Kockázatmodellezés és -előrejelzés

Salamon András, Szilágyi Gergő

Hitelek és kockázatok makro és mikro szinten

2023. tavaszi félév

Tartalomjegyzék

1. Historikus VaR **3**

2. Szimulált VaR **4**

3. EWMA **5**

4. Machine Learning **7**

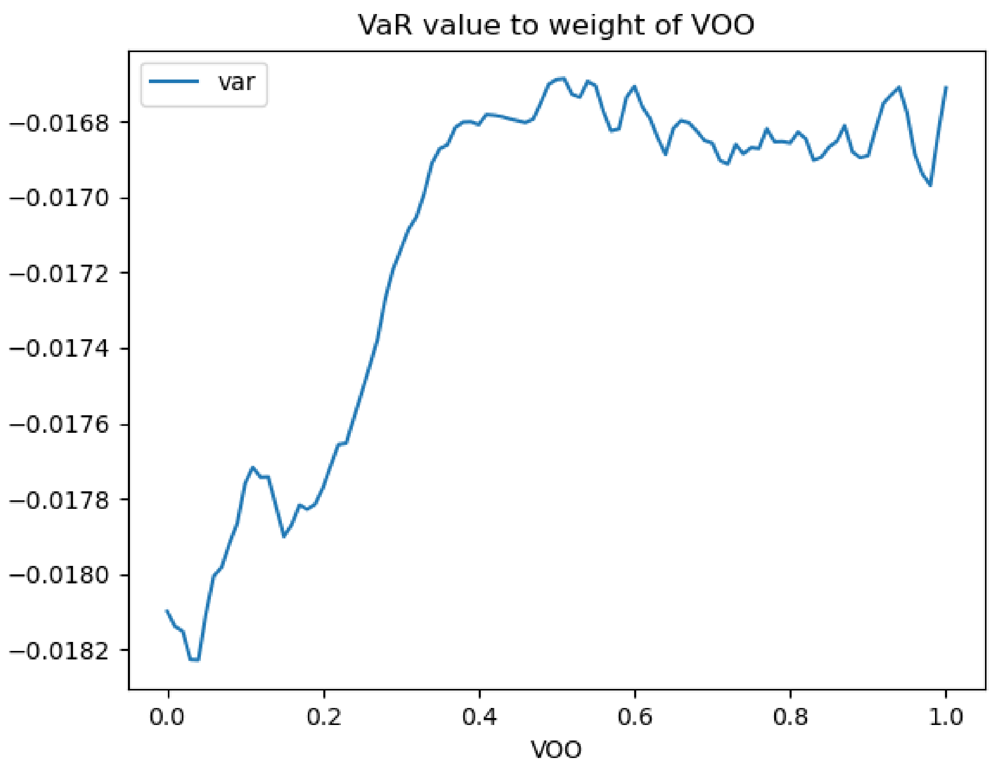
Ábrák jegyzéke

1. VaR értéke a VOO súlyának függvényében, 95%-os konfidenciaszint mellett . 3
2. VaR értéke a VOO és MOO közötti korreláció függvényében. 5
3. EWMA súlyok különböző decay faktorok mellett 6
4. EWMA a MOO idősoros adatokon a két decay faktor mellett 7

1. Historikus VaR

A Value at Risk (VaR) egy mutató, amivel egy eszköz, vagy egy portfólió lehetséges veszteségét lehet számszerűsíteni. Azt mutatja meg, hogy adott konfidenciaintervallum mellett legrosszabb esetben mennyit veszítünk a befektetésünkkel. A VaR számtásának egyik módja a historikus VaR, amikor múltbeli adatokból indulunk ki. A feladatunk ennek kiszámtása volt egy kételemű portfólióra. Két ETF-et, a MOO-t és a VOO-t választottuk ehhez.

A két eszköznek összesen 100 féle súlyozását néztük meg, ami az egész $[0, 1]$ intervallumot lefedte. Így megkaptuk azt az optimális súlyozást, ami a legjobb historikus VaR értéket adja.



1. ábra. VaR értéke a VOO súlyának függvényében, 95%-os konfidenciaszint mellett

Ahogy az ábrán az látható, kb. 0,2%-os VaR eltérést tudunk elérni az eszközök optimális súlyozásával. A legmagasabb VaR érték -1,67%, ez azt jelenti, hogy a hozamok 95%-a ennél magasabb volt. Ehhez majdnem fele-fele arányban kell venni a két eszközt: a VOO súlya 0,51, a MOO-é 0,49.

