

Entwurf elektrischer Maschinen

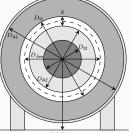
1. Grundlagen

magnetische Größen					
Durchflutung (magnetische Spannungsquelle)	Θ	[A]			
Fluss	Φ	[Vs]			
verketteter Fluss	Ψ	[Vs]			
mag. Flussdichte	\vec{B}	$\left[\frac{\text{Vs}}{2}\right]$			
mag. Feldstärke	\vec{H}	[A]			
magnetische Spannung	V_m	[A]			
magnetischer Widerstand	R_m	$\left[\begin{array}{c} A \\ \hline \end{array}\right]$			
Streuziffer	σ	[Vs]			
elektrische Größen					
Stromdichte	\vec{s}	[<u>A</u>]			
dielektrische Verschiebung	\vec{D}	As As			
el. Feldstärke	Ē	$\lfloor {\rm m}^2 \rfloor$			
		m A			
Strombelag	a				
spezifischer Widerstand	ρ	[Ω m]			
mechanische Größen					
Drehmoment	M	[Nm]			
Massenträgheitsmoment	J	kg m ²			
Spulenwindungszahl	w_{Sp}	[1]			
effektive Windungszahl	w_{eff}	[1]			
Luftspalthöhe	δ	[mm]			
scheinbarer Luftspalt	δ'	[mm]			
effektiver Luftspalt	$\delta^{\prime\prime}$	[mm]			
Anzahl der Leiter pro Nut	Z_N	[1]			
Zahl der Einzelspulen (Kommutatorsegmente)	Z_K	[1]			
ideelle Eisenlänge	l_i	[m]			
bewickelbare Nutfläche	A_N	$[m^2]$			
magnetisch aktiver Winkel	β_M	[rad]			
Drehzahl	n	$\frac{1}{s}$			
Rotornutenzahl	N	[1]			
Rotornutenzahl pro Pol	Q	[1]			
Anzahl paralleler Zweige	a	[1]			
Näherungsfaktoren					
Carterfaktor	k_C	[1]			
Eisenfüllfaktor	k_{Fe}	[1]			
Eisenfaktor (Magnnetisierungsbedarf Eisen)	k_{μ}	[1]			
Nutfüllfaktor	k_Q	[1]			

 $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{V s}}{\text{A m}}$ $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A s}}{\text{V m}}$

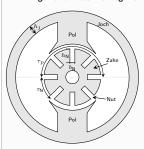
Permittivität

1.1.1. Allgemeine Maschinenbegriffe - Durchmesser



Маве	
Stator Außend.	D_{A1}
Stator Innend.	D_{11}
Rotor Außend.	D_{A2}
Rotor Innend.	D_{12}
Mint Lafrandol	D
Mittl. Luftspaltd.	D_{\deltam}
Luftspalthöhe	δ

1.1.2. Allgemeine Maschinenbegriffe - Abmessungen



Маве						
Nutzahl Nutteilung	$_{\tau_{N}}^{N}$	[1] [cm]				
Polpaarzahl Polteilung	$p \\ au_p$	[1] [cm]				
Nuthöhe Nutbreite Jochhöhe	$egin{array}{c} h_N \ b_N \ h_J \end{array}$	[cm] [cm]				

 $\tau_p = \frac{\pi \cdot D}{2p}$

1.2. Grundlegende Gleichungen 1.2.1. Maxwell

$rot \vec{H} = \vec{s} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ $rot \vec{H} = \vec{s} (< 10 \text{kHz})$	
$\operatorname{div} \vec{B} = 0$	

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \gamma$$

 $\tau_N = \frac{\pi \cdot D}{N}$

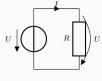
1.2.2. Durchflutungs- und Induktionsgesetz

Durchflutungsgesetz	Induktionsgesetz
$ \oint_{L_A} \vec{H} \mathrm{d} \vec{l} = \iint_{A_L} \vec{s} \mathrm{d} \vec{A} = \\ \Sigma i = \Theta $	$\begin{array}{c} u_i = \frac{\partial \Psi(t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\iint_A \vec{B} \mathrm{d}\vec{A} \right) \\ \oint_L \vec{E} \mathrm{d}\vec{l} + u_i = 0 \end{array}$
2.3 Kannarößen	

elektrische Größen

magnetische Größen	
$\Phi = \iint \vec{B} \mathrm{d} \vec{A} \ V_m = \int \vec{H} \mathrm{d} \vec{l}$	
$\Theta = w \cdot I$ $R_m = \frac{V_m}{\Phi} = \frac{l}{\mu \cdot A}$ $\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$	
$\Psi = \Phi \cdot w = L \cdot i$	
$\Theta \downarrow \bigcap R_{m} \bigvee V$	

magnetisch wirksame Fläche $A = k_{\mathsf{Fe}} \cdot A_{\mathsf{geometrisch}}$



 $I = \iint \vec{s} \, d\vec{A}$ $U = \int \vec{E} \, d\vec{l}$

$$\begin{split} R &= \frac{U}{T} = \rho \frac{l}{A} \\ \vec{D} &= \varepsilon \cdot \vec{E} \end{split}$$

1.3. Entstehung des Drehmoments

1.3.1. Lorenzkraft

 $\vec{F_L} = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$

$$\vec{r}_L = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$$

$$M_D = F \cdot r = M_L + M_R + J \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$$

$$m_d(t) = \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot \int_{-\frac{l_i}{2}}^{\frac{l_i}{2}} \int_{0}^{2\pi} a(\vartheta,z,t) B_{\delta}(\vartheta,z,t) \,\mathrm{d}\vartheta \,\mathrm{d}z$$

$$a = \int \vec{s} \, \mathrm{d}\vec{l} = \frac{\partial \sum i}{\partial l} = \frac{\partial}{\partial l} \left[\iint_A \vec{s} \, \mathrm{d}\vec{A} \right] = -\frac{\partial \Theta}{\partial l}$$

$$a_{m}=\frac{b_{N}}{\tau_{N}}\cdot A_{\mathrm{N}}=\frac{\sum\Theta_{N}}{\tau_{p}} \hspace{1cm} A_{\mathrm{N}}=\frac{Z_{N}\cdot i}{b_{N}}=\frac{\Theta_{N}}{b_{N}}$$
 1.3.4. Felderregerkurve

Amplitude
$$= \frac{Z_N \cdot i}{b_N} = \frac{\Theta_N}{b_N}$$

 $\sigma_E = \frac{\Phi_{E\sigma}}{\Phi_{Eb}}$

$$V(\vartheta) = \Theta(\vartheta) = -\frac{D}{2} \int a_{\mathsf{ges}}(\vartheta) \, \mathrm{d}\vartheta$$

1.4. Effektiver Luftspalt Magnetfeld wegen Nuten inhomogen. Ausgleich durch Carterfaktor k_C (ungenutet $k_{C_i} = 1$):

$$\delta' = k_C \cdot \delta$$

$$\delta' = k_C \cdot \delta \qquad \qquad k_C = \frac{k_{C1} \cdot k_{C2}}{\text{Stator Rotor}} \qquad k_{C_i} = \frac{\tau N_i}{\tau N_i - \gamma_i \cdot \delta}$$

$$\delta^{\prime\prime} = k_{\mu} \cdot k_{\text{Abfl}} \cdot \delta^{\prime} \qquad \gamma_{i} = \frac{\left(\frac{b_{N_{i}}}{\delta}\right)^{2}}{5 + \left(\frac{b_{N_{i}}}{\delta}\right)} \qquad k_{\mu} = 1 + \frac{V_{m\text{Fe}}}{2 \cdot V_{m\delta^{\prime}}}$$

1.7. Verluste

1.7.1. Kupferverluste

$P_{\mathsf{Cu}} = R \cdot I^2$

1.7.2. Reibungsverluste • Ventilationsverluste

(Verwirbelung Kühlmittel

Strömungsverluste) Lagerreibung

• Reibung an Kontaktflächen (z.B Schleifringe, Kommutator)

