

论文题目：飞控硬件平台设计及导航算法研究

学科名称：控制工程

研 究 生：马雪卉

签 名：马雪卉

指导老师：张晓晖 教授

签 名：张晓晖

刘 康 总工

签 名：刘康

摘 要

微小型无人机具有小型化、低成本等优点，在军事领域和民用领域获得了广泛应用。越来越多的场合对其定位和导航能力提出了要求，因此有必要对微小型无人机的导航技术进行研究。

本文首先自主设计了基于 ZYNQ-7000 和微机电系统传感器的低成本微小型无人机飞控硬件平台，为提高复杂算法的执行效率和实时性，在该硬件平台上设计了基于 QNX 实时操作系统的软件结构。其次，为减小传感器存在的系统误差对导航算法性能的干扰，研究了相应的误差补偿算法校准各个传感器：用静置法校准三轴陀螺仪；用六面校准法校准三轴加速度计；用椭球拟合算法和在线学习法校准三轴磁力计。为降低传感器噪声的干扰，使用相应的滤波算法对传感器进行滤波处理：用均值滤波处理三轴陀螺仪、三轴加速度计；用滑动窗口滤波处理空速计；用一阶低通滤波处理气压计。最后，本文重点研究了微小型无人机的导航算法。该部分首先在自主设计的飞控电路板上实现了基于互补滤波的姿态解算算法，用 GPS 接收的速度和经纬度作为导航结果，而后实现了基于扩展卡尔曼滤波的多传感器数据融合算法，该算法融合了陀螺仪、加速度计、磁力计、空速计、气压计和 GPS 的信息，计算出飞行器的姿态、速度和位置。该算法在 GPS 失锁时，仍然能够得到较好的导航信息。

经过对所设计的飞控实验平台的实际飞行测试，基于扩展卡尔曼滤波的数据融合算法能够稳定实时的计算出飞行器的导航信息，将该算法用于航点跟踪任务时能够良好的完成任务，验证了算法的有效性、实用性，以及所设计的飞控硬件实验平台的可靠性。

关键字：微小型无人机；互补滤波；扩展卡尔曼滤波；数据融合

**Title: Design for Flight Control Platform and Research on Navigation
Algorithm**

Major: Control Engineering

Name: Ma Xuehui

Signature: Ma Xuehui

Supervisor: Prof. Zhang Xiaohui

Signature: Zhang Xiaohui

Prof. Liu Kang

Signature: Liu Kang

Abstract

The micro unmanned aerial vehicle (UAV) has been widely applied in military and civilian due to its advantages of small size and low price. The recent applications of UAV require better ability of position and navigation from UAV, and further research on navigation technology should be made.

Firstly, a low cost flight control platform, which integrated ZYNQ-7000 and MEMS sensors, is developed in this paper. The software core is based on a real time operating system on this platform, which can improve the execution efficiency and real-time performance of complex algorithm. Secondly, the algorithm of error compensation is carried out to calibrate the sensors used in this paper, so as to achieve navigation algorithm with higher accuracy. The three-axis gyroscope is calibrated by leaving the gyroscope standing; The three-axis acceleration is calibrated using the six plane calibration method; The three-axis magnetometer is calibrated using ellipsoid fitting and online learning method. Filters are used to reduce the noise of sensors used in this study: mean filter is used to reduce the noise of three-axis gyroscope and three-axis acceleration; sliding window filter is used to reduce the noise caused by the airspeed meter; first order low pass filter is used to the noise caused by the barometer. Finally, this paper focuses on the algorithm of navigation in micro UAV. The algorithm of attitude calculation based on the complementary filtering is applied on the platform. The velocity and the position received from GPS is used to show the performance of the navigation algorithm. The algorithm employs the extended Kalman filter which fuses measurements from the sensors including gyroscope, acceleration, magnetometer, airspeed meter and barometer. The algorithm bears the advantage of high robustness, and if the GPS information is lost, navigation can be still available in this

1 绪论

1.1 研究背景及意义

无人航空器 (Unmanned aerial vehicle, UAV), 又称无人机, 是一种无需机载操作人员的、使用空气动力的飞行器, 它可以由机载计算机自动驾驶或者由地面站通过无线通信进行远程操作。

按照欧洲无人机系统协会的综合分类^[1], 无人机可以分为微型无人机、小型无人机、战术型无人机、战略型无人机和特殊任务型无人机。微、小型无人机具有体积小、结构紧凑、易于控制、机动性能出色、噪声低、隐蔽性好、安全性高等特点。军事上可用于战场侦查、敌情监视、情报获取、自杀式袭击等。民用领域包括科学研究、公共安全事务、农药喷洒、短距离运输、航空测绘、灾难救援、交通流量监控等。可见微小型无人机可以执行许多复杂危险的任务, 而且不会造成巨大的经济压力和人员伤亡, 无论是在军事领域还是在民用领域, 都有不可替代的位置, 具有非常好的市场前景和开发价值。

导航系统是无人机最重要的组成部分之一。导航算法用于测量无人机的姿态、速度和位置信息, 为无人机飞行控制与完成任务提供准确可靠的信息。导航按照技术手段可分为天文导航、多普勒导航、卫星导航、无线电导航、惯性导航。惯性导航是建立在牛顿力学基础上的, 由惯性元件陀螺仪和加速度计测量物体的角速度和加速度, 从而获得运动物体的姿态、速度和位置等导航参数, 是一种自主式导航技术^[2]。惯性导航技术产生于稳定平台技术, 通过将惯性器件安装在一个稳定的平台上, 与载体的转动进行隔离来实现对运载体运动数据的收集和导航功能。捷联惯性导航技术是将惯性器件固定在载体上, 除去了平台系统复杂而庞大的平台机械结构。这种方法的好处是它的成本低、尺寸小, 可以安装到小型飞行器上。但是实现捷联惯性导航技术, 需要能够测量高转速的器件, 对无人机的硬件性能提出了更高的要求。

传统的微小型无人机单纯依靠卫星定位系统获取位置信息, 但在遇到信号遮挡时, 就会出现定位失败。新近发展起来的微机电系统 (Micro-Electro-Mechanical System, MEMS) 使得大量的 MEMS 惯性器件出现且迅速发展。组合导航技术^[3]使得基于多传感器、利用计算机技术对不同导航信息进行综合处理的导航技术的实现成为可能。使用低成本的 MEMS 惯性传感器 (陀螺仪和加速度计)、磁力计、气压计和空速计, 将多传感器数据和 GPS 接收数据进行数据融合。但是低成本的 MEMS 传感器有限的精度和现存的飞控硬件平台有限的运算能力, 限制了上述方法的发展, 以致很多现存的飞控硬件平台只做了姿态测量, 只使用了卫星导航确定飞行器的位置。

以前无人机大多是地面人员在视距范围内进行遥控飞行或进行第一人称主视角 (First person view, FPV) 飞行, 对无人机自主导航的能力要求不高。但是近年来, 由于微小型无人机在军用和民用领域的应用范围在不断扩大, 需要无人机在复杂环境下进行自主导航, 所以对无人机的自主导航定位能力提出了要求。此外, 基于多传感器数据信息融合的

导航技术的实现,亦有赖于能高效处理多组传感器信息的导航算法,如何处理传感器信息,从多组具有耦合特征的数据中计算出实现导航所需的飞行姿态等信息,同时确保导航算法在实际操作中能稳定及时的适应实际飞行环境,为飞行过程提供可靠的导航条件,是导航算法需要解决的问题。所以必须针对微小型无人机的导航算法进行深入研究,使其能够获得连续可靠的导航信息,以保证无人机飞行的安全、稳定。

本文以微小型无人机的导航系统为研究对象,设计了具有多 MEMS 传感器的飞控硬件平台,传感器包括 MEMS 惯性传感器(陀螺仪和加速度计)、磁力计、空速计、气压计,另外还包括 GPS 接收器。为避免由于 MEMS 传感器存在系统误差和噪声对导航计算的干扰,对每个传感器的测量数据进行了误差补偿和滤波处理。基于所设计的飞控硬件平台,重点研究了导航算法,包括基于互补滤波的姿态解算算法和基于扩展卡尔曼滤波的多传感器数据融合算法,实现了无人机在飞行过程中对其姿态、速度和位置的实时测量。本文在所设计的飞控硬件平台上实现了这两种算法,并设计实验验证了算法的正确性。

1.2 国内外研究现状

1.2.1 微小型无人机研究现状

目前,各无人机厂商已陆续推出了多款尺寸、性能各异的微小型无人机,根据飞行原理和气动布局的不同可将其分为如下几类:

(1) 固定翼式:此类微小型无人机需要借助外力进行起飞。如俄罗斯 Unmanned Systems Technology 公司的 Penguin,该款无人机用于长距离飞行,大范围搜索。Aurora Flight Science 公司的 Switchblade 无人机可以将副翼和尾翼进行折叠,机体可以放置到弹射桶里,无人机被弹射出来后可以自动展开机翼和尾翼平稳飞行。德国 EMT Penzberg 公司的 LUNA 无人机适用于各种不同的恶劣环境,如有风、雨雪、气流、海洋、陆地、山区等。美国 Prioria Robotic 公司的 Maveric 无人机重量极轻,可以折叠放入桶袋中,便于士兵在军事应用中携带。还有 AeroVironment 公司的 RQ-11B Raven,它具有快速部署和大机动的特点,多用于军事上的低空侦查和情报侦查。

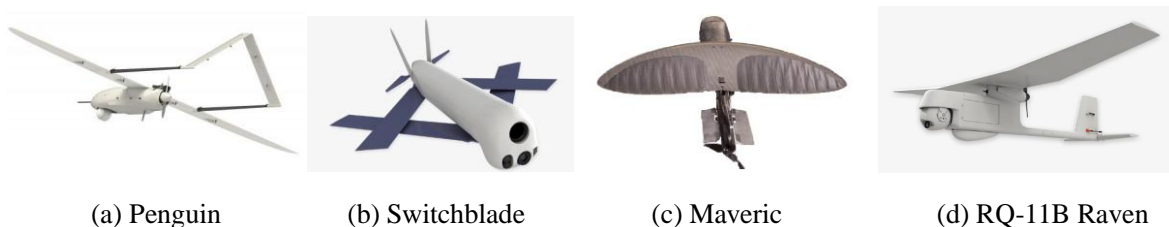


图 1-1 固定翼式微小型无人机

Figure 1-1 Fixed-wing Micro UAV

(2) 旋翼式:此类机型依靠单个或多个旋转翼产生的动力飞行,可以实现垂直起落和悬停。如德国 microdrone 公司的 MD4-3000 四旋翼、德国 EMT Penzberg 公司的 MUSECO 直升机、挪威 Prox Dynamics 公司的 Black Hornet Nano 微型侦察直升机、Aibot 公司的 X6 六旋翼、法国 Parrot 公司的 AR Drone、MIT 的 Quadro-copter、宾夕法尼亚大学的微型四

轴飞行器。



图 1-2 旋翼式微型无人机

Figure 1-2 Rotor Micro UAV

(3) 扑翼式：是指像鸟一样通过机翼主动运动产生升力和前行力的飞行器，又称振翼机。如加利福尼亚工学院研究的“蜂鸟”微型扑翼机、德国 FESTO 公司的 SmartBird 仿生鸟扑翼机和 eMotion 仿生蝴蝶扑翼机、荷兰代尔夫特科技大学的 DelFly Explorer、纽约大学的 Flying Jellyfish、Aero Vironment 公司的 Microba 等。



图 1-3 扑翼式微型无人机

Figure 1-3 Flapping wing Micro UAV

近年来国内的微型无人机也正处于快速发展阶段，大疆（DJI）、Aircraft、零度智控（ZERO Tech）和 SIGMA 等无人机公司在近年内相继推出了多款专业级别的多旋翼和固定翼无人机产品。与此同时，北京航空航天大学^{[4][5][6]}、南京航空航天大学^{[7][8][9][10]}、西北工业大学^{[11][12][13][14]}、国防科技大学^{[15][16][17]}和浙江大学^{[18][19][20]}等高校也都自主研发了多款微型无人机。

微型无人机的应用范围不断扩大，带动了微型无人机市场的发展，目前市面上涌现了一批具有代表性的飞控硬件。国外知名飞控有最流行的基于 Arduino Mega Platform 的 ArduPilot Mega、苏黎世联邦理工大学与 APM 开源小组联合开发的 Pixhawk、最早的开源飞控法国 MWC 飞控等。国内知名飞控有大疆的多旋翼 A3 飞控、成都纵横的工业级飞控 NP-100、零度智控的 YS 系列自驾仪等。以上介绍的这些飞控硬件，它们所使用的主控芯片都是 CortexM3/M4 内核的低成本控制器，这一类的控制器主频一般不超过 180MHz，内置 Flash 和 RAM 空间比较小，不可以做导航算法中的高维矩阵运算。所以这类平台，由于其硬件的限制只能做简单的姿态解算、飞行控制，只是用 GPS 来获得飞机的位置进行定位进行航点跟踪控制。

但是随之无人机技术的发展，使得无人机在降低成本的同时，又能够增加更多智能化功能。比如可以做精度更高的导航定位技术，在飞控上集成基于视觉的导航技术做目标跟踪，实现多个无人机的编队飞行和协同作战等。这些应用上的需求，给低成本飞控硬件带来了新的发展机遇，同时也带来了大的挑战。这些需求就需要我们能够设计出计算性能更

高、外围扩展资源更为丰富的硬件，同时在算法研究方面，不仅要考虑到算法的创新性，还要考虑到在实际应用过程中，算法的可操作性和实用性。

1.2.2 微小型无人机导航算法研究现状

随着导航技术的发展，产生了能够适用于不同运载体和运动环境的导航系统，例如全球卫星定位系统、天文导航系统、多普勒导航系统、无线电导航系统和惯性导航系统^[21]。全球卫星导航系统的优点是精度高、成本低，导航误差不随时间积累，缺点是数据更新速率低且信号容易被遮挡或者受到干扰。天文导航系统的优点是自主性和保密性强，缺点是容易受到气象条件和观测时间的限制。多普勒导航系统的优点是不受气候和地区的限制，缺点是它的原理是使用了航位推算，误差会随时间积累。无线电导航系统的优点是不受时间的影响，但是缺点是它的作用范围受基站覆盖区域的限制。惯性导航系统的优点是自主性强，不受外界环境的干扰，在短时间内精度比较高，缺点是它的误差会随时间积累。所以每一种导航系统都有它自己的优点和缺点。

目前，随着各类应用场合对无人机在复杂环境下自主导航定位的要求的提高，单一的导航系统已经无法满足需求，所以需要可靠的方法将多种导航系统组合到一起，通过融合多种信息源的数据来提高无人机的导航精度和导航的可靠性。在实际研究和应用的过程中发现惯性导航由于其自身的优势成为组合导航必备的子系统，只需要将惯性导航和其他导航系统配合使用，用外部观测量对惯性导航的误差进行修正，就可以满足长时间导航的需求。

在导航系统最常用的信息融合方法是使用卡尔曼滤波^{[22][23][24]}对多个来源的数据进行数据融合。对于一个具有高斯分布的噪声的线性系统，可以直接使用标准卡尔曼滤波得到状态的最优估计。而对于一个非线性系统，就需要将系统模型中的非线性部分线性化处理。对于一个导航系统，线性化后将会引入较大的误差，这将会导致结果的发散。因此，需要研究如何建立系统非线性模型和非线性滤波算法，这对提高导航的精度有重要意义。常用的非线性滤波算法有：基于函数线性化的扩展卡尔曼滤波（Extended Kalman Filter, EKF）^{[25][26]}、基于确定性采样的无迹卡尔曼滤波（Unscented Kalman Filter, UKF）^{[27][28]}与基于蒙特卡罗法的粒子滤波（Particle Filter, PF）^[29]。

扩展卡尔曼滤波的原理是在状态估计值处对该点进行泰勒展开只保留一阶项，然后使用标准的卡尔曼滤波进行递推，所以该算法具有较强的实用性。扩展卡尔曼滤波的局限性主要体现在将非线性函数一阶线性化精度较低的问题上，为了提高扩展卡尔曼滤波的性能，一些学者提出了改进的方法，例如高阶扩展卡尔曼滤波^[30]，它是通过保留泰勒展开的高阶项来提高线性化的精度，但是这样就会增加计算的复杂度。例如还有迭代扩展卡尔曼滤波^{[31][32]}，它是在一个滤波周期内，通过再次线性化更新后的状态来提高估计的精度，这种方法在实际场合中是无法应用的。

无迹卡尔曼滤波也是基于标准的卡尔曼滤波，它是使用无迹变化来取代局部的线性

化。用这种方法捕获到的后验均值与协方差可以精确到泰勒展开式的三阶或更高阶项。和扩展卡尔曼滤波相比,无迹卡尔曼滤波能够更好的解决非线性问题,提高导航精度,但是相应的随着状态个数的增加,无迹卡尔曼滤波的计算量也迅速增加,在实际应用的过程中需要考虑到实时性问题。

粒子滤波是基于蒙特卡洛方法,通过寻找一组在状态空间传播的随机样本对概率密度函数进行近似,以样本均值代替积分运算,从而获得状态最小方差分布。由于是利用粒子集来表示概率,可以用在任何形式的状态空间模型上。该方法在处理非高斯、非线性条件下的状态估计问题时具有明显的优势。但是由于它存在很多问题,例如粒子退化、计算量大、实时性差等问题,所以在导航算法中应用难度很大^{【33】【34】}。

此外,随着人工智能的快速发展,神经网络开始被用于 GPS 失锁时的导航信息融合,R. Sharaf 等^{【35】}与 T. C. Liu 等^{【36】}利用 RBF 神经网络,在 GPS 失锁时对捷联惯导计算结果误差进行预测,提高了在 GPS 失锁时导航系统的导航精度。M. Malleswaran 等^{【37】}与 K. W. Chiang 等^{【38】}利用 BP 神经网络,在 GPS 失锁时对捷联惯导计算结果误差进行预测,提高 GPS 信号丢失时的导航精度。虽然使用人工智能的方法能够很好的解决一些问题,但实际应用中,它们存在实时性差、算法精度依赖于训练样本等问题。

1.3 本文的研究内容与章节安排

针对微小型无人机飞行控制系统的国内外研究现状,本文旨在开发一个能够较好的应用于微小型无人机的导航系统,为微小型无人机提供导航信息。本文的重点是设计一块计算性能高并且具有多传感器的飞行控制板和研究基于多传感器的微小型无人机的导航算法,能够为微小型无人机高效完成任务做好基础。

本文首先根据导航算法需求设计了多传感器的飞行控制电路板,完成了对飞行控制硬件电路板的调试。然后对传感器进行数据预处理,包括对陀螺仪、加速度计、磁力计、空速计和气压计的误差补偿校准和噪声滤波。在所设计的飞行控制硬件电路板上,分别实现了基于互补滤波的姿态解算算法和基于扩展卡尔曼滤波的多传感器数据融合算法。最后将该飞控硬件电路板和导航算法用于航点跟踪实验,验证导航算法的正确性和所设计的飞控硬件电路的实用性。

本文的内容安排如下:

第一章,主要介绍了本文的研究背景及意义,微小型无人机的飞行控制平台的国内外研究状况,以及未来的发展趋势。介绍了本文的主要研究内容和章节安排。

第二章,介绍了飞行实验使用模型的选择、飞行控制系统的硬件电路板设计和软件平台设计。由于固定翼航模飞机载重大、续航时间长,选用固定翼航模飞机作为实验机型。飞控硬件电路主要包括主控芯片和传感器的选型和整体电路设计,还考虑到电路板的功耗问题。软件采用了 QNX 实时操作系统,在这个软件平台上测试了飞行控制板的运算性能。

第三章，对所设计的飞控硬件中各个传感器进行了介绍，其中有三轴陀螺仪，三轴加速度计，三轴磁力计，空速计，气压计。由于这些 MEMS 传感器测量存在的系统误差和噪声对导航计算结果产生很大的干扰，所以需要对这些传感器进行误差补偿校准来消除测量的系统误差，使用滤波器滤除部分测量噪声。

第四章，重点研究了导航算法。一种方法是使用互补滤波算法解算出飞行器的姿态，使用 GPS 来获得飞行器的速度和位置信息。另一种方法是使用基于扩展卡尔曼滤波的多传感器数据融合算法，该算法是使用扩展卡尔曼滤波融合了惯性传感器（陀螺仪和加速度计）、磁力计、空速计、气压计、GPS 等多个来源的数据，得到飞行器的姿态、速度、位置信息。最后将导航算法和飞控硬件用于航点跟踪实验。

第五章，总结与展望，分析总结了本课题研究的主要内容和存在的不足，对内容进行展望。

2 飞行控制实验平台设计

本章介绍飞行控制实验平台的设计。由于固定翼飞机载重大、飞行时间长、速度快、灵活性好，非常适用于做导航算法的实验与研究。根据导航算法对计算性能的要求设计了计算能力强，并且有多传感器的飞行控制控硬件电路。为了保证算法的实时性并且能够更好地处理多个复杂任务，选用了 QNX 实时操作系统。

2.1 固定翼飞行器

固定翼飞行器是靠螺旋桨或者涡轮发动机产生的推力作为飞机向前飞行的动力，主要的升力来自机翼与空气的相对运动。固定翼飞行器具有很多优点，它的巡航面积大，飞行高度高，飞行速度快，也可以做大机动动作，因此能采集到更全面的目标对象的数据。同时，固定翼飞行器的载重大，可将实验飞控电路板放入仓内进行挂飞实验。它的续航时间长，方便采集到足够量的飞行实验数据。

本文选用的是如图 2-1 所示的固定翼无人机，型号是天捷力 X-UAV，机体使用的是 EPO 泡沫，内部有碳杆做支撑，动力是电力驱动。



图 2-1 天捷力 X-UAV
Figure 2-1 Tianjieli X-UAV

整机参数如表 2-1 所示：

表 2-1 整机参数
Table 2-1 Parameter of the X-UAV

材料	EPO 泡沫	
翼面积	54.5	dm ²
翼展	1718	mm
翼载荷	55~66	g/dm ²
推力	3000	g
飞行重量	2500~3000	g
机身长度	1100	mm

动力系统的参数如表 2-2 所示:

表 2-2 动力系统的参数

Table 2-2 Parameter of the X-UAV dynamic system

电机	2820 KV1100	
电池	14.8V	Li-polymer
电调	70	A
桨叶尺寸	9	寸
舵机	9g (V 尾) 和 17g (机翼)	g
空机重量	1050	g
尾翼碳杆	6 (外径) ×4 (内径)	
副翼碳杆	10 (外径) ×8 (内径)	

2.2 飞控硬件电路设计

2.2.1 硬件电路设计需求

目前常见的低成本小型飞控电路板,使用的是 AVR 单片机或基于 ARM Cortex 内核的微控制器,它们的缺点是矩阵运算能力和浮点运算能力有限。在面对复杂的导航算法的时,它的实时性就会受到严重的影响。考虑到后续研究,在设计的飞控硬件电路上需要留有一些扩展口,方便进一步的算法的优化和功能的增加。总结一下,设计的飞控硬件板需要满足下面的几个要求:

(1) 微小型无人机的主要特点就是体积小、重量轻、灵活性大,相应的飞控硬件应该符合体积小,重量轻,功耗低的要求。

(2) 本文要求主控制器能够满足导航算法对运算能力的要求,所选择的控制器应该具有符合要求的运算能力和处理速度。最好可以运行实时操作系统,能够保证多任务下算法的实时性。

(3) 由于需要完成飞行控制的功能,并且做多传感器的数据融合,要求要有丰富的外设接口。

(4) 考虑到后续的研究工作,需要在硬件上留有足够的扩展接口。

(5) 在选择传感器和其他的模块时,需要考虑到性能和成本的问题。

2.2.2 主控制器和传感器选型

为了满足算法的运算要求,并且需要丰富的外设接口,主控制器选用的是 Xilinx Zynq-7000 All Programmable SoC XC7Z010。

Zynq-7000 系列使用 SoC 技术将 ARM 处理器和 FPGA 架构紧密结合,拥有两颗 ARM CortexTM-A9 核组成的处理核心部分(Processing System, PS),以及一颗 Xilinx 系列 FPGA

核心 Artix-7 所构成的可编程逻辑部分 (Programmable Logic, PL)。其 SoC 架构图如图 2-2 所示。该系列芯片中, ARM 拥有相对于市面上其他处理器更强大的计算速度, 所以完全满足复杂算的计算要求, FPGA 拥有完全可编程能力, 可以用来作为丰富的外设接口和用于预留接口。

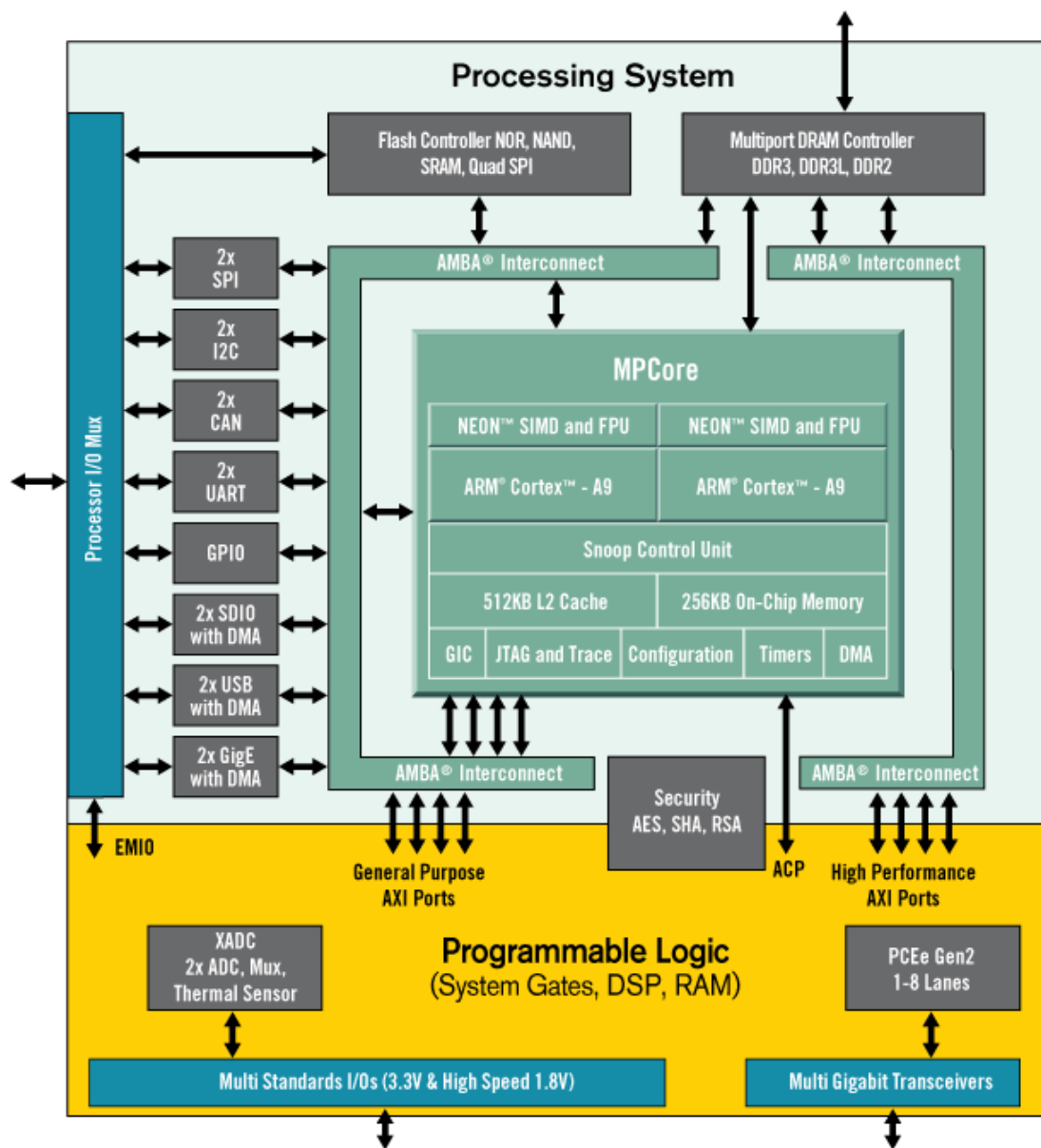


图 2-2 ZYNQ-7000 系列 SoC 架构

Figure 2-2 The SoC architecture of ZYNQ-7000

➤ 处理器系统单元 (PS):

