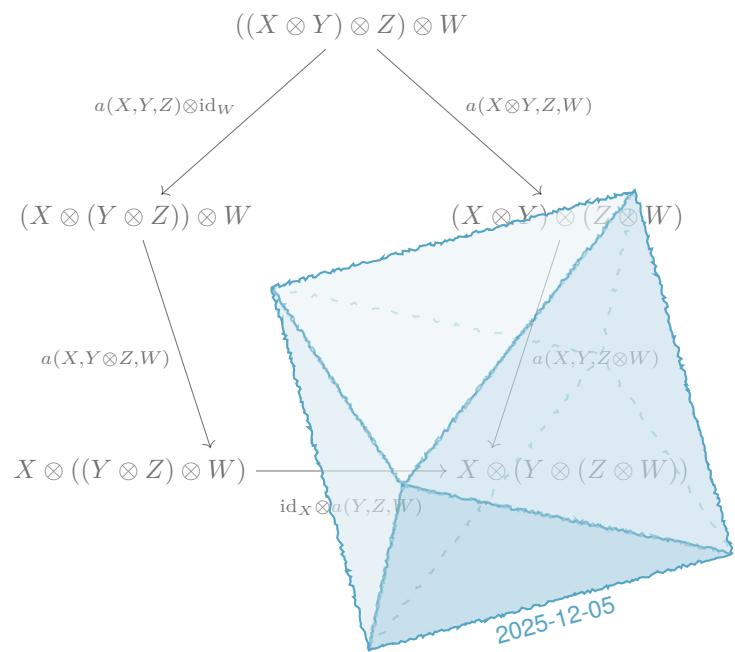


工程控制论

(新世纪版)

钱学森 著



目录

汉文版序	1
原序	3
第一章 引言	5
1.1 常系数线性系统	6
1.2 变系数线性系统	7
1.3 非线性系统	9
1.4 工程近似的问题	10

汉文版序

本书原来是用英文写的，当时作者尚在美国，生活不安定，所以写得很粗糙也没有能够引人非常重要的苏联文献。理当重写一遍，补正这些缺点，但是现在工作忙，尚无暇及此。可是祖国的自动化事业在党的领导下正飞速发展，工程控制论这门学科还是需要介绍。解决这样一个矛盾的办法是：请戴汝为同何善国两位同志根据作者 1956 年春季在中国科学院力学研究所讲工程控制论的笔记，在译英文版的基础上加以补充。今年工程控制论的俄译本也出版了，俄译本编校人费尔德包姆 (A.A. enb6aym) 很耐心地收集了有关的苏联文献，加注到译文里。汉译者就利用了这些文献，在适当的地方用 [...] 来加注，其中数字相当于书后俄文文献的号数。作者和汉译者希望就这样初步地补正英文版的一些缺点。

钱学森

1957 年 8 月于北京

原序

著名的法国物理学家和数学家安培 (A.M.Ampère) 曾经给关于国务管理的科学取了一个名字—控制论(Cybernétique)[安培著: “论科学的哲学” (Essais sur la philosophie des sciences) 第二部, 1845 年, 巴黎出版]。安培企图建立这样一门政治科学的庞大计划并没有得到结果, 而且, 恐怕永远也不会有结果。可是在这些年代中, 各国之间的战争却大大地促进了另一个科学部门的发展, 这就是关于机械系统与电气系统的控制与操纵的科学。维纳 (N.Wiener) 就借用安培所创造的名称“控制论”来称呼这门新的科学, 然而, 这门科学却是对于现代化战争非常重要的。这真是有些讽刺意味的。维纳的控制论(Cybernetics)[“控制论—关于动物体和机器的控制与联系的科学” (Cybernetics, or Control and Communication in the Animal and the Machine , John Wiley & Sons, Inc. , New York, 1948) 是关于怎样把机械元件与电气元件组合成稳定的并且具有特定的性能的系统的科学。这门新科学的一个非常突出的特点就是完全不考虑能量、热量和效率等因素, 可是在其他各门自然科学中这些因素却是十分重要的。控制论所讨论的主要问题是一个系统的各个不同部分之间的相互作用的定性性质, 以及整个系统的总的运动状态。

