第二章作业

问题叙述：

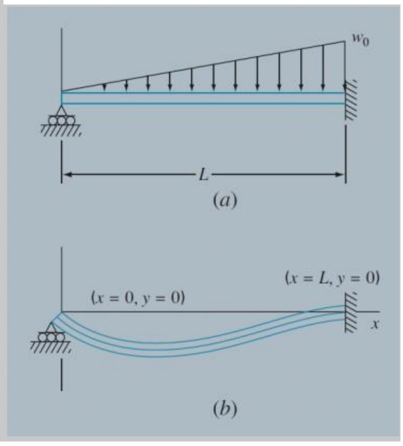
图(a)是载荷为线性分布的均质梁，如图(b)所示，该梁的挠度曲线方程是

$$y=\frac{w_0}{120EIL}\left(-x^5+2L^2x^3-L^4x\right)$$

其中，w_0=2.5kN/cm，E=50000kN/cm^{2}为弹性模量，I=30000cm^{4}为截面惯性矩，L=600cm为杆长。请计算出该杆的最大挠度值。

（提示：杆最大挠度值在满足 $\frac{dy}{dx}=0$ 的x处达到）

要求分别用二分法、试位法、不动点迭代、Newton-Raphson法和割线法求解并对各种方法进行比较。



问题分析：由题意，要求 y 的最大值，需要先求 y 的导函数 y’，再求 y’=0 的根。在这里我使用 python 的 sympy 库求 y 的导函数，再写成函数的形式放入程序中。另外，根据计算分析，x=0 和 600 是 y 的两个根，y 在 0-600 的区间里一直是负的。由于挠度值可看做是绝对值，这里就取了绝对值。

Python 程序：见另附程序文件。

Python 程序结果：

```
D:\Download\python\python.exe D:/库/桌面/作业2/task2.py
二分法求得根为268
二分次数为18
挠度值为0.5
试位法求得根为268
试位次数为52
挠度值为0.5
不动点迭代法求得根为268
迭代次数为11
挠度值为0.5
Newton-Raphson法求得根为268
迭代次数为8
挠度值为0.5
割线法求得根为268
迭代次数为6
挠度值为0.5
```

对计算结果的进一步分析：由上述程序结果可见，5 种方法都能求出结果，但效率和效果各有优劣。效率上看，其中迭代次数最少的是割线法，最多的是试位法。由于试位法在选取迭代根的时候有对函数曲线形状的要求，所以会影响效率。但是割线法虽然速度快，但是由于可能会出现发散的情况，所以也需要在使用时周到考虑。另外，对于 Newton-Raphson 法和割线法，当初始值设定成 1（或 0 和 1）时，都会出现求不出所得根的情况，所得结果是 599

或 600，如下图所示。

而当把初始值设定成大于等于 80 以后，就能够正确求出根来。这或许是因为产生了振荡或满收敛的情况，使得算法跳过了 268 这个根而直接到了 600。要解决这一问题，可以将最终的估计根代入原始函数中检查 f(x)是否为 0，防止由于收敛很慢或振荡收敛导致很小的 εa 但根却离真实根仍然很远。也可以在开始时先确定好函数根的大致区间，给出合适的初始值，也能有效避免。