- 处理器核心: Dual ARM Cortex™-A9 MPCore™ with CoreSight™
- 最高主频: 866MHz
- L1 Cache: 32KB 指令 Cache
- L2 Cache: 512KB
- 片内内存: 256KB

- 片外接口: DDR3, DDR3L, DDR2, LPDDR2
- 存储接口: $2 \times$ Quad-SPI, NADA, NOR
- DMA 通道: 8 (其中四个 PL 专用)
- 外设: $2 \times$ UART, $2 \times$ CAN 2.0B, $2 \times$ I2C, $2 \times$ SPI, $4 \times$ 32b GPIO

➤ 可编程逻辑单元 (PL)

- Logic 核心: Xilinx 7 Series Artix-7 FPGA
- 可编程逻辑单元: 2.8 万逻辑单元 (约 43 万 ASIC 逻辑门)
- LUTs: 17600
- RAM: 240KB
- 触发器: 35200
- DSP slice: 80

本文的导航算法涉及的传感器有三轴陀螺仪 (L3GD20), 三轴加速度计 (BMA280), 三轴磁力计 (HMC5883L), 气压计 (MS5611), 空速计 (MPXV7002DP), 另外还有 GPS 接收模块 (u-blox MAX-M8)。选择这些器件需要满足一定的精度要求, 还要考虑到它的价格。所以, 综合考虑选择低成本的 MEMS 传感器。

相关传感器的主要指标如表 2-3 所示:

表 2-3 相关传感器的主要技术指标
Table 2-3 The main indicator of sensors

三轴陀螺仪 (L3GD20)	量程: $\pm 250/500/2000$ dps, 灵敏度: $8.75/17.50/70$ mdps 零位偏移: $\pm 10/15/75$ dps, 噪声: $0.03\text{dps}/\sqrt{\text{Hz}}$
三轴加速度计 (BMA280)	量程: $\pm 2/4/8/16$ g, 灵敏度: $4096/2048/1024/512$ LSB/g 零位偏移: ± 50 mg, 噪声: $120\mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$
三轴磁力计 (HMC5883L)	量程: ± 8 gauss, 灵敏度: $\pm 0.2\%$ FS/gauss
气压计 (MS5611)	气压量程: $10\sim 1200$ mbar, 灵敏度: ± 1.5 mbar 温度量程: $-40\sim +85$ °C, 灵敏度: ± 0.8 °C
空速计 (MPXV7002DP)	压力量程: ± 2.0 kPa, 灵敏度: 1.0V/kPa
GPS (u-blox MAX-M8)	更新率: 5Hz, 水平精度: 2.5m 速度精度: 0.1m/s , 航向精度: 0.5°

2.2.3 硬件电路结构和原理图设计

硬件电路主要包括 Xilinx 的 ZYNQ-7000 系列的 XC7Z010, 256MB 的 DDR3, 16MB 的 SPIFLASH, 10/100/1000Mb/s 以太网, 8GB Micro SD 卡, 三轴陀螺仪 (L3GD20), 三轴加速度计 (BMA280), 三轴磁力计 (HMC5883L), 气压计 (MS5611), GPS 模块 (u-

blox MAX-M8), 无线数传模块 HM-TRP, 华为的 MG301 GSM LCC 模块。

所有的传感器都是通过 IIC 总线与 ZYNQ 相连, GPS 模块是用串口与 ZYNQ 相连。GPS 模块是使用的 u-blox 的 MAX-M8, 并且留有外接天线接口, SMA 接口。无线数传收发模块 HM-TRP 也是通过串口与 ZYNQ 相连, 也留有 SAM 天线接口。

图 2-3 是系统结构框图, 其中 PS 端接的是 DDR3、千兆网、SD、CAN、QSPI Flash、UART, PL 端接的是无线数传、GPRS、PWM 输出、S.BUS 输出、所有传感器、扩展口。

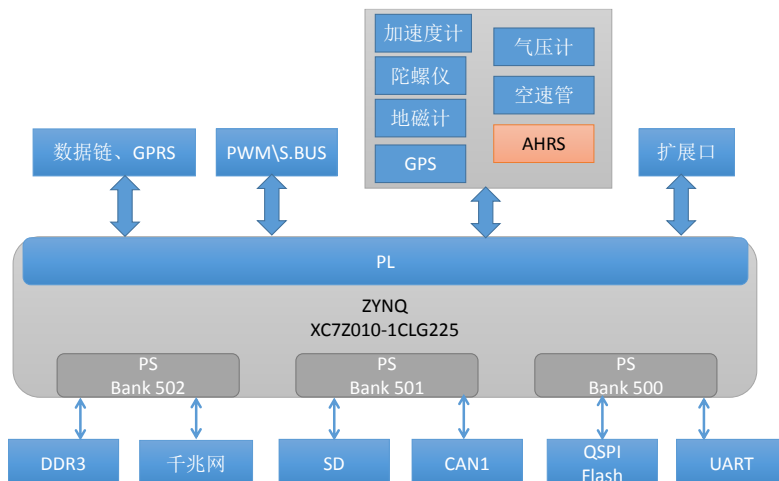


图 2-3 硬件电路结构框图

Figure 2-3 The structured flowchart of circuit

原理图见本文附录页。

2.2.4 硬件电路实物

如图 2-4 所示, 板子的尺寸为 120×55×48mm, 功耗小于 3W, 总重是 200g, 适用温度范围是-40℃到 80℃之间。



图 2-4 电路板实物图

Figure 2-4 The physical map of circuit board

2.2.5 功耗测试

由于微小型无人机受载重的限制，无人机的电池容量通常不会太大，这就需要飞控硬件必须具有低功耗的特点。可以根据每个器件的数据手册，可以计算出理论的功耗，如表 2-4 所示，计算出的理论最大功耗大约为 4000mW。而在实际使用的过程中，除非是在极度恶劣情况下才会满载运行，才有达到这个理论值的可能性。在实际的使用中，正常 7V 供电后，电流达到 0.22A，功耗不超过 2W，不到理论值的一半。

表 2-4 硬件的理论最大系统功耗

Table 2-4 Theoretical maximum power dissipation of the circuit board

器件名称	功耗 (mW)
ZYNQ XC7Z010	2000 (Max)
u-blox MAX-M8	240 (Max)
L3GD20	20
BMA280	0.42
MS5611	5
HMC5883	1
DDR3	480
HM-TRP	100 (Max)
GPRS	1330 (Max)
总计	4000 (Max)

2.3 飞控软件设计

2.3.1 QNX 实时操作系统

飞行控制器本身应该具有良好的实时性，需要实时采集传感器数据和实时进行飞行控制等，也需要实时计算出飞行器的导航信息。由于传统的单任务顺序结构资源的利用率太低，且执行的实时性太差，大量的 CPU 时间被浪费在等待中。为了保证实时性，本文使用了微内核操作系统 QNX，主要的优势如下：

(1) QNX 是一个实时操作系统，能够提供一个用户可控、优先级驱动、急者优先级抢占的调度方式。并且，QNX 实时操作系统自身开销小、上下文切换快，能够在同样的硬件条件下为实时应用留下更多的余地。

(2) QNX 是一个可嵌入的操作系统，由微内核和一组共操作的进程构成，具有高度可伸缩性，可灵活的裁剪，如图 2-5 所示。最小的配置只占用几十个 KB 内存。

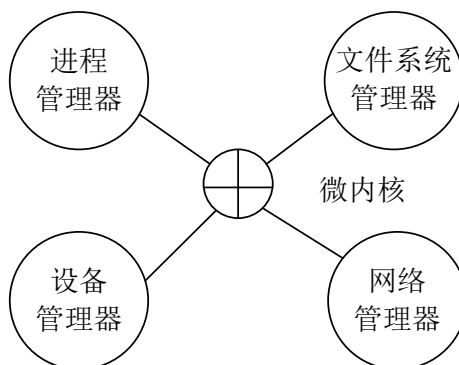


图 2-5 QNX 微内核协调系统管理器之间的工作

Figure 2-5 QNX microkernel coordination between system manager work

(3) 开发环境是使用的 QNX Momentics 套件。QNX Momentics 包含了开发 QNX Neutrino 实时操作系统应用程序时所需要的所有工具：高度集成的开发环境 (IDE)、编译器、连接器、库函数以及其他的 QNX Neutrino 组件。QNX Momentics 如图 2-6 所示。

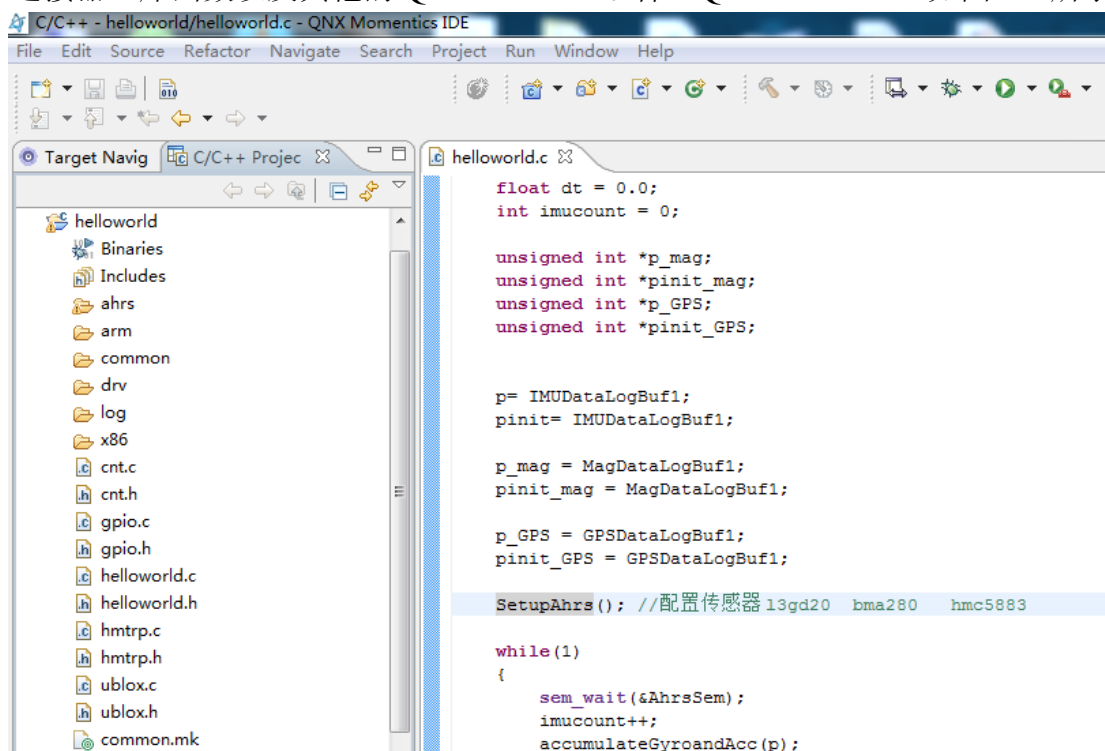


图 2-6 开发环境 QNX Momentics IDE

Figure 2-6 The development environment of QNX

2.3.2 软件结构

整个代码从 `int main(int argc, char *argv[])` 函数开始进入运行。在主函数中，主要任务是创建五个线程，包括了 u-blox 串口接收 GPS 数据，无线数传收发数据，定时器定时功能，SD 卡数据写入，导航算法。具体如图 2-7 所示：


```
pthread_create(NULL, NULL, ubx_int_thread, NULL);
pthread_create(NULL, NULL, hmtrp_int_thread, NULL);
pthread_create(NULL, NULL, timer_int_thread, NULL);
pthread_create(NULL, NULL, Data_log_thread, NULL);
pthread_create(NULL, NULL, ahrs_thread, NULL);
```

图 2-7 创建线程

Figure 2-7 Creating of thread

由于本文设定每 2ms 采集一次 IMU（陀螺仪和加速度计）数据。采用定时器去定时间，用信号量来标志。在 main() 中初始化信号量 sem_init(&AhrsSem, 0, 1)，然后在定时器中每过 2ms 增加一次信号量的值 sem_post(&AhrsSem)，在导航算法中等待 2ms 的到来 sem_wait(&AhrsSem)。这样就完成了传感器的定时采样。在导航算法这个线程中，将采集到的传感器数据存到 buffer 中，每 20 秒将采集到的数据做均值滤波，将滤波后的值作为导航算法的数据来源。

使用乒乓操作将数据写入 SD 卡。由于 SD 卡写入数据可以批量快速写入，不需要一个一个数据写入，所以采用乒乓操作。先定义两个内存空间 LogBuffer1 和 LogBuffer2，并且初始化信号量 sem_init(&LogAhrsSem, 0, 0)，首先将数据放入 LogBuffer1 中，当判断 LogBuffer1 中的数据已经写满就将信号量加 1，sem_post(&LogAhrsSem)。SD 卡写的线程中，等待到信号量就开始将 LogBuffer 中的数据写入 SD 卡，sem_wait(&LogAhrsSem)。同时在导航算法线程中，将解算的数据和传感器数据继续写入 LogBuffer2 中，当 LogBuffer2 写满后就将其写入 SD 卡，同时将后面的数据存入 LogBuffer1 中。按这种乒乓操作来进行 SD 卡的写入，记录飞行数据。

在 GPS 接收的线程中，用串口中断去读取 GPS 模块收到的数据包并将解析后的数据放入到内存中，GPS 接收的频率为 50Hz，所以每次收到数据后写一个标志，表示已经收到 GPS 数据，u-blox MAX-M8 中的数据已经是通过了滤波处理，所以直接可以传输到导航算法中使用。

在无线数传线程中，使用串口对数据进行数据的发送和接收。由于需要相对精确的时间对数据进行采样，所以启用定时器线程执行该过程。导航算法线程中主要负责读出各个传感器的数据并且做算法。图 2-8 是整个软件系统结构图。

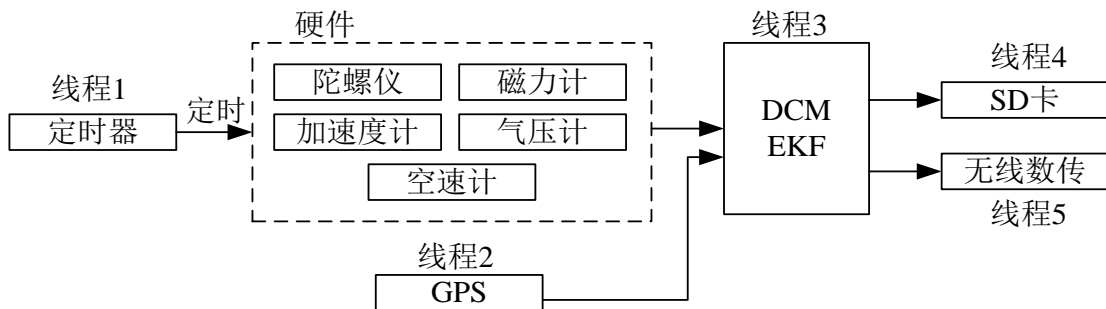


图 2-8 软件系统结构图

Figure 2-8 Software system architecture

2.3.3 运算性能测试

软件平台搭建完成并加入导航算法后，对其运算性能进行了简单的测试。不同算法的代码运行的时间列表如下：

表 2-5 性能测试

Table 2-5 Performance testing

任务名称	实际执行时间	执行时限	执行频率
DCM_update()	0.02ms	20ms	50Hz
EKF_update()	0.83ms	20ms	50Hz
AhrsUpdate()	0.90ms	20ms	50Hz

表 2-5 中,DCM_update()表示的是互补滤波算法在飞控板上运行的时间,EKF_update()表示的是扩展卡尔曼滤波数据融合算法在飞控板上的运行时间,AhrsUpdate()表示的是整个导航算法的运行时间。执行时限指的是在 20ms 内必须完成本次滤波算法,执行频率为 50Hz 指的是每 20 毫秒执行一次滤波算法。从表中数据可以明显看出,该算法在飞控板上能够很好的运行,可见该平台的运算潜能是比较大的。

2.4 本章小结

本章介绍了本文所设计的整个飞行实验平台。首先介绍了所使用固定翼飞机。然后设计了基于 ZYNQ-7000 和 MEMS 传感器的低成本、高性能的飞行控制板,可以满足算法的运算需求。选择 QNX 实时操作系统能够更有效和合理使用飞行控制板的资源,提高代码的运行效率。

3 传感器测量数据预处理

在本文所研究的导航算法中，需要使用到三轴陀螺仪、三轴加速度计、三轴磁力计、气压计和空速计。这些传感器测量值的物理意义如下表所示：

表 3-1 传感器和对应的测量值

Table 3-1 The value that sensors measured

传感器	测量值	单位
三轴陀螺仪	角速度	rad/s
三轴加速度计	加速度	m/s ²
三轴磁力计	地磁磁通量	gauss
气压计	海拔高度	m
空速计	空速	m/s

这里使用的 MEMS 传感器存在误差，其中包括系统误差和随机误差。在捷联惯性导航中，姿态、速度、位置的求解都是基于积分运算实现的，以上误差会使导航计算结果随时间迅速发散。所以必须对这些传感器的误差进行补偿，保证测量值的准确性。系统误差主要包括刻度因数误差、零位偏置误差、非正交性误差等，这些误差可以通过各种误差补偿方法进行误差的消除。随机误差也认为是噪声，指的是传感器误差中随时间进行无规则变化的部分，由于它的随机特性决定了其不可能被完全消除，但可以使用滤波器将部分噪声去掉。

本章将主要讲述几个主要的 MEMS 传感器的数据预处理算法。其中包括三轴陀螺仪，三轴加速度计，三轴磁力计，气压计和空速计，对它们进行相应的误差补偿和噪声滤波。

3.1 MEMS 陀螺仪

3.1.1 MEMS 陀螺仪介绍

MEMS 陀螺仪固定在飞行器上，测量的是飞行器在机体坐标系下每个轴上的角速度，单位是 rad/s。

MEMS 陀螺仪的工作原理是利用科里奥利效应测量运动物体的角速率。如图 3-1，根据科里奥利效应，当一个物体在参考系内线性振动，沿参考系与线性运动的轴相互垂直的轴转动，就会产生一个既垂直于振动轴，又垂直于转动轴的哥氏力。然后从一个电容感应结构就可以检测到科里奥利效应最终产生的位移。

目前市面上的 MEMS 陀螺仪多数采用音叉结构，它是由两个震动并不断做反向运动的物体组成，当施加角速率时，两个物体上的科里奥利效应产生相反的力，从而引起电容的变化。电容的差值与角速率成正比，因此通过测量电容值，就可以得到角速率。

3 传感器测量数据预处理

在本文所研究的导航算法中，需要使用到三轴陀螺仪、三轴加速度计、三轴磁力计、气压计和空速计。这些传感器测量值的物理意义如下表所示：

表 3-1 传感器和对应的测量值

Table 3-1 The value that sensors measured

传感器	测量值	单位
三轴陀螺仪	角速度	rad/s
三轴加速度计	加速度	m/s ²
三轴磁力计	地磁磁通量	gauss
气压计	海拔高度	m
空速计	空速	m/s

这里使用的 MEMS 传感器存在误差，其中包括系统误差和随机误差。在捷联惯性导航中，姿态、速度、位置的求解都是基于积分运算实现的，以上误差会使导航计算结果随时间迅速发散。所以必须对这些传感器的误差进行补偿，保证测量值的准确性。系统误差主要包括刻度因数误差、零位偏置误差、非正交性误差等，这些误差可以通过各种误差补偿方法进行误差的消除。随机误差也认为是噪声，指的是传感器误差中随时间进行无规则变化的部分，由于它的随机特性决定了其不可能被完全消除，但可以使用滤波器将部分噪声去掉。

本章将主要讲述几个主要的 MEMS 传感器的数据预处理算法。其中包括三轴陀螺仪，三轴加速度计，三轴磁力计，气压计和空速计，对它们进行相应的误差补偿和噪声滤波。

3.1 MEMS 陀螺仪

3.1.1 MEMS 陀螺仪介绍

MEMS 陀螺仪固定在飞行器上，测量的是飞行器在机体坐标系下每个轴上的角速度，单位是 rad/s。

MEMS 陀螺仪的工作原理是利用科里奥利效应测量运动物体的角速率。如图 3-1，根据科里奥利效应，当一个物体在参考系内线性振动，沿参考系与线性运动的轴相互垂直的轴转动，就会产生一个既垂直于振动轴，又垂直于转动轴的哥氏力。然后从一个电容感应结构就可以检测到科里奥利效应最终产生的位移。

目前市面上的 MEMS 陀螺仪多数采用音叉结构，它是由两个震动并不断做反向运动的物体组成，当施加角速率时，两个物体上的科里奥利效应产生相反的力，从而引起电容的变化。电容的差值与角速率成正比，因此通过测量电容值，就可以得到角速率。

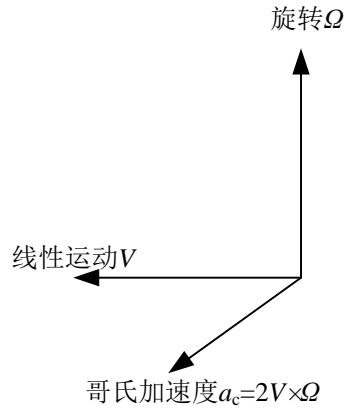


图 3-1 哥氏力的形成

Figure 3-1 The formation of Coriolis force

3.1.2 零位偏移量

每个陀螺仪在出厂前都经过严格的性能测试以及灵敏度和零位偏移量校准。但是，在陀螺仪焊到电路板上后，会因为机械或电焊应力的影响，零位偏移量和灵敏度可能会略微偏离工厂校准调试值。所以在使用陀螺仪的数据前，需要重新校准陀螺仪的零位偏移量。由于实验条件限制，本文不对陀螺仪的灵敏度进行校准。

式 (3.1) 是陀螺仪的输出表达式：

$$R_r = SC \cdot (R_m - R_0) \quad (3.1)$$

其中， R_r 是实际角速率， R_m 是陀螺仪的实际测量值， R_0 是零位偏移量， SC 是灵敏度。

陀螺仪零位偏移量的计算方法：在陀螺仪上电后，保持陀螺仪静止，采集 50 到 100 个数据样本，取这些样本的均值做零位偏移量 R_0 。每个从传感器读到的数据都需要减去零位偏移量 R_0 。

3.1.3 均值滤波

本文所使用的陀螺仪最高采样频率可以达到 1000Hz，本实验在采样时，使用的是 500Hz 的采样频率，将采集到的数据存入 buffer 等待前台读取，前台每过 20ms 将 buffer 中的数据读出，计算出这些数据的均值，作为姿态解算或者是数据融合等算法的数据来源。

在后面介绍的导航算法，是每 20ms 用传感器的数据来更新一次导航信息，在采样时是每 2ms 采集一次陀螺仪和加速度计的数据，所以每 20ms 会有 10 个数据在 buffer 中，对 buffer 中的 10 个数据做一个均值滤波。

均值滤波计算如式 (3.2) 所示：

$$average = \frac{buffer(1) + buffer(2) + \dots + buffer(10)}{10} \quad (3.2)$$

3.1.4 实验结果

本实验采用 ST 公司生产的型号为 L3GD20 的三轴陀螺仪，采样时间设置为 2ms，采集 30 秒的数据进行实验。原始数据首先经过均值滤波，然后计算出零位偏移量。

图 3-2 为陀螺仪测量的原始数据和滤波后的数据对比图，是在陀螺仪静止时测量的数据，可以看出在做均值滤波后，数据的噪声滤波效果比较明显：

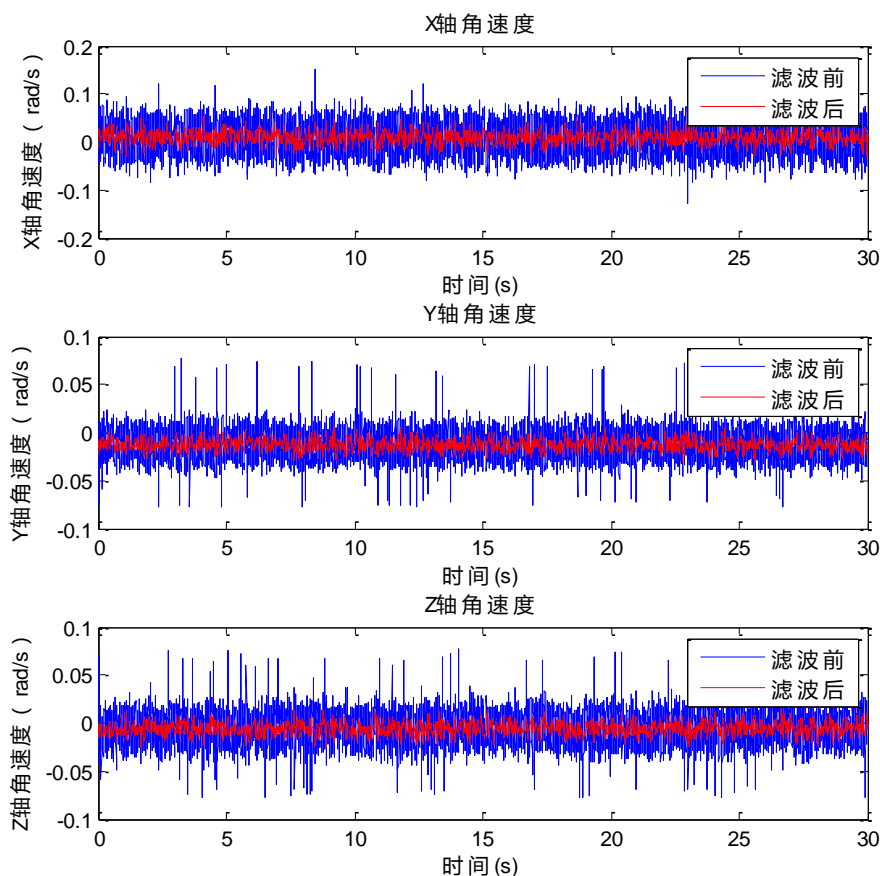


图 3-2 陀螺仪数据滤波前后对比图

Figure 3-2 The comparison between the raw data and the filtered data of the gyroscope