工程控制论 的目的是研究控制论这门科学中能够直接用在工程上设计被控制系统或被操纵系统的那些部分。因此, 通常在关于伺服系统的书里所讨论的那些问题当然都包括在工程控制论的范围之内。但是, 工程控制论比伺服系统工程内容更为广泛这一事实, 只是二者之间的一个表面的区别, 一个更深刻的, 因而也是更重要的区别在于: 工程控制论是一门技术科学, 而伺服系统工程却是一种工程实践。技术科学的目的是把工程实际中所用的许多设计原则加以整理与总结, 使之成为理论, 因而也就把工程实际的各个不同领域的共同性显示出来, 而且也有力地说明一些基本概念的重大作用。简单地说, 理论分析是技术科学的主要内容, 而且, 它常常用到比较高深的数学工具。只要把本书稍微浏览一下就对这个事实更加清楚了。关于系统的部件的详细构造和设计问题

(也就是把理论付诸实践的具体问题) 在这本书里几乎是不予讨论的。关于元件的具体问题更是根本不谈的。

能不能够把理论从工程实践分出来研究呢? 其实, 只要看到目前已经存在的各门技术科学以及它们的飞速发展, 就会发现这个怀疑简直是完全不必要的。举一个特别的例子来说: 流体力学就是一门技术科学, 它与空气动力学工程师, 水力学工程师, 气象学家以及其他在工作中经常利用流体力学的研究结果的人的实践是“分割”开来的。可是, 如果没有流体力学家的话, 对于超音速流动的了解和利用至少也要大大地推迟。因此, 把工程控制论建成一门技术科学的好处就是: 工程控制论使我们可能有更广阔的眼界用更系统的方法来观察有关的问题, 因而往往可以得到解决旧问题的更有成效的新方法, 而且工程控制论还可能揭示新的以前没有看到过的前景。最近若干年以来, 控制与导航技术已经有了多方面的发展, 所以, 确实也很有必要设法用这样一种统观全局的方法来充分地了解与发挥这种新技术的潜在力量。

因此, 关于工程控制论的讨论, 应该合理地包括科学中对于工程实践可能有用的所有方面。尤其是不应该仅仅由于数学的困难而逃避任何一个问题, 其实深入地考虑一下就会发觉, 任何一个问题在数学上的困难常常带有很大的人为的性质。只要把问题的提法稍微加以改变, 往往就可以使问题的数学困难减轻到进行研究工作的工程师所能处理的程度。因此, 本书的数学水平也就是读过数学分析课程的大学生的水平。关于复变数积分, 变分法和常微分方程的基本知识是研读这本书所预先需要的。此外, 只要比较直观的讲法能够达到目的, 我们就不用严密的精巧的数学方法来讨论; 所以, 以一个专门作具体工作的电子工程师的眼光来看, 我们这种做法一定是太“学究气”了; 可是, 从一个对这门科学有兴趣的数学家的眼光来看, 这种做法可能是太“不郑重”了。倘若以上确是仅有的批评, 那么, 承蒙各方指正之余, 笔者将以为, 我并没有违背自己写作这本书时的初衷 (这句话在原译著上稍有修改, 更接近原意)。

在编写本书期间, 作者从和他的两位同事的多次交谈中得益很多, 因为, 这些谈话常常使一些含混之处突然明确起来。这两位先生就是美国加利福尼亚省理工学院 (California Institute of Technology) 的马勃尔 (Frank E. Marble) 博士和德普利马 (Charles R. Deprima) 博士。由于塞尔登杰克梯 (Sedat Serdengecti) 和温克耳 (Ruth1. Winkel) 给予的有效帮助, 大大地减少了书稿的准备工作。对于以上提到的各位先生, 作者谨表示衷心的感谢。

