

به نام خدا

باشگاه دانش پژوهان جوان

کمیته ملی المپیاد کامپیوتر

تاریخ : ۲۴ شهریور ۸۹

زمان پاسخ‌گویی : ۵ ساعت

آزمون عملی انتخابی ۳

توصیه‌های ایمنی

- در خط اول هر یک از برنامه‌های تان نام خود را دقیقاً با فرمت روبه‌رو قرار دهید:

//name: YourNameHere

مثال :

//name: Ahmad Abniki

فراموش کردن این مهم در هر یک از برنامه‌های شما، موجب از دست دادن تمام نمره‌ی آن سوال خواهد شد. دقت کنید که اولین فاصله‌ی خالی این سطر بعد از : می‌باشد.

- در پانزده دقیقه‌ی ابتدایی به هیچ سوالی پاسخ داده نمی‌شود. در این زمان حتماً صورت سوالات را بخوانید. سوالات شما صرفاً در باب رفع ابهام، فقط در یک ساعت اول جواب داده خواهند شد.
- وقت امتحان چهار ساعت است. پس از اتمام وقت، تحت هیچ عنوان اجازه‌ی حضور در سالن را ندارید و باید به سرعت سالن را ترک نمایید. حداقل زمان حضور در جلسه نیز یک ساعت می‌باشد.
- نام کاربری شما در این امتحان samali3 و رمز عبور آن ioi2011 می‌باشد. در طول امتحان فقط از همین کاربر استفاده کنید.
- برنامه‌های تان را در شاخه‌ی ~ با نام‌های ab.cpp و medal.cpp و matrix.cpp ذخیره کنید. دقت کنید که هنگام جمع‌آوری فایل‌ها تنها وجود دو فایل /home/samali3/ab.cpp و /home/samali3/medal.cpp و /home/samali3/matrix.cpp در رایانه‌ی شما بررسی خواهد شد و بعداً هیچ عذری در این زمینه پذیرفتنی نیست.

سوال ۱: آب ۱۰۰ نمره

شهر مقدس آنیتا در یونان باستان شهری بود که تمام ساختمان‌های آن در یک ردیف ساخته شده بود. با وجود قدیمی بودن، این شهر از ساختمان‌های بلند ساخته شده بود و همچنین عرض هر ساختمان در این شهر دقیقا ۱ متر بود. نقل است که در این به هنگام بارش باران، آب تا جای ممکن بر روی ساختمان‌ها جمع می‌شود. در واقع اگر این شهر را روی یک خط از راست به چپ در نظر بگیریم، آب جمع شده روی ساختمان‌ها فقط از راست و چپ می‌ریخت.

در یونان قدیم، یک سال کامل باران آمد. می‌خواهیم ببینیم در این صورت روی سقف ساختمان‌های آنیتا حداکثر چه مقدار آب جمع شده است.

ورودی

ورودی را از ورودی استاندارد بخوانید.

- در سطر اول ورودی n تعداد ساختمان‌های شهر آنیتا آمده است.
- در سطر بعدی، n عدد آمده است که ارتفاع ساختمان‌های آنیتا (به متر) را به ترتیب از راست به چپ مشخص می‌کنند.

خروجی

خروجی خود را در خروجی استاندارد بنویسید.

- در تنها سطر خروجی، حداکثر میزان آبی که روی سقف ساختمان‌های آنیتا جمع شده است (به متر مربع) را بنویسید.

محدودیت‌ها

- $1 \leq n \leq 10^6$
- ارتفاع تمام ساختمان‌ها کمتر مساوی ۱۰۰۰ متر می‌باشد.
- زمان اجرای برنامه ۲ ثانیه می‌باشد.

نمونه

خروجی نمونه	ورودی نمونه
7	7 4 1 3 5 2 3 4

سوال ۲: مدال ۱۰۰ نمره

n سرباز با شماره‌های ۱ تا n در یک صف ایستاده‌اند. سرباز i ام، در ابتدای کار S_i نشان لیاقت (مدال) روی سینه‌اش دارد.

m ژنرال می‌خواهند طی مراسمی به تعدادی از این سربازها مدال‌های جدید بدهند. می‌دانیم ژنرال j ام به بازه‌ی $[a_j, b_j]$ از سربازها (مثلاً سرباز سوم تا نهم، شامل خود این دو سرباز) مدال می‌دهد (هر ژنرال، یک بازه). ضمناً می‌دانیم که به ازای هر دو ژنرال x و y که حداقل یک مدال گیرنده‌ی مشترک دارند، نمی‌توان دو سرباز u و v یافت که u فقط از x (و نه از y) مدال گرفته باشد و v فقط از y (و نه از x).

مسئول هماهنگی مراسم، با دانستن بازه‌ی مدال گیرندگان موردنظر هر ژنرال و مدال‌های اولیه‌ی هر سرباز، می‌خواهد یک زیر مجموعه از ژنرال‌ها را به مراسم دعوت کند به‌طوری که در پایان مراسم و اهدا مدال‌ها توسط ژنرال‌های مدعو، تعداد سربازانی که فرد عدد مدال خواهند داشت (با احتساب مدال‌های اولیه)، حداکثر بشود.

به این مسئول در انتخاب زیرمجموعه‌ی بهینه از ژنرال‌ها کمک کنید!

