

Kapitel 1

Einführung

Die nichtlineare Optimierung ist ein bedeutendes Gebiet der Mathematik. Sie findet immer wieder Anwendungen in der schwierigen Problemen der Technik und der Wirtschaft. Es wurden viele Verfahren entwickelt, um nichtlineare Optimierungsprobleme zu lösen. In dieser Arbeit werden zwei Verfahren, das halbglatte Newton-Verfahren und das SQP-Verfahren, betrachtet und verglichen.

Das SQP-Verfahren gehört zu den bekanntesten Verfahren der nichtlinearen Optimierung. Es wurde schon seit den 60er Jahren entwickelt und wurde in vielen Optimierungsproblemen angewendet sowie weiterentwickelt. Das halbglatte Newton-Verfahren ist weniger bekannt als das SQP-Verfahren. Es basiert aber auf das bekannte Newton-Verfahren.

1.1 Optimierungsprobleme

Allgemein ist die Aufgabenstellung der nichtlinearen Optimierung wie folgt definiert:

$$\min_{x \in \mathcal{F}} f(x) \tag{1.1}$$

Die Funktion $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ist die sogenannte Zielfunktion. \mathcal{F} ist eine Teilmenge von \mathbb{R}^n , die man als Lösungsmenge bezeichnet. Alle Elemente von \mathcal{F} werden als zulässige Punkte bezeichnet. \mathcal{F} wird oft durch Nebenbedingungen definiert.

Man kann hierbei den Unterschied zwischen der linearen Optimierung und der nichtlinearen Optimierung erkennen. Bei der linearen Optimierung muss die Zielfunktion linear sein und die Nebenbedingungen sind durch lineare Gleichungssysteme oder Ungleichungssysteme definiert. Bei der nichtlinearen Optimierung gibt es dagegen keine Einschränkung, wie die Zielfunktion und die Nebenbedingungen aussehen sollen. Für die lineare Optimierung ist ein in der Praxis sehr effizientes Verfahren bekannt. Man kann

aber auch die Verfahren der nichtlinearen Optimierung für die linearen Optimierungsprobleme anwenden. Umgekehrt ist das aber nicht möglich.

Ein einfaches Beispiel nichtlinearer Optimierung ist das Problem

$$\min_{x \in \mathbb{R}} (x - 1)^2.$$

Falls $\mathcal{F} = \mathbb{R}^n$ gilt, bezeichnet man das Optimierungsproblem als unrestringiert. Es besitzt also keine Nebenbedingungen. Ansonsten heißt es ein restringiertes Optimierungsproblem.