

Лабораторная работа №4

Модель гармонических колебаний

Клюкин Михаил Александрович

Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
3	Выполнение лабораторной работы	7
3.1	Модель гармонического осциллятора без затухания и без действия внешней силы	7
3.2	Модель гармонического осциллятора с затуханием и без действия внешней силы	10
3.3	Модель гармонического осциллятора с затуханием и действием внешней силы	13
4	Выводы	17
	Список литературы	18

Список иллюстраций

3.1	Колебания гармонического осцилятора без затухания и без действия внешней силы	8
3.2	Фазовый портрет колебаний гармонического осцилятора без затухания и без действия внешней силы	8
3.3	Колебания гармонического осцилятора без затухания и без действия внешней силы в OpenModelica	9
3.4	Фазовый портрет колебаний гармонического осцилятора без затухания и без действия внешней силы в OpenModelica	10
3.5	Колебания гармонического осцилятора с затуханием и без действия внешней силы в OpenModelica	11
3.6	Фазовый портрет колебаний гармонического осцилятора с затуханием и без действия внешней силы в OpenModelica	12
3.7	Колебания гармонического осцилятора с затуханием и без действия внешней силы в OpenModelica	13
3.8	Фазовый портрет колебаний гармонического осцилятора с затуханием и без действия внешней силы в OpenModelica	13
3.9	Колебания гармонического осцилятора с затуханием и действием внешней силы	14
3.10	Фазовый портрет колебаний гармонического осцилятора с затуханием и действием внешней силы	15
3.11	Колебания гармонического осцилятора с затуханием и без действия внешней силы в OpenModelica	16
3.12	Фазовый портрет колебаний гармонического осцилятора с затуханием и без действия внешней силы в OpenModelica	16

Список таблиц

1 Цель работы

Построить математическую модель гармонического осциллятора

2 Задание

Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 10x = 0,$$

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 1.5\dot{x} + 3x = 0,$$

3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$$\ddot{x} + 0.6\dot{x} + 13x = \cos(1.5t).$$

На интервале $t \in [0; 62]$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0 = 0.8$, $y_0 = -1$

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Модель гармонического осциллятора без затухания и без действия внешней силы

Реализуем модель на языке программирования Julia.

```
using DifferentialEquations, Plots;
```

```
# Начальные условия
```

```
tspan = (0,62)
```

```
u0 = [0.8, -1]
```

```
p1 = [0, 10]
```

```
# Задание функции
```

```
function f1(u, p, t)
```

```
    x, y = u
```

```
    g, w = p
```

```
    dx = y
```

```
    dy = -g .*y - w^2 .*x
```

```
    return [dx, dy]
```

```
end
```

```
# Постановка проблемы и ее решение
```

```
problem1 = ODEProblem(f1, u0, tspan, p1)
sol1 = solve(problem1, Tsit5(), saveat = 0.05)
```

Получаем графики решения уравнения гармонического осциллятора (рис. 3.1) и его фазового портрета (рис. 3.2).

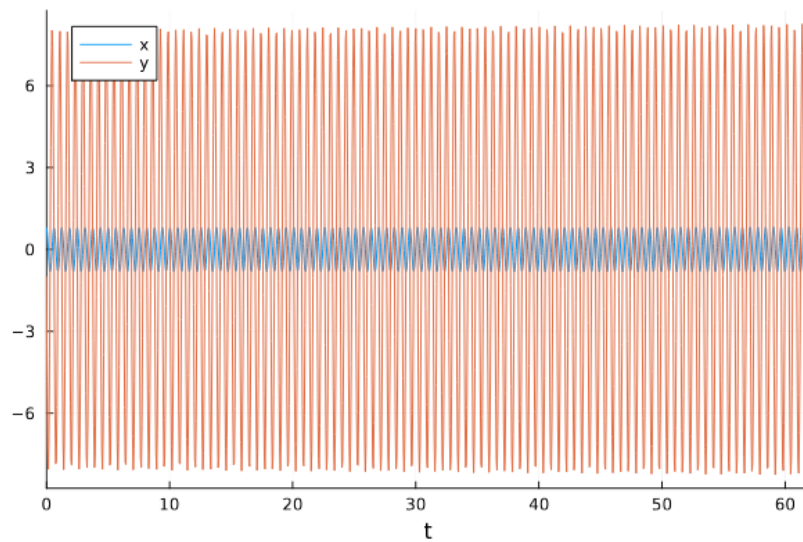


Рис. 3.1: Колебания гармонического осциллятора без затухания и без действия внешней силы