用以上数据计算出陀螺仪三个轴的零位偏移量如下：X 轴为 0.0093rad/s，Y 轴为-0.0128rad/s，Z 轴为-0.0056rad/s。

3.2 MEMS 加速度计

3.2.1 MEMS 加速度计介绍

MEMS 加速度计固定在飞行器上，测量的是飞行器在机体坐标系下每个轴的线加速度，单位是 m/s^2 。

加速度计的工作原理如图 3-3 所示，主要组成有检测质量、电位器、弹簧、支承、壳体和阻尼器。检测质量由于受到支承的约束只能沿敏感轴轴线运动，根据牛顿定律，当运

载体沿敏感轴做加速运动时，检测质量会保持原来的运动状态不变，导致内部弹簧形变，当弹簧形变产生的力与加速运动产生的力相平衡时，可以通过弹簧的形变来测量加速度的大小，使用电位器来测量出弹簧的形变量。

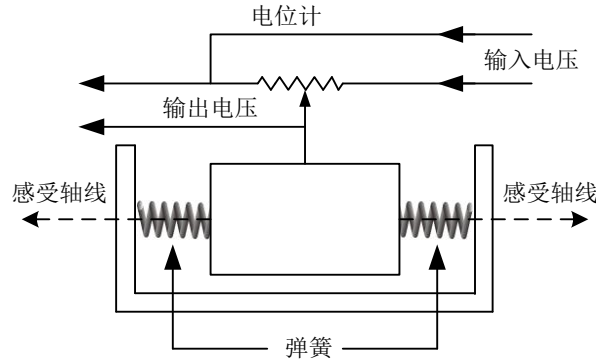


图 3-3 加速度计原理图

Figure 3-3 The illustrative diagram of accelerometer

3.2.2 加速度计六面校准算法

所有的 MEMS 加速度计都是在出厂前校准过的，但是要使得最终测量的精度更高，就需要进行校准计算。需要校准的值有旋转矩阵，零位偏移，刻度因子。首先，在静态放置的情况，无论加速度计的位置在哪里，所测得的值始终应该是当地的重力加速度，如式 (3.3)。

$$a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 = g^2 \quad (3.3)$$

加速度计的测量模型如 (3.4) 所示：

$$a_{corr} = a_T \cdot (a_{raw} - a_{offs}) \quad (3.4)$$

其中：

$a_{corr}[3]$ ：参考向量，即重力加速度向量

$a_T[3]$ ：旋转矩阵，包括旋转和尺刻度因子

$a_{raw}[3]$ ：实际测量的加速度向量

$a_{offs}[3]$ ：加速度数据的零位偏移

校准采用的是六面校准法，即采集六个面的数据，将采集到的这些数据和参考向量做计算，六个面的参考向量如式 (3.5) 所示：

$$a_{corr_ref}[6][3] = \begin{bmatrix} g & 0 & 0 \\ -g & 0 & 0 \\ 0 & g & 0 \\ 0 & -g & 0 \\ 0 & 0 & g \\ 0 & 0 & -g \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

每一行都分别对应的是朝上、下、左、右、正、反面放置加速度计时所对应的参考向量的值，即重力加速度的值。

实际加速度计测量的数据用 $a_{raw_ref}[6][3]$ 表示，校准模型如式 (3.6) 所示：

$$a_{corr_ref}[i] = a_T * (a_{raw_ref}[i] - a_{offs}), i = 0 \dots 5 \quad (3.6)$$

校准执行步骤如下：

(1) 求出每个轴的偏移量，利用重力加速度在每个轴上的最大最小数据，求和除以 2 得到，计算如式 (3.7)：

$$a_{offs}[i] = (a_{raw_ref}[i*2][i] + a_{raw_ref}[i*2+1][i]) / 2 \quad (3.7)$$

(2) 用下式求出旋转矩阵 $a_T[3][3]$ ，所以只需要采集三个面的数据即可。计算如式 (3.8)：

$$\begin{bmatrix} g & 0 & 0 \\ 0 & g & 0 \\ 0 & 0 & g \end{bmatrix} = a_T[3][3] * \begin{bmatrix} a_{raw_x} - a_{offs_x} \\ a_{raw_y} - a_{offs_y} \\ a_{raw_z} - a_{offs_z} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

3.2.3 实验结果

本实验使用的是 BOSCH 公司生产的型号为 BMA280 的三轴加速度计，采样方式按照 3.1.3 介绍的陀螺仪的采样方式进行，同样是每 2ms 采集一次数据放入 buffer 中，然后每 20ms 将 buffer 中的 10 个数据做均值滤波。用滤波后的数据来做误差校正，即计算出旋转矩阵和零位偏移。

图 3-4 为加速度计测量的原始数据和滤波后的数据对比图，是在加速度计静止时测量的数据，可以看出在做均值滤波后，数据的噪声滤波效果比较明显：

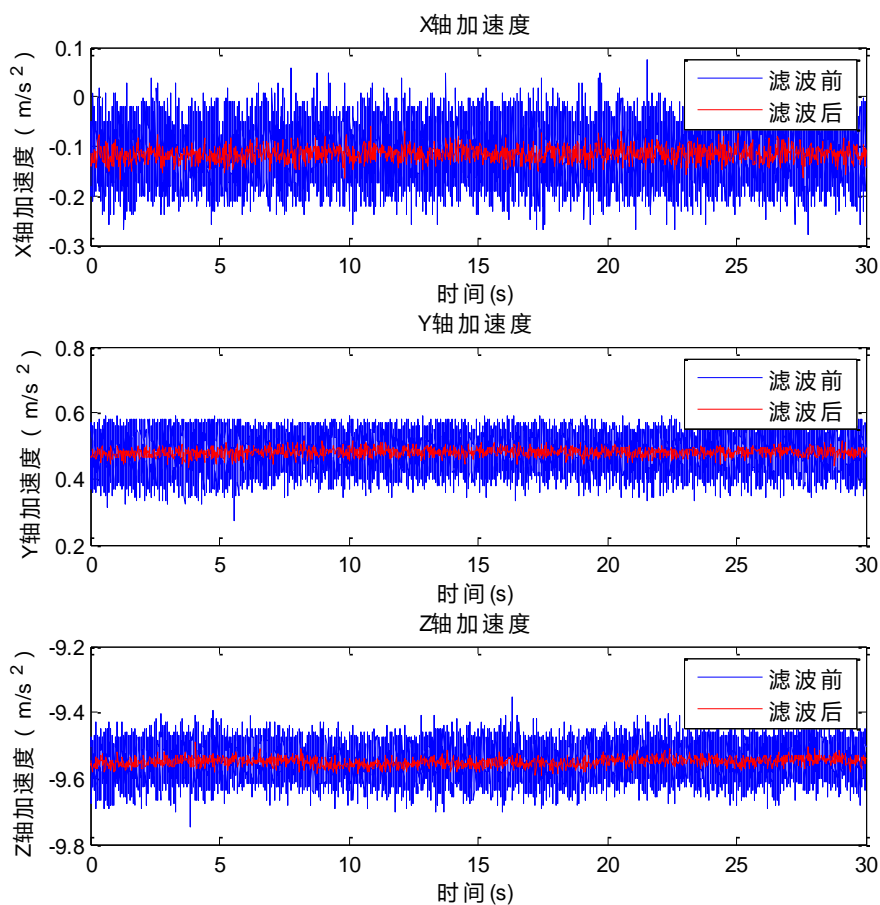


图 3-4 加速度计数据滤波前后对比图

Figure 3-4 The comparison between the raw data and the filtered data of the accelerometer

由上述方法计算出来的旋转矩阵大小为:

$$\begin{bmatrix} 0.9638 & -0.0090 & 0.0018 \\ 0.0142 & 0.9666 & -0.0143 \\ -0.0132 & 0.0047 & 0.9801 \end{bmatrix}$$

加速度三个轴的零位偏移分别为: X 轴 -0.0039m/s^2 , Y 轴 0.0006 m/s^2 , Z 轴 0.0034 m/s^2 。

将加速度计误差校准过后的, 所测量的重力加速度与实际重力加速度之间的误差与没有校准时的对比图如图 3-5 所示:

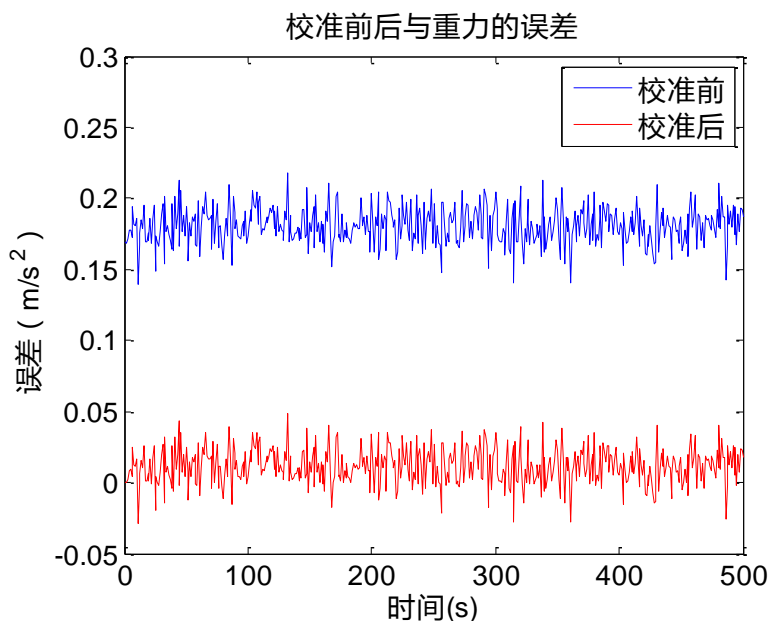


图 3-5 校准前后误差对比图

Figure 3-5 The comparison between error of the raw data and that of the calibration data in accelerometer

由图 3-5 可以看出, 校准后由加速度计测量得到的重力加速度和真值的误差变小。

3.3 三轴磁力计

3.3.1 三轴磁力计介绍

磁力计被安装在飞行器上, 可以测量到在机体坐标系下每个轴上的地球磁场的强度, 单位是 gauss。

地球磁场强度大概是 0.5 到 0.6 高斯, 其中有一个分量是平行于地球表面的, 这个分量通常是指向地磁的北极。在北半球, 地磁场通常是向下的。在赤道上, 磁场是水平的, 在南半球, 地磁场是向上的。地磁场和水平面之间的夹角叫做磁倾角。地磁场的北极和地理北极之间的夹角叫做磁偏角, 通常是在 -20 到 +20 度之间, 和所处的地理位置有关。图 3-6 是磁场在载体坐标系下的表示, 其中 \mathbf{H} 是当地的地磁场, \mathbf{H}_h 是地磁场的水平分量, I 是磁倾角。磁偏角就是 \mathbf{H}_h 和正北方向的夹角。

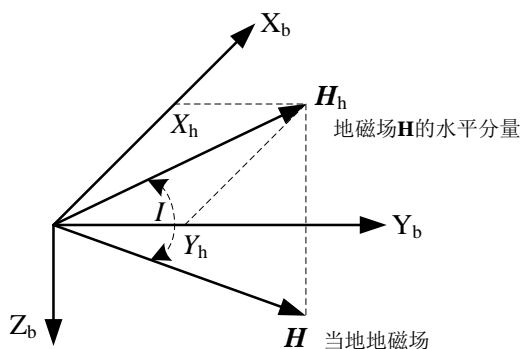


图 3-6 地磁场

Figure 3-6 The geomagnetic field

磁力计的工作原理是使用各向异性磁致电阻 (Anisotropic Magneto-Resistance, AMR) 材料来检测空间中磁感应强度的大小。这种具有晶体结构的合金材料对外界的磁场很敏感,磁场的强弱变化会导致 AMR 自身电阻值发生变化。利用惠斯通电桥检测 AMR 阻值的变化,如下图所示。 $R_1/R_2/R_3/R_4$ 是初始状态相同的 AMR 电阻,但是 R_1/R_2 和 R_3/R_4 具有相反的磁化特性。当检测到外界磁场的时候, R_1/R_2 阻值增加 ΔR 而 R_3/R_4 减少 ΔR 。这样在没有外界磁场的情况下,电桥的输出为零;而在有外界磁场时电桥的输出为一个微小的电压 ΔV 。

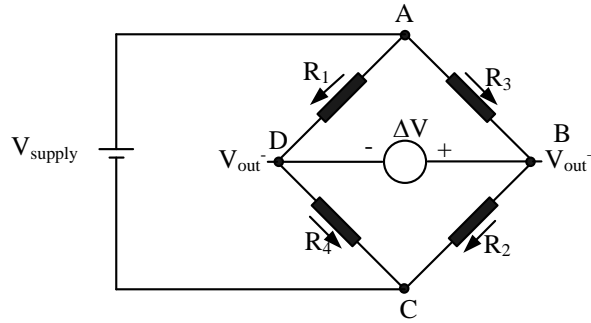


图 3-7 磁力计测量原理

Figure 3-7 The principle of magnetometer measurement

3.3.2 基于椭球曲面拟合的校准算法

在地面上使用基于最小二乘的椭球拟合算法对磁力计进行校准^[39]。

磁传感器通常很容易受到周围环境磁场的干扰,包括硬磁干扰和软磁干扰,这些干扰可以等效于三轴磁力计数据的零位偏差、标度因数和正交误差。其测量模型可用式(3.9)来表示:

$$\begin{aligned} & \frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} + \frac{(z-z_0)^2}{c^2} + \frac{(x-x_0)(y-y_0)}{d^2} \\ & + \frac{(x-x_0)(z-z_0)}{e^2} + \frac{(y-y_0)(z-z_0)}{f^2} = R^2 \end{aligned} \quad (3.9)$$

其中:

x_0, y_0, z_0 是由硬磁干扰产生的偏移量

x, y, z 是磁力计测得的原始数据

a, b, c 是半轴长

d, e, f 是使椭球倾斜的参数

R 是地磁场的大小

如果在没有软磁干扰的情况下或者是软磁干扰非常小可忽略不计的情况下, 椭球就不会有倾斜形变, 式(3.9)可以表示成式(3.10)的形式:

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} + \frac{(z-z_0)^2}{c^2} = 1 \quad (3.10)$$

为了方便计算, 可将式 (3.10) 改写成式 (3.11) 的形式:

$$(x-x_0)^2 + A^2(y-y_0)^2 + B^2(z-z_0)^2 = R^2 \quad (3.11)$$

其中: $A=a/b, B=a/c, R=a$

这是一个非线性方程, 可以使用最小二乘法去求解方程的系数。式 (3.11) 可以改写成式 (3.12):

$$\begin{aligned} x^2 = & -A^2 y^2 - B^2 z^2 + 2x_0 x + 2A^2 y_0 y + \\ & 2B^2 z_0 z + R^2 - A^2 y_0^2 - B^2 z_0^2 - x_0^2 \end{aligned} \quad (3.12)$$

将多组测量数据 (x_i, y_i, z_i) 代入上式可联立线性方程组, 写成矩阵形式:

$$Dw = c \quad (3.13)$$

其中:

$$w = [A^2, B^2, x_0, A^2 y_0, B^2 z_0, R^2 - A^2 y_0^2 - B^2 z_0^2 - x_0^2]$$

$$c = [x_1^2, x_2^2, \dots, x_n^2]$$

$$D = \begin{bmatrix} -y_1^2 & -z_1^2 & 2x_1 & 2y_1 & 2z_1 & 1 \\ -y_2^2 & -z_2^2 & 2x_2 & 2y_2 & 2z_2 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -y_n^2 & -z_n^2 & 2x_n & 2y_n & 2z_n & 1 \end{bmatrix}$$

式 (3.13) 的最小二乘解为:

$$w = (D^T D)^{-1} D^T c \quad (3.14)$$

通常使用时, 是在六个不同的面上旋转采集多组的数据, 会导致矩阵 D 的维数非常大, 在处理器上实时处理就会显得非常复杂。

3.3.3 飞行过程实时校准

由于飞机在飞行过程中, 会受到其他的磁场干扰, 需要在飞行过程中, 对磁力计的零位偏移进行实时校准^[40]。

假设有地磁偏移向量 b_0 , 未对准旋转矩阵 A , 那么机体系的地磁测量值可表示成式 (3.15) 的形式:

$$b_B = b_0 + A \cdot R^T \cdot b_E \quad (3.15)$$

其中:

b_E : 在地理系实际地磁场的值

b_B : 在机体系测量出来的地磁场的值

\mathbf{R} 和 \mathbf{R}^T ：分别是方向余弦矩阵和它的转置

\mathbf{A} ：未对准旋转矩阵

式 (3.15) 可以写成式 (3.16) 的形式：

$$\mathbf{b}_B - \mathbf{b}_0 = \mathbf{A} \cdot \mathbf{R}^T \cdot \mathbf{b}_E \quad (3.16)$$

向量的幅值的平方就等于它自身点乘值，也就等于该向量乘以它自身的转置，计算如下：

$$|\mathbf{b}_B - \mathbf{b}_0|^2 = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{R}^T \cdot \mathbf{b}_E)^T \cdot (\mathbf{A} \cdot \mathbf{R}^T \cdot \mathbf{b}_E) = |\mathbf{b}_E|^2 \quad (3.17)$$

由于矩阵 \mathbf{A} 和矩阵 \mathbf{R} 都是旋转矩阵，它们的转置等于它们的逆，即有 $\mathbf{A}^T = \mathbf{A}^{-1}$ 和 $\mathbf{R}^T = \mathbf{R}^{-1}$ 。因此，由式 (3.17) 可以得出，地磁的测量值和地磁偏移量之差的幅值是一个常量。

由式 (3.17) 展开可得到式 (3.18)：

$$|\mathbf{b}_B|^2 + |\mathbf{b}_0|^2 - 2 \cdot \mathbf{b}_B^T \cdot \mathbf{b}_0 = |\mathbf{b}_E|^2 \quad (3.18)$$

在不同的姿态，测得了两组值，带入式 (3.18) 得到式 (3.19) 和式 (3.20)：

$$|\mathbf{b}_{B1}|^2 + |\mathbf{b}_0|^2 - 2 \cdot \mathbf{b}_{B1}^T \cdot \mathbf{b}_0 = |\mathbf{b}_E|^2 \quad (3.19)$$

$$|\mathbf{b}_{B2}|^2 + |\mathbf{b}_0|^2 - 2 \cdot \mathbf{b}_{B2}^T \cdot \mathbf{b}_0 = |\mathbf{b}_E|^2 \quad (3.20)$$

将式 (3.19) 和式 (3.20) 相减得到式 (3.21)：

$$|\mathbf{b}_{B2}|^2 - |\mathbf{b}_{B1}|^2 = 2 \cdot (\mathbf{b}_{B2}^T - \mathbf{b}_{B1}^T) \cdot \mathbf{b}_0 \quad (3.21)$$

由式 (3.21) 并不能计算出地磁偏移量 \mathbf{b}_0 的确切值。但是由式 (3.21)，可以用一个修正量逐渐去修正估计的偏移量。式 (3.21) 定义了一个三维空间中的平面。在修正后，测量的地磁向量的幅值是一个常值，所以等式 (3.21) 的左边等于零，修正量和 \mathbf{b}_0 是相互垂直的。最终可得到如下的修正公式 (3.22)：

$$\hat{\mathbf{b}}_0(k+1) = \hat{\mathbf{b}}_0(k) + k_{gain} \cdot \frac{(\mathbf{b}_{B2} - \mathbf{b}_{B1})}{|\mathbf{b}_{B2} - \mathbf{b}_{B1}|} \cdot (|\mathbf{b}_{B2}| - |\mathbf{b}_{B1}|) \quad (3.22)$$

其中， $\hat{\mathbf{b}}_0$ 是地磁偏差量的估计值，增益系数 k_{gain} 的选择需要在数据的稳定性和收敛的速度之间权衡。

式 (3.22) 中，用两次测量值之差的方向作为修正量的方向，两次测量值的幅值之差作为数值，再乘以增益，得到修正量。用这个修正量去估计地磁偏移量。这种方法必须保证每次的修正都是在正确的方向上才能正常工作。随着估计的地磁偏移量的修正，相邻两次的地磁测量值的幅值的误差会逐渐变为零，最后估计值会收敛到正确的值。飞行器的姿态每次旋转一点，地磁的测量值也会变化。如果测量值的幅值有变化，那就表示有偏移量，使用式 (3.22) 可以逐渐消除偏差量。

在使用这个方法的时候,会出现出式(3.22)中的分母为零的情况,当出现这种情况,就不做此次运算。

3.3.4 实验结果

本实验使用的是 Honeywell 公司生产的型号为 HMC5883L 的三轴磁力计。采样时间设置为 20ms,采集从 3 个轴的正负向分别向下旋转得到 6 组数据,用这 6 组数据进行椭球拟合校准。然后再采集一组数据进行实时校准。

(1) 椭球拟合校准

从 3 个轴的正负轴分别向下旋转采集到的 6 组数据如图 3-8 所示,(a) 是 x 轴正轴朝下旋转和负轴朝下旋转采集的地磁数据,(b) 是 y 轴正轴朝下旋转和负轴朝下旋转采集的地磁数据,(c) 是 z 轴正轴朝下旋转和负轴朝下旋转采集的地磁数据,(d) 是所有的采集到的 6 组数据的折线图,接近于一个球。

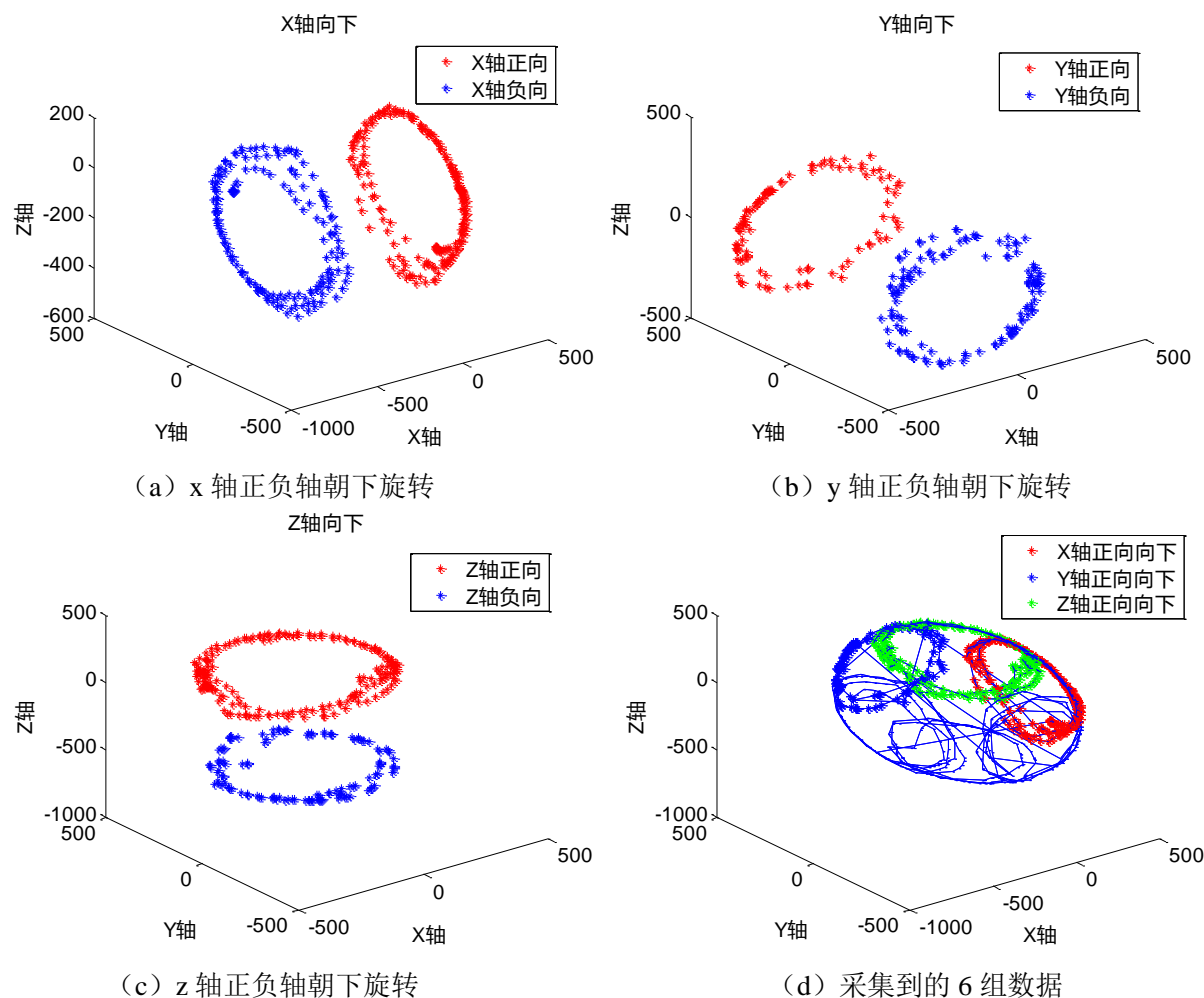


图 3-8 磁力计采集到的 6 组原始数据

Figure 3-8 Six group data measured from magnetometer

式(3.23)是拟合的椭球的方程,其中的系数为: $x_0=-95.1101$, $y_0=43.5575$, $z_0=-159.3139$, $a=495.5620$, $b=473.6044$, $c=459.2490$:

$$\frac{(x+95.1101)^2}{495.5620^2} + \frac{(y-43.5575)^2}{473.6044^2} + \frac{(z+159.3139)^2}{459.2490^2} = 1 \quad (3.23)$$

图 3-9 中的网格是用 3.3.2 节介绍的椭球拟合算法拟合出来的椭球，蓝色的线是采集到的原始数据。从图中可以看到原始数据基本在拟合的椭球附近，说明椭球计算参数的正确性。

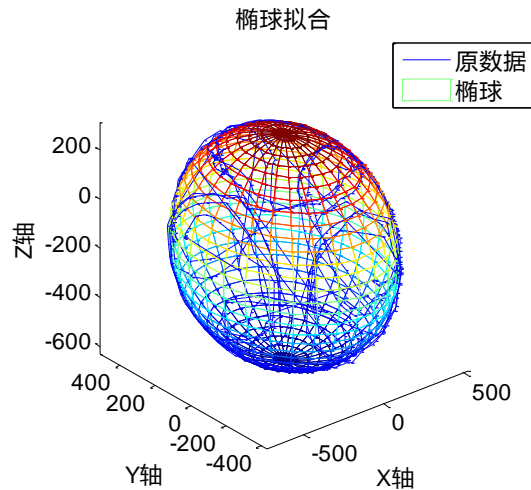


图 3-9 拟合椭球

Figure 3-9 Fitting ellipsoid

由于使用地磁量主要使用的是方向信息，可以将其归一化处理。将磁力计的原始数据进行校准后，得到图 3-10 近似一个单位球。

校准后的地磁

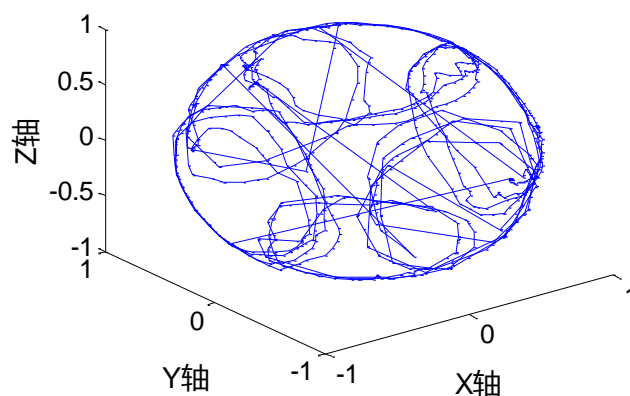


图 3-10 校准后的地磁

Figure 3-10 Calibration of the value measured from magnetometer

图 3-11 是校准前后地磁的误差值的对比。明显看到校准后，误差减小。

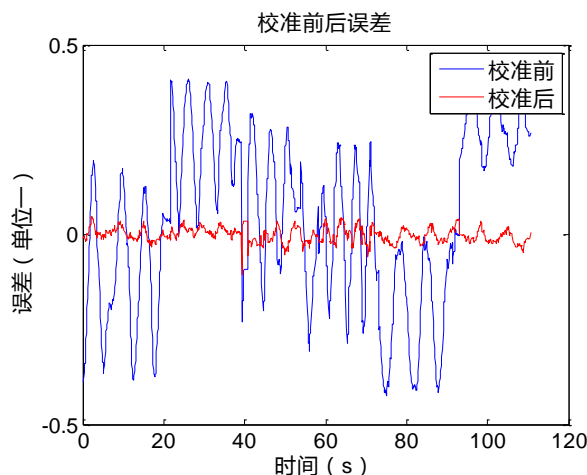


图 3-11 校准前后的误差

Figure 3-11 The error between raw data and calibration data

(2) 实时校准

以 20ms 采样周期采集 30s 的数据,用 3.3.3 节介绍的算法计算出地磁的零位偏移量,计算结果可以用图 3-12 显示,最后三个轴的零位偏移量都收敛于一个恒定的值,从图中可以读出, X 轴的零位偏移量收敛于 90, Y 轴的零位偏移量收敛于-37, Z 轴的零位偏移量收敛于 160。