钱学森

第一章 引言

如果我们所考虑的系统自由度是 1，因此，只用一个变数 y 就可以记录或描述这个系统的物理状态。把变数 y 取作时间 t 的函数，也就可以描写这个系统在时间过程中的运动状态。为了确定这个运动状态—也就是函数 $y(t)$ ，我们就必须知道这个系统的构造以及它的各个组成部件的特性。具备了关于系统的这些知识之后，再根据物理学的基本定律把这些知识“翻译”成数学的语言，这样我们就得到一个为了计算 $y(t)$ 而建立的方程。这个方程可能是一个积分方程，也可能是一个积分微分方程，但是在绝大多数的情况下，它是一个微分方程，而且是一个常微分方程，因为只有时间 t 是唯一的自变数。

如果微分方程的每一项中最多只含有因变数 y 或者 y 的各阶时间导数的一次方幂，不包含 y 或者它的各阶时间导数的高次方幂，也不包含这些函数的乘积我们就说这个方程是线性的，同时，也就把这个方程所描述的系统称为线性系统。反之，我们就说，这个方程是非线性的，同时，把它所描述的系统称为非线性系统。更进一步，还可以把所有线性系统分为常系数线性系统 和 变系数线性系统 两类。如果描述系统状态的线性微分方程的每一项的系数都是常数，我们就把这个系统称为“常系数线性系统”。如果这些系数不全是常数而是时间 t 的函数，我们就把这个系统称为“变系数线性系统”。

从各类微分方程的解的特性来看，以上的分类方法是有道理的。因为，每个系统的运动状态的特性与描述这个系统的微分方程的类型是有密切关系的。不但如此，微分方程的类型还能确定我们可以对系统提出的合理的问题的性质。换句话说，微分方程的类型确定了解决系统的工程问题的正确做法。现在我们就来看一看这种情况。

1.1 常系数线性系统

让我们来讨论一个最简单的系统一阶系统。也就是说，微分方程是一个一阶的常系数线性方程。如果假定系统本身的特性不受到外界的影响，并且不受到驱动函数(也就是外力)的作用，那么，微分方程就可以写作下列形式：

$$\frac{dy}{dt} + ky = 0 \quad (1.1)$$

其中 k 是一个实常数，可以叫作弹簧常数。当 y 不随时间变化时， dy/dt 等于零。根据方程(1.1)必定要有 $y = 0$ 。因此，系统的平稳状态(或者平衡状态)，就相当于 $y = 0$ 的状态。

方程(1.1)的解是

$$y = y_0 e^{-kt} \quad (1.2)$$

这里， y_0 是 y 的初始值，或者说

$$y(0) = y_0 \quad (1.3)$$

这样， y 也就是系统的离开平衡状态的初始扰动。对于正的 k 值和负的 k 值，在图1.1里画出 $k < 0$ 了系统在 $t > 0$ 时的运动状态。我们看到，在 $k > 0$ 的情况下， y 随着时间的增加而逐渐减小。当时间无限增大时， $y \rightarrow 0$ 。因此，对于 $k > 0$ 的情形，系统的扰动就会最后消失掉。于是我们就可以说，系统是稳定的。在 $k < 0$ 的情况下，系统的运动随着时间的增加而不断地增大，而且不论初始的扰动位移多么微小，系统的扰动都会逐渐增长到非常大的数值，这也就是说，一旦受到扰动，系统就永远不能再回到平衡状态上去了。这样的系统就是不稳定的。

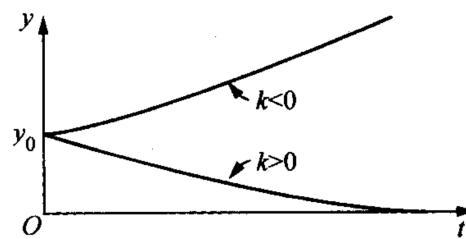


图 1.1:

对于阶数更高的系统来说，微分方程里含有更高阶的导数。 n 阶系统 的微分方程就是：

$$\frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \cdots + a_0 y = 0 \quad (1.4)$$

对于实际的物理系统而言，各个系数 $a_{n-1} \dots a_0$ 都是实数。在这种情况下，方程(1.4)的

解可以写成

$$y = \sum_{i=1}^n y_0^{(i)} e^{\alpha_i t} \sin(\beta_i t + \varphi_i) \quad (1.5)$$

