있다.

1의 개수	최소항	2진수
1	4번째	0100
	8번째	1000
2	9번째	1001
	10번째	1010
	12번째	1100
3	11번째	1011
	14번째	1110
4	15번째	1111

이 때 만들어진 최소항들을 다른 최소항과 결합시킬 수 있다.

더 이상 항들이 결합할 수 없을 때까지 지속된 후 필수항 표를 그릴 수 있다.

	4	8	9	10	11	12	14	15
M(4,12)	X					X		
M(8,9,10,11)		X	X	X	X			

M(8,10,12,14)		X		X		X	X	
M(10,11,14,15)				X	X		X	X

후보항을 더 없앨 수 없는 경우가 필수항이 된다. 따라서 모든 최소항을 표현해보면

$BC'D' + AB' + AC$ 가 된다.

5. 기타이론

카르노 맵에서 역함수를 구하기 위해서는 1 대신 0으로 묶음 상자를 이용해서 만들 수 있다.

주로 논리 식을 간소화 할 때 변수가 많을 경우에 퀸 맥클러스키 방법을 자주 이용한다.

<페트릭 방법>

과인-맥클러스키 알고리즘에서, 후보항들이 모든 최소항을 표현해내지 못하는 경우가 생기면 추가 과정이 수반되게 된다. 이 때 사용되는 방법이 페트릭 방법이다.

			0	1	2	5	6	7
P1	(0,1)	$A'B'$	X	X				
P2	(0,2)	$A'C'$	X		X			
P3	(1,5)	$B'C$		X		X		
P4	(2,6)	BC'			X		X	
P5	(5,7)	AC				X		X
P6	(6,7)	AB					X	X

논리함수 P가 모든 최소항이 포함되면 참이라고 가정할 수 있다.

예를 들어서 최소항 1을 포함하기 위해서는 $P1+P3$ 가 참이되어야한다. 즉,

$$P = (P1+P2)(P1+P3)(P2+P4)(P3+P5)(P4+P6)(P5+P6) = 1 \text{ 이다.}$$

이 식을 최소 논리곱의 합으로 축소시키면,

$$P = P1P4P5 + P1P2P5P6 + P2P3P4P5 + P1P3P4P6 + P2P3P6 \text{ 이 된다.}$$

최소 개수의 주항을 가지는 2개의 행을 선택하면

$$F = A'B' + BC' + AC$$

$$F = AC' + B'C + AB \text{ 가 된다.}$$