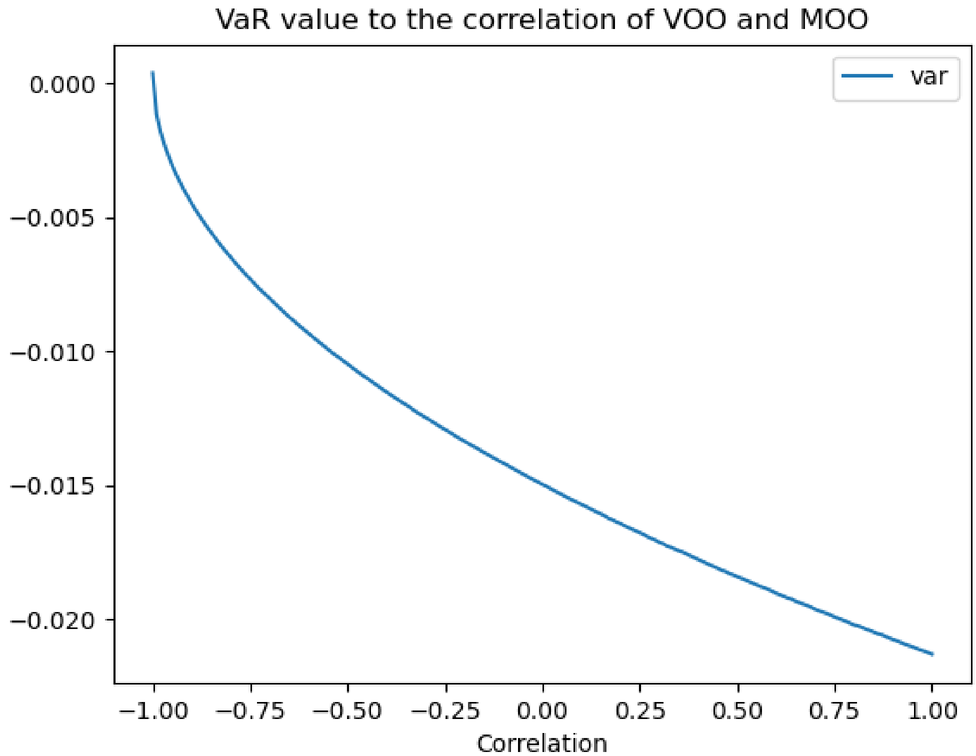
2. Szimulált VaR

Az előző VaR-ral ellentétben ebben a feladatban nem a historikusan meghatározott kvantilis értékét számoltuk ki, hanem a portfólió várható hozamát és volatilitását határoztuk meg, és ezen értékek alapján határoztuk meg az ezen paramétereknek megfelelő normális eloszlás megfelelő kvantilisát. Ezt az értéket tekintettük VaR-nak.

Ahogy az előző feladatban, itt is 95%-os konfidenciaszintet használtunk, azonban most a VaR értékét és két ETF közötti korreláció kapcsolatát vizsgáltuk. Ehhez a múltbeli adatok alapján meghatároztuk a két ETF várható hozamát és volatilitását, amelyből egy feltételezett korreláció mellett meghatároztuk a portfólió várható értékét és volatilitását. A portfólióban az ETF-ek a volatilitásuk reciprokával arányos súlyt kaptak. Így az adott súlyvektor mellett a portfólió várható hozama a súlyvektor és az eszközök hozamának a skalárszorzata, volatilitása pedig a kovarianciamátrixból és a súlyvektorból kiszámított kvadratikus alak gyöke.

A fenti számításokat különböző korrelációk mellett elvégezve az alábbi ábrán látható értékeket kaptuk. Ahogy az azonnal szembeötlik, minél erősebb a negatív korreláció, annál nagyobb a VaR értéke, így az az érték, amit a portfóliónk legfeljebb 5%-kal elveszíthet, abban az esetben lesz a legalacsonyabb, ha a két ETF közötti korreláció -1. Az ábrán az is látható, hogy ebben az esetben a VaR már pozitív értéket vesz fel, azaz a portfólió nem veszíthet az értékéből, ha hihetünk a számításainknak.