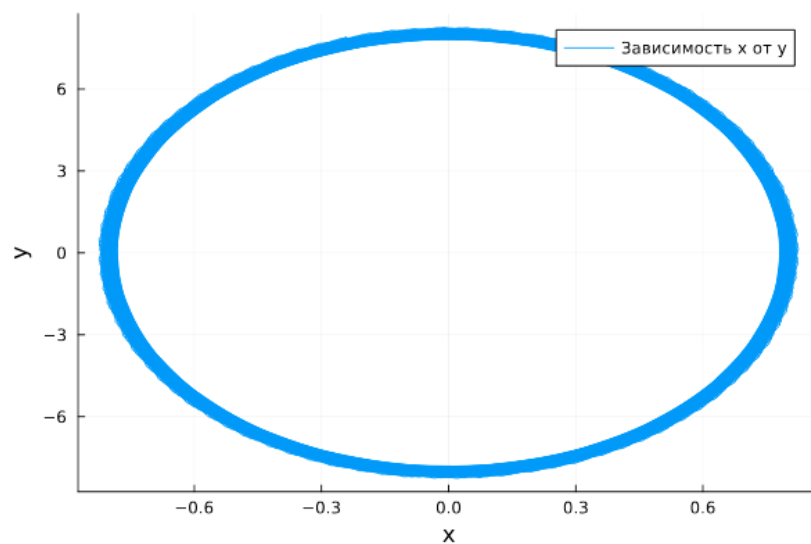


Рис. 3.2: Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора без затухания и без действия внешней силы

Заметим, что колебания осциллятора периодичны, график не затухает.

Реализуем эту модель посредством Open Modelica.

```
model lab4_1
  parameter Real g = 0;
  parameter Real w = 10;
  parameter Real x0 = 0.8;
  parameter Real y0 = -1;
  Real x(start=x0);
  Real y(start=y0);
equation
  der(x) = y;
  der(y) = -g .*y - w^2 .*x;
end lab4_1;
```

Получаем графики решения уравнения гармонического осциллятора (рис. 3.3) и его фазового портрета (рис. 3.4).

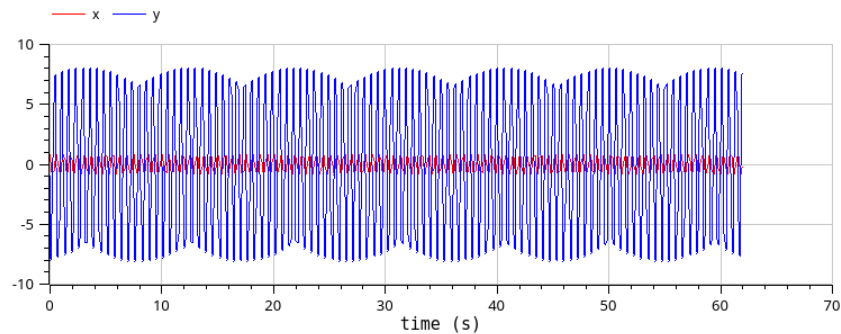


Рис. 3.3: Колебания гармонического осциллятора без затухания и без действия внешней силы в OpenModelica

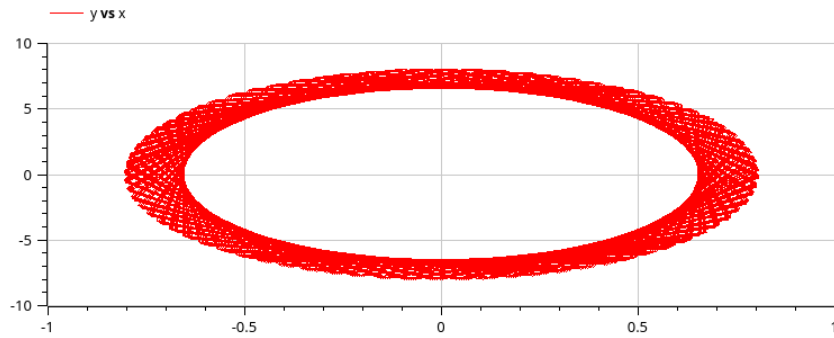


Рис. 3.4: Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора без затухания и без действия внешней силы в OpenModelica

Видим, что графики, полученные с помощью Julia и OpenModelica идентичны.