1.7.3. Hystereseverluste

$$P_{\mathsf{FeH}} = m_{\mathsf{Fe}} \cdot v_{15\mathsf{H}} \cdot \frac{f}{50\,\mathsf{Hz}} \cdot (\frac{B}{1,5\,\mathsf{T}})^2$$

Verlustziffer:
$$v_{15\rm H}(f=15{\rm Hz},B=1,5\,{\rm T})\left[\frac{\rm W}{\rm kg}\right]$$
 (Herstellerangabe)

1.7.4. Wirbelstromverluste

$$P_{\text{FeW}} = m_{\text{Fe}} \cdot v_{15\text{W}} \cdot (\frac{f}{50 \text{ Hz}})^2 \cdot (\frac{B}{1.5 \text{ T}})^2$$

Verlustziffer:
$$v_{15\mathrm{W}}(f=15\mathrm{Hz},B=1,5\mathrm{\,T})\left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{kg}}\right]$$
 (Herstellerangabe)

1.7.5. Gesamte Eisenverluste
$$P_{\mathrm{Fe}} = m_{\mathrm{Fe}} \cdot v_{\mathrm{Fe}15} \cdot \frac{f}{50\,\mathrm{Hz}} \cdot (\frac{B}{1,5\,\mathrm{T}})^2$$

1.8. Leistung

1.8.1. mechanische Leistung

$$P_m = 2\pi \cdot n \cdot M_i = \omega_m \cdot M_i$$

1.8.2. elektrische Leistung

$$P_{\mathsf{el}} = U \cdot I$$

1.9. Wirkungsgrad

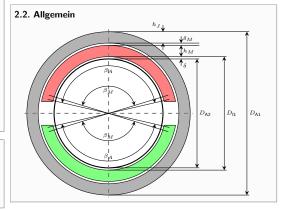
$$\eta = \frac{P_{\mathsf{ab}}}{P_{\mathsf{auf}}}$$

$$\eta_{\text{Motor}} = \frac{P_m}{P_{\text{el}}}$$

$$\eta_{\mathsf{Generator}} = \frac{P_{\mathsf{el}}}{P_{m}}$$

2. Permannentmagnete

2.1. Größen Remanenzflussdichte B_r $\left[\frac{A}{m}\right]$ kritische Feldstärke (aus Kennlinie ablesen) $H_{\mathsf{M},\mathsf{krit}}$ Steigung Scherungsgerade k_{SG} [1] Luftspalthöhe Permanentmagnet δ_M [mm] l_M Länge der Magnete [m]Höhe Permanentmagnete h_M [m]Sicherheitsfaktor [1] γ_{krit}



1.5. Streuung

1.5.1. Polstreuung Φ_{F} : Gesamtfluss durch Polspule Φ_{Eh}: Hauptfluss $\Phi_{\mathsf{E}\sigma}$: Streufluss

 $\Phi_{E} = \Phi_{Eh} + \Phi_{E\sigma} = (1 + \sigma_{E}) \cdot \Phi_{Eh}$

1.5.2. Nut- und Zahnkopfstreuung $\Phi_{\rm N}$: Gesamtfluss der in Nuten gebetteten Spulen Φ_{Nh} : Hauptfluss

 $\Phi_{N\sigma}$: Streufluss (Nut- & Zahnkopfstreuung) $\Phi_{N} = \Phi_{Nh} + 2\dot{\Phi}_{N\sigma} = (1 + \sigma_{N}) \cdot \Phi_{Nh}$

1.5.3. Stirnstreuung Φ_S : Gesamtfluss Stirnstreuung Φ_{Sh}: Hauptfluss Stirnstreuung

 $\Phi_{S\sigma}$: Streufluss Stirnstreuung

ΦSσ: Streumuss Sumstreumus gesamte Streuziffer: σges $= \frac{Φσ$, ges ΦSh

 $\Phi_{S} = \Phi_{Sh} + \Phi_{\sigma,ges} = (1 + \sigma_{ges}) \cdot \Phi_{Sh}$

1.5.4. Induktivitäten

Hauptinduktivität: $L_h = \frac{\Psi_h}{i}$

Gesamte Streuinduktivität: $L_{\sigma} = \frac{\Psi_{\sigma}}{i} = \sigma \cdot L_{h}$

Totale Induktivität: $L_{\mathrm{ges}} = \frac{\Psi_{\mathrm{ges}}}{i} = (1+\sigma) \cdot L_h$

1.6. Spulen

von Markus Hofbauer und Kevin Meyer - Mail: latex@kevin-meyer.de

Spulenwindungszahl Nebeneinanderliegende Spulenseiten pro Nut Wellenwicklung Schleifenwicklung $a = 2 \cdot p$

2.2.1. Flussdichte

 $B_{\delta} = -\mu_0 \frac{h_M}{\delta T} H_M = B_M \frac{A_M}{A_{\delta}} (1 - \sigma)$ Luftspalt $B_M = -\frac{h_M}{\delta''} \frac{A_\delta}{A_M} \frac{\mu_0}{1-\sigma} H_M = -k_{SG} \cdot H_M$ Permanentmagnet

2.2.2. Fluss

 $\Phi_{\delta} = (1 - \sigma)\Phi_{M} = B_{\delta}A_{\delta}$ Luftspalt

Permanentmagnet $\Phi_M = B_M A_M$

2.2.3. Fläche

$$\begin{split} A_{\delta} &= \beta_M \, \frac{D}{2} l_i = \beta_M \, \frac{D}{2} l_2 \cdot k_{\text{Fe}} \\ A_M &= \beta_M \, \frac{D_{11}}{2} l_M \\ A_L &= \frac{A_N \cdot k_Q}{Z_N} \end{split}$$
Luftspalt Permanentmagnet

Leiterquerschnitt

2.2.4. Materialgrößen

$$\sigma = k_{\sigma 1} \cdot k_{\sigma 2}$$

2.2.5. Effektiver Luftspalt

$$\delta' = k_{C2} \cdot (\delta + \delta_M)$$
$$\delta'' = (1 + k_{\mu})$$

$$k_{\mu} = \frac{V_{\mu}}{2 \cdot H_{\delta} \cdot \delta'}$$

2.3. Scherungsgerade

Arbeitspunktbestimmung

- 1. Scherungsgerade: $B_M = -k_{SG} \cdot H_M$
- 2. Materialkennlinie: $B_M = \mu_0 \mu_r H_M + B_r$
- 3. Schneiden von Materialkennlinie und Scherungsgerade
- **4.** \Rightarrow Arbeitspunkt: $H_M = -\frac{1}{\mu_0 \mu_T + k_{SG}} B_T$

Luftspaltfluss im Arbeitspunkt:

$$\Phi_{\delta P} = (1 - \sigma) \cdot \frac{k_{\text{SG}}}{\mu_0 \mu_r + k_{\text{SG}}} \cdot B_r \cdot l_M \cdot \frac{D_{\text{II}}}{2} \cdot \beta_M$$

Maximal zulässiger Ankerstrom

$$I_{2,\max} = \frac{2\pi \cdot (h_M + \delta^{\prime\prime})}{\omega_2 \cdot \beta_M} \cdot \left| (H_M^{\prime\prime} - H_M) \frac{\mu_0 \mu_r + k_{\rm SG}}{k_{\rm SG}} \frac{1}{1 + \frac{\delta^{\prime\prime}}{h_{\rm TS}}} \right|$$

Maximal zulässige Feldstärke: $H_M^{\prime\prime} = \gamma_{\mathsf{krit}} \cdot H_{\mathsf{M.krit}}$

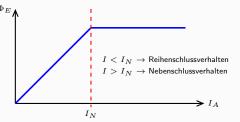
3. Gleichstrommaschine

3.1. Größen Maschinenkonstante (Spannung) [1] k_{II} Maschinenkonstante (Drehmoment) [1] k_M $\frac{V_s}{A}$ Flusskonstante k_{Φ} [1] Erregerstromkonstante Ankerwindungszahl [1] w_2 [V] Bürstenübergangsspannung U_B Kommutatorsegmentspannung [V]