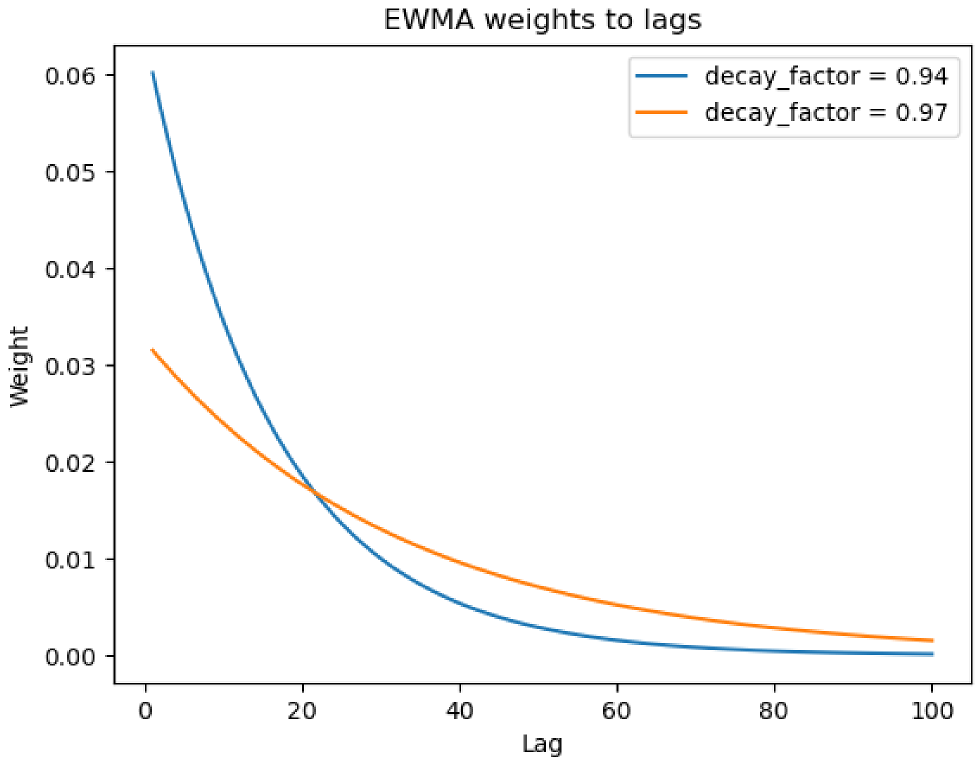
Az eredmény abból a szempontból nem meglepő, hogy minél inkább negatívan korrelál a két eszköz, annál inkább ki tudják egymást ellensúlyozni: ha az egyik ETF értéke bezuhanna, akkor a másiké megnő, így kompenzálva azt a veszteséget, amit elszenvednénk. Minél inkább pozitívan korrelálnak, annál nagyobbat veszíthetünk, mivel ebben az esetben együtt zuhannak az ETF árfolyamai.



2. ábra. VaR értéke a VOO és MOO közötti korreláció függvényében.

