一 选择题 (共48分)

1. (本题 3分)(1055)

(B)

2. (本题 3分)(5272)

(A)

3. (本题 3分)(1255)

(B)

4. (本题 3分)(1257)

(D)

5. (本题 3分)(1434)

(D)

6. (本题 3分)(5084)

(D)

7. (本题 3分)(1415)

(A)

8. (本题 3分)(1019)

(D)

9. (本题 3分)(1020)

(C)

10. (本题 3分)(1516)

(C)

11. (本题 3分)(1623)

(C)

12. (本题 3分)(1085)

(D)

13. (本题 3分)(1394)

(B)

14. (本题 3分)(1442)

(D)

15. (本题 3分)(1299)

(B)

16. (本题 3分)(1300)

(D)

二 填空题 (共69分)

17. (本题 5分)(1500)

Q / ε_0 2 分

$\vec{E}_a = 0$， $\vec{E}_b = 5Q\vec{r}_0 / \left(18\pi\varepsilon_0 R^2\right)$ 3 分

18. (本题 5分)(1042)

$-2\varepsilon_0 E_0 / 3$ 3 分

$4\varepsilon_0 E_0 / 3$ 2 分

19. (本题 4分)(1408)

$\lambda /(2\pi\varepsilon_0 r)$ 2 分

$\lambda L/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$ 2 分

20. (本题 4分)(1058)

$-3\sigma / (2\varepsilon_0)$ 1 分

$-\sigma / (2\varepsilon_0)$ 1 分

$\sigma / (2\varepsilon_0)$ 1 分

$3\sigma / (2\varepsilon_0)$ 1 分

21. (本题 5分)(5087)

$\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ 向右 2 分

$\dfrac{3\sigma}{2\varepsilon_0}$ 向右 2 分

$\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ 向左 1 分

22. (本题 3分)(1600)

q / ε_0 1 分

0 1 分

$-q /\varepsilon_0$ 1 分

23. (本题 3分)(1038)

$2RlE$ 3 分

24. (本题 4分)(1499)

$\left(q_2 + q_4\right)/ \varepsilon_0$ 2 分

q_1、q_2、q_3、q_4 2 分

25. (本题 4分)(1194)

$Q / (4\pi\varepsilon_0 R^2)$ 1 分

0 1 分

$Q / (4\pi\varepsilon_0 R)$ 1 分

$Q / (4\pi\varepsilon_0 r_2)$ 1 分

26. (本题 3分)(1592)

$R\sigma / \varepsilon_0$ 3 分

27. (本题 4分)(1176)

0 2 分

$\lambda / (2\varepsilon_0)$ 2 分

28. (本题 4分)(1023)

45 V　　2 分

－15 V　　2 分

29. (本题 4分)(1176)

0　　2 分

$\lambda / (2\varepsilon_0)$　　2 分

30. (本题 5分)(1066)

$\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$　　2 分

单位正电荷在静电场中沿任意闭合路径绕行一周，电场力作功等于零　　2 分

有势（或保守力）　　1 分

31. (本题 3分)(1041)

-2×10^{-7} C　　3 分

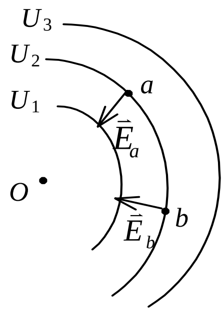
32. (本题 3分)(1273)

$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_0}\right)$$　　3 分

33. (本题 3分)(1177)

答案见图　　2 分

＝　　1 分



34. (本题 3分)(2791)

从上向下　　1 分

$mg / (Ne)$　　2 分

三 计算题 (共62分)

35. (本题 8分)(5090)