3.2. Systemgleichungen

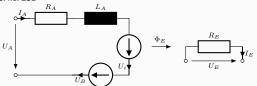
$$\begin{split} U_A &= R_{A,\mathrm{res}} \cdot I_A + U_i + 2 \cdot U_B & w_2 = \frac{N_2 \cdot Z_N}{2a} \\ \Phi_E &= k_\Phi \cdot I_E & k_U = 4p \cdot w_2 \\ U_i &= k_U \cdot \Phi_E \cdot n & k_M = \frac{k_U}{2\pi} \\ M_i &= k_M \cdot \Phi_E \cdot I_A \\ M_i &= M_R + M_L + J \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}\omega} \end{split}$$

3.3. Verhalten



3.4. Gleichstrom-Nebenschlussmaschine

3.4.1. ESB



3.4.2. Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie

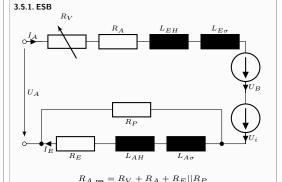
$$n = \frac{U_A - 2 \cdot U_B}{k_U \cdot \Phi_E} - \frac{2\pi \cdot R_{A,\mathrm{res}}}{(k_U \cdot \Phi_E)^2} \cdot M_i$$

3.4.3. Wichtige Betriebspunkte

 $M_{i,An} = k_M \cdot \Phi_E \cdot I_{A,An}$ Leerlaufdrehzahl: $(M_i=0)$ $n_0 = \frac{U_A - 2 \cdot U_B}{k_U \cdot \Phi_E}$

Anlaufstrom: (n=0) $I_{A,\mathsf{An}} = \frac{U_A - 2 \cdot U_B}{R_{A,\mathsf{res}}}$ $n = n_0 \cdot \left(1 - \frac{M_i}{M_{i,+}}\right)$ $M_i = M_{i,An} \cdot \left(1 - \frac{n}{n_0}\right)$

3.5. Gleichstrom-Reihenschlussmaschine



3.5.2. Systemgleichungen

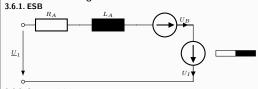
$$\begin{split} I_E &= k_E \cdot I_A \quad \text{mit } k_E = \begin{cases} 1 & \text{für } R_P \to \infty \\ 0 & \text{für } R_P = 0 \end{cases} \\ \frac{R_p}{R_p + R_E} & \text{sonst} \end{cases} \\ \Phi_E &= k_\Phi \cdot I_E = k_\Phi \cdot k_E \cdot I_A \\ M_i &= k_M \cdot \Phi_E \cdot I_A = k_M \cdot k_\Phi \cdot k_E \cdot I_A^2 \\ U_i &= k_U \cdot \Phi_E \cdot n = k_U \cdot k_\Phi \cdot k_E \cdot I_A \cdot n \end{split}$$

3.5.3. Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie

$$M_i = k_M \; k_\Phi \; k_E \cdot rac{(U_A - 2 \cdot U_B)^2}{(k_U \; k_\Phi \; k_E \cdot n + R_{A, {\sf res}})^2}$$

Anlaufmoment: (n=0) $M_{i, \text{An}} = k_M \ k_\Phi \ k_E \cdot \left(\frac{U_A}{R_{A, \text{res}}} \right)$

3.6. Permanenterregte Gleichstrommaschine



3.6.2. Systemgleichungen Maximaler Ankerstrom: Maximale Ankerspannung:

 $I_{\mathsf{A.max}} = I_L \cdot a = S \cdot A_L \cdot a$ $U_{\mathsf{A},\mathsf{max}} = U_S \cdot \frac{Z_K}{2.5}$

4. Wechselfeld - Drehfeld

Index 1 Index 2 Ordnungszahl der Oberwellen ν

4.1. Größen

Stator

[1] elektrische Frequenz f [Hz] rad s elektrische Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ rads

[rad]

[rad]

[V]

[A]

[VA]

[W]

[Var]

[1]

[1]

[1]

[rad]

[rad]

[rad]

[cm]

[1]

[1]

[1]

[1]

 ξ_S

 ξ_N

 ξ_{Schr}

mechanische Kreisfrequenz Phasenwinkel Strangachsenwinkel Strangspannung

Strangstrom komplexe Scheinleistung Wirkleistung Blindleistung Strangzahl Windungszahl pro Strang

Lochzahl (Nuten pro Pol und Strang) qNutwinkel α_N Spulenwinkel α_{Sp} Polwinkel α_p Spulenweite W_{Sp} Zonungsfaktor ξ_Z

4.2. Stern & Dreieckschaltung

Sehnungsfaktor

Schrägungsfaktor

Nutschlitzbreitenfaktor

Sternschaltung	Dreiecksschaltung
$U_1 = \frac{U_N}{\sqrt{3}}$	$U_1 = U_N$
$I_1 = I_N$	$I_1 = \frac{I_N}{\sqrt{3}}$

4.3. Allgemeines zu Wechselgrößen

$$\underline{a}^{\nu} = e^{j\nu \frac{2\pi}{3}} \qquad \underline{a}^{0} + \underline{a}^{1} + \underline{a}^{2} = 0$$
$$\underline{a}^{2} = \underline{a}^{*} = e^{j\frac{4\pi}{3}} = e^{-j\frac{2\pi}{3}}$$

 $x(t) = \sqrt{2} \cdot X \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

$$\begin{split} \vec{x}(t) &= \frac{1}{3} \cdot \left[x_A(t) + \vec{a} \cdot x_B(t) + \vec{a}^2 \cdot x_C(t) \right] = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \underline{X} \cdot e^{j\omega t} \\ &\underline{X} = X \cdot e^{j\varphi} \end{split}$$

4.3.1. Wechselfeld

$$B(\vartheta, t) = \hat{B} \cdot \cos(\vartheta - \vartheta_0) \cdot \cos(\omega t - \varphi)$$

4.3.2. Drehfeld

$$B(\vartheta, t) = \hat{B} \cdot \cos((\vartheta - \vartheta_0) - (\omega t - \varphi))$$

4.4. Einfluss realer Luftspalt

Wicklungsfaktor: $\xi_{(\nu)} = \xi_{Z(\nu)} \cdot \xi_{S(\nu)} \cdot \xi_{N(\nu)}$

$$w_{\mathsf{eff}} = w_{\mathsf{Sp}} \cdot \xi_{(\nu)}$$

$$\alpha_N = \frac{2\pi}{N}$$
 $\alpha_{\mathsf{Sp}} = W_{\mathsf{Sp}}(\mathsf{absolut}) \cdot \alpha_N$ $\alpha_p = \frac{2\pi}{2}$

4.4.1. Zonung Erhöhung der Lochzahl q

(Beschränkt durch $N_{\rm max}=\frac{D\pi}{\tau_{N\,{
m min}}})$ mit $\tau_{N,{
m min}}pprox 1\,{
m cm}$

$$w_{\text{eff}} = q \cdot w_{\text{Sp}} \cdot \xi_{Z(y)}$$

$$\xi_{Z(\nu)} = \frac{\sin\left(q \cdot \nu \frac{\alpha_N}{2} p\right)}{q \cdot \sin\left(\nu \frac{\alpha_N}{2} p\right)} = \frac{\sin\left(\nu \frac{\pi}{2} \frac{q}{Q}\right)}{q \cdot \sin\left(\nu \frac{\pi}{2} \frac{1}{Q}\right)}$$

4.4.2. Sehnung Kürzung der Spulenweite W_{Sp} (nicht bei Einschichtwicklung möglich)

$$\begin{split} w_{\text{eff}} &= q \cdot w_{\text{Sp}} \cdot \xi_{S(\nu)} \\ \xi_{S(\nu)} &= \sin \left(\nu \frac{\pi}{2} \frac{W_{\text{Sp}}}{\tau_p} \right) = \sin \left(\nu \frac{\alpha_{\text{Sp}}}{\alpha_p} \frac{\pi}{2} \right) \end{split}$$