3. EWMA

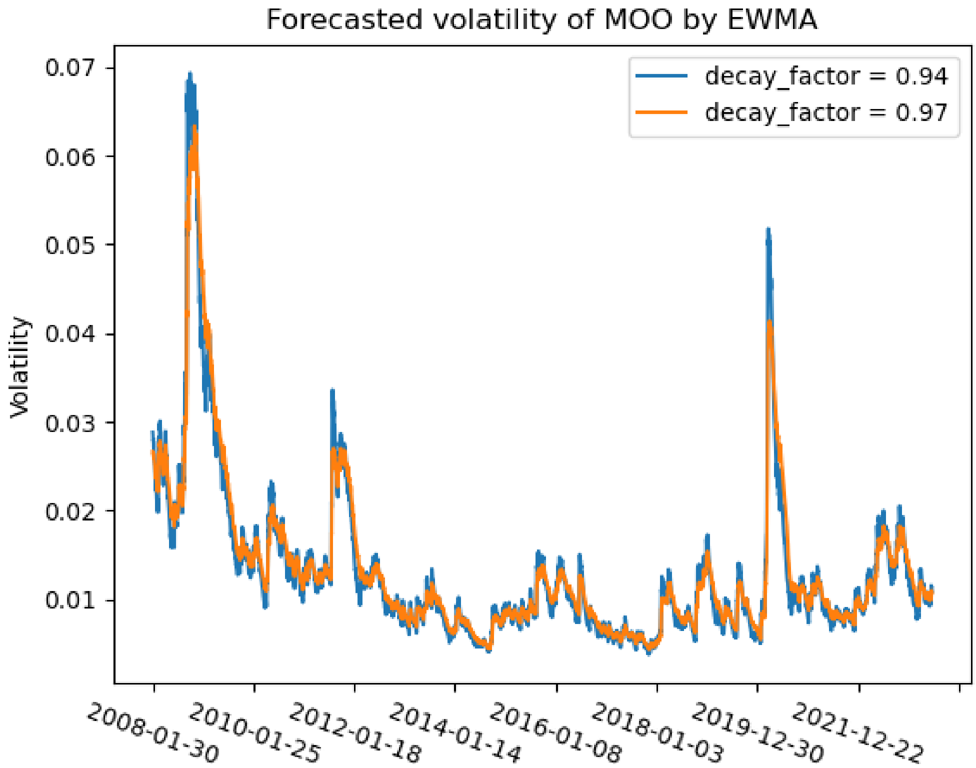
Az EWMA (Exponentially Weighted Moving Average) segítségével szimulálható a pénzpiacokon megfigyelhető volatilitásklasztereződés. Eszerint azokat a napokat volatilisebb napok követik, amelyeken jobban ingadozik az árfolyam, valamint ez fordítva is igaz, a nyugodtabb napokat nyugodtabb napok követik. Az EWMA-ban a késleltetett loghozamok négyzetét exponenciálisan csökkenő súlyokkal súlyozzuk, amelyek összegét egyre normáljuk. A késleltetés minden esetben 100 volt. Az alábbi ábrán látható az összefüggés a decay faktor értéke és a késleltetett hozamnégyzetek között.



3. ábra. EWMA súlyok különböző decay faktorok mellett

Azt, hogy mennyire gyors az exponenciális csökkenés, a decay faktor értéke határozza meg. Nagyobb decay faktor mellett lassabb a csökkenés, és mivel egyre normáljuk a súlyokat, ezért a néhány késleltetéses tagok kisebb súlyt kapnak, mint nagyobb decay faktor mellett. Alacsonyabb decay faktor mellett drasztikusabb a csökkenés gyorsasága, és ekkor a korai késleltetések súlyai nagyobbak, mivel a gyors csökkenés miatt, amikor egyre normáljuk az összeget, nem visznek el akkora súlyt a későbbi késleltetések.

Az alábbi ábrán látható a MOO ETF-re számolt volatilitások a kétféle decay faktor mellett.



4. ábra. EWMA a MOO idősoros adatokon a két decay faktor mellett

Ahogy az ábrán látható, nagyobb decay faktor mellett kisebb az előrejelzett volatilitás. Azonban ebben az esetben a volatilitások jobban klasztereződnek, mivel nem olyan nagyok a kilengések, így közelebb maradnak egymáshoz az egymást követő napok volatilitásai.

4. Machine Learning

Végezetül készítettünk egy lineáris regressziós modellt is a jövőbeli variancia múltbeli adatokból történő előrejelzésére. A célváltozó az adott napi loghozam négyzete, a magyarázó változó pedig az előző 10 napi loghozamok négyzete, az EWMA módszeréhez hasonlóan.

Az optimális fokszám megtalálásához hiperparaméter-keresést végeztünk, ennek az eredménye az lett, hogy a legalacsonyabb MSE az elsőfokú modell mellett volt. A cross-validation ezt az eredményt megerősítette. A végső modell koefficiensei a következőek:

$$(0.1335, 0.0755, 0.0190, 0.0989, -0.0552; 0.0695, 0.0981, 0.0971, 0.0656, -0.0007).$$

Látható, hogy a legnagyobb koefficiens a legelső változóhoz, azaz az 1 nappal korábbi loghozamhoz tartozik. Ez megfelel a várakozásainknak. A korábbi napi adatokhoz tartozó koefficiensek azonban nem szabályosan csökkennek, így kétséges, hogy mennyire használható a modellünk. Ha nem csak bő 2 év adatait vizsgáljuk, és/vagy több napra visszamenően vesszük a magyarázó változókat, talán jobb modellt kaphatunk.