图 3-13 是校准前后的误差值的对比图。是归一化到单位圆后的误差对比图,可以明显看到误差减小。

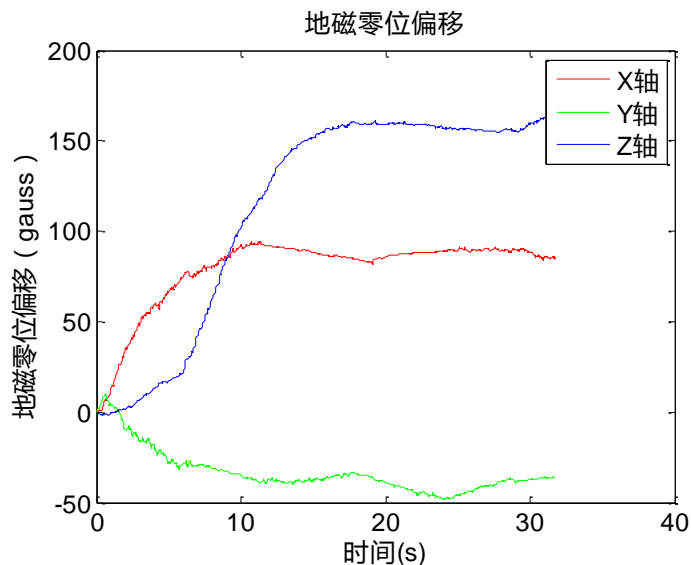


图 3-12 三个轴的零位偏移量

Figure 3-12 The zero-offset of magnetometer

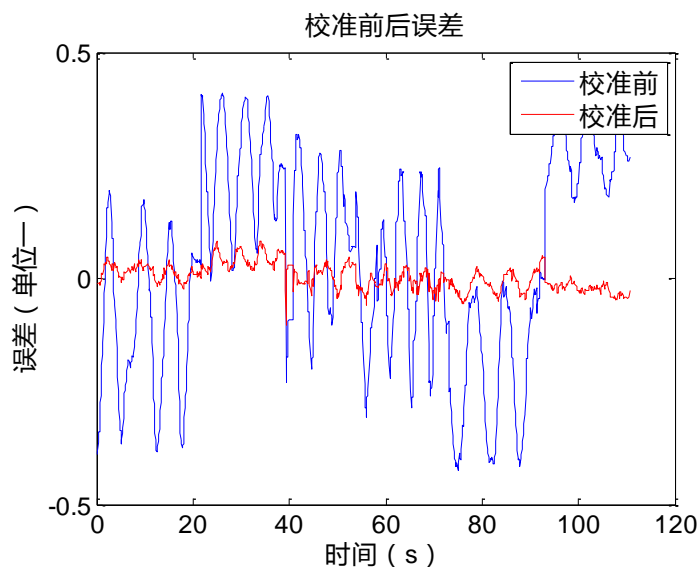


图 3-13 校准前后的误差

Figure 3-13 The error between raw data and calibration data

3.4 空速计

3.4.1 空速管介绍

空速管也叫皮托管、总压管、总-静压管。空速管由两个测压管组成，内管为总压管，外管为静压管，结构如图 3-14 所示。通常空速管放置于与机头平行的方向，当飞机向前飞行时，气流冲进空速管，在管子末端的感应器会感受到气流的冲击，即动压。飞机的飞行速度越快，动压就越大。图中侧方开口为静压管开口，当气流平行于空速管轴线时，其内部压强为周围大气静止压强。

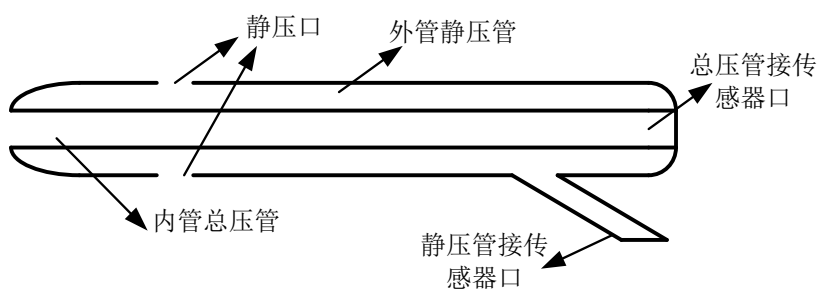


图 3-14 空速管原理结构图

Figure 3-14 The structure of pitot

由传感器可以直接测量出总压和静压的差值。静压为 P_s ，总压为 P_t ，总压减静压就等于动压。计算速度的模型如式 (3.24) 所示：

$$P_s + r \cdot \frac{V^2}{2} = P_t \quad (3.24)$$

其中 r 是空气密度, V 是速度, 所以速度 V 可以写成式 (3.25) 的形式:

$$V = \sqrt{\frac{2(P_t - P_s)}{r}} \quad (3.25)$$

3.4.2 窗口滤波

由空速计测量出来的空速会有很大的噪声, 图 3-15 是一次飞行中采集到的空速的数据。

针对图中所出现的高频噪声, 采用的是窗口滑动滤波器来对数据进行滤波处理。选择窗口大小为 N , 将 N 个数据放入到 `buffer` 中, 对这 N 个数据求均值作为滤波输出。在 `buffer` 中采用队列的方式, 每采集到一个数, 就放入队列中, 并将队头的数据删除。

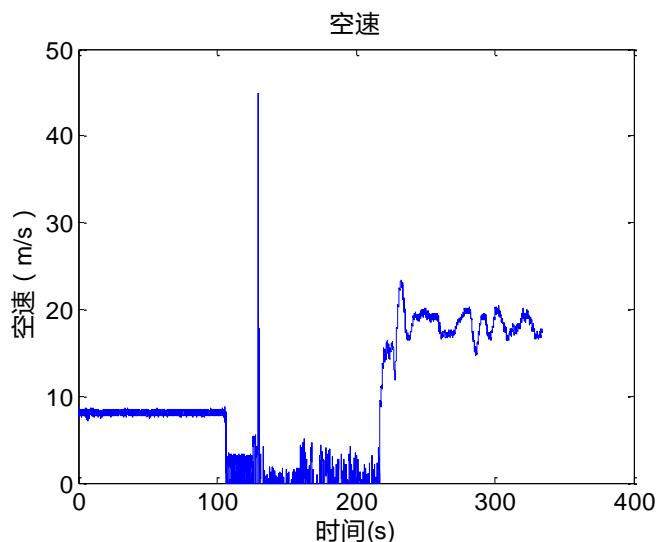


图 3-15 一次飞行实验的空速数据

Figure 3-15 The measured air speed

3.4.3 实验结果

本实验使用的空速计是飞思卡尔的 MPXV7002DP, 采样频率设为 50HZ, 下图是一次飞行过程中采集的空速的数据, 并且做滤波后的图。明显可以看到滤波后数据变的更平滑。

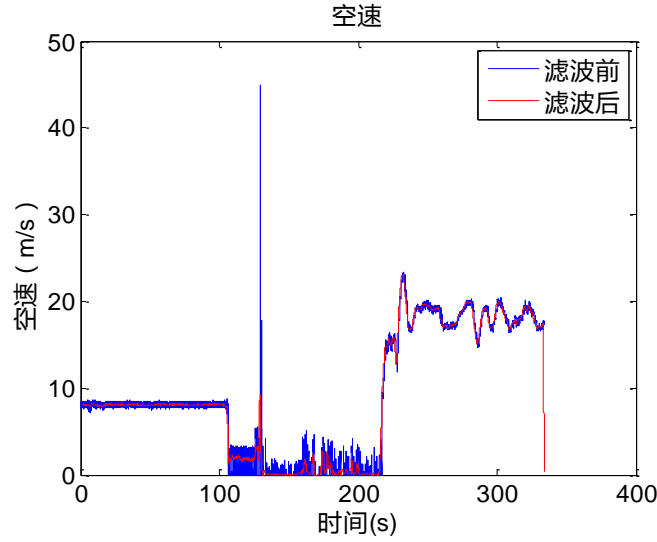


图 3-16 空速滤波前后对比图

Figure 3-16 The comparison between raw data and filtered data of the air speed

3.5 气压计

3.5.1 气压计介绍

大气压力随着高度呈现出一定规律的变化，高度越高大气压力越低，反之亦然。气压高度计利用这种原理，以压敏元件作为传感器测量出载体周围环境的大气压强，并根据气压与高度的数学模型计算出与气压基准平面之间的高度差。从气压计只能获得当前测试点的气压和温度，需要相应的数学模型将气压和温度转换成高度信息。

在微小型无人机的飞行高度范围内，基于标准海平面气压的气压高度转换模型^[21]，如下式所示：

$$H = \frac{T_0}{L_0} \left[1 - \left(\frac{P_H}{P_0} \right)^{\frac{L_0 R}{Mg}} \right] \quad (3.26)$$

其中，标准海平面大气压用 P_0 表示，大小为 1013.25hPa，标准的海平面温度用 T_0 表示大小为 288.15K，标准的海平面重力加速度用 g 表示，大小为 9.80665m/s²，对流层的温度垂直梯度用 L_0 表示，大小为 0.0065K/m，空气分子质量用 M 表示，大小为 0.289644g/mol，宇宙气体常数 R 表示，大小为 8.31432J/K/mol， P_H 为当前高度 H 下气压计输出的值，单位是 hPa。

将以上所有的常数值全部带入上式 (3.26) 后可以得到式 (3.27)：

$$H = 44330.8 \left[1 - \left(\frac{P_H}{1013.25} \right)^{0.19026} \right] \quad (3.27)$$

3.5.2 一阶低通滤波

由气压计采集到数据通过式 (3.27) 可以计算出当地的高度信息，但气压计的数据噪

声比较大,数据不够平滑,可以使用一阶低通滤波器来处理。气压计还有一个比较大的问题是,受外界气流影响比较大,尤其是在飞行器剧烈运动的时候。这里使用海绵压在气压计芯片上来解决这个问题。

在频域中,一阶 RC 低通滤波器的传递函数如式 (3.28) 所示:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{RCs + 1} \quad (3.28)$$

将式 (3.28) 进行 Z 变换后得到式 (3.29):

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{T}{RC(1 - z^{-1}) + T} \quad (3.29)$$

将式 (3.29) 转化成时域的差分方程,得到式 (3.30):

$$Y(n) = \frac{T}{T + RC} X(n) + \frac{RC}{T + RC} Y(n-1) \quad (3.30)$$

令 $a = \frac{T}{T + RC}$, 则 $\frac{RC}{T + RC} = 1 - a$, 所以式 (3.30) 可以写成如下形式:

$$Y(n) = a \cdot X(n) + (1 - a) \cdot Y(n-1) \quad (3.31)$$

其中 a 是滤波系数,与 R 和 C 的值有关,滤波系数越小,滤波结果越平稳,但灵敏度越低;滤波系数越大,灵敏度越高,但是滤波结果越不稳定。

3.5.3 实验结果

本实验所使用的是 MS5611-01BA01 型号的气压计。将测量的气压值和温度值通过式 (3.27) 计算出高度,得到的是滤波前的原始数据。然后用一阶低通滤波器对数据进行滤波处理,使用式 (3.30) 进行计算,其中滤波参数 a 的取值为 0.98。

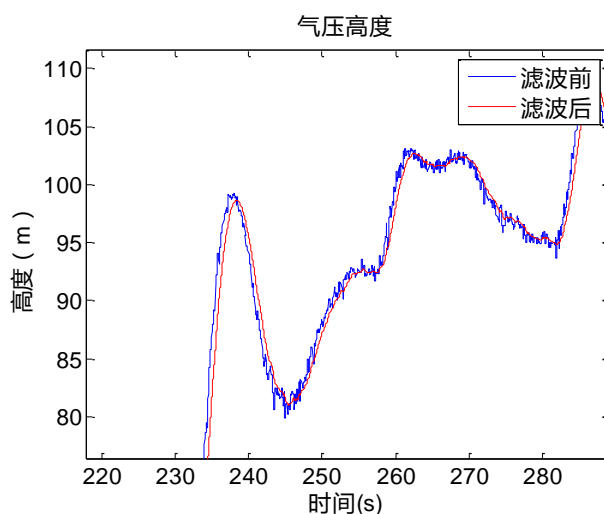


图 3-17 气压高滤波前后对比图

Figure 3-17 The comparison between raw data and filtered data

滤波前后的高度对比图如图 3-14 所示，明显可以看到滤波后数据变的平滑，同时数据也有一定程度的延迟。

3.6 本章小结

本章对核心传感器的误差补偿算法和传感器数据滤波算法进行研究，并且在本文设计的硬件电路板上进行实验。对三轴陀螺仪进行零位偏移量的补偿校准，并对其采集数据进行了均值滤波处理。对三轴加速度计进行了六面校准法进行误差校准，对其采集的数据进行均值滤波处理。对三轴磁力计分别使用离线椭球拟合校准方法和在线的学习方法进行误差校准。对空速计数据进行窗口滤波处理。对气压计的数据进行一阶低通滤波处理。

4 导航算法研究

导航算法用于测量无人机的姿态、速度和位置信息。姿态角指的是飞行器的横滚角、俯仰角和偏航角。速度指的是在地理坐标系下的北向速度、东向速度和地面向速度。位置指的是在地理坐标系下的北向位置、东向位置和地面向位置，也可以用经度、纬度和高度来表示。

本章主要介绍了两种导航算法。第一种是使用互补滤波算法解算出飞行器的姿态，从 GPS 获得飞行器的速度和位置。第二种是使用基于 EKF 的多传感器数据融合算法，可以计算出飞行器的姿态、速度和位置信息。对比在正常情况下两种算法得到的结果，可以验证算法的正确性。同时在 GPS 失锁的情况下，基于 EKF 的数据融合算法仍然有效，表现出 EKF 的数据融合算法在特殊工作条件下的优良性能。本章设计实验，使用扩展卡尔曼滤波算法计算出的姿态、速度、位置作为导航信息，设置好航点让无人机去自主跟踪航点，能够很好的完成任务，证明了该算法的可靠性和飞控电路板的实用性。

4.1 基本理论

4.1.1 参考坐标系

惯性导航的基础是精确定义一系列的笛卡尔坐标系，每个坐标系都符合右手定则。本文所使用的坐标系有：地球坐标系（e 系），导航坐标系（n 系）和载体坐标系（b 系）^[41]。

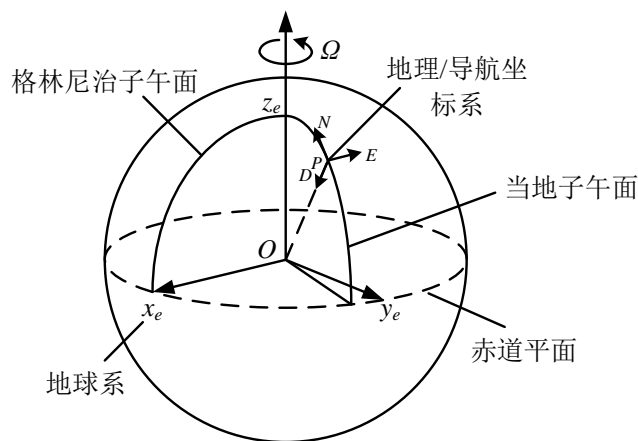


图 4-1 参考坐标系

Figure 4-1 Reference coordinate system

地球坐标系（e 系），原点是地球中心，坐标轴与地球固连，轴向定义是 Ox_e ， Oy_e ， Oz_e 。如图（3.1）所示，其中 Oz_e 的方向是沿地球极轴的方向， Ox_e 的方向是沿格林尼治子午面和地球赤道平面交线的方向。

导航坐标系（n 系），也叫地理坐标系，原点位于图中所示的 P 点，坐标轴指向北、东和当地垂线方向（向下）。

载体坐标系（b 系），也叫机体坐标系，它是一个正交坐标系，轴向分别沿安装有导

航系统的运载体的横滚轴 (x_b)，俯仰轴 (y_b) 和偏航轴 (z_b)。

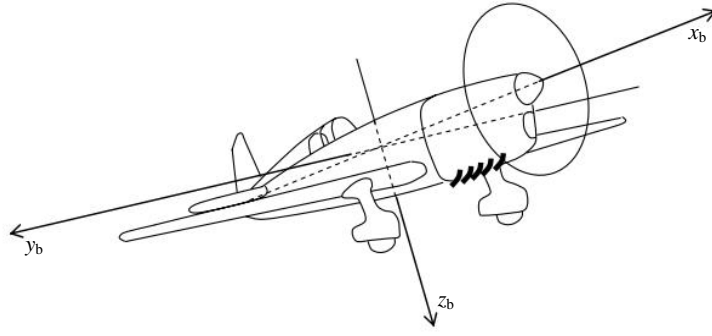


图 4-2 载体坐标系

Figure 4-2 Body coordinate system

4.1.2 姿态表达式

载体相对于参考坐标系的姿态可以用不同的数学表达式来表示。每种方法的计算数值会存储在计算机中，随着载体的转动用陀螺仪测得的值来对姿态进行更新。下面介绍 3 种姿态的表达式。

(1) 方向余弦矩阵

方向余弦矩阵 (Direction Cosine Matrix, DCM)，用符号 C_b^n 表示，是一个 3×3 阶的矩阵，矩阵的列表示载体坐标系中的单位矢量在地理坐标系中的投影， C_b^n 的分量形式如下：

$$C_b^n = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

在载体坐标系中定义的向量 r^b ，可以通过该向量左乘方向余弦矩阵 C_b^n ，转换到地理坐标系中：

$$r^n = C_b^n r^b \quad (4.2)$$

(2) 欧拉角

一个坐标系到另一个坐标系的变换，可以通过绕不同坐标轴的 3 次连续转动来实现。例如，从地理坐标系到新坐标系的变化可以表示成如下：

绕地理坐标系的 z 轴转动 ψ 角；绕新坐标系的 y 轴转动 θ 角；绕新坐标系的 x 轴转动 ϕ 角。 ψ 、 θ 和 ϕ 称为欧拉转动角。

3 次转动可以用数学方法表示成 3 个独立的方向余弦矩阵，定义如下：

绕 z 轴转动 ψ 角，有

$$C_1 = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

绕 y 轴转动 θ 角，有

$$\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

绕 x 轴转动 ϕ 角, 有

$$\mathbf{C}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

因此, 地理坐标系到载体坐标系的变化可以用这 3 个独立变化的乘积表示如下:

$$\mathbf{C}_n^b = \mathbf{C}_1 \mathbf{C}_2 \mathbf{C}_3 \quad (4.6)$$

同样, 从载体坐标系到地理坐标系的变换可以由下式给出:

$$\mathbf{C}_b^n = \mathbf{C}_n^{bT} = \mathbf{C}_1^T \mathbf{C}_2^T \mathbf{C}_3^T \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_b^n &= \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & -\cos \phi \sin \psi + \sin \phi \sin \theta \cos \psi & \sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi \\ \cos \theta \sin \psi & \cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi & -\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.8)$$

上式为用欧拉角表示的方向余弦矩阵。

(3) 四元数

四元数姿态表达式是一个四参数的表达式。四元数姿态表达方法认为, 从一个坐标系变换到另一个坐标系, 可以通过绕矢量 $\boldsymbol{\mu}$ 的转动来实现。用符号 \mathbf{q} 表示四元数, 它具有 4 个元素, 这些元素是该矢量方向和转动大小的函数。

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\mu/2) \\ (\mu_x/\mu)\sin(\mu/2) \\ (\mu_y/\mu)\sin(\mu/2) \\ (\mu_z/\mu)\sin(\mu/2) \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

式中: μ_x 、 μ_y 、 μ_z 是角矢量 $\boldsymbol{\mu}$ 的分量, μ 是其大小。

定义 $\boldsymbol{\mu}$ 的大小和方向是使参考坐标系绕 $\boldsymbol{\mu}$ 转动一个角度 μ , 就能与载体坐标系重合。

用四元数来表示方向余弦矩阵, 计算方法如下:

$$\mathbf{C}_b^n = \begin{bmatrix} a^2 + b^2 + c^2 + d^2 & 2(bc - ad) & 2(bd + ac) \\ 2(bc + ad) & a^2 - b^2 + c^2 - d^2 & 2(cd - ab) \\ 2(bd - ac) & 2(cd + ab) & a^2 - b^2 - c^2 + d^2 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

4.1.3 方向余弦矩阵、欧拉角和四元数的关系

综上，方向余弦矩阵可以用欧拉角和四元数表示，如下：

$$\begin{aligned}
 \mathbf{C}_b^n &= \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & -\cos \phi \sin \psi + \sin \phi \sin \theta \cos \psi & \sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi \\ \cos \theta \sin \psi & \cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi & -\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} a^2 + b^2 + c^2 + d^2 & 2(bc - ad) & 2(bd + ac) \\ 2(bc + ad) & a^2 - b^2 + c^2 - d^2 & 2(cd - ab) \\ 2(bd - ac) & 2(cd + ab) & a^2 - b^2 - c^2 + d^2 \end{bmatrix} \quad (4.11)
 \end{aligned}$$

同样，可以用方向余弦表示四元数。对于小角度位移，四元数可以用下面的关系式推导：

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{1}{2}(1 + c_{11} + c_{22} + c_{33})^{1/2} \\
 b &= \frac{1}{4a}(c_{32} - c_{23}) \\
 c &= \frac{1}{4a}(c_{13} - c_{31}) \\
 d &= \frac{1}{4a}(c_{21} - c_{12})
 \end{aligned} \quad (4.12)$$

式 (4.13) 是用欧拉角表示四元数：

$$\begin{aligned}
 a &= \cos \frac{\phi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} + \sin \frac{\phi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi}{2} \\
 b &= \sin \frac{\phi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} + \cos \frac{\phi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi}{2} \\
 c &= \cos \frac{\phi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} + \sin \frac{\phi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi}{2} \\
 d &= \cos \frac{\phi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi}{2} + \sin \frac{\phi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2}
 \end{aligned} \quad (4.13)$$

式 (4.14) 是用方向余弦表示欧拉角：

$$\begin{aligned}\phi &= \arctan \left[\frac{c_{32}}{c_{33}} \right] \\ \theta &= \arcsin [-c_{31}] \\ \psi &= \arctan \left[\frac{c_{21}}{c_{11}} \right]\end{aligned}\quad (4.14)$$

4.2 互补滤波算法研究

本节主要介绍如何使用三轴陀螺仪，三轴加速度计，和三轴磁力计通过互补滤波算法来计算出飞机的姿态，同时分析了传统的互补滤波算法存在的问题，并且采取措施进行改进^[42]。

4.2.1 互补滤波的原理与结构

本节介绍的互补滤波算法是使用方向余弦矩阵来进行飞行器的姿态计算。将三轴陀螺仪输出的角速度对时间进行积分运算，得到当前的姿态角。在做积分运算的过程中存在计算误差，会导致每次计算出的方向余弦矩阵逐渐变得不再正交，所以需要对方积分运算得到的方向余弦矩阵进行处理，使它满足正交约束条件。陀螺仪的漂移和计算误差会在积分运算过程中逐渐累积，这个积分累积误差会随时间变大，最终导致计算结果的发散。互补滤波算法的原理为使用一个参考量，在积分误差累积之前就将其消除。这里是使用三轴加速度计测量的加速度来修正姿态角中的横滚角和俯仰角，用磁力测量的航向角来修正姿态角中的偏航角，修正时使用 PI 反馈控制器。互补滤波算法的原理框图如下所示：

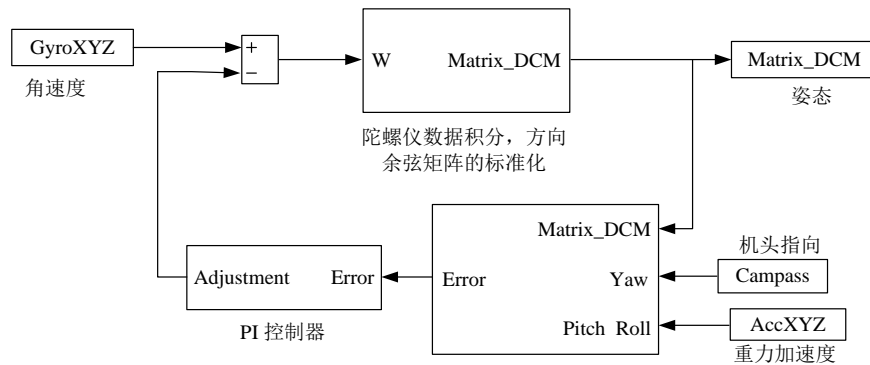


图 4-3 互补滤波原理结构图

Figure 4-3 The structure of the complementary filter

图 4-3 中 GyroXYZ 是用三轴陀螺仪测量出来的载体系的三个轴的角速率，Matrix_DCM 是表示飞机姿态的方向余弦矩阵。Compass 是有三轴磁力测量计算出航向角，将其作为参考向量来对积分运算得到的航向角来进行修正。AccXYZ 是三轴加速度计测得的载体系下的三个轴的飞行器的加速度和重力加速度之和，通常情况下，通常认为飞行器不会持续加速运动，因此认为测量的是重力加速度，将这个量作为参考向量来修正由陀螺

仪积分计算出来的横滚角和俯仰角。

4.2.2 用陀螺仪数据计算方向余弦矩阵

假设陀螺仪没有漂移，那么可以用下面介绍的微分方程来计算出飞行器的姿态，具体推算如下。本次互补滤波算法是使用方向余弦矩阵 C_b^n 来描述飞机的姿态的。

C_b^n 随时间的变化率如下：

$$\dot{C}_b^n = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta C_b^n}{\delta t} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{C_b^n(t + \delta t) - C_b^n(t)}{\delta t} \quad (4.15)$$

式中： $C_b^n(t)$ 和 $C_b^n(t + \delta t)$ 分别表示 t 时刻和 $t + \delta t$ 时刻的方向余弦矩阵。 $C_b^n(t + \delta t)$ 可以写成如下两个矩阵的乘积形式：

$$C_b^n(t + \delta t) = C_b^n(t) A(t) \quad (4.16)$$

对于一个小角度的转动 $A(t)$ 可以表示成如下形式：

$$A(t) = [I + \delta\psi] \quad (4.17)$$

其中 I 是一个 3×3 的单位矩阵，并且有

$$\delta\psi = \begin{bmatrix} 0 & -\delta\psi & \delta\theta \\ \delta\psi & 0 & -\delta\phi \\ -\delta\theta & \delta\phi & 0 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