4.4.3. Nutschlitzbreite

5.1. Größen

Leerlaufkurzschlussstrom

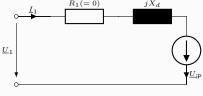
Dreisträngiger Dauerkurzschlussstrom

Leerlaufkurzschlussverhältnis (LKV)

Verketteter Fluss Permanentmagnet

$$\begin{split} w_{\text{eff}} &= w_{\text{Sp}} \cdot \xi_{N(\nu)} \\ \xi_{N(\nu)} &= \frac{\sin \left(\nu \frac{b_N}{D} \right)}{\nu \frac{b_N}{D}} \end{split}$$

5.2. ESB



$$\begin{array}{l} \underline{U}_1 = \underline{Z}_1 \cdot \underline{I}_1 + \underline{U}_{\mathsf{iP}} \\ \underline{Z}_1 = R_1 + jX_d \\ X_d = X_{1h} + X_{1\sigma} = 2\pi f \cdot (L_{1h} + L_{1\sigma}) \\ |\underline{U}_{\mathsf{iP}}| = U_{\mathsf{iP}} = \omega M_{21} \sqrt{2} \cdot I_2 \\ \sigma = \frac{L_{1\sigma}}{L_{1h}} \end{array}$$

5.3. Systemgleichungen

$$\begin{split} \vec{u}_1 &= R_1 \cdot \vec{i}_1(t) + \frac{\partial \vec{\Psi}_1(t)}{\partial t} \\ \vec{\Psi}_1 &= L_1 \cdot \vec{i}_1(t) + M_{21} \cdot \vec{i}_2'(t) \\ u_2 &= R_2 \cdot i_2(t) + \frac{\partial \Psi_2(t)}{\partial t} \\ \Psi_2 &= L_2 \cdot i_2(t) + 3 \cdot M_{21} \cdot (\vec{i}_1(t)e^{-jp\vartheta_m} + \vec{i}_1^*(t)e^{jp\vartheta_m}) \end{split}$$

5. Synchronmaschine

I_2 [A] Erregerstrom [V] induzierte Polradspannung \underline{U}_{iP} synchrone Reaktanz X_d $[\Omega]$ [H] Selbstinduktivität L[H] Koppelinduktivität (von Rotor nach Stator) M_{21} Polradwinkel θ [rad] Phasenwinkel von Z_1 [rad] φ_{Z1} Netzleistung (Wirkleistung) P_1 [W] [W] innere elektrische Leistung P_W Drehfeldleistung P_{δ} [W] mechanische Leistung P_m [W] P_{E} [W] Erregerleistung

5.4. Wichtige Gleichungen

5.4.1. Synchrone Drehzahl Luftspaltfeld

$$n_{\mathrm{syn}} = n_N = rac{f_1}{p}$$

5.4.2. Drehmoment

$$M_K \sim \frac{U_1}{f_1}$$

$$M_i = -\frac{3p}{\omega_1} \cdot \left[\frac{U_1 \cdot U_{\mathsf{iP}}}{Z_1} \cdot \sin\left(\vartheta - \varphi_{Z1}\right) + \frac{U_{\mathsf{iP}}^2}{Z_1} \cdot \sin\left(\varphi_{Z1}\right) \right]$$

Kippmoment:

$$M_K = \frac{3p}{\omega_1} \cdot \frac{U_1 \cdot U_{\mathsf{iP}}}{Z_1} = \frac{3p}{\omega_1} \cdot U_1 \cdot I_{K\mathsf{III}}$$

 $R_1 = 0 \Rightarrow \varphi_{Z1} = 0 \Rightarrow M_i = -M_K \cdot \sin(\vartheta)$

5.4.3. Leistung

 $\eta = \frac{P_m}{P_1 + P_{vF}}$

$$\begin{split} \underline{S}_1 &= m_1 \cdot \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^* \\ P_1 &= S_1 \cdot \cos{(\varphi)} = m_1 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos{(\varphi)} \\ P_W &= 3 \cdot U_{\mathrm{IP}} \cdot I_1 \cdot \cos{(\varphi)} \\ P_{\delta} &= \omega_m \cdot M_i = P_W - 3 \cdot R_1 \cdot I_1^2 \\ P_m &= 2\pi \cdot n \cdot (M_i - M_R) = \omega_m \cdot (M_i - M_R) = P_{\delta} - P_R \\ P_E &= U_2 \cdot I_2 \end{split}$$

5.5. Betriebsbereiche Bei Leerlauferregung ($I_2=I_{20}$): $\Rightarrow U_1=U_{\mathsf{iP}}$

Bei linearer Leerlaufkennlinie ($X_d = \text{const.}$): $I_2 = I_{20} \cdot \frac{\upsilon_{\text{jp}}}{U_1}$

5.5.1. Leerlauf $(I_1 = 0)$

$$I_{20} = \frac{U_{\rm iP}}{\omega M_{21} \sqrt{2}} = \frac{U_1}{\omega M_{21} \sqrt{2}}$$

5.5.2. Kurzschluss $(U_1 = 0)$

$$\begin{split} \underline{I}_{K\text{III}} &= \frac{\underline{U}_{\text{iP}}}{\underline{Z}_{1}} \\ \underline{I}_{K0} &= \underline{I}_{K\text{III}}(I_{20}) = \frac{\underline{U}_{1}}{Z} \end{split}$$

5.5.3. Betriebsarten

 ϑ zwischen dem Zeiger von \underline{U}_1 nach $\underline{U}_{\text{iP}}$ φ zwischen dem Zeiger von \underline{I}_1 nach \underline{U}_1 \underline{I}_2 eilt $\underline{U}_{\mathsf{iP}}$ um 90° nach

Phasenschieberbetrieb: $\vartheta = 0$ ($R_1 = 0$ VZS - Betrieb am starren Netz)

- Betrieb im Leerlauf
- reine Blindleistungsabgabe bzw. -aufnahme
- $cos(\varphi) = 0 \Rightarrow$
 - untererregt: $\Rightarrow \varphi = 90 \deg$
 - übererregt: $\Rightarrow \varphi = -90 \deg$

Motorbetrieb: $\vartheta < 0$ ($R_1 = 0$ VZS - Betrieb am starren Netz)

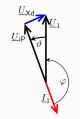


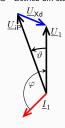




übererregt $\varphi < 0$

Generatorbetrieb: $\vartheta>0$ ($R_1=0$ VZS - Betrieb am starren Netz)





untererregt $\varphi > 0$

von Markus Hofbauer und Kevin Meyer - Mail: latex@kevin-meyer.de

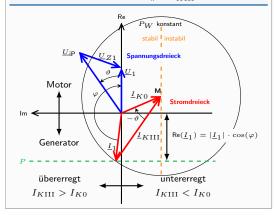
übererregt $\varphi < 0$

5.6. Zeigerdiagramm

5.7. Stromortskurve

$$\begin{split} \underline{I}_1 &= \underline{I}_{K0} - \underline{I}_{K\Pi I} \\ \underline{I}_{K\Pi I} &= \frac{U_{\mathrm{iP}}}{U_1} \cdot \underline{I}_{K0} \cdot e^{j\vartheta} \\ \\ \underline{I}_{K0} &= -\frac{U_1}{Z_1} \cdot j \, e^{j\varphi} Z1 \end{split}$$

- 1. U_1 auf reelle Achse legen
- 2. Richtung von \underline{U}_{iP} einzeichnen
- 3. \underline{I}_{K0} einzeichnen
 - bei $R_1=0$: \underline{I}_{K0} eilt \underline{U}_1 um 90° nach
- 4. konstante Erregung: Kreis um Spitze von \underline{I}_{K0} mit Radius I_{KIII}
- **5.** Richtungen von \underline{I}_{KIII} und \underline{I}_1 festgelegt durch φ bzw. ϑ
- **6.** bei $R_1=0$: Verlängerung von $\underline{U}_{\mathsf{iP}}\perp\underline{I}_{K\mathsf{III}}$



