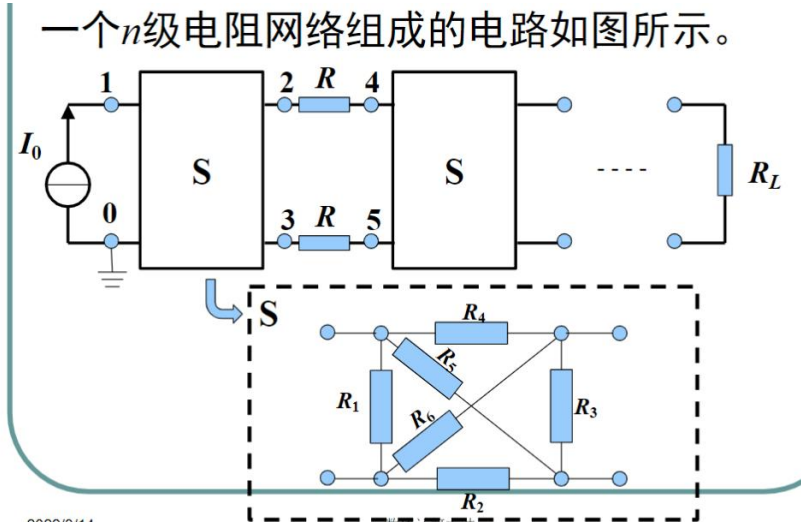


第三章作业

一、问题叙述

一个 n 级电阻网络组成的电路如图所示。



图中， I_0 为恒流源，所有电阻阻值为 R ，当 $n \geq 1$ 时，节点数为 $4n$ 。(1) 由欧姆定律和基尔霍夫定律建立求解各节点电势 V_i 的线性代数方程组。(2) 若 $I_0=1A$ ， $R=1\Omega$ 。请确定 $n=1 \sim 5$ 时，每个节点的电势 V_i ，请用不同方法求解并进行对比。

二、问题分析

在创建模型阶段，有如下规律，在通过 $n=2$ 创建 $n=3$ 的方程时，只需要把最后两行的 2 变成 1，在最后两行两列的后面分别加上两个单位矩阵，再在右下角加上一个矩阵即可，如图所示。

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{ccccccc} 1 & 1 & -4 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -4 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & -4 \end{array} \right] \\
 n=3 & \left[\begin{array}{ccccccc} -3 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -4 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -4 & 2 \end{array} \right] \\
 & \begin{array}{cc} \boxed{\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array}} & \boxed{\begin{array}{ccc} 1 & 0 & \\ -4 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -4 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -4 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & -4 \end{array}}
 \end{array}
 \end{aligned}$$

其他以此类推。

三、代码结果

本次作业使用了高斯消去法、GS 迭代法和列主元消去法。程序运行结果如下。

```
n=1:
高斯消去法的解为: [0.5  0.25 0.25]
GS迭代法方程的解是 [0.5  0.25 0.25]
列主元消去法的解为 [0.   0.167 0.25 ]

n=2:
高斯消去法的解为: [0.5  0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25]
GS迭代法方程的解是 [0.5  0.25 0.25 0.249 0.249 0.249 0.249]
列主元消去法的解为 [0.   0.   0.   0.   0.   0.167 0.2 ]

n=3:
高斯消去法的解为: [0.5  0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25]
GS迭代法方程的解是 [0.5  0.249 0.249 0.249 0.249 0.249 0.249 0.248 0.248 0.248]
列主元消去法的解为 [0.   0.   0.   0.   0.   0.333 0.2 ]

n=4:
高斯消去法的解为: [0.5  0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25]
GS迭代法方程的解是 [0.499 0.249 0.249 0.248 0.248 0.248 0.248 0.247 0.247 0.247 0.247 0.247 0.247 0.247]
列主元消去法的解为 [0.   0.   0.   0.   0.   0.   0.   0.   0.   0.   0.   0.   0.   0.111]

n=5:
高斯消去法的解为: [0.5  0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25]
GS迭代法方程的解是 [0.333 0.083 0.104 0.021 0.031 0.013 0.016 0.003 0.005 0.002 0.003 0.001 0.001 0.   0.]
列主元消去法的解为 [0.   0.   0.   0.   0.   0.   0.   0.   0.   0.   0.   0.   0.   0.091]
```

四、结果分析

比较高斯消去法和 GS 迭代法以及他们的运行时间，可以看出，高斯消去法虽然效率较低，但是准确度更高；GS 迭代法速度快，效率高，但是求出的结果不是十分精准。列主元消去法求不出正确结果。