式中 $\delta\psi$ 、 $\delta\theta$ 和 $\delta\phi$ 分别表示 b 系绕偏航轴、俯仰轴和横滚轴在 δt 时间间隔内转动的小角度。在 δt 趋近于零时，小角度近似有效并且转动的次序变得不那么重要。

可以将式 (4.15) 改写成如下形式：

$$\dot{C}_b^n = C_b^n \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta\psi}{\delta t} \quad (4.19)$$

在 δt 趋近于零时， $\delta\psi / \delta t$ 是角速率矢量 $\omega_{nb}^b = [\omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z]^T$ 的斜对称阵形式，表示 b 系相对于 n 系在 b 系的转动角速率，即：

$$\lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta\psi}{\delta t} = \Omega_{nb}^b \quad (4.20)$$

带入式 (4.18) 得到：

$$\dot{C}_b^n = C_b^n \Omega_{nb}^b \quad (4.21)$$

式中

$$\boldsymbol{\Omega}_{nb}^b = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

这样就可以使用陀螺仪测得的每个轴上的角速率,根据式(4.16)来更新飞机的姿态。其中 ω_x , ω_y 和 ω_z 分别是陀螺仪测量出来的三个值。式(4.16)可写成下面的形式:

$$\mathbf{C}_b^n(t + \delta t) = \mathbf{C}_b^n(t) \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\delta\psi & \delta\theta \\ \delta\psi & 1 & -\delta\phi \\ -\delta\theta & \delta\phi & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{C}_b^n(t) \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\omega_z \cdot dt & \omega_y \cdot dt \\ \omega_z \cdot dt & 1 & -\omega_x \cdot dt \\ -\omega_y \cdot dt & \omega_x \cdot dt & 1 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

以上是基于陀螺仪没有漂移的假设下,使用式(4.23)直接计算出的姿态角。但实际上由于陀螺仪存在漂移,所以需要给陀螺仪测量出来的数据加上漂移修正量,用式(4.24)来表示:

$$\boldsymbol{\omega}(t) = \boldsymbol{\omega}_{gyro}(t) + \boldsymbol{\omega}_{correction}(t) \quad (4.24)$$

式中 $\boldsymbol{\omega}_{gyro}(t)$ 是三轴陀螺仪的测量值, $\boldsymbol{\omega}_{correction}(t)$ 是对陀螺仪的修正量。后面将详细介绍如何计算陀螺仪的修正量。

4.2.3 方向余弦矩阵的归一化处理

方向余弦矩阵最主要的一个特点就是正交。在进行上述计算时会存在计算误差,从而导致旋转矩阵不正交。这个计算误差主要有两个来源,一个是积分误差,一个是量化误差。积分误差指的是在做陀螺仪积分运算的时候,由于传感器采样频率的限制,所使用的时间间隔是有限的,并且假设在这个采样时间内角速率不变,从而带来的计算误差。量化误差指的是当用数字量去表示模拟量的时候,数字位数有限而带来的误差。

这些误差会使得方向余弦矩阵不正交,方向余弦矩阵的每一行都应该是一个单位向量,而这个误差会使它变大或者变小,最终变成无穷大或者消失。一个 3×3 的单位正交矩阵可以用一个立方体来表示,当它不正交的时候会出现图 4-4 的情况。

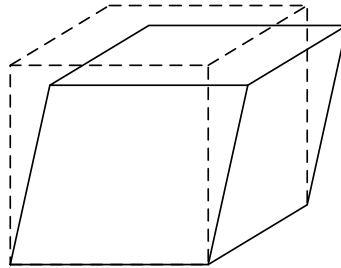


图 4-4 矩阵不正交的示意图

Figure 4-4 The nonorthogonal matrix

由于这些误差积累速度比较慢,所以可以将其强制变成正交矩阵,这个过程称为归一

化处理。

首先，将矩阵的第一行 \mathbf{c}_1 和第二行 \mathbf{c}_2 点乘，点乘的结果表示两向量之间的旋转量。

$$\mathbf{c}_1 = \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{12} \\ c_{13} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}_2 = \begin{bmatrix} c_{21} \\ c_{22} \\ c_{23} \end{bmatrix}, \quad error = \mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{c}_2 = \mathbf{c}_1^T \cdot \mathbf{c}_2 = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{21} \\ c_{22} \\ c_{23} \end{bmatrix}$$

把误差分成两份分别加在 \mathbf{c}_1 和 \mathbf{c}_2 上：

$$\begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{12} \\ c_{13} \end{bmatrix}_{orthogonal} = \mathbf{c}_{1_orthogonal} = \mathbf{c}_1 - \frac{error}{2} \mathbf{c}_2$$

$$\begin{bmatrix} c_{21} \\ c_{22} \\ c_{23} \end{bmatrix}_{orthogonal} = \mathbf{c}_{2_orthogonal} = \mathbf{c}_2 - \frac{error}{2} \mathbf{c}_1$$
(4.25)

使 \mathbf{c}_3 和 \mathbf{c}_1 、 \mathbf{c}_2 都正交的方法是用 \mathbf{c}_1 和 \mathbf{c}_2 叉乘作为 \mathbf{c}_3 的值：

$$\begin{bmatrix} c_{31} \\ c_{32} \\ c_{33} \end{bmatrix}_{orthogonal} = \mathbf{c}_{3_orthogonal} = \mathbf{c}_{1_orthogonal} \times \mathbf{c}_{2_orthogonal}$$
(4.26)

最后，将 $\mathbf{c}_{1_orthogonal}$ 、 $\mathbf{c}_{2_orthogonal}$ 和 $\mathbf{c}_{3_orthogonal}$ 进行单位化处理。

4.2.4 陀螺仪漂移误差的消除

在陀螺仪工作正常的情况下，使用 4.2.2 节介绍的方法计算飞行器的姿态时，陀螺仪的漂移会造成每秒约两度的误差，为了将这个偏移消除掉，采用的方法如图 4-3 所示，具体描述如下：

(1) 用三轴磁力计得到的航向角或者 GPS 接收到的航向角做参考量修正偏航角

三轴磁力计和 GPS 模块都可以得到偏航角，它们不会漂移，所以用三轴磁力计或 GPS 得到的航向角做参考向量来消除陀螺仪的漂移。这里没有直接使用三轴磁力计或 GPS 得到的偏航角，是因为陀螺仪的动态性能比三轴磁力计和 GPS 好。使用这种方法既能保持良好的动态性能，又具有较好的稳定性。

GPS 接收机主要用来提供飞行器的位置和速度信息，是从卫星上接收到的这些数据。因为 GPS 的速度信息是通过 GPS 天线每秒位置的改变而获得的，所以 GPS 天线必须在运动。相应的，GPS 必须是在运动的时候才能提供飞行器飞行方向的信息。

图 4-5 显示如何计算偏航角修正量：

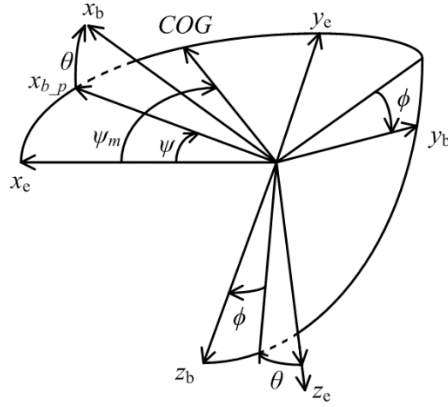


图 4-5 偏航角修正量计算

Figure 4-5 The correction of yaw

图 4-5 中, x_b , y_b , z_b 是载体坐标系, x_e , y_e , z_e 是地理坐标系。 ψ 是偏航角, θ 是俯仰角, ϕ 是横滚角。 x_{b_p} 是 x_b 轴在地理坐标系的 xy 平面上的投影。 COG 是由三轴磁力计或是 GPS 得到对地航向角。 ψ 是用陀螺仪计算出的偏航角, ψ_m 是用三轴磁力计或是 GPS 测量到的偏航角。所以我们将 ψ_m 作为参考向量, 对 ψ 进行修正。用下式计算出偏差:

$$error_{yaw} = \psi_m - \psi \quad (4.27)$$

偏航修正量的计算:

$$correction_{yaw_n} = \sin(error_{yaw}) \quad (4.28)$$

通过上式计算出来的修正量是在地理坐标系下的。所以需要将其转换到载体坐标系下去修正陀螺仪的漂移。由于只是修正的偏航角, 所以只需计算载体坐标系下 z 轴的值:

$$correction_{yaw_b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ correction_{yaw_n} \cdot c_{33} \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

(2) 用三轴加速计的测量值作为参考向量修正横滚角和俯仰角

由于加速度计没有漂移, 所以可以用加速度计的测量值来修正横滚角和俯仰角。加速度计测量的是空间真实加速度与重力加速度之差。加速度包括飞机前进的加速度和向心加速度等。在计算修正量之前, 需要先考虑到向心加速度如何获得。向心加速度就等于旋转矢量和速度矢量的叉乘。在多数情况下, 飞行器是朝着机头所指的方向移动的, 可以假设速度是和机体系的 x 轴平行。空速计安装在了飞行器机头与机体系 x 轴平行的位置。将空速计测量的空速作为式 (4.30) 的 V 计算出向心加速度。用陀螺仪的测量值和速度叉乘得到:

$$A_{centrifugal} = \omega_{gyro} \times V \quad (4.30)$$

$$\text{其中: } V = \begin{bmatrix} velocity \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

通常情况下，飞机不会在前进方向上长时间持续加速，因此没有将前进的加速度考虑进去。因此，载体坐标系下重力的测量值如下：

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_{reference} &= \mathbf{Accelerometer} + \boldsymbol{\omega}_{gyro} \times \mathbf{V} \\ \mathbf{Accelerometer} &= \begin{bmatrix} \text{Accelerometer}_x \\ \text{Accelerometer}_y \\ \text{Accelerometer}_z \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.31)$$

用上式 (4.31) 中的重力向量作为参考量，方向余弦矩阵的第三行就是加速度计测量的值。将这两项叉乘可以得到误差修正量，计算如下式所示：

$$\mathbf{correction}_{roll_pitch} = \begin{bmatrix} c_{31} \\ c_{32} \\ c_{33} \end{bmatrix} \times \mathbf{g}_{reference} \quad (4.32)$$

4.2.5 反馈控制器

每个修正量都乘上权重输入到 PI 反馈控制器里，控制器的输出量加到陀螺仪测量的角速度值上，作为式 (4.24) 的输入（结构见图 4-3），总的修正量的计算表达式如下所示：

$$\mathbf{correction}_{total} = k_{roll_pitch} \cdot \mathbf{correction}_{roll_pitch} + k_{yaw} \cdot \mathbf{correction}_{yaw} \quad (4.33)$$

然后，将总的修正量传送到 PI 控制器里，PI 控制器的计算表达式如下所示：

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega}_{P_correction} &= K_P \cdot \mathbf{correction}_{total} \\ \boldsymbol{\omega}_{I_correction} &= \boldsymbol{\omega}_{I_correction} + K_I \cdot dt \cdot \mathbf{correction}_{total} \\ \boldsymbol{\omega}_{correction} &= \boldsymbol{\omega}_{P_correction} + \boldsymbol{\omega}_{I_correction} \end{aligned} \quad (4.34)$$

根据式 (4.35) 将修正量加到陀螺仪测量值上后再进行矩阵的更新。

$$\boldsymbol{\omega}(t) = \boldsymbol{\omega}(t) + \boldsymbol{\omega}_{correction}(t) \quad (4.35)$$

在实际的使用中，PI 参数并不是一个固定值，而是根据飞行器的转速的不同范围来给不同的 PI 参数。在实际的测试中会发现，如果飞机做大机动动作，偏航角误差会比较大。假设飞机的转速是 500 度/秒，陀螺仪的误差是 5%，那么就会有 25 度/秒的误差，偏航角会有 25 度/秒误差累积。此时可以将控制器中的比例参数变大，使其更快的去修正这个较大的误差。

经过多次的实验测试，按式 (4.36) 来设置 P 参数 K_{P_new} ，旋转角速度用 $\boldsymbol{\omega}_{spin}$ 表示：

$$K_{P_new} = \begin{cases} K_P & \text{if } \omega_{spin} < 50 \\ K_P \cdot \omega_{spin} / 50 & \text{if } 50 \leq \omega_{spin} < 500 \\ 100 \cdot K_P & \text{if } \omega_{spin} \geq 500 \end{cases} \quad (4.36)$$

4.2.6 适用于加速飞行的互补滤波算法

上述介绍的互补滤波算法没有将飞行器的加速度考虑进去，本小节的内容会解决这个问题。解决方法的原理是用重力加速度减去飞行器加速度作为参考向量，而不是直接用重力加速度作为参考加速度。

在载体坐标系中，加速度计测量的值为重力加速度减去加速度，表达式如下：

$$\mathbf{A}_b(t) = \mathbf{g}_b(t) - \mathbf{a}_b(t) \quad (4.37)$$

$\mathbf{g}_b(t)$ ：载体系中的重力加速度

$\mathbf{a}_b(t)$ ：载体系中的加速度

$\mathbf{A}_b(t)$ ：加速度计的输出

方向余弦矩阵可以将载体坐标系下的值转换到地理坐标系下，计算如下：

$$\hat{\mathbf{C}}_b^n(t) \cdot \mathbf{A}_b(t) = \mathbf{g}_n - \mathbf{a}_n(t) \quad (4.38)$$

\mathbf{g}_n ：地理坐标系下的重力加速度

$\mathbf{a}_n(t)$ ：地理坐标系下的加速度

$\hat{\mathbf{C}}_b^n(t)$ ：积分计算出的方向余弦矩阵

如果方向余弦矩阵正确，那么式(4.38)的左右两边应该是相等的，由于陀螺仪的漂移，式子两边不会相等。将式(4.38)的左边和右边叉乘得到陀螺仪的漂移误差。然后对其做积分运算，式子中的加速度表示的量就可以转换成用速度来表示的量，计算过程如下：

$$\int_{t_1}^{t_2} \hat{\mathbf{C}}_b^n(\tau) \cdot \mathbf{A}_b(\tau) \cdot d\tau = (t_2 - t_1) \cdot \mathbf{g}_n - (\mathbf{V}_n(t_2) - \mathbf{V}_n(t_1)) \quad (4.39)$$

误差可以表示成如下形式：

$$\mathbf{error}_n(t_2) = \left(\int_{t_1}^{t_2} \hat{\mathbf{C}}_b^n(\tau) \cdot \mathbf{A}_b(\tau) \cdot d\tau \right) \times ((t_2 - t_1) \cdot \mathbf{g}_n - (\mathbf{V}_n(t_2) - \mathbf{V}_n(t_1))) \quad (4.40)$$

式(4.40)表示的误差是一个二次多项式，为了方便计算，下面将其转换成和时间间隔无关的形式，表达如式(4.41)所示：

$$\mathbf{error}_n(t_2) = \frac{\left[\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \hat{\mathbf{C}}_b^n(\tau) \cdot \mathbf{A}_b(\tau) \cdot d\tau \right] \times \left[\mathbf{g}_n - \frac{\mathbf{V}_n(t_2) - \mathbf{V}_n(t_1)}{t_2 - t_1} \right]}{\left| \mathbf{g}_n - \frac{\mathbf{V}_n(t_2) - \mathbf{V}_n(t_1)}{t_2 - t_1} \right|} \quad (4.41)$$

将上式(4.41)的误差从地理坐标系转换到载体坐标系，计算如下所示：

$$\mathbf{error}_b = \hat{\mathbf{C}}_n^b(t_2) \cdot \mathbf{error}_n(t_2) \quad (4.42)$$

最后将这个误差直接传到 PI 控制器中。

4.2.7 飞行试验数据分析

以上部分介绍了如何使用互补滤波算法计算出飞行器的姿态，而飞行器的速度和位置信息可以直接用 GPS 得到。GPS 可以接收到东北地速度、经纬度和高度信息。

图 4-6 是使用互补滤波算法解算得到的飞行器的姿态，包括横滚角、俯仰角和偏航角。用互补滤波解算姿态和扩展卡尔曼滤波解算姿态的一致性来证明算法的正确性（详细见 4.4 节）。

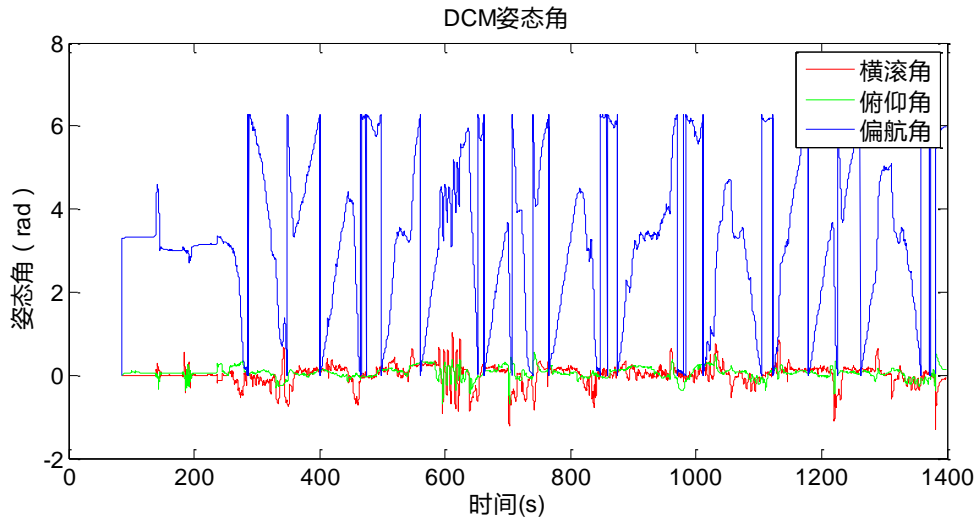


图 4-6 由互补滤波解算出的姿态角

Figure 4-6 The attitude calculated by the complementray filter

图 4-7 由 GPS 接收到的东北地速度信息。其中 V_{eIN} 代表北向速度， V_{eIE} 代表东向速度， V_{eID} 代表地向速度。

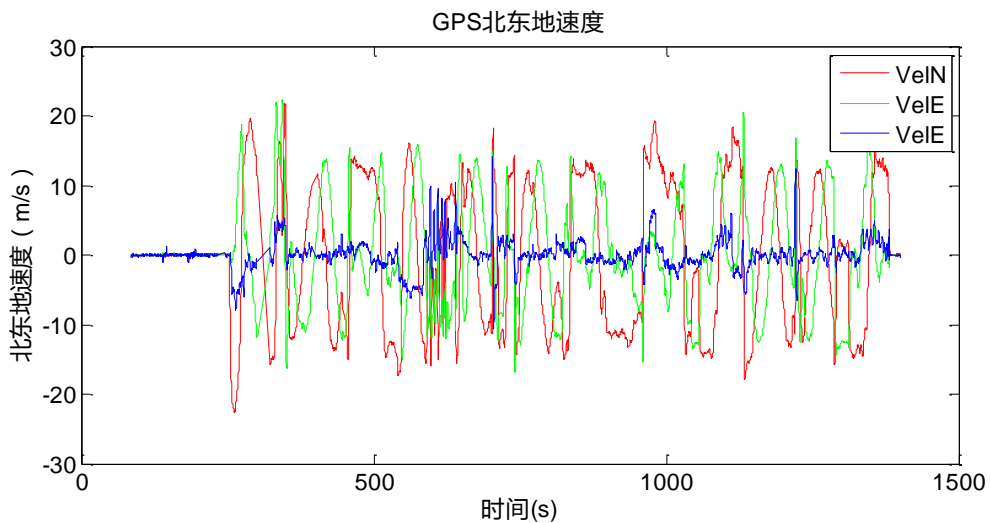


图 4-7 GPS 接收到的东北地速度

Figure 4-7 The velocity obtained from GPS

图 4-8 是 GPS 接收到的经纬度，单位是度。

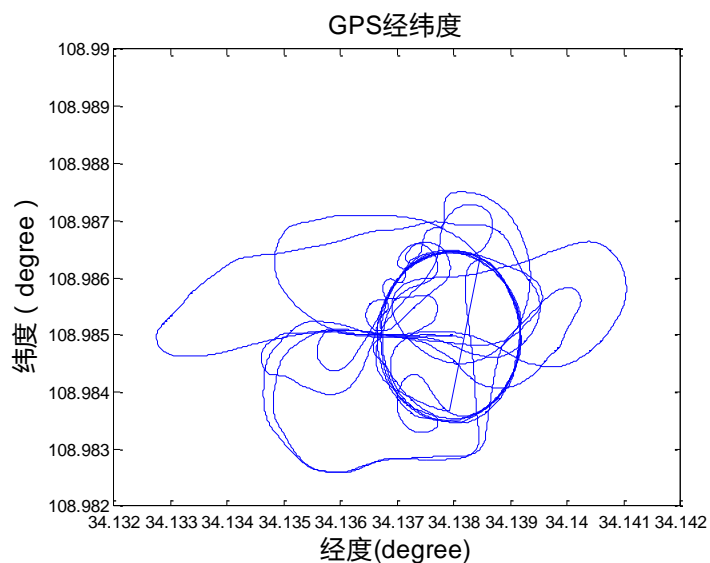


图 4-8 GPS 接收到的经度和纬度

Figure 4-8 The longitudes and latitude obtained from GPS

可以假设飞机起飞的地点为原点，那么就可以根据经度和纬度来计算出飞机相对于原点的位置，也就是北向位置和东向位置，如图 4-9。其中 PosN 是北向位置，PosE 是东向位置。

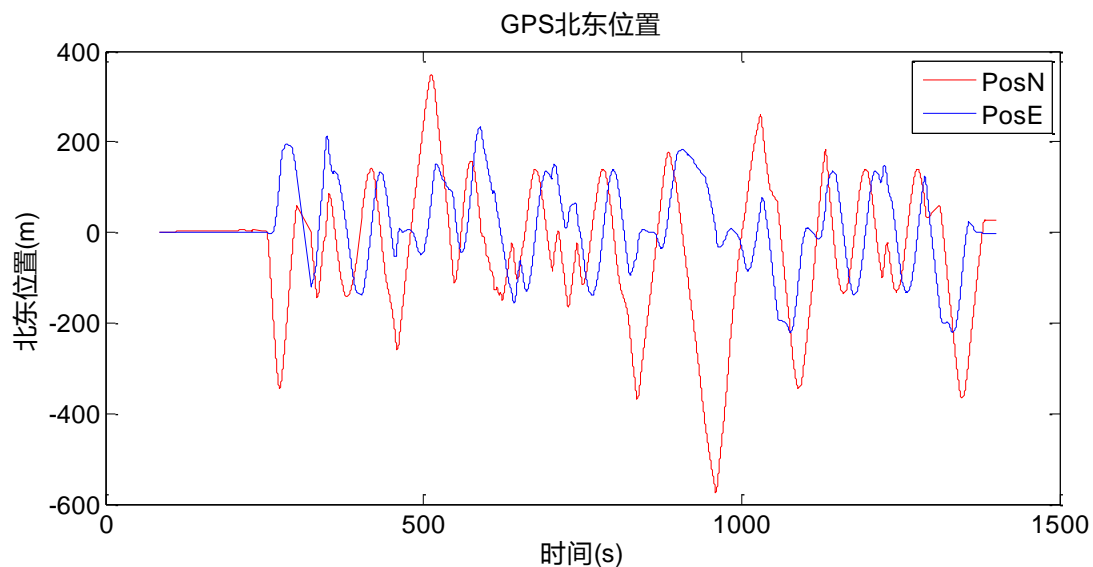


图 4-9 GPS 北向和东向位置

Figure 4-9 Position from GPS

飞机的高度可以通过 GPS 收到或者是通过气压计计算得到，如图 4-10 所示。

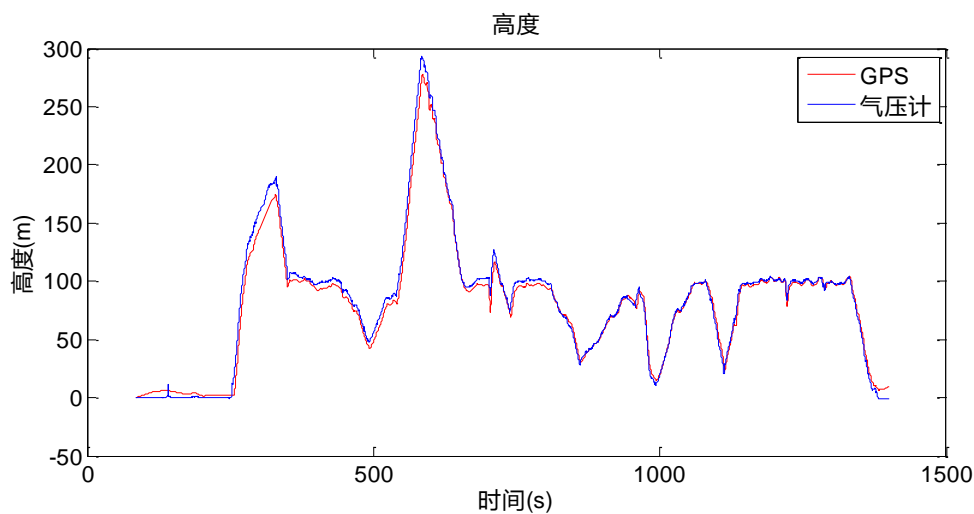


图 4-10 GPS 和气压计测得的高度

Figure 4-10 The altitude obtained from GPS and barometer

4.3 基于扩展卡尔曼滤波的数据融合算法研究

由于本文设计的硬件平台处理器速度快，可以运行复杂度较高的算法，这里使用扩展卡尔曼滤波器来融合陀螺仪、加速度计、磁力计、GPS、空速计和气压计的信息计算出飞行器的姿态、速度和位置。基于 EKF 的多传感器数据融合算法的优点是，能够融合所有传感器测量的数据，所以即使有某个传感器测量数据出现重大错误，也不易影响到导航结果。

4.3.1 总体介绍原理

下面对无人机中基于扩展卡尔曼滤波的数据融合算法实现导航的执行步骤，做一个非数学描述：

- (1) 将陀螺仪测量的角速率积分得到姿态角。
- (2) 将加速度计测得的加速度从载体坐标系转换到地理坐标系，并且减去重力加速度。
- (3) 对加速度进行积分得到速度。
- (4) 对速度积分得到位置。

步骤(1)到步骤(4)使用捷联惯性导航的原理进行建模，在使用扩展卡尔曼滤波做数据融合中，这部分称为“状态预测”。状态量包括了飞行器的姿态角、速度、位置、陀螺仪的漂移、加速度计的漂移、风速、地磁。

(5) 预测出来的陀螺仪和加速度计的噪声，用来估计使用惯性传感器计算出的姿态角、速度、位置时相应的误差的增长。噪声越大，状态估计的误差就越大。这些误差用“状态误差协方差矩阵”来表示。

每次获取到陀螺仪和加速度计数据时，步骤(1)到步骤(5)都要循环重复执行一次。

要使用扩展卡尔曼滤波器将陀螺仪、加速度计、GPS、空速计、气压计、磁力计等传感器的数据进行数据融合，得到鲁棒性更高的姿态、速度和位置。下面的步骤介绍如何使用观测值来修正状态预测出来的状态值。以 GPS 测量的水平位置做观测值为例，该方法也适用于其它观测传感器。