 \underline{I}_{K0}

 I_{KIII}

 $\frac{I_{K0}}{I_N}$

 Ψ_{PM}

[A]

[A]

[1]

5.8. dq-Darstellung

Zeigerdiagramm

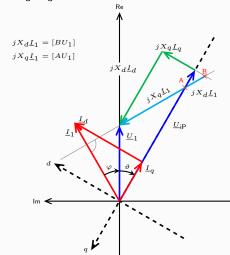
- 1. \underline{U}_1 auf reelle Achse legen
- 2. \underline{I}_1 einzeichnen
- 3. Richtung von U_{iP} legt d und q Achse fest $(\vartheta = \text{unbekannt} \Rightarrow \text{weiter bei Trick})$
- **4.** Zerlegung von \underline{I}_1 in \underline{I}_d und \underline{I}_a
- **5.** Spannungsabfall an $X_d = |X_d \cdot I_d|$
- **6.** Spannungsabfall an $X_q = |X_q \cdot I_q|$
- 7. $\underline{U}_{iP} = \underline{U}_1 jX_d \cdot \underline{I}_d jX_q \cdot \underline{I}_q$

- 1. $\vartheta = \arg(\underline{U}_1 jX_q \cdot \underline{I}_1) \Rightarrow \text{Richtungsgerade von}$
- 2. $\underline{U}_{\mathrm{iP}} = \mathrm{Senkrechte} \ \mathrm{von} \ \underline{U}_1 j X_d \cdot \underline{I}_d \ \mathrm{auf} \ \mathrm{Richtungsgerade}$

5.8.1. Systemgleichungen

$$\begin{split} U_d &= R_1 \cdot I_d - \omega_1 L_q \cdot I_q \\ U_q &= R_1 \cdot I_q + \omega_1 L_d \cdot I_d + \sqrt{2} \cdot U_{\text{iP}} \\ U_{\text{iP}} &= \sqrt{2} \cdot \omega_1 M_{21} \cdot I_2 \\ U_2 &= R_2 \cdot I_2 \\ M_i &= 3 \cdot p \cdot M_{21} \cdot I_2 \cdot I_q \end{split}$$

5.8.2. Zeigerdiagramm



5.9. Schenkelpolläufer

5.9.1. Drehmoment $(R_1 = 0)$

$$M_i' = -\frac{m_1 \cdot p}{\omega_1} U_1 \left[\frac{U_{\mathsf{iP}}}{X_d} \sin(\vartheta) + \frac{U_1}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin(2\vartheta) \right]$$

Reluktanzmoment (Reaktionsmoment):

$$M_r = -\frac{m_1 \cdot p}{\omega_1} \cdot \frac{{U_1}^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin(2\vartheta)$$

Vollpolläufer entwickeln kein Reluktanzmoment wegen $L_d = L_q$. Maximales Reluktanzmoment bei $|\vartheta| = 45 \deg$.

5.9.2. Systemgleichungen

$$\begin{split} \underline{U}_1 &= \underline{U}_d + \underline{U}_q + \underline{U}_{\mathsf{iP}} \\ &= jX_d \cdot \underline{I}_d + jX_q \cdot \underline{I}_q + \underline{U}_{\mathsf{iP}} \\ \underline{I}_1 &= \underline{I}_d + \underline{I}_q \end{split}$$

5.10. Permanenterregte Synchronmaschine

5.10.1. Betriebsverhalten

$$\begin{split} \underline{\Psi}_1 &= L_1 \underline{I}_1 + \underline{\Psi}_{\text{PM}} & \Psi_{\text{PM}} &= \xi \cdot w_1 \cdot \hat{\Phi}_{\delta} \\ \Psi_d &= L_d I_d + \Psi_{\text{PM}} & \Psi_q &= L_q I_q \end{split}$$

$$U_{\mathsf{iP}} = \sqrt{2}\omega_1 \cdot \Psi_{PM}$$

5.10.2. Drehmoment

$$M_D = \frac{m_1}{2} \cdot p \cdot \left[\Psi_{\mathsf{PM}} \cdot I_q + (L_d - L_q) \cdot I_d \; I_q \right]$$

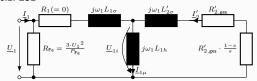
äguvalent zu M_D Schenkelpolläufer

- 5.10.3. Betriebsarten
- symetrischer Betrieh
- EC-Betrieb als BLDC

6. Asynchronmaschine

6.1. Größen		
Übersetzungsverhältnis	ü	[1]
Schlupf	s	[1]
Kippschlupf	s_K	[1]
Kippmoment	M_K	[Nm]
Bezogener Statorwiderstand	$ ho_1$	[1]
Bezogener Rotorwiderstand	ρ_2	[1]
Hilfsgröße	Δho_1	[1]
Rotor-Statorwärmeverluste	P_{Cu}	[W]
Magnetisierungsstrom	$\underline{I}_{1\mu}$	[A]
Rotor-Vorwiderstand	R_{2V}	$[\Omega]$

6.2. ESB



6.2.1. Übersetzungsverhältnis Bei Schleifring-ASM gilt: $M_{21}=M_{12}=M$

$$\ddot{u} = \frac{L_{1h}}{M} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \cdot \frac{w_1 \, \xi_1}{w_2 \, \xi_2} \cdot \frac{1}{\xi_{\mathsf{Schr}}} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \cdot \frac{w_{1,\mathsf{eff}}}{w_{2,\mathsf{eff}}} \cdot \frac{1}{\xi_{\mathsf{Schr}}}$$

$$R'_{2,\mathsf{ges}} = \ddot{u}^2 \cdot R_{2,\mathsf{ges}}$$
 $\underline{U}_2 = \frac{1}{\ddot{u}} \cdot \underline{U}_{1i}$
 $I'_2 = \frac{1}{\ddot{u}} \cdot I_2$

$$\begin{array}{ll} R'_{2,\mathrm{ges}} = \overrightarrow{u}^2 \cdot R_{2,\mathrm{ges}} & R'_{2,\mathrm{ges}} = R'_{2} + R'_{2V} \\ \underline{U}_{2} = \frac{1}{\overrightarrow{u}} \cdot \underline{U}_{1i} & L'_{2\sigma} = \overrightarrow{u}^2 \cdot (L_{2\sigma} + L_{\mathrm{2Schr}}) \\ \underline{I'}_{2} = \frac{1}{\overrightarrow{u}} \cdot \underline{I}_{2} & \end{array}$$

6.3. Systemgleichungen

$$\begin{split} \vec{u}_1 &= R_1 \cdot \vec{i}_1 + \frac{\partial \vec{\Psi}_1}{\partial t}, & \vec{\Psi}_1 &= L_1 \cdot \vec{i}_1 + M \cdot \vec{i}_2 \cdot e^{jp\vartheta_m} \\ 0 &= R_{2,\text{ges}} \cdot \vec{i}_2 + \frac{\partial \vec{\Psi}_2}{\partial t}, & \vec{\Psi}_2 &= L_2 \cdot \vec{i}_2 + M \cdot \vec{i}_1 \cdot e^{-jp\vartheta_m} \\ J \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} &= M_i - M_R - M_L \end{split}$$

6.4. Wichtige Größen

6.4.1. Schlupf

$$s = \frac{n_{\rm syn} - n}{n_{\rm syn}} = \frac{\omega_{\rm syn} - \omega_m}{\omega_{\rm syn}} = \frac{\omega_1 - p \cdot \omega_m}{\omega_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

