

Лабораторная работа №5

Модель Лотки-Вольтерры

Клюкин М. А.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

- Ключин Михаил Александрович
- студент
- Российский университет дружбы народов
- 1132226431@pruf.ru
- <https://MaKYaro.github.io/ru/>



Исследовать математическую модель Лотки-Вольтерры.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.45x(t) + 0.046x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.47y(t) - 0.048x(t)y(t) \end{cases}$$

1. Построить график зависимости численности хищников от численности жертв.
2. Построить график изменения численности хищников и численности жертв при начальных условиях: $x_0 = 8, y_0 = 17$.
3. Найдите стационарное состояние системы.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax(t) - bx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = -cy(t) + dx(t)y(t) \end{cases}$$

Решим систему ДУ, используя язык программирования Julia и ПО OpenModelica.

using DifferentialEquations, Plots;

function DE(u, p, t)

 x, y = u

 a, b, c, d = p

 dx = a*x - b*x*y

 dy = -c*y + d*x*y

return [dx, dy]

end


```
u0 = [7,12]
```

```
p = [-0.45, -0.046, -0.47, -0.048]
```

```
tspan = (0.0, 50.0)
```

```
problem1 = ODEProblem(DE, u0, tspan, p)  
solution1 = solve(problem1, Tsit5())
```

```
plot(solution1, title = "Модель Лотки-Вольтерры", xaxis = "Время",  
      yaxis = "Численность популяции", label = ["жертвы" "хищники"],  
      c = ["green" "purple"], box =:on)
```

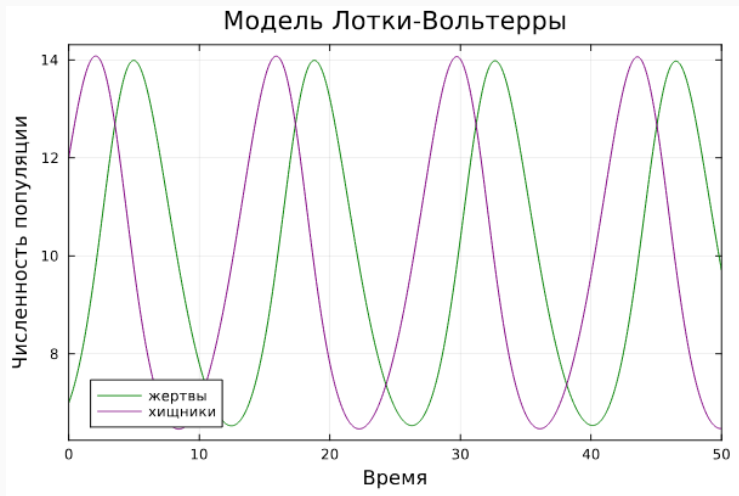


Рис. 1: График изменения численностей хищников и жертв

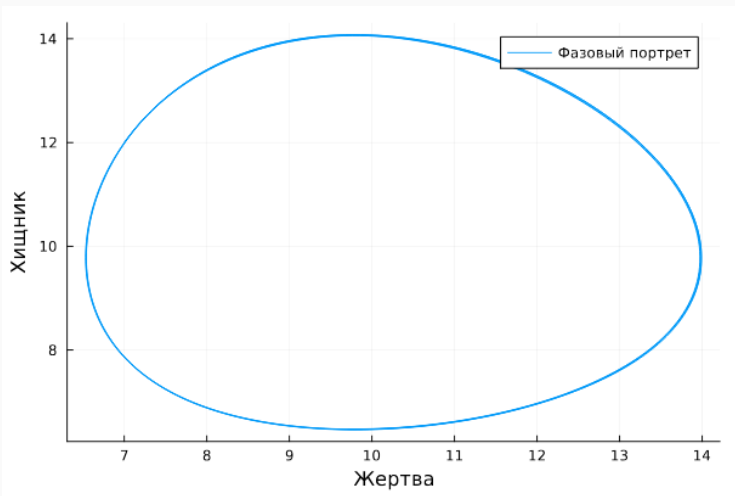


Рис. 2: График зависимости численности хищников от численности жертв

$$\begin{cases} x_0 = \frac{c}{d} \\ y_0 = \frac{a}{b} \end{cases}$$

$$x_0 = 9.791, y_0 = 9.782$$

```
x_c = p[3]/p[4]
```

```
y_c = p[1]/p[2]
```



```
u0_c = [x_c, y_c]  
problem2 = ODEProblem(DE, u0_c, tspan, p)  
solution2 = solve(problem2, Tsit5())
```

```
plot(solution2, xaxis = "Жертвы", yaxis = "Хищники", label = ["Жертвы" "Хищники"],  
c = ["green" "purple"], box =:on)
```

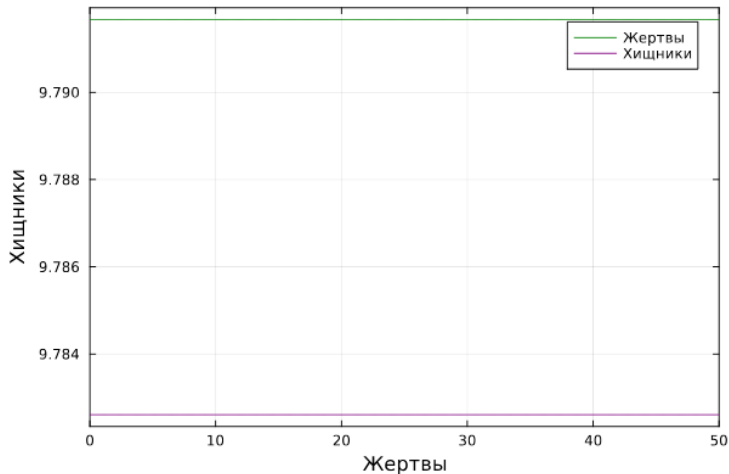


Рис. 3: График изменения численностей хищников и жертв в стационарном состоянии_{19/28}