(6) 当 GPS 的数据到达时，由步骤(4)预测的位置值和 GPS 测量的位置值之间的差值，这个差值就是“残差”。

(7) 结合步骤(6)中的“残差”，步骤(5)中的“状态误差协方差矩阵”，和 GPS 的测量误差来修正滤波器中的每个状态量。这一步就叫做“状态修正”。

(8) 由于使用了观测值来修正状态预测值，所以状态的不确定性就会减少，根据“状态修正”计算出不确定性的减少，来更新“状态误差协方差矩阵”，回到步骤(1)。

由上述描述的基于扩展卡尔曼滤波的多传感器数据融合的总体原理的结构图如下所示：

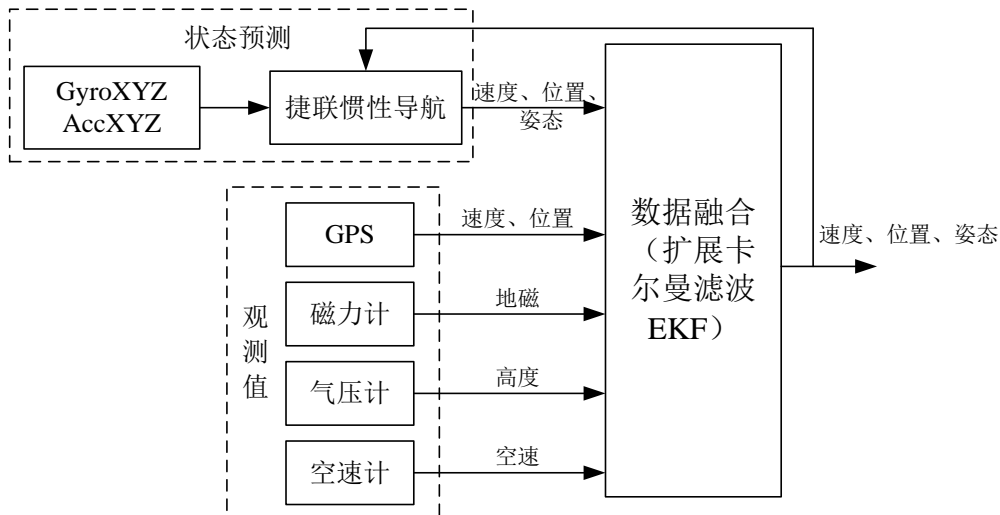


图 4-11 基于 EKF 的多传感器数据融合结构图

Figure 4-11 The structure of data fusion based on EKF

4.3.2 扩展卡尔曼滤波的原理

卡尔曼滤波是一种线性、无偏、以误差方差最小为估计准则的最优估计算法。由于导航系统是一个非线性的系统，所以采用了扩展卡尔曼滤波。扩展卡尔曼滤波的基本思想就是将非线性系统展开成泰勒级数，得到非线性系统的线性化模型，再利用卡尔曼滤波递推方程进行系统的状态估计。

式(4.43)和式(4.44)来表示非线性系统模型：

$$\mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}, \mathbf{w}_{k-1}) \quad (4.43)$$

$$\mathbf{z}_k = h(\mathbf{x}_k, \mathbf{v}_{k-1}) \quad (4.44)$$

式(4.45)和式(4.46)是扩展卡尔曼滤波的预测方程，分别是状态预测和状态误差协方差矩阵的预测：

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = f(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^-, \mathbf{u}_{k-1}, 0) \quad (4.45)$$

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{A}_k \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{A}_k^T + \mathbf{W}_k \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{W}_k^T \quad (4.46)$$

式 (4.47) 是卡尔曼系数的计算:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{V}_k \mathbf{R}_k \mathbf{V}_k^T)^{-1} \quad (4.47)$$

式 (4.48) 和式 (4.49) 是分别是扩展卡尔曼滤波的状态更新方程和状态误差协方差矩阵的更新:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - h(\hat{\mathbf{x}}_k^-, 0)) \quad (4.48)$$

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^- \quad (4.49)$$

卡尔曼滤波器的原理如下图所示:

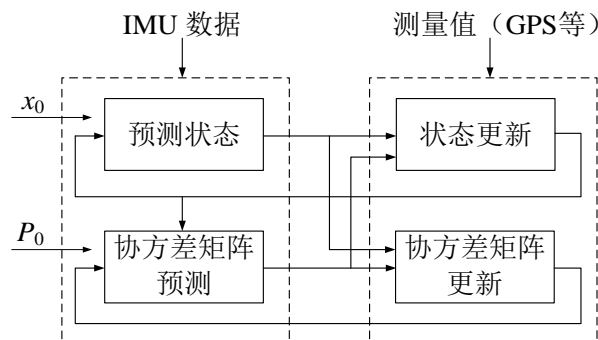


图 4-12 卡尔曼滤波器

Figure 4-12 The kalman filter

状态变量, 观测值, 和控制量的选取, 如下表所示:

表 4-1 状态变量、观测值、控制量

Table 4-1 States, measurements, control

状态变量 (24 状态)	观测值	控制量
飞行姿态 (四元数)	GPS 北东地速度	陀螺仪 角速率
北东地速度	GPS 北东地位置	加速度计 加速度
北东地位置	磁力计 地磁	
陀螺仪漂移	空速计 空速	
加速度计漂移	气压计 高度	
风速		
地磁		
地磁漂移		

4.3.3 捷联惯导算法建模

用陀螺仪和加速度计测得的数据, 计算出飞行器的姿态, 速度, 位置。

飞行器的姿态用四元数表示，如下式：

$$\mathbf{quat} = \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

C_b^n 表示载体坐标系到地理坐标系的旋转矩阵，由四元数表示如下：

$$C_b^n = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

陀螺仪测量出来的是载体坐标系下的角速率，用 \mathbf{gyro} 表示，对角速率积分得到姿态角，姿态角用欧拉角 \mathbf{angle} 表示，还要考虑到陀螺仪的漂移，用 \mathbf{b}_{gyro} 表示所导致的姿态角的漂移量，陀螺仪的采样时间为 Δt ，计算模型如下所示：

$$\Delta \mathbf{angle} = \mathbf{gyro} \cdot \Delta t - \mathbf{b}_{gyro} \quad (4.52)$$

$$\text{其中 } \Delta \mathbf{angle} = \begin{bmatrix} \mathbf{gyro}_x \cdot \Delta t - \mathbf{b}_{gyro_x} \\ \mathbf{gyro}_y \cdot \Delta t - \mathbf{b}_{gyro_y} \\ \mathbf{gyro}_z \cdot \Delta t - \mathbf{b}_{gyro_z} \end{bmatrix}$$

考虑到地球自转，地球自转角速率大小如下：

$$r_{earth} = 7.2921 \times 10^{-5} \text{ rad} / \text{s} \quad (4.53)$$

将上面的地球自转角速率转换到地理坐标系下，其中当地的纬度用 lat 表示，计算公式如下：

$$\mathbf{r}_{earth_NED} = \begin{bmatrix} r_{earth_N} \\ r_{earth_E} \\ r_{earth_D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{earth} \cdot \cos(lat) \\ 0 \\ r_{earth} \cdot \sin(lat) \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

考虑到计算时有圆锥误差，用 \mathbf{coing} 表示，计算如下：

$$\mathbf{coing} = \frac{1}{12} \cdot (\Delta \mathbf{angle} \times \mathbf{gyro}) \quad (4.55)$$

加上以上修正之后的姿态角的计算模型整理如下表示：

$$\Delta \mathbf{angle}_{correct} = \Delta \mathbf{angle} - C_n^b \cdot \mathbf{r}_{earth_NED} \cdot \Delta t + \mathbf{coing} \quad (4.56)$$

由于上式使用欧拉角来表示，需要将其转换成四元数的形式，对于小角度的转动，有 $\sin \phi \rightarrow \phi$ ， $\sin \theta \rightarrow \theta$ ， $\sin \psi \rightarrow \psi$ ，则通过欧拉角表示的方向余弦矩阵可以简化为如下形式：

$$C_b^n \approx \begin{bmatrix} 1 & -\psi & \theta \\ \psi & 1 & -\phi \\ -\theta & \phi & 1 \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

根据式 (4.12)，可以得到用欧拉角表示小角度转动时的四元数表达式，如下所示：

$$\Delta quat = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5\phi \\ 0.5\theta \\ 0.5\psi \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

将式 (4.56) 中修正过后的姿态角带入到式 (4.58) 中，得到下式：

$$\Delta quat = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5\Delta angle_{correct}^{(1)} \\ 0.5\Delta angle_{correct}^{(2)} \\ 0.5\Delta angle_{correct}^{(3)} \end{bmatrix} \quad (4.59)$$

最后的姿态计算的方程如下式所示，相乘按四元数的相乘法则进行：

$$quat_{new} = quat \times \Delta quat \quad (4.60)$$

在地理坐标系下，速度用式 (4.61) 的形式表示：

$$velocity = \begin{bmatrix} v_N \\ v_E \\ v_D \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

在地理坐标系下，重力加速度用式 (4.62) 表示：

$$g = \begin{bmatrix} g_N \\ g_E \\ g_D \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

加速度计测量的是载体坐标系下的飞行器的加速度，对加速度积分就可以得到当前的速度，同样需要加上加速度计的漂移，计算如下式表示：

$$\Delta velocity = accel \times \Delta t - \Delta b_{accel} \quad (4.63)$$

$$\Delta velocity = \begin{bmatrix} accel_x \cdot \Delta t - \Delta b_{accel_x} \\ accel_y \cdot \Delta t - \Delta b_{accel_y} \\ accel_z \cdot \Delta t - \Delta b_{accel_z} \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

考虑到划船误差，补偿量计算如下：

$$sculling = \frac{1}{2} \cdot (gyro \times accel) + \frac{1}{12} \cdot (\Delta angle \times accel) \quad (4.65)$$

修正过后的速度变化量的计算如下：

$$\Delta \mathbf{velocity}_{correct} = \Delta \mathbf{velocity} + \mathbf{sculling} \quad (4.66)$$

最终的速度计算的方程计算如下:

$$\mathbf{velocity}_{new} = \mathbf{velocity} + \mathbf{g} \cdot \Delta t + \mathbf{C}_b^n \cdot \Delta \mathbf{velocity}_{correct} \quad (4.67)$$

在地理坐标系下, 位置如下所示:

$$\mathbf{position} = \begin{bmatrix} p_N \\ p_E \\ p_D \end{bmatrix} \quad (4.68)$$

在地理坐标系, 速度如下所示:

$$\mathbf{velocity} = \begin{bmatrix} v_N \\ v_E \\ v_D \end{bmatrix} \quad (4.69)$$

位置的计算如下所示:

$$\mathbf{position}_{new} = \mathbf{position} + \mathbf{velocity} \cdot \Delta t \quad (4.70)$$

陀螺仪的漂移在很短的时间内基本保持不变, 预测方程如下:

$$\Delta \mathbf{b}_{gyro_new} = \Delta \mathbf{b}_{gyro} \quad (4.71)$$

$$\begin{bmatrix} b_{gyro_x_new} \\ b_{gyro_y_new} \\ b_{gyro_z_new} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{gyro_x} \\ b_{gyro_y} \\ b_{gyro_z} \end{bmatrix} \quad (4.72)$$

加速度计的漂移在很短的时间内基本保持不变, 预测方程如下:

$$\Delta \mathbf{b}_{accel_new} = \Delta \mathbf{b}_{accel} \quad (4.73)$$

$$\begin{bmatrix} b_{accel_x_new} \\ b_{accel_y_new} \\ b_{accel_z_new} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{accel_x} \\ b_{accel_y} \\ b_{accel_z} \end{bmatrix} \quad (4.74)$$

风速在很短的时间内基本保持不变, 并且只考虑水平方向的风, 预测方程如下:

$$\mathbf{v}_{wind_new} = \mathbf{v}_{wind} \quad (4.75)$$

$$\begin{bmatrix} v_{wind_N_new} \\ v_{wind_E_new} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{wind_N} \\ v_{wind_E} \end{bmatrix} \quad (4.76)$$

可以认为当地的地磁基本一致, 用地理坐标系下的地磁来表示, 预测方程如下:

$$\mathbf{mag}_{new} = \mathbf{mag} \quad (4.77)$$

$$\begin{bmatrix} mag_{new_N} \\ mag_{new_E} \\ mag_{new_D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} mag_N \\ mag_E \\ mag_D \end{bmatrix} \quad (4.78)$$

用磁力测量的地磁偏移量，也保持不变，预测方程如下：

$$\mathbf{b}_{mag_new} = \mathbf{b}_{mag} \quad (4.79)$$

$$\begin{bmatrix} b_{mag_X_new} \\ b_{mag_Y_new} \\ b_{mag_Z_new} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{mag_X} \\ b_{mag_Y} \\ b_{mag_Z} \end{bmatrix} \quad (4.80)$$

4.3.4 多传感器数据融合的方法

(a) 状态预测

上一节用捷联算法建立起用陀螺仪和加速度计计算出飞行器姿态、速度和位置的模型，并且还建立了漂移误差模型。所以，被估计的状态量包括姿态（四元数），位置，速度，陀螺仪漂移，加速度计漂移，水平风速，磁力计偏差，地磁场。

$$\mathbf{x}_{k-1} = \{q_0, q_1, q_2, q_3, v_N, v_E, v_D, p_N, p_E, p_D, b_{gyro_x}, b_{gyro_y}, b_{gyro_z}, b_{accel_x}, b_{accel_y}, b_{accel_z}, v_{wind_N}, v_{wind_E}, mag_N, mag_E, mag_D, b_{mag_x}, b_{mag_y}, b_{mag_z}\} \quad (4.81)$$

由上一节可以计算出下个时刻的状态 \mathbf{x}_k ：

$$\mathbf{x}_k = \{q_{0_new}, q_{1_new}, q_{2_new}, q_{3_new}, v_{N_new}, v_{E_new}, v_{D_new}, p_{N_new}, p_{E_new}, p_{D_new}, b_{gyro_x_new}, b_{gyro_y_new}, b_{gyro_z_new}, b_{accel_x_new}, b_{accel_y_new}, b_{accel_z_new}, v_{wind_N_new}, v_{wind_E_new}, mag_{N_new}, mag_{E_new}, mag_{D_new}, b_{mag_x_new}, b_{mag_y_new}, b_{mag_z_new}\} \quad (4.82)$$

以上为扩展卡尔曼滤波中状态预测部分的计算。

(b) 状态误差协方差矩阵的预测

由于在使用 EKF 时，需要对状态方程进行线性化，然后使用卡尔曼滤波进行计算。

线性化过程就是求相应的雅各比矩阵。其中， $\mathbf{F}_k = \frac{\partial \mathbf{x}_k}{\partial \mathbf{x}_{k-1}}$ 是状态转移矩阵。

在上述模型中，控制量包括陀螺仪的输出和加速度计的输出：

$$\mathbf{u}_k = \{gyro_x, gyro_y, gyro_z, accel_x, accel_y, accel_z\} \quad (4.83)$$

$$\mathbf{G}_k = \frac{\partial \mathbf{x}_k}{\partial \mathbf{u}_k} \quad (4.84)$$

状态误差协方差矩阵的预测方程如下：

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{G}_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{G}_{k-1}^T + \mathbf{Q} \quad (4.85)$$

\mathbf{Q}_{k-1} 是陀螺仪和加速度计造成的系统噪声， \mathbf{Q} 是其他的系统噪声。

(c) 观测数据的融合

使用观测数据来修正状态估计值和状态误差协方差矩阵。

观测值用 \mathbf{z} 表示，用前一节状态估计量可以计算出一个预测的观测值，用 \mathbf{z}_p 表示。

$$\mathbf{H}_k = \frac{\partial \mathbf{z}_p}{\partial \mathbf{x}_k} \quad (4.86)$$

卡尔曼增益计算如下：

$$\mathbf{K} = \mathbf{P}_k \mathbf{H}_k [\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k]^{-1} \quad (4.87)$$

其中： \mathbf{R}_k 是观测噪声协方差。

残差的计算如下所示：

$$\mathbf{v} = \mathbf{z} - \mathbf{z}_p \quad (4.88)$$

状态更新计算如下， \mathbf{x}_k^- 表示修正前的状态量， \mathbf{x}_k^+ 表示修正后的状态量：

$$\mathbf{x}_k^+ = \mathbf{x}_k^- + \mathbf{K} \mathbf{v} \quad (4.89)$$

状态误差协方差矩阵的更新方程如下式所示， \mathbf{P}_k^- 表示修正前的状态误差协方差矩阵， \mathbf{P}_k^+ 表示修正后的状态误差协方差矩阵：

$$\mathbf{P}_k^+ = [\mathbf{I} - \mathbf{K} \mathbf{H}_k] \mathbf{P}_k^- \quad (4.90)$$

GPS 接收到的速度和位置信息，都是在地理坐标系下的，估计的状态量中也都是在地理坐标系下的速度和位置，所以 \mathbf{H} 矩阵和卡尔曼系数 \mathbf{K} 的计算如下：

$$\mathbf{H} = \frac{\partial (v_N, v_E, v_D, p_N, p_E, p_D)}{\partial \mathbf{x}} \quad (4.91)$$

$$\mathbf{K} = (\mathbf{P} \cdot \mathbf{H}^T)(\mathbf{H} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{H}^T + \mathbf{R}_{GPS})^{-1} \quad (4.92)$$

空速计测量的是在载体坐标系下 x 轴和 y 轴的空速矢量和，可以用状态量中的地速和风速来预测出一个空速，计算如下：

$$V_{tasPred} = \sqrt{(v_N - v_{wind_N})^2 + (v_E - v_{wind_E})^2} \quad (4.93)$$

下面可以求出 \mathbf{H} 矩阵，计算如下：

$$\mathbf{H} = \frac{\partial V_{tasPred}}{\partial \mathbf{x}} \quad (4.94)$$

卡尔曼系数计算如下：

$$\mathbf{K} = (\mathbf{P} \cdot \mathbf{H}^T)(\mathbf{H} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{H}^T + \mathbf{R}_{tas})^{-1} \quad (4.95)$$

三轴磁力计测量出来的是在载体坐标系下的地磁，可以用状态量中的地理坐标系下

的地磁和载体坐标系下地磁的偏移量来计算测量出来的地磁，计算如下：

$$\mathbf{mag}_{pred} = \mathbf{C}_b^n \cdot \mathbf{mag}_{NED} + \mathbf{b}_{mag} \quad (4.96)$$

用下式求出 \mathbf{H} 矩阵：

$$\mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{mag}_{pred}}{\partial \mathbf{x}} \quad (4.97)$$

卡尔曼系数计算如下：

$$\mathbf{K} = (\mathbf{P} \cdot \mathbf{H}^T)(\mathbf{H} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{H}^T + \mathbf{R}_{mag})^{-1} \quad (4.98)$$

4.3.5 扩展卡尔曼滤波算法执行时的计算优化

在做扩展卡尔曼滤波计算时，由于在系统建模时有 24 个状态变量，在计算状态误差协方差矩阵的时候会涉及到 24×24 的大矩阵运算。所以如何将这些计算做出优化和转化成程序语言是比较重要的。

这里是使用的 MATLAB 的符号运算的功能来做出计算的优化和将其转化成 C 语言的形式。首先，在 MATLAB 中进行系统的建模，用 syms 来定义状态变量，用 $\mathbf{F} = \text{jacobian}(\text{processEqns}, \text{stateVector})$ 计算出状态转移矩阵 \mathbf{F} ，stateVector 是 24 个状态量，processEqns 是一次状态预测后的结果。用 $\mathbf{G} = \text{jacobian}(\text{processEqns}, \text{distVector})$ 来计算控制量的转移矩阵。同样可以使用这个函数来计算 \mathbf{H} 矩阵。由于有 GPS 测得的北东地速度，与状态变量中的一致，所以不用计算 \mathbf{H}_{GPS} ，另外可以用 $\mathbf{H}_{TAS} = \text{jacobian}(\text{VtasPred}, \text{stateVector})$ 和 $\mathbf{H}_{MAG} = \text{jacobian}(\text{magMeas}, \text{stateVector})$ 来计算空速和地磁的 \mathbf{H} 矩阵。

可以用 MATLAB 的符号运算功能将上述计算过程全部表示出。这样算法的整个过程就很清楚了，不需要自己手动去计算，包括矩阵的乘法，求逆，求雅各比矩阵等等一些复杂的运算。在 MATLAB 中还有一个计算优化的函数 OptimiseAlgebra()，可以进一步减少算法的复杂度。在计算的过程中，不可避免的会有某些中间计算过程会重复进行计算，那么这个函数就可以用一些中间变量把这些重复计算的部分提出来，只进行一次计算，重复使用的时候就可以只用结果。

另外在用观测器进行状态修正的时候，由于观测值并不是同时到达，所以这里是每到达一个观测值进行一次修正，是一个一个的进行而不是等待所有的观测值到达后一起进行的修正计算。这样执行的另一个好处是可以简单化计算的过程。举个例子，比如在使用 GPS 接收的北东地速度作为观测值进行修正时，是先用北向速度修正，然后再用东向速度，最后用地向速度修正，这样就解决了观测值不同步的问题。例如，当 GPS 接收到数据的同时地磁还没有读到数据，如果等待地磁的数据，那么就会有时间误差而导致错误的计算结果。这个方法既简化计算的过程，又避免做复杂的大矩阵的计算，从而减少出错率。

4.3.6 飞行数据实验结果分析

本实验采用的传感器的数据与 4.2 节一致，使用基于扩展卡尔曼滤波的数据融合的导航算法实验结果如下所示。

图 4-13 是使用基于 EKF 的数据融合算法计算出的飞行器的姿态角，包括飞行器的横滚角、俯仰角和偏航角。

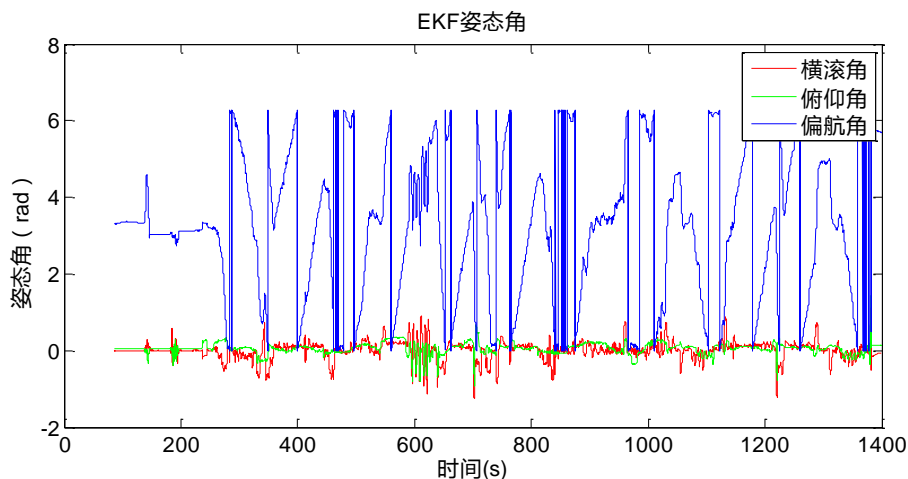


图 4-13 基于 EKF 导航算法计算出的姿态角

Figure 4-13 The attitude calculated by the EKF-based navigation algorithm

图 4-14 是使用基于 EKF 的数据融合算法计算出的飞行器的北东地的速度，其中 Vel_N 是北向速度， Vel_E 是东向速度， Vel_D 是地速。

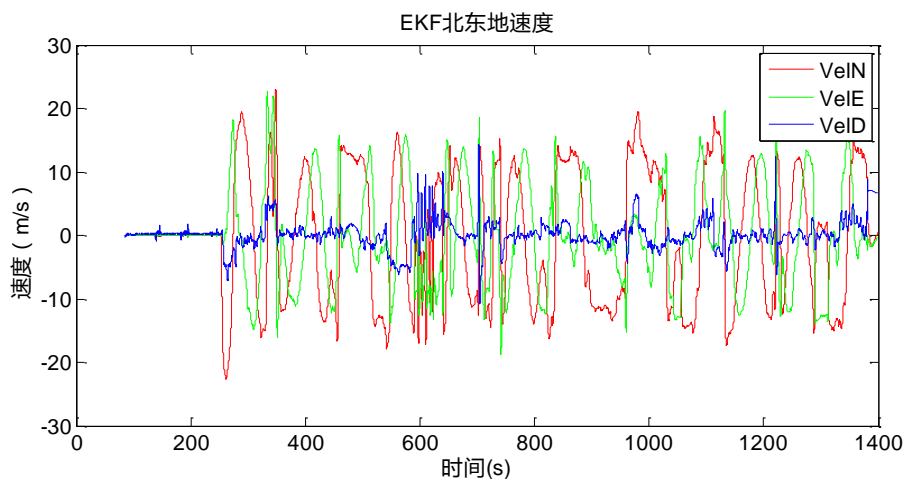


图 4-14 基于 EKF 的导航算法计算出的北东地速度

Figure 4-14 The velocity calculated by EKF-based navigation algorithm

图 4-15 是使用基于 EKF 的数据融合算法计算出的飞行器的北东地位置，其中 Pos_N 是北向位置， Pos_E 是东向位置。

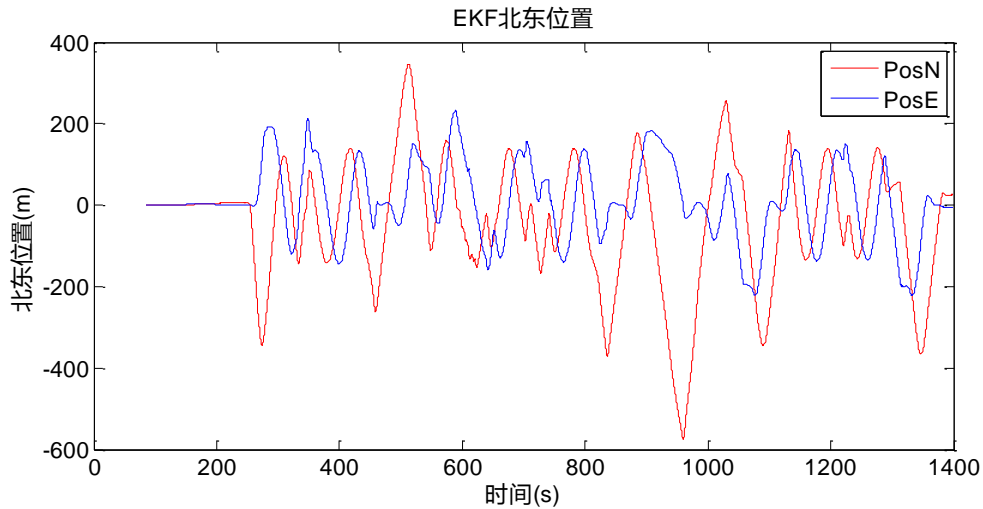


图 4-15 基于 EKF 的导航算法计算出北东位置

Figure 4-15 The position calculated by EKF-based navigation algorithm

图 4-16 是使用基于 EKF 的数据融合算法计算出的飞机的高度。

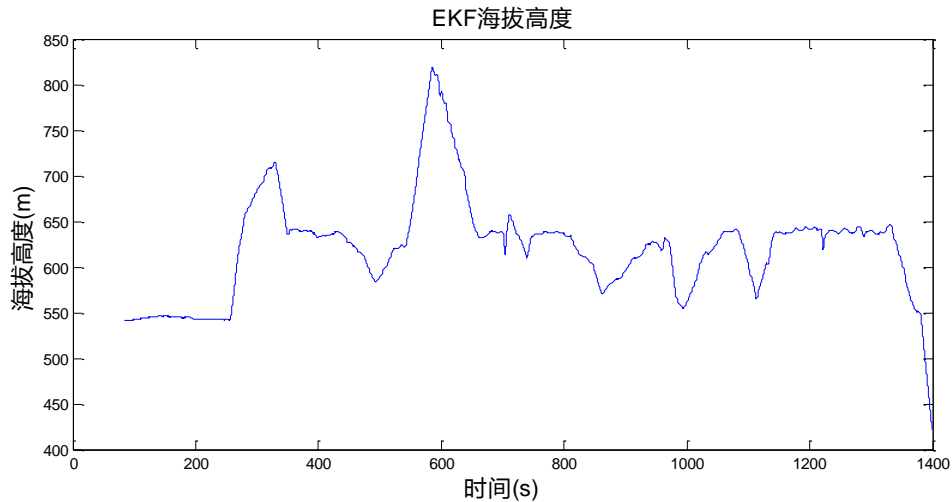


图 4-16 基于 EKF 的海拔高

Figure 4-16 Altitude calculated by EKF-based navigation algorithm

4.4 互补滤波姿态解算和 EKF 数据融合导航算法效果对比与分析

针对本文所研究的互补滤波姿态解算算法和基于扩展卡尔曼滤波的数据融合算法，在不同的飞行状况下，进行无人机导航飞行实验结果的对比分析。

采用同一组传感器采集的数据，分别使用互补滤波算法和扩展卡尔曼滤波算法进行计算，将实验结果进行对比。分别分析了在平缓飞行和大机动飞行时，两种不同导航算法解算出的姿态角，并对比了用 GPS 接收的速度和位置信息与 EKF 计算出的速度和位置。最后是基于 EKF 的多传感器数据融合算法在无人机航点跟踪上的成功使用。

