

第四次作业

问题叙述：

由于钢水对材料的侵蚀作用，随着使用次数的增加，炼钢厂出钢时所用盛钢水的钢包的容积不断增大。现希望获得增大容积 y 与使用次数 x 之间的函数关系，实测得到如下数据：

使用次数 x	2	3	4	5	6	7	8	9
增大容积 y	6.7	8.2	9.58	9.5	9.7	10	9.96	9.99
使用次数 x	10	11	12	13	14	15	16	
增大容积 y	10.49	10.59	10.6	10.8	10.6	10.9	10.76	

(1) 请用插值方法建立 y 与 x 之间的函数关系，画出散点图和插值函数曲线，从结果说明插值方法是否适合该问题。

(2) 请分别按从 ① $\frac{1}{y} = a + \frac{b}{x}$ 和 ② $y = ae^{\frac{b}{x}}$ 两种形式拟合建立 y 与 x 之间的函数关系，画出散点图和拟合函数曲线，并根据你选定的适当指标判断哪一种形式更好。

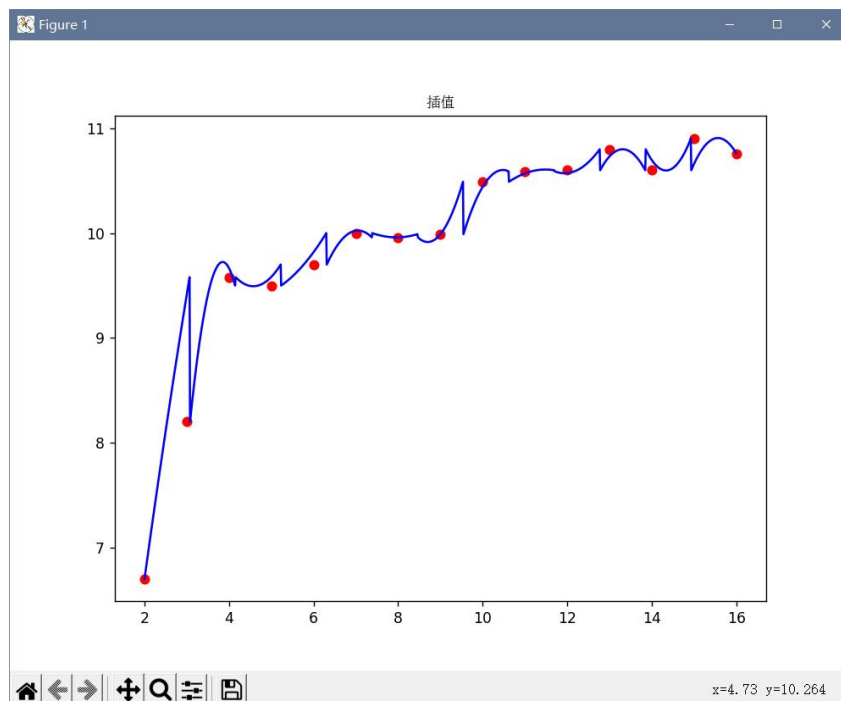
问题分析：本题要求我们分别用插值和拟合的两种方法来分析数据，建立 x 与 y 的关系。对于插值，我使用了拉普拉斯多项式的分段二次插值，对于拟合，使用了最小二乘拟合。

