# Mathematische Knobeleien

#### Problemsammlung

Mathematik - Verständlich gemacht!\*

23. März 2023

In diesem Dokument werden die Problemstellungen aus den Mathematischen Knobeleien" gesammelt. Lösungen, Ergänzungen und Quellenangaben finden sich in den einzelnen Dateien zu den Knobeleien.

### Problem 1 - Gezinkte Würfel

Zwei Würfel werden gezinkt. Beim ersten Würfel steigt die Wahrscheinlichkeit, eine 1 zu werfen, auf  $\frac{1}{5}$ ; beim zweiten Würfel steigt hingegen die Wahrscheinlichkeit, eine 6 zu werfen, auf  $\frac{1}{5}$ .

Um wie viel ändert sich die Wahrscheinlichkeit im Vergleich mit zwei fairen Würfeln, mit den gezinkten Würfeln die Augensumme 7 zu werfen?

### Problem 2 - Logische Logarithmen

Es seien  $a, b, c \in (0, \infty) \setminus \{1\}$ . Bestimme den Wert von

$$x = \frac{1}{1 + \log_a(bc)} + \frac{1}{1 + \log_b(ac)} + \frac{1}{1 + \log_c(ab)}.$$

## Problem 3 - Ein Dreieck im Trapez

Es sei T := ABCD ein gleichschenkliges Trapez mit den Seiten<sup>1</sup> a := AB, b := BC, c := CD und d := DA. Seine Höhe bezeichnen wir mit  $h_T$ . Nun ziehen wir die beiden Diagonalen AC und DB ein und bezeichnen ihren Schnittpunkt mit S. Von C und D fällen wir jeweils das Lot auf a; die entstehenden Schnittpunkte nennen wir  $S_C$  bzw.  $S_D$ . Es entsteht ein Dreieck  $\Delta := S_D S_C S$ . Bestimme den Flächeninhalt von  $\Delta$ .

 $<sup>^*</sup>$ Email: kontakt@mschulte-mathematik.ruhr

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Wir identifizieren Seitennamen mit ihren Längen.