4.4.1 平缓飞行的姿态

下面对飞机在平缓飞行的过程中的姿态角进行两种算法的对比：

图 4-17 为在较为平缓飞行过程中的互补滤波和扩展卡尔曼滤波计算出的飞行器的横滚角。在飞行的第 850s 到 950s 之间，横滚角的波动在 -0.2rad 到 0.4rad 之间，即大约在 -12 度到 23 度之间摆动，属于正常飞行摆动。可以看到两种算法计算出的横滚角差别不大，在图 4-18 中显示两者的差值，差值范围在 -0.005rad 到 0.03rad 之间，即在 -0.2866 度到 1.8 度之间。所以，在飞机正常飞行状态下，两种算法的计算的结果相差不大，结果都比较好。

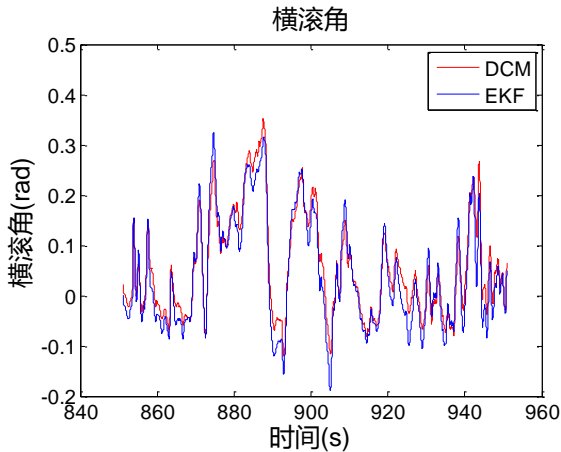


图 4-17 横滚角

Figure 4-17 The roll obtained

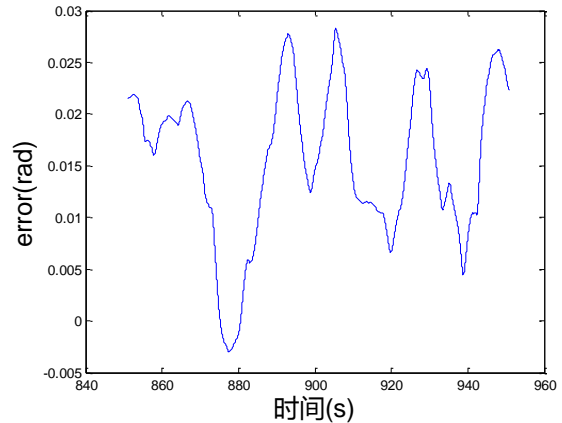


图 4-18 两种算法结果的差值

Figure 4-18 The difference between two algorithms

图 4-19 是在较为平缓飞行过程中的互补滤波和扩展卡尔曼滤波计算出的飞行器的俯仰角。仍然选取的是在飞行的第 850s 到 950s 之间，俯仰角的波动在 -0.1rad 到 0.25rad 之间，即大约在 -6 度到 15 度之间摆动，也属于正常飞行摆动。可以看到两种算法计算出的俯仰角的差别也不大，在图 4-20 中显示两者的差值，差值范围在 -0.01rad 到 0.04rad 之间，即在 -0.6 度到 2.3 度之间。所以在飞机正常平稳运行下，两种算法计算俯仰角结果相差不大。

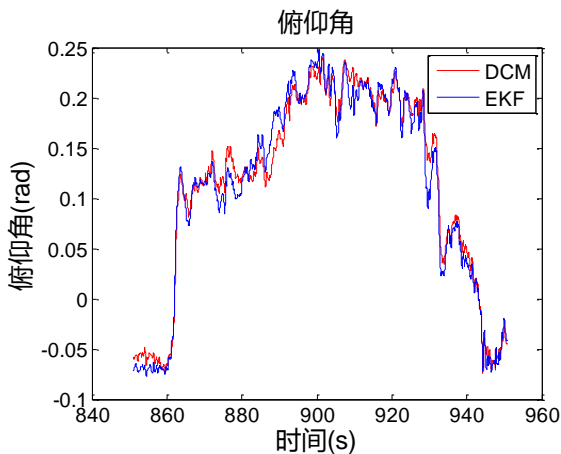


图 4-19 俯仰角

Figure 4-19 The pitch obtained

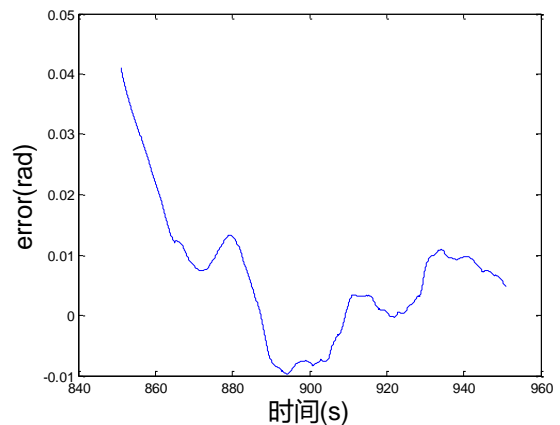


图 4-20 两种算法结果的差值

Figure 4-20 The difference between two algorithms

图 4-21 是在较为平缓飞行过程中的互补滤波和扩展卡尔曼滤波计算出的飞行器的偏航角。仍然选取的是在飞行的第 850s 到 950s 之间，飞机的偏航角由 0rad 比较平缓地转到 3.95rad ，即由 0 度转到 225 度。由于偏航角的范围是 0 度到 360 度之间，所以角度在 0 度左右会出现图 4-21 的前一段所示的情况，从图中仍然可以看到两种算法计算结果相

差不多，图 4-22 表示了两者的差值，两者的差值在 -0.14rad 到 0.04rad 之间，即在 -8.0 度到 2.3 度之间。所以在飞机正常平稳运行下，两种算法计算偏航角结果相差不多。

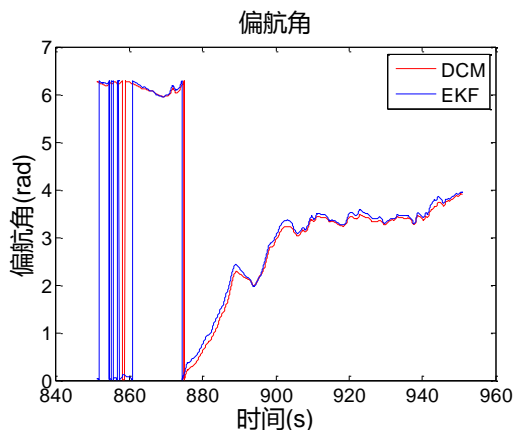


图 4-21 偏航角

Figure 4-21 The yaw obtained

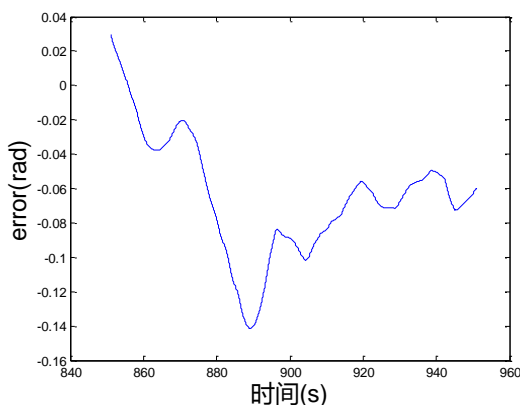


图 4-22 两种算法结果的差值

Figure 4-22 The difference between two algorithms

结果分析：在飞行器平缓飞行的情况下，用互补滤波和卡尔曼滤波解算出来的姿态结果基本一致，偏差相差很小，从结果的一致性说明，两种算法解算出的姿态都是正确的。

4.4.2 大机动飞行的姿态

下面对飞机在大机动飞行过程中的姿态角进行两种算法的对比：

图 4-23 是在大机动飞行时分别用互补滤波和扩展卡尔曼滤波计算出来的横滚角。在飞行的第 580s 到 650s 之间，横滚角频繁地在 -1.5rad 和 1.5rad 之间摆动，即在 -86 度到 86 度之间。此时发现在大机动的情况下计算出的横滚角比在平稳飞行下的差值大。它们的之间的差值如图 4-24 所示，范围在 -0.02rad 到 0.16rad 之间，即在 -1.15 度到 9.17 度之间。

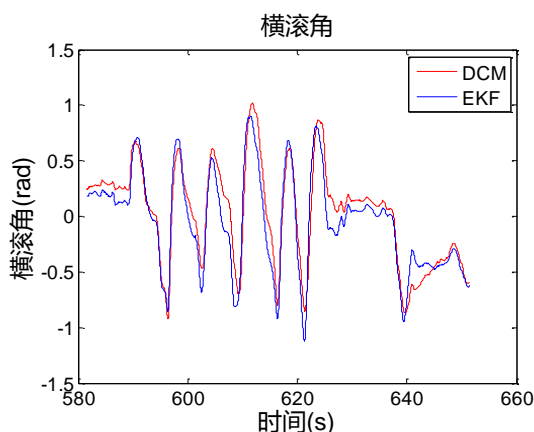


图 4-23 横滚角

Figure 4-23 Roll

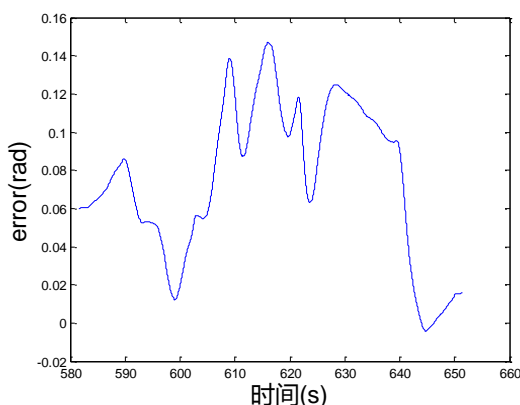


图 4-24 两种算法结果的差值

Figure 4-24 The difference between two algorithms

图 4-25 是在大机动飞行时分别用互补滤波和扩展卡尔曼滤波计算出来的飞机的俯仰角。在飞行的第 580s 到 650s 之间，俯仰角频繁地在 -0.8rad 和 0.4rad 之间摆动，即在 -46 度到 23 度之间。此时发现两种算法计算出来的俯仰角在大机动的情况下，比在平稳飞行下的差值大。它们的之间的差值如图 4-26 所示，范围在 -0.05rad 到 0.25rad 之间，即在

2.87 度到 14.33 度之间。

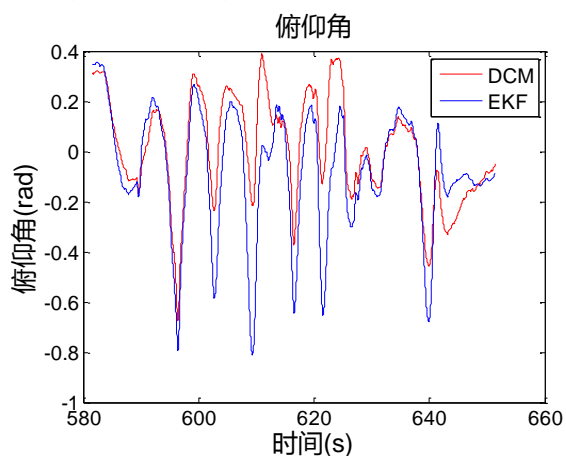


图 4-25 俯仰角

Figure 4-25 The pitch obtained

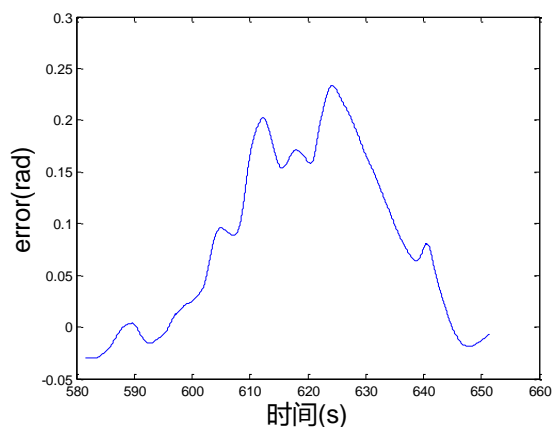


图 4-26 两种算法结果的差值

Figure 4-26 The difference between two algorithms

图 4-27 是在大机动飞行时分别用互补滤波和扩展卡尔曼滤波计算出来的飞机的偏航角。在飞行的第 580s 到 650s 之间，俯仰角频繁地在 0rad 和 6.28rad 之间摆动，即在 0 度到 360 度之间。此时发现两种算法计算出来的俯仰角在大机动的情况下，比在平稳飞行的差值大。它们的之间的差值如图 4-27 所示，范围在 -0.25rad 到 0.3rad 之间，即在 -14.33 度到 17.20 度之间。

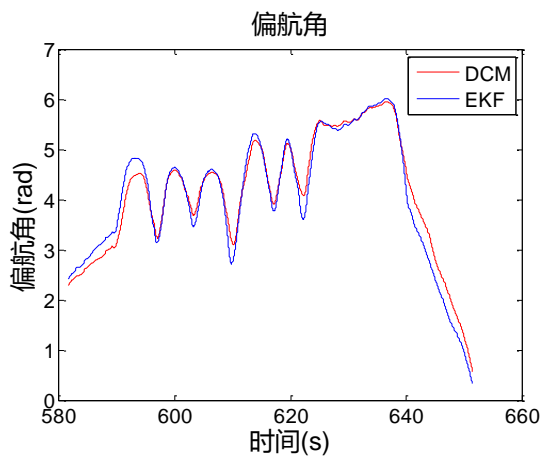


图 4-27 偏航角

Figure 4-27 The yaw obtained

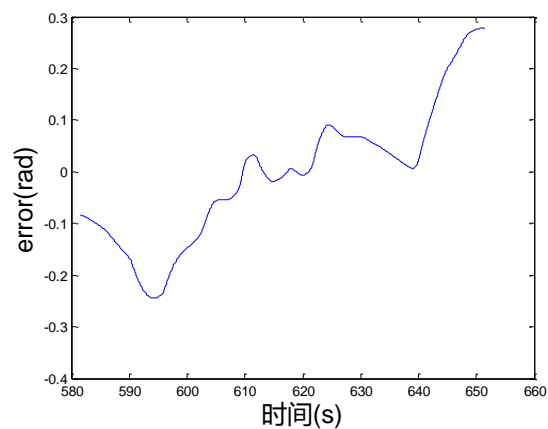


图 4-28 两种算法结果的差值

Figure 4-28 The difference between two algorithms

结果分析：在飞行器做大机动运动的过程中，两种算法计算出的姿态相差比较大，但本文认为这个偏差在合理范围之内，说明两种算法在大机动飞行的时候都适用。

4.4.3 GPS 和 EKF 分别测得的速度和位置

采用互补滤波方式只能计算出飞机的姿态角，飞机的速度和位置是使用 GPS 接收机接收到的北东地速度和飞机的经纬度和高度。还可以使用气压计计算出飞机的高度。在扩展卡尔曼滤波中，状态量中直接包含了飞机的北东地的速度和北东地位置信息。所以下面将 GPS 和 EKF 计算的结果进行比较。

下面是比较 GPS 接收到的飞机的北东地速度和 EKF 计算出的北东地速度。

图 4-29、图 4-30 和图 4-31 分别是北向速度、东向速度和地速。可以看到由 GPS 接收到的北东地速度和 EKF 计算出的北东地速度基本一致，并没有太大误差。

图 4-32、图 4-33 和图 4-34 分别表示的是北向位置、东向位置和地速位置。由 GPS 可以接收到的是经度，纬度，海拔高度。可以根据地球半径计算出飞机的北东地位置。由图看到由 GPS 接收到的北东地位置和 EKF 计算出的北东地速度基本一致，没有太大误差。

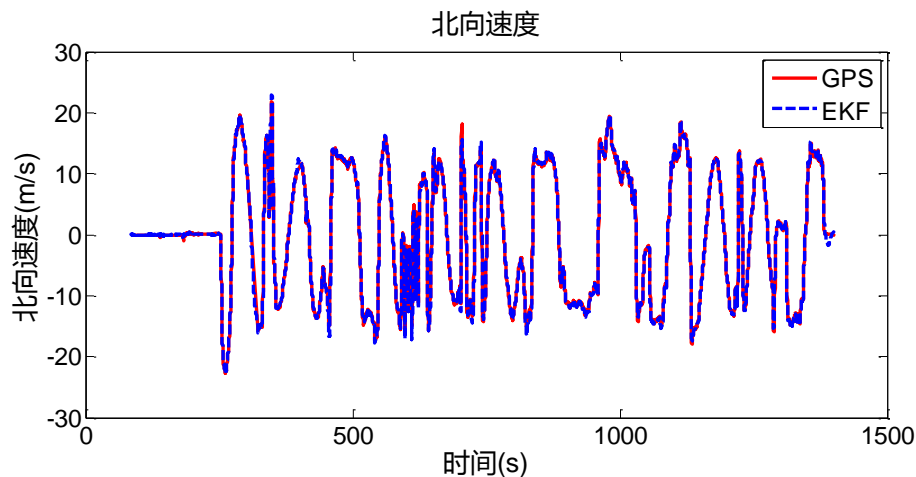


图 4-29 北向速度

Figure 4-29 The north velocity obtained

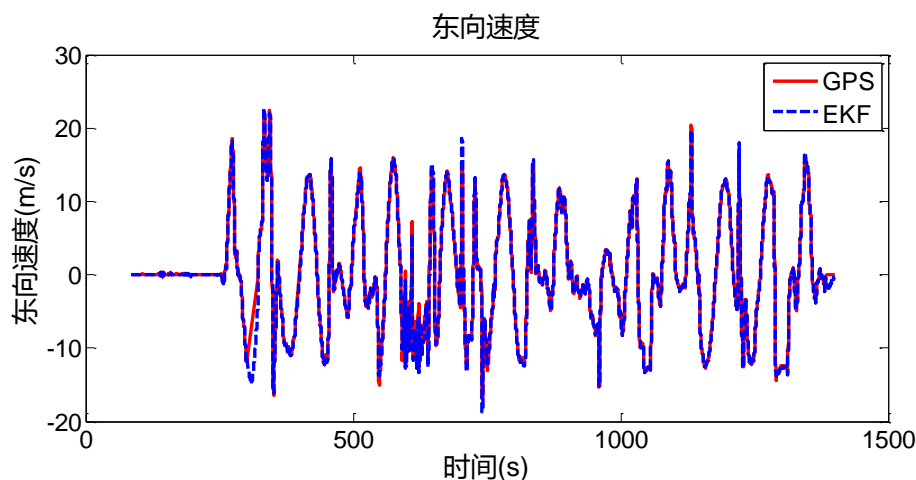


图 4-30 东向速度

Figure 4-30 The east velocity obtained

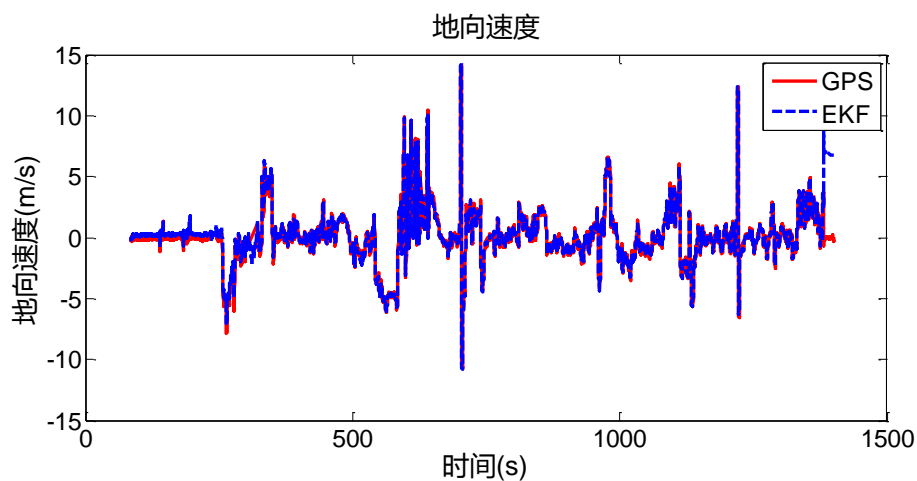


图 4-31 地向下速度

Figure 4-31 The down velocity obtained

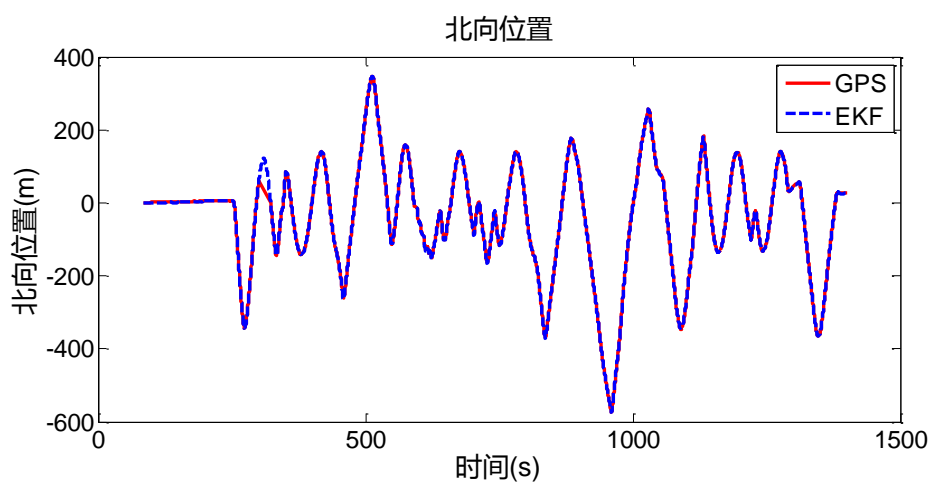


图 4-32 北向位置

Figure 4-32 The north position obtained

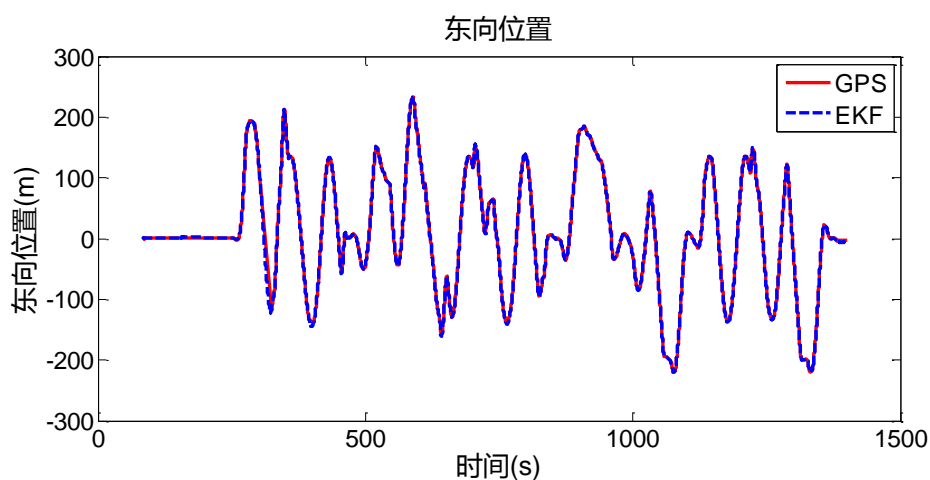


图 4-33 东向位置

Figure 4-33 The east position obtained

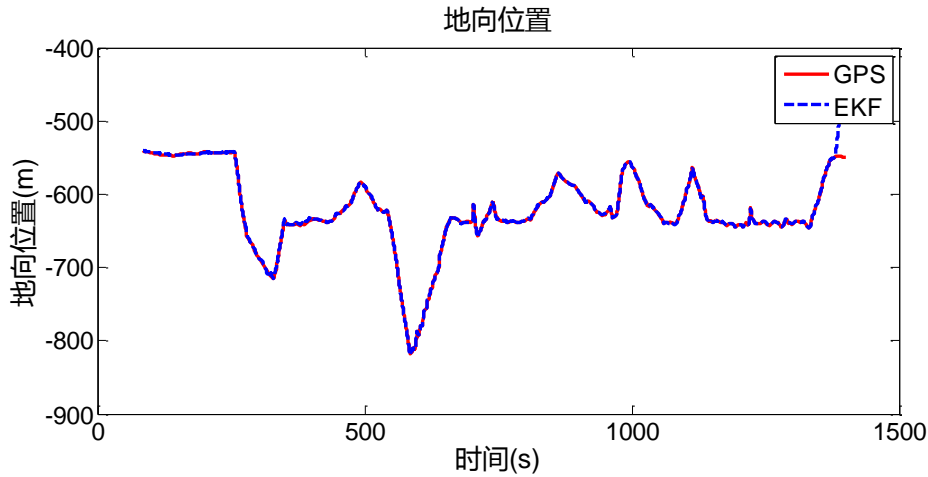


图 4-34 地面向位置

Figure 4-34 The down position obtained

结果分析：从两种方式得到的速度和位置结果的一致性，可以证明用 EKF 计算出的速度和位置的正确性。

4.4.4 GPS 失锁

下图表示的是当 GPS 失锁的情况下，基于 EKF 的多传感器数据融合算法仍然能够很好的计算出飞机的速度和位置。

从第 300s 开始到 325s 之间，GPS 失锁，接收不到有效的无人机速度和位置数据，此时 EKF 仍然能够很好的计算出飞机的速度和位置。从图中可明显看到在 GPS 失锁前和恢复后，GPS 和 EKF 两种方式下的结果一致，而在 GPS 失锁这个过程中，GPS 无法提供无人机飞行数据，EKF 不仅有数据而且这个数据能很好的和失锁前和失锁后的数据连接起来，没有较大的间断，这就可以说明计算的正确性。