解：取坐标 xOy 如图，由对称性可知： $E_x = \int \mathrm{d}E_x = 0$　　2 分

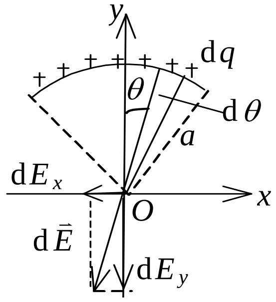
$$\mathrm{d}E_y = \frac{-\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\cos\theta = \frac{-\lambda\,\mathrm{d}l}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\cos\theta$$

$$= \frac{-\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\cos\theta\cdot a\,\mathrm{d}\theta$$　　2 分

$$E_y = \int_{-\frac{1}{2}\theta_0}^{\frac{1}{2}\theta_0}\frac{-\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\cos\theta\,\mathrm{d}\theta$$

$$= \frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}\sin\frac{\theta_0}{2} = \frac{-q}{2\pi\varepsilon_0 a^2\theta_0}\sin\frac{\theta_0}{2}$$

$$\vec{E} = \frac{-q}{2\pi\varepsilon_0 a^2\theta_0}\sin\frac{\theta_0}{2}\,\vec{j}$$　　4 分



36. (本题 8分)(1263)

解： 设 P 点在杆的右边，选取杆的左端为坐标原点 O，x 轴沿杆的方向，如图，并设杆的长度为 L．P 点离杆的端点距离为 d.

在 x 处取一电荷元 $\mathrm{d}q=(q/L)\mathrm{d}x$，它在 P 点产生场强

$$\mathrm{d}E=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0(L+d-x)^2}=\frac{q\,\mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0 L(L+d-x)^2}$$ 3 分

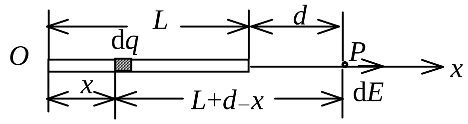
P 点处的总场强为

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 L}\int_0^L\frac{\mathrm{d}x}{(L+d-x)^2}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d(L+d)}$$ 3 分

代入题目所给数据，得

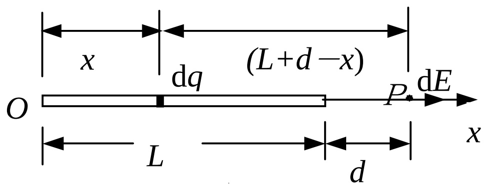
$E=1.8\times10^4$ N/m 1 分

$\vec{E}$ 的方向沿 x 轴正向. 1 分



37. (本题 5分)(1008)

解：设杆的左端为坐标原点 O，x 轴沿直杆方向．带电直杆的电荷线密度为$\lambda=q/L$，在 x 处取一电荷元 $\mathrm{d}q=\lambda\mathrm{d}x=q\mathrm{d}x/L$，它在 P 点的场强：



$$\mathrm{d}E=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0(L+d-x)^2}=\frac{q\,\mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0 L(L+d-x)^2}$$ 2 分

总场强为 $$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 L}\int_0^L\frac{\mathrm{d}x}{(L+d-x)^2}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d(L+d)}$$ 3 分

方向沿 x 轴，即杆的延长线方向.

38. (本题 5分)(1284)

解： 通过 $x=a$ 处平面 1 的电场强度通量

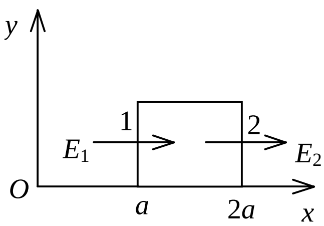
$$\Phi_1=-E_1S_1=-b\,a^3$$ 1 分

通过 $x=2a$ 处平面 2 的电场强度通量

$$\Phi_2=E_2S_2=2b\,a^3$$ 1 分

其它平面的电场强度通量都为零．因而通过该高斯面的总电场强度通量为

$$\Phi=\Phi_1+\Phi_2=2b\,a^3-b\,a^3=b\,a^3=1\ \mathrm{N\cdot m^2/C}$$ 3 分



39. (本题10分)(1653)

解：(1) 球心处的电势为两个同心带电球面各自在球心处产生的电势的叠加，即

$$U_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1}+\frac{q_2}{r_2}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{4\pi r_1^2\sigma}{r_1}-\frac{4\pi r_2^2\sigma}{r_2}\right)$$

$$= \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left(r_1 + r_2\right) \qquad 3\text{分}$$

$$\sigma = \frac{U_0\varepsilon_0}{r_1 + r_2} = 8.85\times10^{-9}\ \mathrm{C/m^2} \qquad 2\text{分}$$