其中 α_i, β_i 都是实数并且和系数 $a-1, \dots, a_0$ 有关。各个 β_i 都是相角。而且也和系数 $a-1, \dots, a_0$ 有关。这样一来就可以看出：只有当所有的 α_i 都是负数的时候系统的运动才是稳定的。如果某一个 α_i 是正数，扰动就会越来越大，因而系统也就是不稳定的。

从以上的一些例子可以看到：关于常系数线性系统的运动状态，我们可以问一个严格的问题—系统的稳定性 的问题。不言而喻，在一个工程设计中，通常的要求就是稳定性。只要确定了微分方程的系数，我们就可以答复系统是否稳定的问题。在由方程(1.1)所描述的简单的一阶系统的情况下， k 的符号是唯一的有决定性意义的资料。

1.2 变系数线性系统

如果在所研究的系统中有一个可变化的参数，变动这个参数就可以使系统的平稳状态或平衡状态相应地改变。很自然地就可以想到：描述系统运动状态的微分方程的系数也是这个参数的函数。例如，作用在飞机上的空气动力就是飞机速率的函数，如果飞机的速率由于加速度或减速度而发生改变的话，那么，即使飞机本身的惯性性质保持不变，作用在飞机上的空气动力也还是要改变的。由于这个缘故，如果我们想计算飞机的离开水平飞行路线的扰动运动的话，基本的微分方程就会是一个变系数的方程。

让我们再回到方程(1.1)所描述的一阶系统的简单的例子上去。如果弹簧系数 k 是飞机的速率的函数，而且假定飞机有一个不变的加速度 a ，那么， k 就是速率 $u = at$ 的函数。因此，微分方程就可以写成以下的形式：

$$\frac{dy}{dt} + k(at)y = 0 \quad (1.6)$$

这个方程的解就是：

$$\log \frac{y}{y_0} = -\frac{1}{a} \int_0^{at} k(\xi) d\xi \quad (1.7)$$

其中 y_0 是初始扰动。如果 k 总是正数，那么， $\log(y/y_0)$ 就总是负数。而且当时间增大的时候， $\log(y/y_0)$ 这个负数的绝对值也就会越来越大。因此， y 就永远小于 y_0 ，而且最后趋于消失。所以系统是稳定的。如果 k 总是负数， $\log(y/y_0)$ 就是一个随着时间增大的正数。即使初始扰动非常微小， y 的数值最后也会变成很大，所以系统就是不稳定的。这样一些系数不改变符号的变系数系统的特性和常系数系统的特性是非常相近的。

然而，有趣味的是 k 既有正值也有负值的情形。我们假定 $k(at)$ 先取正值，然后取负值，最后又再取正值。如果以 $u_1 = a_{t_1}$ 表示 k 的第一个零点，以 $u_2 = a_{t_2}$ 表示第二个零点，那么，依照我们以前的观念来看，在 u_1 到 u_2 的速度范围之内，系统是不稳

定的(图1.2)。设 y_{\min} 是 y 的极小值, y_{\max} 是 y 的极大值。根据方程(1.7)就有:

$$\log \frac{y_{\min}}{y_0} = -\frac{1}{a} \int_0^{u_1} k(\xi) d\xi \quad (1.8)$$

以及

$$\log \frac{y_{\max}}{y_0} = -\frac{1}{a} \int_0^{u_2} k(\xi) d\xi \quad (1.9)$$

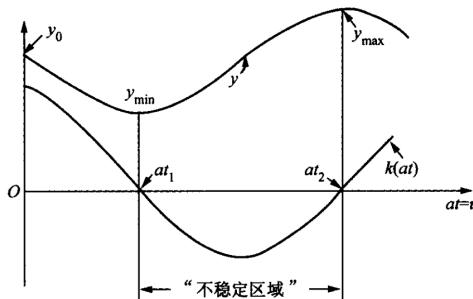


图 1.2:

从工程的观点来看,有兴趣的首要的问题就是: y_{\max} 多大?是不是它已经大到使系统不能正常运转的程度?我们注意到这样一个事实:为了回答以上的问题,除了 k 和 u 的函数关系之外,我们还需要知道两件事。这两件事就是:加速度 a 多大?初始扰动 y 的大小是多少?因为对于固定的 a 值来说, y_{\max} 和 y_0 成比例。但是更重要的情况是:对于固定的初始扰动来说,我们可以用增大加速度 a 的办法使偏差的极大值 y_{\max} 大大地减小。这个事实可以从方程(1.9)看出来。这个事实的实际意义就是:如果尽可能迅速地通过“不稳定区域”,就可以使不利的效果减少到最低的程度。

由以上的讨论我们知道,对于一般的变系数线性系统来说,简单地提出这些系统是否稳定的问题是没有明确的意义的。更有意义的问题的提法是:在给定的扰动和给定的外界条件之下,对于一个确定的准则(判断标准)来说,这个系统的运行状态是否使人满意?在我们的简单的一阶系统的例子里,正常运行的确定的判断准则就是 y_{\max} ;给定的扰动就是 y_0 ;给定的外界条件就是加速度 a 。因此,由于从常系数系统进展到变系数系统,问题的特点就已经大大地改变了。

为了避免发生误解起见,必须指出:以上的讨论只是为了说明常系数线性系统和变系数系统在基本的数学性质上的区别而已,并不是说,在实际的工程问题中对于常系数线性系统只要求它们稳定就够了,而对于这些系统的其他方面的性能(例如,过渡过程中的状态、可能发生的最大偏差 y_{\max} 等等)也还是要加以考虑的。同样地,在实际的工程问题里对变系数线性系统提出的问题也可以是多方面的。总之,希望读

者不要把实际的工程问题和理论的说明混淆起来。

1.3 非线性系统

如果在方程(1.1)所描述的简单的一阶系统里，弹簧系数 k 是扰动量 y 本身的函数，那么微分方程就成为

$$\frac{dy}{dt} + f(y) = 0 \quad (1.10)$$

其中 $f(y) = k(y)y$ 。我们看到这个方程是非线性的。方程(1.10)所描述的系统也就是非线性系统的最简单的例子。把方程(1.10)积分，就可以用下列的关系式算出方程的解 $y(t)$:

$$t = - \int_{y_0}^y \frac{d\eta}{f(\eta)} \quad (1.11)$$

这里的 y_0 仍然是初始扰动。

另外一方面，把方程(1.10)逐次地求导数就得出：

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{df}{dy} \frac{dy}{dt} &= 0 \\ \frac{d^3y}{dt^3} + \frac{d^2f}{dy^2} \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \frac{df}{dy} \frac{d^2y}{dt^2} &= 0 \\ \dots\dots \end{aligned} \right\} \quad (1.12)$$

因此，如果 y_1 是函数 $f(y)$ 的零点，并且 $f(y)$ 在 y_1 点是正则的，所以， $f(y)$ 对于 y 的所有阶的导数在 y_1 点都是有限值。我们还可以假定 $f(y)$ 在 y_1 点附近可以写成

$$f(y) = (y - y_1)^m [c_m + c_{m+1}(y - y_1) + cdots] \quad (1.13)$$

的形状，其中 $m \geq 1$ ，而且 $c_m \neq 0$ 。因此，根据(1.10)和(1.12)就得出：

$$\text{在 } y = y_1 \text{ 处 } \frac{dy}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^3y}{dt^3} = \dots = 0 \quad (1.14)$$

这个事实的意思就是： y 渐近地趋近于 y_1 。事实上，如果 $y_0 > y_1$ ，而且 $f(y_0) > 0$ ，那么， y 最后就会变成 y_1 。如果 $y_0 < y_1$ 而 $f(y_0) < 0$ ，那么当 $t \rightarrow \infty$ 时， y 还是变为 y_1 。在 $f(y)$ 的其他的零点附近， y 的运动状态也还是这种形式的(图1.3)。

如果初始扰动 y_0 与 $f(y)$ 的某一个零点相重合的话，那么，以后 y 就保持着这个数值，并不随时间变化。因此， $f(y)$ 的各个零点都是平衡位置。如果在某一个零点上 $df/dy > 0$ ，就像 y_1 点的情形，离开这个平衡位置的微小偏离必定会逐渐消失，因而系