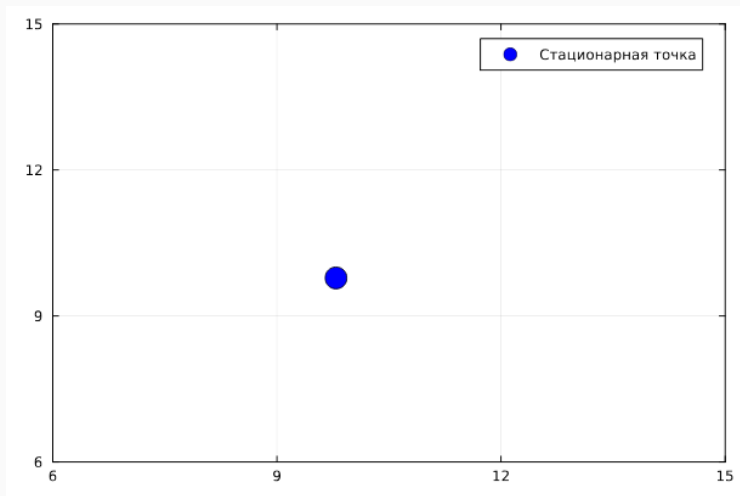


Рис. 4: График зависимости численности хищников от численности жертв в стационарном состоянии

```
model mm_lab5_1
  parameter Real a = -0.45;
  parameter Real b = -0.046;
  parameter Real c = -0.47;
  parameter Real d = -0.048;
  parameter Real x0 = 7;
  parameter Real y0 = 12;
```

```
Real x(start=x0);  
Real y(start=y0);  
equation  
  der(x) = a*x - b*x*y;  
  der(y) = -c*y + d*x*y;  
end mm_lab5_1;
```

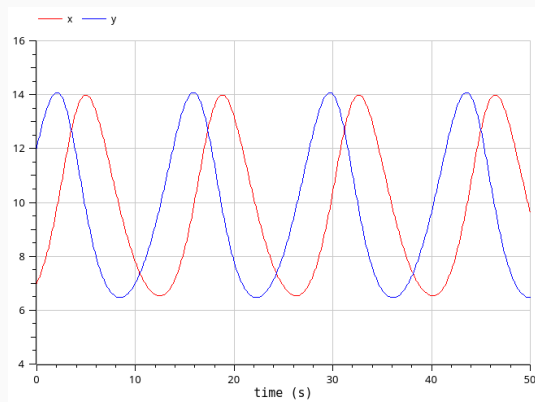


Рис. 5: График изменения численностей хищников и жертв в OpenModelica

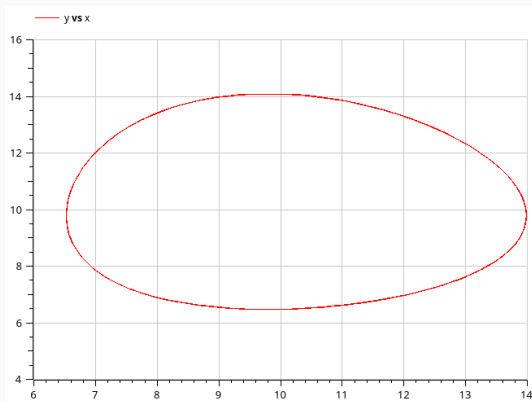


Рис. 6: График зависимости численности хищников от численности жертв в OpenModelica


```
model mm_lab5_2
  parameter Real a = -0.45;
  parameter Real b = -0.046;
  parameter Real c = -0.47;
  parameter Real d = -0.048;
  parameter Real x0 = c/d;
  parameter Real y0 = a/b;
```

```
Real x(start=x0);  
Real y(start=y0);  
equation  
  der(x) = a*x - b*x*y;  
  der(y) = -c*y + d*x*y;  
end mm_lab5_2;
```

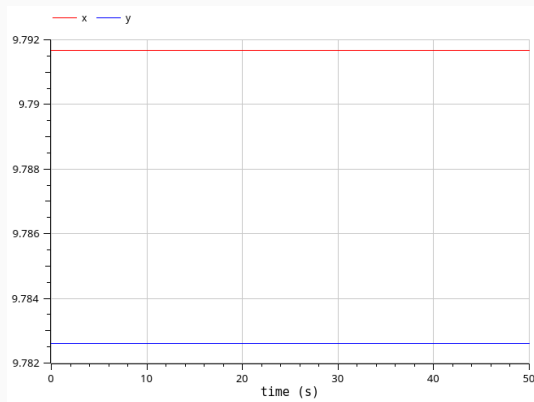


Рис. 7: График зависимости численности хищников от численности жертв в стационарном состоянии в OpenModelica

Исследовали математическую модель Лотки-Вольтерры.