Gegenstrombremse s > 1

Motor 1 > s > 0

Generator s < 0

6.4.2. Drehzahl

synchrone Drehzahl

Nenndrehzahl $n_N = n_s(1 - s_N)$

6.4.3. Leistung

$$\underline{S}_1 = m_1 \cdot \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^*$$

$$P_1 = S_1 \cdot \cos(\varphi) = m_1 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi)$$

$$P_{\mathsf{Netz}} = m_1 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos\left(\varphi_N\right) = P_1 + P_{\mathsf{Fe}}$$

$$P_{\delta} = 2\pi \cdot n_{\mathsf{syn}} \cdot M_i = P_1 - P_{\mathsf{Cu}1} - P_{\mathsf{Fe}}$$

$$P_{m\,i} = (1-s)P_{\delta} = P_{\delta} - P_{\mathrm{Cu}2} - P_{2\,V} = \omega_m \cdot M_i$$

$$P_m = 2\pi \cdot n \cdot (M_i - M_R) = \omega_m \cdot (M_i - M_R) = P_{mi} - P_R$$

$$P_{C_{0,2}} = s \cdot P_{\delta} = m_2 \cdot R_2 \cdot I_2^2$$

6.4.4. Phase

ASM immer induktiv
$$\Rightarrow \varphi > 0$$

$$\varphi = \varphi_{1Z} - \varphi_{1N}$$

$$\varphi = \begin{cases} \arctan(\frac{b}{a}) & \text{für } a > 0 \\ \arctan(\frac{b}{a}) + \pi & \text{für } a < 0, b \ge 0 \\ \arctan(\frac{b}{a}) - \pi & \text{für } a < 0, b < 0 \end{cases}$$

6.4.5. Weitere Parameter

$$\begin{split} L_{1\sigma} &= \sigma_1 \cdot L_{1h} & L_1 = L_{1h} + L_{1\sigma} \\ L'_{2\sigma} &= \sigma_2 \cdot L_{1h} & L'_2 = L_{1h} \cdot (1 + \sigma_2) \\ L_{\sigma} &= \sigma \cdot L_1 = L_{1\sigma} + \frac{\xi_{\text{Schr}}}{1 + \sigma_2} L'_{2\sigma} \\ \rho_1 &= \frac{R_1}{\omega_1 L_1} & \rho_2 = \frac{R_2 \text{,ges}}{\omega_1 L_2} = \frac{R'_2 \text{,ges}}{\omega_1 L'_2} \\ \Delta \rho_1 &= \sqrt{1 + \left(\frac{\rho_1}{\sigma}\right)^2} \cdot \sqrt{1 + \rho_1^2} \\ \sigma &= 1 - \frac{1}{(1 + \sigma_1) \cdot (1 + \sigma_2)} = 1 - \frac{L'_1}{L'_1 L_2} \end{split}$$

6.5. Statorstrom

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\omega_1 L_1} \cdot \frac{\rho_2 + js}{\rho_1 \cdot \rho_2 - \sigma \cdot s + j(\rho_2 + s \cdot \rho_1)}$$

$$I_{1A} = |\underline{I}_1|(s=1) = \frac{U_1}{\omega_1 L_\sigma} \sqrt{\frac{1 + \rho_2^{\ 2}}{\left(1 - \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\sigma}\right)^2 + \left(\frac{\rho_1 + \rho_2}{\sigma}\right)^2}}$$

$$\begin{array}{l} \text{Ideeller Kurzschlussstrom:} \\ I_{1Ki} = |\underline{I}_1|(s \to \pm \infty) = \frac{U_1}{\omega_1 L \sigma} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\rho_1}{\sigma}\right)^2}} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Leerlaufstrom:} \\ I_{10} = |\underline{I}_1|(s=0) = \frac{U_1}{\omega_1 L_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\rho_1}^2} \end{array}$$

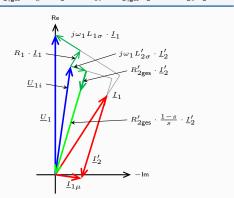
6.5.1. Magnetisierungsstrom

$$\underline{I}_{\mu} = \frac{\rho_2 + j \cdot s \cdot (\sigma - \sigma_1 \cdot (1 - \sigma))}{\rho_1 \cdot \rho_2 - \sigma \cdot s + j \cdot (\rho_2 + s \cdot \rho_1)} \cdot \frac{\underline{U}_1}{\omega_1 L_1}$$

6.6. Zeigerdiagramm

Zeigerdiagramm

- 1. \underline{U}_1 auf reelle Achse legen und \underline{I}_1 einzeichnen
- **2.** R_1I_1 (gleiche Phasenlage wie I_1) $j\omega_1\hat{L}_{1\sigma}\underline{I}_1$ (eilt \underline{I}_1 um 90° voraus)
- 3. $\underline{U}_{1i} = \underline{U}_1 R_1\underline{I}_1 j\omega_1L_{1\sigma}\underline{I}_1$ 4. $\underline{I}_{1\mu} = \frac{\underline{U}_{1i}}{j\omega_1L_{1h}}$ (eilt \underline{U}_{1i} um 90° nach)
- 5. $\underline{I}'_2 = \underline{I}_{1\mu} \underline{I}_1$
- **6.** $R'_{2,\text{ges}}\underline{I}'_2$ (parallel zu \underline{I}'_2)
- 7. $j\omega_1 L'_{2\sigma} \underline{I'}_2$ (eilt $\underline{I'}_2$ um 90° voraus)
- **8.** $R'_{2,\text{ges}} \cdot \frac{1-s}{s} \cdot \underline{I}'_{2} = -\underline{U}_{1i} R'_{2,\text{ges}} \underline{I}'_{2} j\omega_{1} L'_{2\sigma} \underline{I}'_{2}$



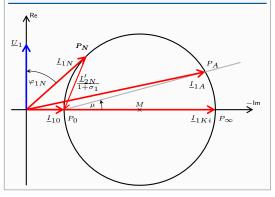
6.7. Stromortskurve

bei $R_1 = 0$

 $tan(\mu) = s_K$

Stromortskurve $R_1 = 0 \wedge R_{\text{Fe}} = 0$

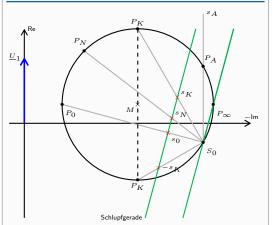
- 1. \underline{U}_1 auf reelle Achse legen $\Rightarrow \varphi_{1U} = 0$
- 2. $R_1=0\Rightarrow \underline{I}_{10}$ und \underline{I}_{1Ki} haben keinen Realteil
- 3. Kreismittelpunkt auf Im-Achse zwischen \underline{I}_{1Ki} und \underline{I}_{10}
- **4.** μ zwischen P_0 und P_A



6.7.1. Schlupfgerade

Schlupfgerade $R_1 = 0 \wedge R_{\text{Fe}} \neq 0$

- 1. (Bei $R_{\mathsf{Fe}} = 0$) Mittelpunkt M auf -Im Achse
- 2. Schlupfgerade an beliebiger Stelle einzeichnen
- 3. gesuchtes \boldsymbol{s} aus Längenverhältnis zu bekanntem Schlupf bestimmen



6.7.2. Maßstab

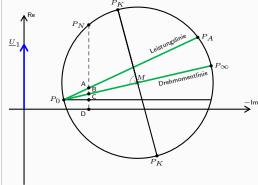
Strommaßstab	m_I	$\left[\frac{A}{cm}\right]$
Leistungsmaßstab	$m_P = m_1 \cdot U_1 \cdot m_I$	$\frac{W}{cm}$
Drehmomentmaßstab	$m_M = \frac{m_P}{2\pi \cdot n_{\text{SVD}}}$	$\frac{Nm}{cm}$

6.7.3. Ablesbare Werte

 $R_1 \neq 0 \land R_{\mathsf{Fe}} \neq 0$

Aufgenommene elektrische Leistung $P_1 = \overline{PD} \cdot m_P$ $P_{\mathsf{Fe}} = \overline{CD} \cdot m_P$ Eisenverluste Stator $P_{\mathsf{Cu}1} = \overline{BC} \cdot m_P$ Kupferverluste Stator $P_{\text{Cu}2} = \overline{AB} \cdot m_P$ Kupferverluste Rotor $P_m = \overline{PA} \cdot m_P$ Abgegebene mechanische Leistung $M_i = \overline{PB} \cdot m_M$ Inneres Drehmoment