3.2 Модель гармонического осциллятора с затуханием и без действия внешней силы

Реализуем модель на языке программирования Julia.

```
using DifferentialEquations, Plots;
```

```
# Начальные условия
```

```
tspan = (0,62)
```

```
u0 = [0.8, -1]
```

```
p2 = [1.5, 3]
```

```
# Задание функции
```

```
function f1(u, p, t)
```

```
    x, y = u
```

```
    g, w = p
```

```
    dx = y
```

```
    dy = -g .* y - w^2 .* x
```

```
    return [dx, dy]
```

```
end
```

```
# Постановка проблемы и ее решение
```

```
problem2 = ODEProblem(f1, u0, tspan, p2)
```

```
sol2 = solve(problem2, Tsit5(), saveat = 0.05)
```

Получаем графики решения уравнения гармонического осциллятора (рис. 3.5) и его фазового портрета (рис. 3.6).

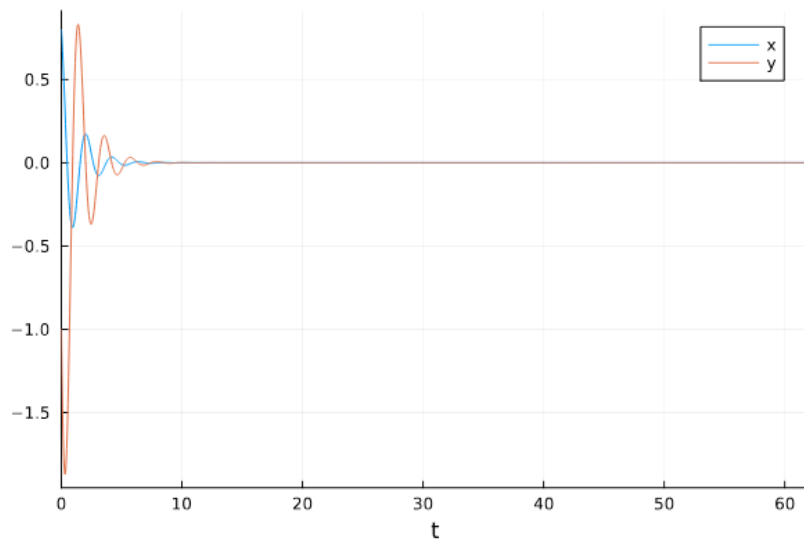


Рис. 3.5: Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действия внешней силы в OpenModelica

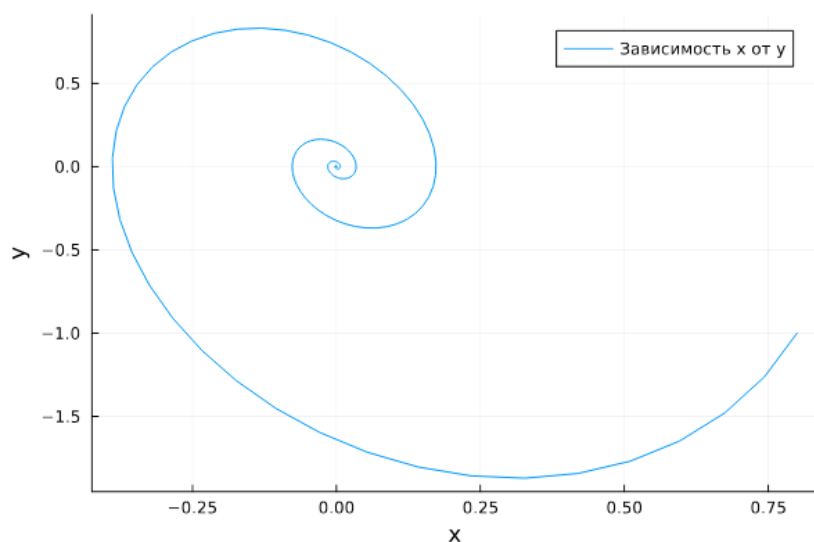


Рис. 3.6: Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действия внешней силы в OpenModelica

Видим, что сначала осциллятор колеблется, но затем его колебания затухают, поскольку у нас есть параметр, отвечающий за потери энергии.

Реализуем эту модель посредством OpenModelica.

```
model lab4_2
  parameter Real g = 1.5;
  parameter Real w = 3;
  parameter Real x0 = 0.8;
  parameter Real y0 = -1;
  Real x(start=x0);
  Real y(start=y0);
equation
  der(x) = y;
  der(y) = -g .*y - w^2 .*x;
end lab4_2;
```

Получаем графики решения уравнения гармонического осциллятора (рис. 3.7) и его фазового портрета (рис. 3.8).