(2) 设外球面上放电后电荷面密度为 σ'，则应有

$$U_0' = \frac{1}{\varepsilon_0}\left(\sigma r_1 + \sigma' r_2\right) = 0$$

即 $$\sigma' = -\frac{r_1}{r_2}\sigma \qquad 2\text{分}$$

外球面上应变成带负电，共应放掉电荷

$$q' = 4\pi r_2^2\left(\sigma - \sigma'\right) = 4\pi r_2^2\sigma\left(1+\frac{r_1}{r_2}\right)$$

$$= 4\pi\sigma r_2\left(r_1 + r_2\right) = 4\pi\varepsilon_0 U_0 r_2 = 6.67\times10^{-9}\ \mathrm{C} \qquad 3\text{分}$$

40. (本题 5分)(1384)

解：球心处总电势应为两个球面电荷分别在球心处产生的电势叠加，即

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1}+\frac{q_2}{r_2}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{4\pi r_1^2\sigma}{r_1}+\frac{4\pi r_2^2\sigma}{r_2}\right) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left(r_1 + r_2\right) \qquad 3\text{分}$$

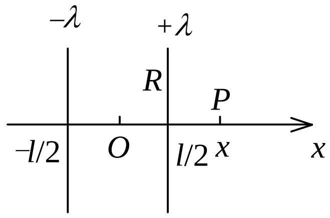
故得 $$\sigma = \frac{\varepsilon_0 U}{r_1 + r_2} = 8.85\times10^{-9}\ \mathrm{C/m^2} \qquad 2\text{分}$$

41. (本题 5分)(1216)

解：设轴线上任意点 P 的坐标为 x，两带电圆环在 P 点产生的电势分别为：

$$U_+ = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0\sqrt{\left(x-l/2\right)^2+R^2}} \qquad 2\text{分}$$

$$U_- = \frac{-\lambda R}{2\varepsilon_0\sqrt{\left(x+l/2\right)^2+R^2}} \qquad 2\text{分}$$



由电势叠加原理，P 点的电势为

$$U=U_+ + U_- = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\sqrt{\left(x-l/2\right)^2+R^2}}-\frac{1}{\sqrt{\left(x+l/2\right)^2+R^2}}\right] \qquad 1\text{分}$$

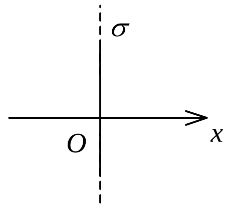
42. (本题 8分)(1024)

解：选坐标原点在带电平面所在处，x 轴垂直于平面．由高斯定理可得场强分布为 $E=\pm\sigma/(2\varepsilon_0)$ 2 分

(式中“＋”对 x＞0 区域，“－”对 x＜0 区域)．平面外任意点 x 处电势：

在 x⩽0 区域

$$U=\int_x^0 E\,\mathrm{d}x=\int_x^0 \frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}\mathrm{d}x=\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}$$ 3 分

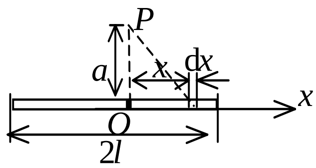


在 x⩾0 区域

$$U=\int_x^0 E\,\mathrm{d}x=\int_x^0 \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\mathrm{d}x=\frac{-\sigma x}{2\varepsilon_0}$$ 3 分

43. (本题 8分)(1598)

解：设坐标原点位于杆中心 O 点，x 轴沿杆的方向，如图所示．杆的电荷线密度$\lambda=q/(2l)$．在 x 处取电荷元 dq．



$\mathrm{d}q=l\mathrm{d}x=q\mathrm{d}x/(2l)$ 它在 P 点产生的电势

$$\mathrm{d}U_P=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{a^2+x^2}}=\frac{q\,\mathrm{d}x}{8\pi\varepsilon_0 l\sqrt{a^2+x^2}}$$ 4 分

整个杆上电荷产生的电势

$$U_P=\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 l}\int_{-l}^{l}\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2+x^2}}=\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 l}\ln\left(x+\sqrt{a^2+x^2}\right)\Big|_{-l}^{l}$$

$$=\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 l}\ln\left[\frac{l+\sqrt{a^2+l^2}}{a}\right]^2=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l}\ln\left[\frac{l+\sqrt{a^2+l^2}}{a}\right]$$ 4 分