Definition Punkt D: Orthogonale Projektion von P auf Im-Achse $R_1 = 0$ B = C und M auf Höhe von P_0 $R_{\mathsf{Fe}} = 0$ C = D und P_0 auf -Im Achse



6.8. Drehmoment

$$M_K \sim \left(\frac{U_1}{f_1}\right)^2 \qquad M_N \sim \Phi_\delta \frac{U_1}{f_1}$$

$$M_i = M_R + M_L + J \frac{\partial \omega}{\partial t}$$

6.8.1. Drehmomentgleichung

$$M_i = 3p(1-\sigma)\frac{{U_1}^2}{\omega_1^2 L_\sigma} \frac{s \cdot s_K}{\Delta \rho_1 s_K^2 + 2\frac{\rho_1}{\sigma}(1-\sigma) s_K s + \Delta \rho_1 s^2}$$

$$\begin{split} & M_K = M_i(s_K) = \frac{3}{2} p \cdot (1-\sigma) \frac{U_1^{\ 2}}{\omega_1^{\ 2} L_\sigma} \left(\frac{1}{\Delta \rho_1 + \frac{\rho_1}{\sigma} (1-\sigma)} \right) \\ & (R_1 = 0) : M_K = \frac{m_1 U_1 \frac{I_1 K_i - I_{10}}{2}}{2\pi \cdot n_8} \\ & \text{Kippschlupf: } s_K = \frac{\rho_2}{\sigma} \sqrt{\frac{1 + \rho_1^{\ 2}}{1 + \left(\frac{\rho_1}{\sigma}\right)^2}} \end{split}$$

 $s_K > 0$ Motor

 $s_K < 0 \quad {\rm Generator}$

6.8.2. Klossche Gleichung (Annahme $R_1 = 0$)

$$\frac{M_i}{M_K} = \frac{2 \cdot s_K \cdot s}{s_K^2 + s^2}$$

$$s_{1,2} = s_K \frac{M_K}{M_i} \pm \sqrt{\left(s_K \frac{M_K}{M_i}\right)^2 - s_K{}^2} \label{eq:s12}$$

Nur echte Lösung wenn gilt: $s < s_K$

6.9. Symmetrische Komponenten

 $s_m + s_q = 2$ $s_m = s = \frac{n_s - n}{s_m}$ $s_q = \frac{n_s + n}{s_m}$

6.9.1. Spannungen Mit- und Gegensystem

Mitsystem $\begin{array}{ccc} \underline{U}_m = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_u + \underline{a} \cdot \underline{U}_v + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_w) \\ \text{Gegensystem} & \underline{U}_m = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_u + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_v + \underline{a} \cdot \underline{U}_w) \\ \text{Nullsystem} & \underline{U}_m = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_u + \underline{U}_v + \underline{U}_w) \\ \text{Nullsystem verschvindet bei Dreiecksschaltung oder Sternschaltung ohne} \end{array}$

herausgeführten Sternpunkt

6.9.2. Drehmoment mit Kompensation (Kippschlupf ändert sich)

$$M_{\text{ges}} = M_m - M_q$$

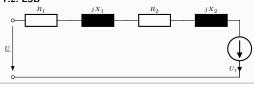
$$M = 3p \cdot (1 - \sigma) \cdot \frac{{U_1}^2}{\omega^2 L_1} \cdot \frac{\rho_2 \cdot s}{(\rho_1 \cdot \rho_2 - \sigma \cdot s)^2 + (\rho_2 + s \cdot \rho_1)^2}$$

7. Universalmotor

7.1. Größen

Drehmoment zeitinvarianter Anteil M_D [Nm]Pendelmoment (doppelte Speisefrequenz) [Nm] m_p Phasenverschiebungswinkel Strom [rad]

7.2. ESB



7.3. Systemgleichungen

Vergleiche Systemgleichungen Gleichstrom-Reihenschlussmotor

$$\underline{U} = (R_{\mathsf{ges}} + jX_{\mathsf{ges}}) \cdot \underline{I} + \underline{U}_i$$

$$\Phi_{\delta} = k_{\Phi} \cdot i$$

$$m_D = k_M \cdot \Phi_\delta \cdot i$$

$$i = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega_1 t + \varphi_I)$$

$$\underline{U}_i = \frac{n}{n_{uv}} \cdot k'_U \cdot \underline{I}$$

7.4. Drehmoment

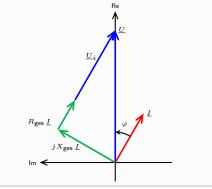
$$m_D(t) = M_D + m_p(t) = k_M \; k_\Phi \cdot I^2 \cdot (\underbrace{1}_{M_D} + \underbrace{\cos\left(2\omega t + 2\varphi_I\right)}_{m_p})$$

7.4.1. Drehmoment-Drehzahl-Gleichung

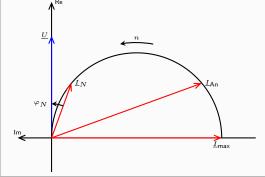
$$M_D = k_M \; k_\Phi \cdot \frac{(U_1 - 2 \cdot U_B)^2}{\left(R_{\rm ges} + k_U' \cdot \frac{n}{n_{\rm Syn}}\right)^2 + X_{\rm ges}^2} \label{eq:mass}$$

Synchrone Drehzahl: $n_{syn} = \frac{f}{n}$

7.5. Zeigerdiagramm



7.6. Stromortskurve



7.6.1. Strom

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\left(\frac{n}{n_{\rm Syn}} \cdot k_U' \right. + R_{\rm ges}\right) + jX_{\rm ges}}$$

$$\underline{I}_0 = \underline{I}(n \to \infty) = 0$$

Anlaufstrom:

$$\underline{I}_{An} = \underline{I}(n=0) = \frac{\underline{U}}{R_{ges} + jX_{ges}}$$

7.6.2. Phase

$$\tan \varphi = \frac{X_{\text{ges}}}{\frac{n}{n_{\text{ges}}} \cdot k'_{II} + R_{\text{ges}}}$$

8. Entwurf elektrischer Maschinen

8.1. Größen

Essonziffer	C	$\left[\frac{TA}{m}\right]$
ideeler Polbogenwinkel	β_{pi}	[rad]
ideele Polbogenlänge	b_{pi}	[m]
Rotorstrombelag	A_2	$\left[\frac{A}{m}\right]$
mittlerer Statorstrombelag	\overline{A}_1	$\left[\frac{A}{m}\right]$
relative Länge	λ	[1]
Nutfüllfaktor (Stator)	κ_{N1}	≈ 0.5

8.2. Überblick Entwurfsprozess

Entwurfsprozess

- 1. Anforderungsprofil: meist Nennleistung und Nenndrehzahl
- 2. Grobentwurf: Hauptabmessungen, Wicklungsschema, Satorent-
- 3. Nachrechnung: Berechnung über analytische Gleichungen (FEM)
- 4. Optimierung: Anpassung des Grobentwurfs

8.3. Grobentwurf

Grobentwurf

- 1. Drehmoment im Nennbetrieb aus P und n bestimmen
- 2. Ankervolumen über C bestimmen $P_{mi} = C \cdot D_{\delta}^2 l_i \cdot n$
- 3. Bestimmung des Ankerinnendurchmessers direkt mit $\lambda = \frac{l_i}{\tau p} = \frac{2p \cdot l_i}{\pi \cdot D_\delta}$ indirekt über Ankervolumen
- 4. Bestimmung des Ankeraußendurchmessers
- 5. Bestimmung des Wicklungsschemas
- 6. Statorentwurf
- 7. Rotorentwurf