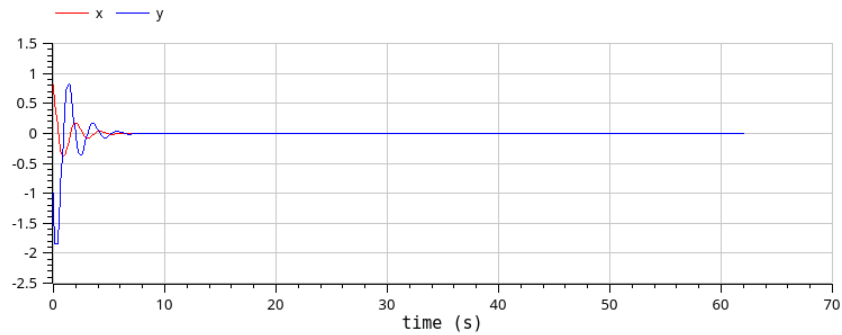


Рис. 3.7: Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действия внешней силы в OpenModelica

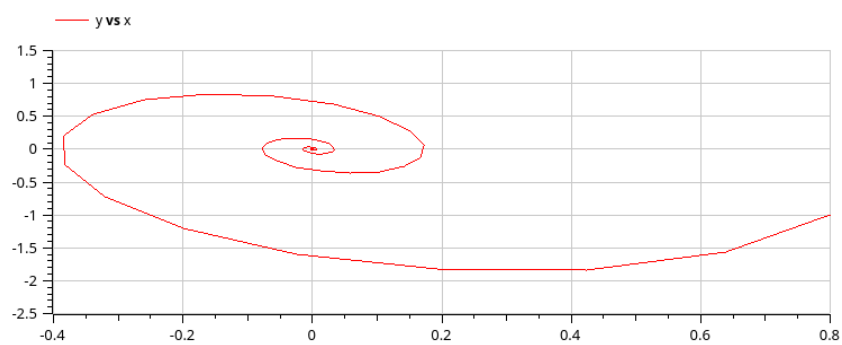


Рис. 3.8: Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действия внешней силы в OpenModelica

Видим, что графики, полученные с помощью Julia и OpenModelica идентичны.

3.3 Модель гармонического осциллятора с затуханием и действием внешней силы

Реализуем модель на языке программирования Julia.

```
using DifferentialEquations, Plots;
```

```
# Начальные условия
```

```
tspan = (0,62)
```

```
u0 = [0.8, -1]
```

```

p3 = [0.6, 1]
f(t) = cos(1.5*t)

# Задание функции
function f2(u, p, t)
    x, y = u
    g, w = p
    dx = y
    dy = -g .*y - w^2 .*x .+f(t)
    return [dx, dy]
end

# Постановка проблемы и ее решение
problem3 = ODEProblem(f2, u0, tspan, p3)
sol3 = solve(problem1, Tsit5(), saveat = 0.05)

```

Получаем графики решения уравнения гармонического осциллятора (рис. 3.9) и его фазового портрета (рис. 3.10).

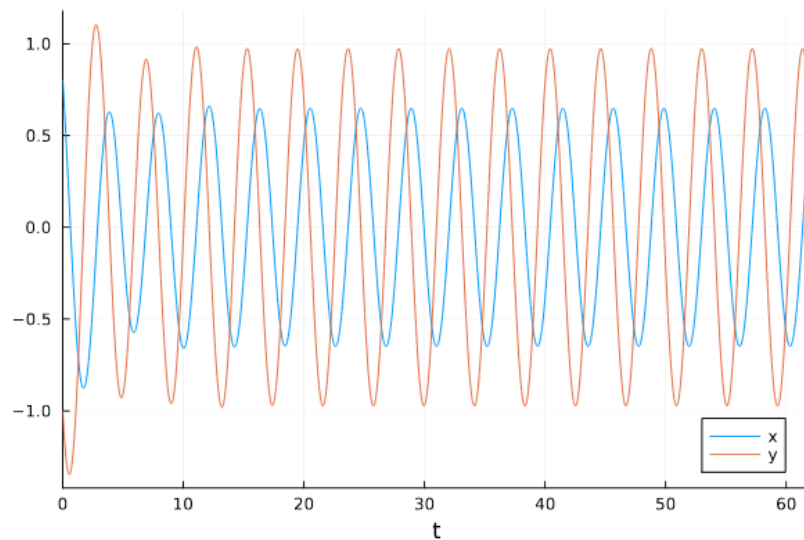


Рис. 3.9: Колебания гармонического осциллятора с затуханием и действием внешней силы