Python 程序：

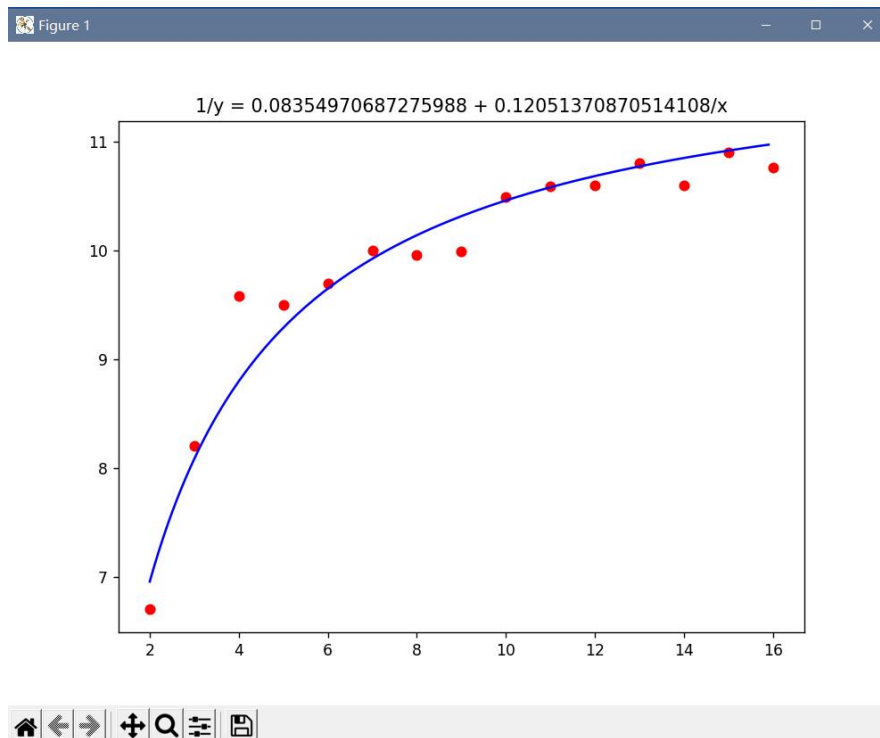
见 py 文件

Python 程序结果：

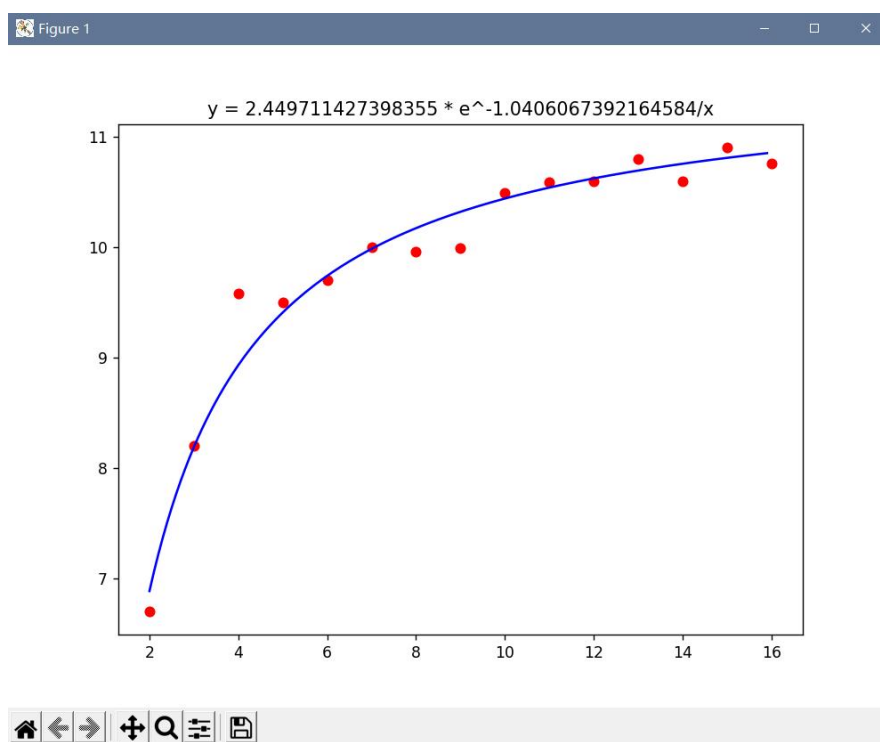
插值曲线：



拟合曲线 1:



拟合曲线 2:



两种拟合的误差:

```
D:\Download\python\python.exe
误差一:0.06688415677670827
误差二:0.045191947620288137

进程已结束,退出代码0
```

对程序结果的分析：

首先，对于第（1）题，使用分段二次插值得出的曲线十分扭曲，且有多处不连续或不可导。显然得出的曲线是无法指导实际生产的。因此插值的方法在这种情况下并不合适。对于第（2）题，分别绘制的两种曲线和数据都较为吻合。计算两种方法的均方误差，分别得到 0.067 和 0.045，因此可以说使用第二种拟合曲线更加合理。