8.3.1. Drehmoment

$$M_{D,N} = 2p \cdot \left(\frac{D_{\delta}}{2}\right)^2 \cdot l_i \cdot \int\limits_0^{\frac{\pi}{p}} B_{\delta}(\vartheta_1,t) \cdot A_2(\vartheta_1,t) \,\mathrm{d}\vartheta$$

$$\tau_p \cdot \beta_{pi} = b_{pi}$$

8.3.2. Bestimmung des Innendurchmessers Gleichstrommaschine

$$C = \pi^2 \beta_{pi} \cdot A_2 \cdot B_{\delta,max}$$

 $A_2 = 4w_2 \frac{I_A}{2} \frac{1}{\pi D_2}$

$$D_i = k_1 + k_2 \cdot \sqrt[3]{\frac{p \cdot P_{mi}}{\lambda \cdot n}} \quad \text{mit} \begin{cases} k_1 = 0.06 \dots 0.08 \text{ m} \\ k_2 = 0.42 \dots 0.485 \frac{\text{m}}{\sqrt[3]{\text{kW min}}} \end{cases}$$

8.3.3. Bestimmung des Innendurchmessers Drehfeldmaschine

$$C = \frac{\pi^2}{\sqrt{2}} \cdot \overline{A}_1 \cdot \hat{B}_{\delta(1)} \cdot \xi_{1(1)}$$

$$\overline{A}_1 = \frac{I_1 \cdot 2w_1 \cdot m}{\pi \cdot D_{\delta}}$$

$$D_i = \sqrt[3]{\frac{2p \cdot P_{SN}}{\lambda \pi \cdot C \cdot n_s}}$$

8.3.4. Bestimmung des Außendurchmessers

$$D_{a,\mathrm{max}} = D_i + \frac{2.5 \cdot \overline{A}_1}{s_1 \kappa_{N1} \cdot \left(1 - \frac{\hat{B}_{\delta(1)}}{B_{Z1,\mathrm{max}}}\right)} + \frac{\hat{B}_{\delta(1)} \cdot \tau_p}{B_{J1,\mathrm{max}}}$$

8.4. Wicklungsschemata

$$N=2\cdot m\cdot p\cdot q=2p\cdot Q$$

Schleifringläufer Käfigläufer

 $q_2 = q_1 \pm 1$ $N_2 = N_1 \pm 4p$

8.4.1. Grundbegriffe (vgl. Skript S. 52 . . . 55)

Wicklungsschritt (Spulenweite in Stabzahlen) Schaltschritt (Abstand Oberstab zu Unterstab) y_2 Gesamtschritt [1] y_{ges} Gangzahl m_{q} [1] Zahl der Spulenseiten je Nut zueinander [1] Zahl paralleler Ankerstromzweige $2 \cdot Z_{nS}$

$$y_1 \approx \frac{Z_K}{2p}$$

 $W_{Sp} = \frac{y_1}{y_1}$

Schleifenwicklung

 $y_{\sf ges} = y_1 - y_2$ Grundform Schleife, aufeinanderfolgende Spulen unter gleichem Polpaar.

Symmetriebedingungen ungekreuzt gekreuzt

 $\frac{N}{p}, \frac{Z_K}{p} \in \mathbb{Z}$ $y_1 > y_2 \; (y_{\mathsf{ges}} > 0)$ $y_1 < y_2 \ (y_{ges} < 0)$

Wellenwicklung

 $y_{\rm ges} = y_1 + y_2 = \frac{Z_K \mp m_g}{-}$

 $y_{\sf ges} = y_1 + y_2 = \frac{}{p}$ Grundform Welle, aufeinanderfolgende Spulen unter Nachbarpolpaaren.

Symmetriebedingungen ungekreuzt

gekreuzt

8.4.2. Wichtige Formeln

$$\begin{split} w_1 &= \frac{2p \cdot q \cdot Z_N}{\text{Anzahl der Schichten} \cdot a} = \frac{N \cdot Z_N}{\text{Anzahl der Schichten} \cdot m \cdot a} \\ &= \frac{\sqrt{2} \cdot U_1}{2\pi \cdot f_{1N} \cdot \xi_{SZ(1)} \cdot \hat{\Phi}_{\delta(1)}} \\ &= Z_N \end{split}$$

$$\hat{\Phi}_{\delta(1)} = \frac{2}{\pi} \cdot \hat{B}_{\delta(1)} \cdot \tau_p \cdot l_i \qquad \qquad \frac{U_1}{U_2} = \frac{w_2 \cdot \xi_{2(1)}}{w_1 \cdot \xi_{1(1)}}$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{w_2 \cdot \xi_{2(1)}}{w_1 \cdot \xi_{1(1)}}$$

8.4.3. Symmetriebedingungen

Zeigerwinkel Strangwinkel

[rad] α_Z [rad] $lpha_{\mathsf{Str}}$

Erste Symmetriebedingung gleiche Spulenzahl je Strang

Einschichtwicklung Zweischichtwicklung

Zweite Symmetriebedingung α_{Str} ganzzahliges Vielfaches von α_{Z}

$$\alpha_Z = \frac{2\pi}{N} \cdot t, \quad t = \operatorname{ggT} \left\{ N, p \right\}$$

normale Mehrphasensysteme $\alpha_{\mathsf{Str}} = \frac{2\pi}{m} \, \frac{\alpha_{\mathsf{Str}}}{\alpha Z} = \frac{N}{m \cdot t} \in \mathbb{N}$ reduzierte Mehrphasensysteme $\alpha_{\mathsf{Str}} = \frac{\pi}{m} \, \frac{\alpha_{\mathsf{Str}}}{\alpha Z} = \frac{N}{2 \cdot m \cdot t} \in \mathbb{N}$

8.4.4. Nutstern

Nutstern

- 1. Zeichne Zeigerkreis mit $N' = \frac{N}{t}$ Zeigerstrahlen (Abstand α_Z)
- 2. Beschriftung der Strahlen: 1 setzen und mit Zahlen von 2 bis N'beschriften (Zwischen den Zeigern $\frac{p}{t} - 1$ freilassen)
- 3. t Zeiger pro Zeigerstrahl und Schicht (Richtung: + außen, in-
- 4. Zeigern einzeichnen nach Nutbelegungsplan
- 5. Wiederhole Schritte 3 und 4 t mal

8.4.5. Wicklungsfaktor (vgl. 4.4) (vgl. Ü2, Skript S. 64 . . . 70, 93) $W_{Sp}(absolut)$ Rückleiter der Oberschicht um diesen Wert verdreht

 $W_{\mathsf{Sp}}(\mathsf{relativ}) = rac{W_{\mathsf{Sp}}}{ au_n}$ Rückleiter der Oberschicht um diesen

Wert bezogen auf die Polteilung verdreht

$$\xi_{SZ(\nu)} = \xi_{Z(\nu)} \cdot \xi_{S(\nu)} = \frac{|Z|}{2 \frac{\mathsf{Spulen}}{\mathsf{Strang}}} = \frac{|Z|}{q \cdot |\mathsf{Zeiger}|}$$

|Z| Länge der resultierenden Strangzeigers (aus Nutstern bestimmen)

1. Vektorielles addieren q Zeigern aus Nutstern mit Zeigernummen 1 bis q mit Abstand ν

 $\xi_{SZ(\nu)}$ graphisch bestimmen

Formel: $|Z|=\sum_{i=0}^{q-1}1+\nu\cdot i$ 2. Bestimme $\xi_{SZ(\nu)}$ über obige Formel

8.4.6. Bruchlochwicklung (vgl. Ü5, Skript S. 71 . . . 75)

Tingleyplan

- 1. Bilde Matrix mit 2p Zeilen und $e \cdot \frac{N}{2n}$ Spalten
- 2. Zeilen abwechselnd mit + und beschriften
- 3. Spalten dritteln und mit U, -W, V für Stränge beschriften
- 4. Links oben 1 eintragen
- 5. e-1 Felder freilassen und Plan mit Zahlen von 2 bis N füllen

Beispiel für zweischichtige Bruchlochwicklung

$$N = 18, p = 4, m = 3, W_{Sp} = 2$$

		U			-W		V		
+	1				2				3
_				4				5	
+			6				7		
_		8				9			
+	10				11				12
_				13				14	
+			15				16		
_		17				18			

Nutbelegungsplan

- 1. Unterschicht mit Tingleyplan erstellen ($+ \triangleq \circ$ und $\triangleq \times$)
- 2. Oberschicht enthält Rückleiter um W_{Sn} verschoben