مسئله

برنامه‌ای بنویسید که از ورودی **استانده** مقدار n و S_i ها و بعد مقدار m و سپس m تا بازه‌ی a_j و b_j را بخواند. پس از آن، حداکثر تعداد سربازانی که می‌توانند در پایان مراسم بهینه، فرد تا مدال داشته باشند را در خروجی **استانده** بنویسد.

ورودی

ورودی را از ورودی **استانده** بخوانید.

- در سطر اول ورودی، تعداد سناریوهای ورودی (T) قرار دارد.
- به‌ازای هر سناریو،
 - در سطر اول تعداد سربازان (n) قرار دارد.
 - در سطر بعدی تعداد مدال‌های اولیه‌ی سربازها در n عدد متوالی نوشته شده است.
 - در سطر سوم سناریو، تعداد ژنرال‌ها (m) قرار دارد.
 - در سطر چهارم که آخرین سطر سناریو است، m زوج عدد « a_j و بلافاصله بعد از آن b_j » به‌ترتیب برای تمام m ژنرال قرار گرفته است.

خروجی

خروجی خود را در خروجی **استانده** بنویسید.

- به‌ازای هر سناریو، در یک سطر حداکثر تعداد سربازانی که می‌توانند در پایان مراسم، فرد تا مدال گرفته باشند را بنویسید.

محدودیت‌ها

- $1 \leq T \leq 20$
- $1 \leq n, m \leq 100000$ ولی در ۷۰ درصد تست‌ها $1 \leq n, m \leq 1000$ است.
- تمام اعداد ورودی صحیح، نامنفی و کوچک‌تر از 10^9 هستند.
- سربازان با شماره‌ی ۱ تا n شماره‌گذاری شده‌اند. برای هر ژنرال هم الزاماً $1 \leq a_j \leq b_j \leq n$ است.
- زمان اجرای برنامه ۲ ثانیه می‌باشد.

نمونه

خروجی نمونه	ورودی نمونه
2 4	2 3 8 9 0 3 1 3 1 1 1 1 4 7 6 8 2 3 1 4 1 1 4 4

سوال ۳: ماتریس ۱۰۰ نمره

یک ماتریس $n \times n$ را که با اعداد صحیح، نامنفی و متمایز پر شده باشد، یک «ماتریس طلایی» می‌نامیم.

روی یک ماتریس طلایی می‌توانیم هر تعدادی از ۴ عمل زیر را به هر ترتیب و تعداد بار دلخواه انجام دهیم تا به ماتریس جدیدی تبدیل شود:

- عمل A: دو سطر از ماتریس را با هم تعویض (swap) کنیم.
 - عمل B: خانه‌های یک سطر را یک واحد شیفت دورانی بدهیم. یعنی مقدار خانه‌ی i آن سطر به خانه‌ی $(i + 1) \% n$ برود برای هر $0 \leq i < n$.
 - عمل C: به تمام خانه‌های ماتریس یک مقدار صحیح و مثبت را اضافه کنیم.
 - عمل D: مقدار تمام خانه‌های ماتریس را به توان دو برسانیم.
- دقت کنید که این چهار عمل به ترتیب ۲ و ۱ و ۱ و صفر پارامتر دارند که پارامترهای [دو عمل اول یعنی A و B می‌بایست در محدوده‌ی $[0, n)$ باشند و پارامتر عمل C باید بین ۱ تا 10^9 باشد.
- می‌گوییم ماتریس طلایی A «نوه»ی ماتریس طلایی G است اگر بتوان از ماتریس G با متناهی بار استفاده از اعمال فوق به ماتریس A رسید.

می‌گوییم ماتریس‌های A و B «پسرخاله» اند اگر ماتریسی مثل C پیدا شود که A و B هر دو، نوه‌ی C باشند.

مسئله

برنامه‌ای بنویسید که از ورودی استاندارد دو ماتریس هم‌اندازه‌ی A و B را بخواند. سپس مشخص کند که آیا این دو ماتریس پسرخاله‌ی هم هستند یا نه.

ورودی

ورودی را از ورودی استاندارد بخوانید.

- در سطر اول ورودی T تعداد سناریوهای ورودی قرار دارد.
- به ازای هر سناریو
 - در اولین سطر عدد n قرار دارد.
 - در سطرهای دوم تا $n+1$ ام سناریو در هر سطر n عدد قرار دارد که ماتریس A را می‌سازند.
 - در سطرهای $n+2$ ام تا $2n+1$ ام سناریو در هر سطر n عدد قرار دارد که ماتریس B را می‌سازند.

خروجی

خروجی خود را در خروجی استاندارد بنویسید.

- به ازای هر سناریو
 - در صورتی که ماتریس‌های A و B پسرخاله هستند (ماتریس C ای می‌توان یافت که پدربزرگ هر دو باشد)، عبارت “Yes” را بنویسید. در غیر این صورت عبارت “No” را بنویسید.

محدودیت‌ها

- $1 \leq T \leq 20$ و $1 \leq n \leq 1000$
- تمام اعداد ورودی صحیح، مثبت و کوچک‌تر از 10^9 می‌باشند.
- هر یک از دو ماتریس هر سناریو، مستقلاًً طلافی هستند و شامل n^2 عدد متمایز هستند.
- زمان اجرای برنامه ۲ ثانیه می‌باشد.

نمونه

خروجی نمونه	ورودی نمونه
Yes	2
No	2
	1 0
	2 3
	10 5
	1 2
	3
	10 20 30
	1 2 3
	9 7 8
	1 4 9
	100 400 900
	49 64 80