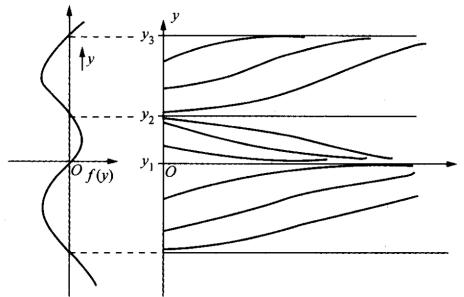


图 1.3:

统最后还会回到初始状态上去。这样，我们就可以说，对于微小扰动而言，在 y_1 点系统是稳定的。可是，如果在某一个零点上 $df/dy < 0$ ，就像 y_2 点的那种情形，离开这个平衡点的任何一个微小扰动都会使得系统变动到相邻的平衡位置 y_1 或 y_3 上去。因此， y_2 是一个不稳定的平衡状态。

我们已经看到，甚至于像方程(1.10)所描述的这样一个非常简单的非线性系统，它的运动状态已经是很复杂的了。这样的系统可以同时具有稳定性和不稳定性，因此，对于这一类系统一般地提出是否稳定的问题是毫无意义的。与其这样，倒不如对每一个特殊的问题进行个别的考虑。不过，这里应该指出：我们也可以在某种确定的意义下讨论非线性系统的稳定性问题，譬如：系统在李雅普诺夫意义下或其他与此类似的意义下的稳定性问题^[2-4]。

关于非线性系统运动状态的稳定性问题，读者可以参阅有关的专门文献^{1,2}。

1.4 工程近似的问题

几乎可以肯定地这样说：只要加以足够精密的分析，任何一个物理系统都是非线性的。我们说某一个实际的物理系统是线性系统，其意思只是说它可以充分精确地用一个线性系统加以近似地代表而已，并且，所谓“充分精确”的意思就是说：实际系统与理想化了的线性系统的差别，对于具体研究的问题来说已经小到无关紧要的程度。只有当具体的条件和具体的要求明确地给定以后，我们才能把一个实际的系统看作线性系统或是非线性系统。在这个问题上并不存在一般所谓的绝对的判断准则。举例来说，如果我们只想研究一个非线性系统在它的某一个稳定平衡点附近的微小扰动运动的最后状态的话，那么，根据李雅普诺夫的关于运动稳定性的第一近似的定理^[2-4]，在一定的条件下，原来的系统就可以用一个线性系统很好地近似；但是，如果我们的问题是想研究系统的自激振荡的话，那么，就不能把系统的非线性的性质忽略掉，因为

¹ 参阅 [1]，第 4 章，§5,6

² 因为所有参考文献都是俄文，俄文本输入有问题，所以参考文献只标记原参考文献序号，想要查找参考文献可以直接查找影印版

那样一来就会把产生自激振荡的物理根源(和数学根源)丢掉了。

以上所说的处理分类问题的原则，对于把线性系统分为常系数系统和变系数系统两类的情形也是适用的。以方程(1.1)和方程(1.6)所描述的两个简单的系统为例：如果加速度 a 非常小，也就是说飞行的速度几乎不变，由方程(1.8)就可以看出来 y_{\min} 比初始扰动 y_0 小得多，而且这样的 y_{\min} 发生在 t 的数值很大的一个时刻。在一个有限的时间间隔之内，系统(1.6)的运动状态和 k 是正值的系统(1.1)的运动状态是十分相近的。因此，在一定的场合之下，也可以用常系数系统很准确地近似一个变系数系统。

很明显，常系数系统是最容易研究的。很幸运的是：为数很多的工程系统经过工程近似的手续之后，都可以看作常系数系统。这也就是为什么在控制与调节的理论中，关于稳定性的这一部分理论特别发达的缘故。事实上，目前的伺服系统理论所处理的基本上就是这一类系统³。因此，我们也就先从常系数线性系统开始讨论。

³应当指出：近年来也对于非线性调节系统和非线性伺服系统进行了大量的研究。参阅 [5-9]。