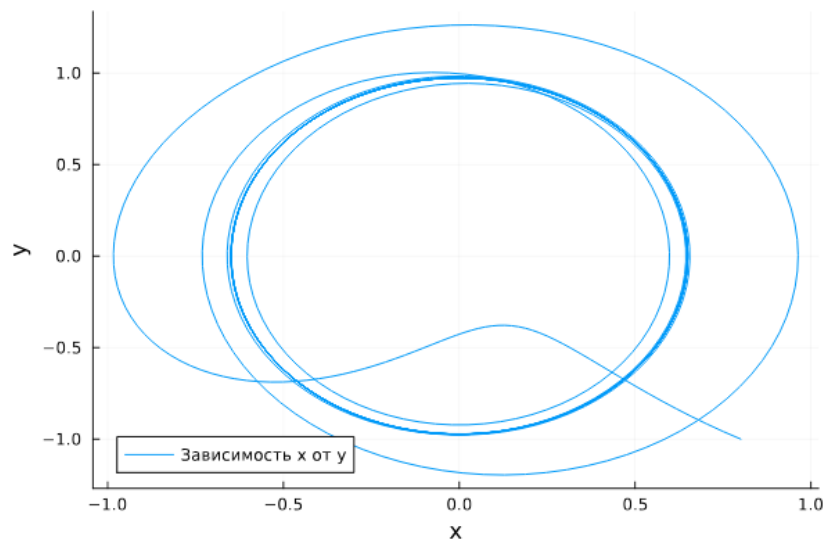


Рис. 3.10: Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора с затуханием и действием внешней силы

Реализуем эту модель посредством OpenModelica.

```
model lab4_3
  parameter Real g = 0.6;
  parameter Real w = 1;
  parameter Real x0 = 0.8;
  parameter Real y0 = -1;
  Real x(start=x0);
  Real y(start=y0);
equation
  der(x) = y;
  der(y) = -g .* y - w^2 .* x + 1*cos(1.5*time);
end lab4_3;
```

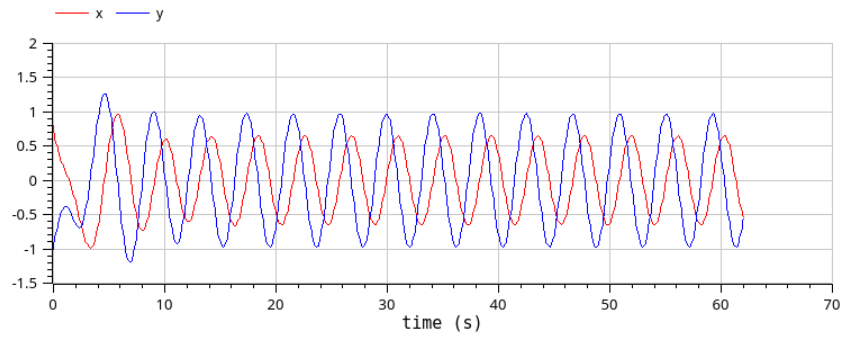


Рис. 3.11: Колебания гармонического осцилятора с затуханием и без действия внешней силы в OpenModelica

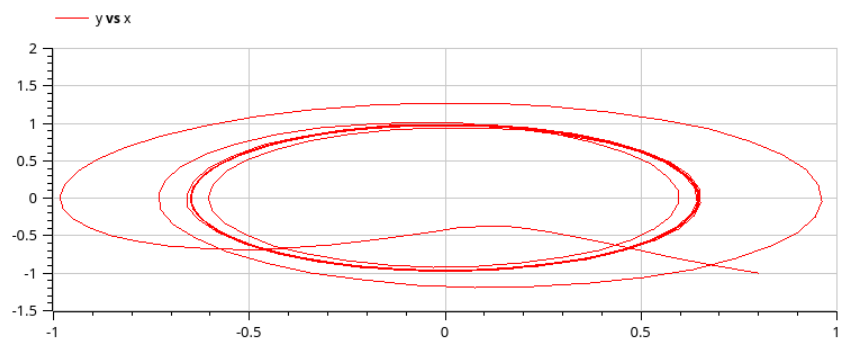


Рис. 3.12: Фазовый портрет колебаний гармонического осцилятора с затуханием и без действия внешней силы в OpenModelica

Видим, что графики, полученные с помощью Julia и OpenModelica идентичны.

4 Выводы

В процессе выполнения лабораторной работы построили математическую модель гармонического осциллятора.

Список литературы