图 4-35、图 4-36 和图 4-37 分别是 GPS 和 EKF 测得的北东地速度，图 4-38 图 4-39 图 4-40 是 GPS 和 EKF 测得的北东地位置。

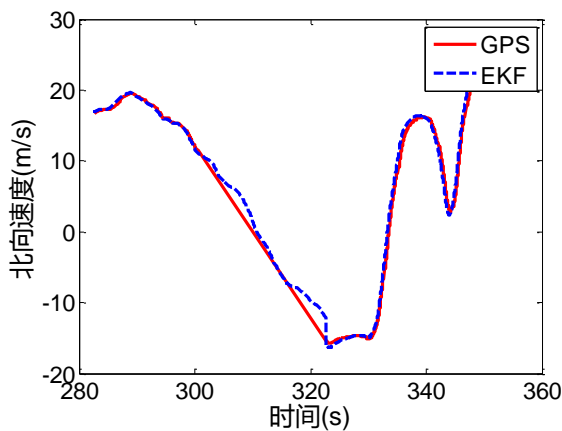


图 4-35 GPS 失锁北向速度

Figure 4-35 The VelN obtained when GPS unlock

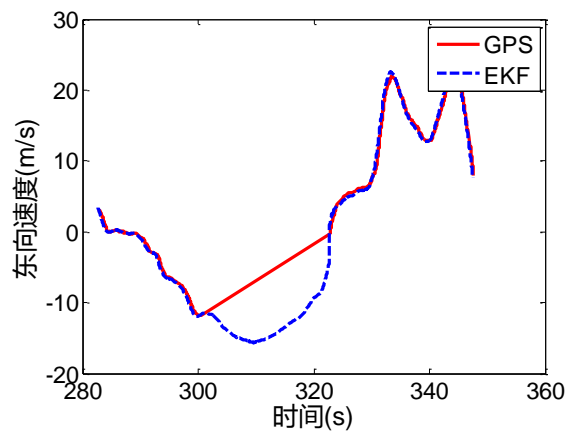


图 4-36 GPS 失锁东向速度

Figure 4-36 The VelE obtained when GPS unlock

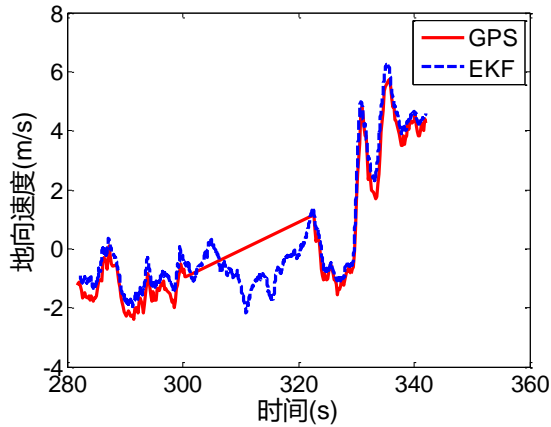


图 4-37 GPS 失锁地面向速度

Figure 4-37 The VelD obtained when GPS unlock

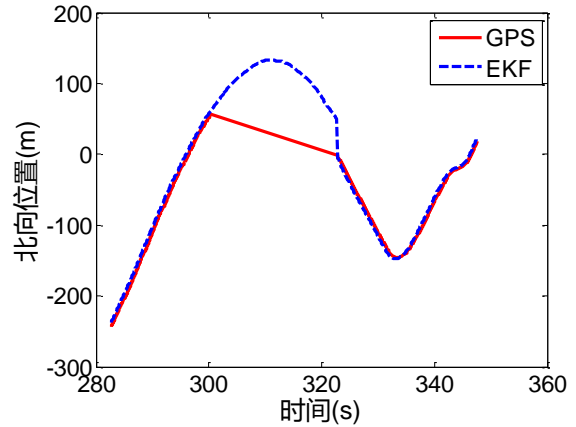


图 4-38 GPS 失锁北向位置

Figure 4-38 The PosN obtained when GPS unlock

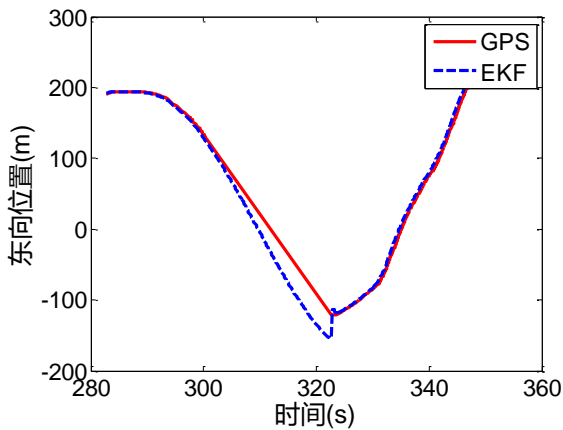


图 4-39 GPS 失锁东向位置

Figure 4-39 The PosE obtained when GPS unlock

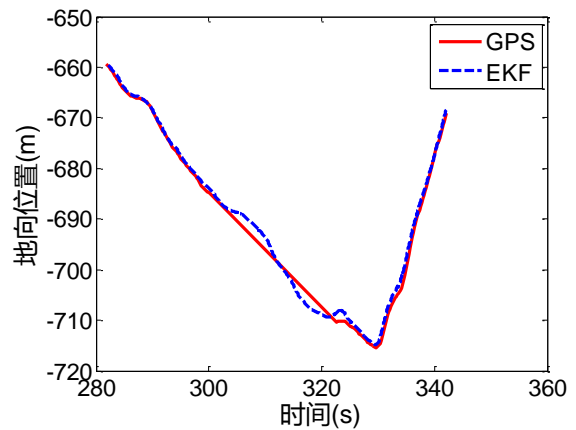


图 4-40 GPS 失锁地面向速度

Figure 4-40 The PosD obtained when GPS unlock

4.4.5 航点跟踪

为验证算法在无人机实际飞行中的性能,本节设计了无人机的航点跟踪控制实验。

下面是一次航点跟踪实验的结果,场地是西安市长安区 G65 包茂高速附近。飞机使用的是本文介绍的 X-AUV,飞控使用的是本文设计的飞控电路板,导航算法为基于 EKF 的多传感器数据融合导航算法,使用导航算法计算出的飞行器的姿态、速度、位置,对飞行器进行导航,控制飞行器去跟踪写入飞行器的航点。

实验如图 4-41 所示,其中 H 点为设置的 Home 点,也就是飞机起飞的点。以 Home 点为中心,半径为 250m 依次放置了 8 个航点,飞行高度设置为 200m。起飞和降落的过程使用手动控制,在航点跟踪时,将手动模式切换到自动模式。实验中,首先手动将飞机起飞飞到一定高度,然后切换到自动模式,飞机就开始飞行 1 号航点,然后依次飞过 2 到 7 号航点,最后飞到 8 号航点。图中绿色的线是飞机的航迹线。

从图中可以看到航点跟踪任务能够很好的完成,从而证明本文研究的导航算法的正确性、实用性和所设计的飞控平台的可靠性。

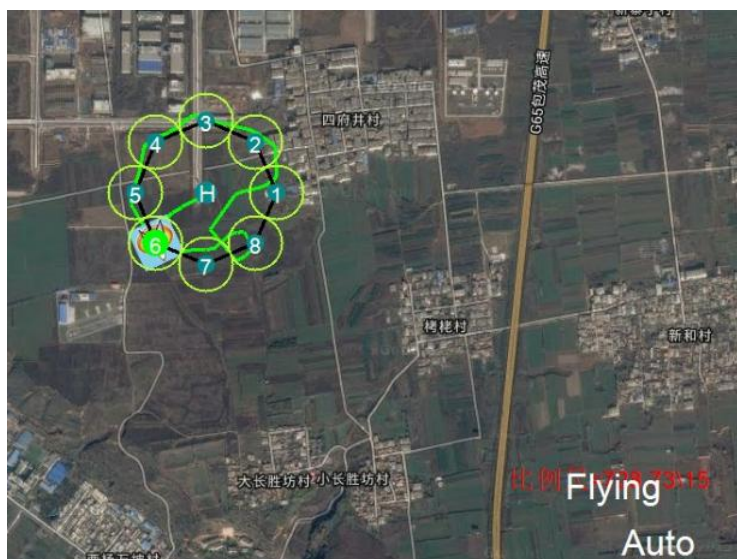


图 4-41 航点跟踪实验

Figure 4-41 The experiment of navigation point tracking

4.5 本章小结

本章主要对导航算法进行了研究和实现，主要研究了互补滤波姿态解算算法和基于扩展卡尔曼滤波的多传感器数据融合算法。将两种算法都在本文设计的硬件电路板上实现并且做了飞行实验，验证了算法的正确性。最后将硬件电路板和导航算法用于航点跟踪实验，说明本文设计的飞控硬件电路板的实用性和导航算法的正确性。

5 总结与展望

5.1 总结

微小型无人机在民用和军用领域都具有广阔的应用前景，是未来无人机的一个重要发展方向。本文结合目前无人机的发展状况，以微小型无人机为载体，展开微小型无人机的导航技术的研究。本文首先自行设计了低成本高性能的飞控硬件平台，其次，对低成本 MEMS 传感器的误差进行建模与校准，对采集的数据进行滤波处理，最后研究了使用互补滤波算法进行姿态解算和扩展卡尔曼滤波进行多传感器的数据融合的导航算法，并设计实验对所研究的算法和所设计的飞控平台的性能进行了检验。

本文的主要工作内容如下：

(1) 自主设计了一块基于 ZYNQ 和低成本 MEMS 传感器的多传感器的飞控硬件平台。相比于目前主流的平台，所设计的飞控硬件电路板具有更强的运算能力，能够支持更为高级复杂的导航算法。该平台使用基于 QNX 的实时操作系统，可以有效的执行复杂的算法并且更为方便，效率更高。

(2) 对本文使用的 MEMS 传感器的误差进行补偿校正，对传感器采集数据中的噪声进行了滤波处理。对三轴陀螺仪采用静置法，计算出零位偏移量。对三轴加速度计使用六面法进行零位偏移校正。用最小二乘法对三轴磁力计进行椭球拟合校准。另外研究了一种可以在飞行过程中实时计算出磁力计零位偏移的算法。对三轴陀螺仪，三轴加速度计和三轴磁力计测得的数据进行均值滤波处理。对气压计的数据进行一阶低通滤波处理。对空速数据进行滑动窗口滤波处理。

(3) 重点研究了导航的算法。首先是实现了互补滤波姿态解算算法，并且在飞机加速运行的情况下，融合 GPS 的速度更准确地计算出飞机的姿态。实现了基于扩展卡尔曼滤波的多传感器数据融合的导航算法。用捷联惯性导航的计算方式对 24 个状态量进行建模，包括用四元数方式表示的姿态、北东地速度、北东地位置、陀螺仪漂移、加速度计漂移、水平风速、地磁、地磁偏移。用 GPS 接收的速度和位置，空速计测得的水平空速和磁力计测得的地磁来做观测值进行状态修正。当 GPS 失锁时，发现扩展卡尔曼滤波算法能够很好的计算出导航信息。最后将该导航算法作为航点跟踪的导航输入，能够很好的进行航点跟踪说明该算法的实用性和正确性。

5.2 展望

以本文设计的飞控硬件平台为基础，未来的研究计划如下：

(1) 提高导航的稳定性和鲁棒性。所设计的飞控硬件平台留有很多接口，可以用双份传感器来进行导航计算，如使用两个陀螺仪和加速度计，以增加系统的稳定性。当两个传感器都正常工作时，用它们的均值进行计算。在其中一个传感器检测出现错误的时候，就可以舍弃该值，去使用另一个传感器。这样就避免了当只有一个传感器时，导航计算结

果因为传感器异常而出错，或者影响精度。

(2) 本文使用的传感器包括三轴陀螺仪、三轴加速度计、三轴磁力计、GPS、空速计和气压计。在基于扩展卡尔曼滤波的多传感器数据融合的导航算法结构下，可以加入更多传感器，为算法提供更多的无人机飞行参数观测值，来提高算法的鲁棒性和导航精度。如可以加入光流传感器，将水平位置作为观测值来修正状态量。还可以加入激光测距仪，超声波传感器等等，通过测量距离来修正状态变量。

(3) 考虑到无人机需要在复杂环境下完成任务，针对不同飞行条件下的多模态导航算法需要进一步研究。如增加图像信息来进行导航，实现图像辅助导航以及通过已有的地形数据，加入地形匹配算法进行导航。这些方法都可以为无人机提供更为可靠，精度更高的导航信息。

相信随着导航技术的发展，MEMS 传感器的普及使用，控制器性能的增加，低成本高精度的导航系统的实用性以及在成本上的优势将逐渐凸显，并且会有很大的发展前景。

致 谢

在论文完成之际，向所有帮助过我的人表示诚挚的感谢！

衷心感谢我的导师张晓晖教授，他严谨的治学态度，渊博的专业知识，和蔼可亲的待人风范潜移默化地影响到了我。在三年的硕士研究生期间，他所提倡的自由创新的学术理念给了我充分的发挥空间，他不仅鼓励我们在感兴趣的研究内容上积极探索和做深入研究，而且还提供机会让我们尽量接触到更多不同的领域的学科，拓宽我们的视野和思维方式。

衷心感谢我的企业导师，西安瑞日发展电子有限公司的刘康总工程师，还有工程师王浩、王勇吉对我的指导。为了快速让我进入到课题的研究，给我提供了很多宝贵的资料和经验，还有硬件实验平台。我们经常在一起进行算法讨论，去野外进行飞行实验。他们严谨和积极的工作态度以及对技术的执着，给我以深刻的影响。

衷心感谢工程训练中心的刘青副教授，在他的引导下我从本科开始就开始学习到很多在工程应用中的技术，让我从一个普通的本科生逐渐成长为动手能力较强的硕士生。在学习的过程中，有很多的工作都是在他的指导下完成的，他对技术的热爱以及积极生活态度深刻地影响到了我。

在课题的研究过程中，还得到了公司其他员工的帮助，他们是赵婉、高森、蒋雁飞、李攀，在此谨向他们表示衷心的感谢。还要感谢课题组的老师们，他们是李娜、侯云、梁茂、戴世通。感谢我的同门和师弟师妹们，他们是陈涛、杨洁、朱伟、李晨晔、刘浩林、李薇、周伟强、李娇、关赵琦、刘康、李文心、康辉、张杰，感谢他们平时对我学习和生活上的帮助。

感谢我的家人和男朋友，他们的支持和鼓励是我永远的力量和精神源泉。

最后再次感谢所有关心、支持和帮助我的人。

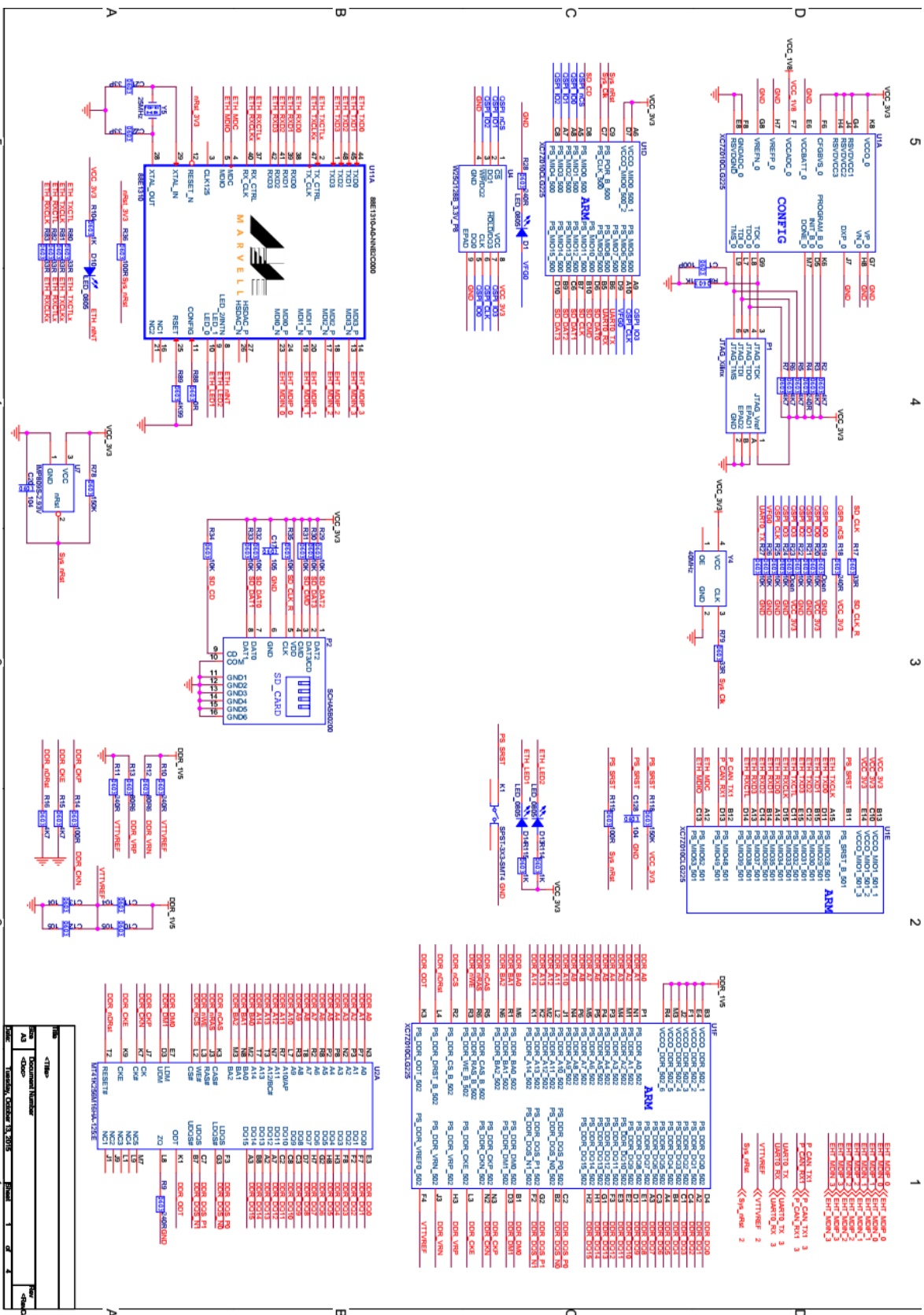
参考文献

- 【1】 Bento MDF. Unmanned Aerial Vehicles: An Overview [J]. Inside GNSS. 2008(1): 54-61.
- 【2】 秦永元. 惯性导航[M]. 科学出版社, 2014.
- 【3】 秦永元, 张洪钺, 汪叔华. 卡尔曼滤波与组合导航原理[M]. 西北工业大学出版社, 2015.
- 【4】 崔秀敏, 王维军, 方振平. 小型无人机发展现状及其相关问题分析[J]. 飞行力学, 2005, 23(1): 14-18.
- 【5】 孙毅, 向锦武. 基于 TMS320F2810 的小型无人机控制器的设计[J]. 机械工程与自动化, 2008, 05: 35-37.
- 【6】 杨国良, 王玮, 郭宗本. 小型无人机地面控制站软件的设计与实现[J]. 遥测遥控, 2008, 03: 12-15.
- 【7】 郭晓鸿. 微型四旋翼无人机控制系统设计与实现[D]. 南京航空航天大学, 2012.
- 【8】 何昱, 王彪, 谷世宁. 微小型四旋翼无人机自主着陆视觉系统研究[J]. 计算机测量与控制, 2015, 23(5): 1682-1685.
- 【9】 姜长生. 无人机侦察/打击一体化的关键技术[J]. 电光与控制, 2011, 18(2): 1-7.
- 【10】 姚敏, 王绪芝, 赵敏. 无人机群协同作战任务分配方法研究[J]. 电子科技大学学报, 2013(5): 723-727.
- 【11】 范卫刚, 袁冬莉, 王化会. 基于双 DSP 的无人机导航系统设计[J]. 计算机测量与控制, 2011, 19(1): 152-154.
- 【12】 周志久, 韦闽峰. 无人机飞行控制仿真系统研究[J]. 航天控制, 2010, 28(1): 64-69.
- 【13】 赵海生, 胥效文. 小型无人机飞行姿态测量系统的设计[J]. 计算机测量与控制, 2012, 20(3): 583-585.
- 【14】 王春安, 闫建国, 屈耀红. 无人机导航系统的硬件设计[J]. 计算机测量与控制, 2011, 19(12): 2999-3000.
- 【15】 聂博文, 马宏绪, 王剑. 微小型四旋翼飞行器的研究现状与关键技术[J]. 电光与控制, 2007, 14(6): 113-117.
- 【16】 岳基隆, 张庆杰, 朱华勇. 微小型四旋翼无人机研究进展及关键技术浅析[J]. 电光与控制, 2010, 17(10): 46-52.
- 【17】 朱华勇, 牛轶峰, 沈林成. 无人机系统自主控制技术研究现状与发展趋势[J]. 国防科技大学学报, 2010, 32(3): 115-120.
- 【18】 喻少林. 基于 DSP+FPGA 的微小型无人机飞控计算机研究[D]. 浙江大学, 2011.
- 【19】 龚真春, 李平, 宋执环. 超小型无人机 GPS/MIMU 组合导航定位系统研究[J]. 航空电子技术, 2004, 35(3): 15-18.
- 【20】 孔天恒, 方舟, 李平. 基于雷达-扫描器/惯性导航系统的微小型无人机室内组合导航[J]. 控制理论与应用, 2014, 31(5): 607-613.

- 【21】 孙罡. 低成本微小型无人机惯性组合导航技术研究[D]. 南京理工大学, 2014.
- 【22】 R.E. Kalman. Contribution to the Theory of Optimal Control [J]. Bol. Soc. Mat. Mexicana, 1960: 102-119.
- 【23】 R.E. Kalman. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems [J]. Journal of Basic Engineering, 1960: 35-45
- 【24】 R.E. Kalman, R.S. Bucy. New results in linear filtering and prediction theory [J]. Journal of Basic Engineering, 1961: 95 - 108.
- 【25】 Senne K. Review of Stochastic Processes and Filtering Theory - Andrew H. Jazwinski [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1972, 17(5): 752-753.
- 【26】 Bucy, R. S, Senne, K. D. Digital Synthesis of Nonlinear Filters [J]. Automatica, 1970, 7(3): 287-298.
- 【27】 Julier S J, Uhlmann J K, Durrant-Whyte H F. A new approach for filtering nonlinear systems[C]. American Control Conference, Proceedings of the. IEEE, 1995: 1628-1632.
- 【28】 Julier S J, Uhlmann J K. Unscented filtering and nonlinear estimation [J]. Proceedings of the IEEE, 2004, 92(3): 401-422.
- 【29】 Ho, Lee. A Bayesian approach to problems in stochastic estimation and control [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1964, AC 9(4): 333-339.
- 【30】 Einicke, G.A. Smoothing, Filtering and Prediction-Estimating the Past, Present and Future [M]. Rijeka, Croatia, 2012.
- 【31】 Taylor G, Kleeman L. C Iterated Extended Kalman Filter [J]. Springer Tracts in Advanced Robotics, 2006:185-187.
- 【32】 Psiaki M. The Super-Iterated Extended Kalman Filter[C]. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. 2004.
- 【33】 A. Doucet. On Sequential Monte Carlo Methods for Bayesian Filtering [D]. Cambridge University, 1998.
- 【34】 A. Doucet, S. Godsill, C. Andrieu. On Sequential Monte Carlo Sampling Methods for Bayesian Filtering [J]. Statistics and Computing, 2000, 10: 197-208.
- 【35】 R. Sharaf, A. Noureldin. Sensor Integration for Sattellite Based Vehicular Navigation Using Neural Networks [J]. IEEE Transaction on Neural Networks, 2007, 18(2), 589-594.
- 【36】 T. C. Liu, R. K. Li. A New ART-Counter Propagation Neural Network for Solving a Forecasting Problem [J]. Expert System with Applications, 2005, 28: 21-27.
- 【37】 M. Malleswaran, V. Vaidehi, D. S. Angel. Data Fusion using Multi-Layer Feed Forward Neural Networks for Land Vehicle Navigation [J]. International Journal of Engineering Science and Technology, 2010, 2(12): 7676-7690.
- 【38】 L. Semeniuk, A. Noureldin. Bridging GPS Outages Using Neural Network Estimates of INS Position and Velocity Errors [J]. Measurement Science and Technology, 2006, 7: 2783-2798.

- 【39】 朱建良, 王兴全, 吴盘龙. 基于椭球曲面拟合的三维磁罗盘误差补偿算法[J]. 中国惯性技术学报, 2012, 20(5): 562-566.
- 【40】 William Premerlani. Magnetometer Offset Cancellation: Theory and Implementation, revisited [EB/OL]. [http://gentlenav.googlecode.com/files/Magnetometer Offset Nulling Revisited.pdf](http://gentlenav.googlecode.com/files/Magnetometer%20Offset%20Nulling%20Revisited.pdf), 2017-01-13/2017-04-06.
- 【41】 DavidH.Titterton, JohnL.Weston. 捷联惯性导航技术[M]. 国防工业出版社, 2007.
- 【42】 William Premerlani. Roll-Pitch Gyro Drift Compensation [EB/OL]. <http://gentlenav.googlecode.com/files/RollPitchDriftCompensation.pdf>, 2016-11-23/2017-04-06.

附录



致 谢

在论文完成之际，向所有帮助过我的人表示诚挚的感谢！

衷心感谢我的导师张晓晖教授，他严谨的治学态度，渊博的专业知识，和蔼可亲的待人风范潜移默化地影响到了我。在三年的硕士研究生期间，他所提倡的自由创新的学术理念给了我充分的发挥空间，他不仅鼓励我们在感兴趣的研究内容上积极探索和做深入研究，而且还提供机会让我们尽量接触到更多不同的领域的学科，拓宽我们的视野和思维方式。

衷心感谢我的企业导师，西安瑞日发展电子有限公司的刘康总工程师，还有工程师王浩、王勇吉对我的指导。为了快速让我进入到课题的研究，给我提供了很多宝贵的资料和经验，还有硬件实验平台。我们经常在一起进行算法讨论，去野外进行飞行实验。他们严谨和积极的工作态度以及对技术的执着，给我以深刻的影响。

衷心感谢工程训练中心的刘青副教授，在他的引导下我从本科开始就开始学习到很多在工程应用中的技术，让我从一个普通的本科生逐渐成长为动手能力较强的硕士生。在学习的过程中，有很多的工作都是在他的指导下完成的，他对技术的热爱以及积极生活态度深刻地影响到了我。

在课题的研究过程中，还得到了公司其他员工的帮助，他们是赵婉、高森、蒋雁飞、李攀，在此谨向他们表示衷心的感谢。还要感谢课题组的老师们，他们是李娜、侯云、梁茂、戴世通。感谢我的同门和师弟师妹们，他们是陈涛、杨洁、朱伟、李晨晔、刘浩林、李薇、周伟强、李娇、关赵琦、刘康、李文心、康辉、张杰，感谢他们平时对我学习和生活上的帮助。

感谢我的家人和男朋友，他们的支持和鼓励是我永远的力量和精神源泉。

最后再次感谢所有关心、支持和帮助我的人。