Linguaggi Relazionali

Linguaggi Relazionali

- **Algebra Relazionale**: insieme di operatori su relazioni che danno come risultato relazioni; si definiscono
  - operatori primitivi (ridenominazione, proiezione, unione e differenza, restrizione, prodotto)
  - operatori derivati (giunzioni, divisione, ...)
  - altri operatori (raggruppamento, order by, min, max)
  - Non si usa direttamente come linguaggio di interrogazione dei DBMS ma come rappresentazione interna delle interrogazioni.
- **Calcolo Relazionale**: linguaggio dichiarativo di tipo logico dal quale è stato derivato l'SQL.

Algebra relazionale

Notazione

- Data una **relazione R (A1: T1, ..., An: Tn)**
  - **Tipo**: {(A1: T1, ..., An: Tn)}
  - **Grado**: n
  - Data una ennupla t ∈ R

    t.Ai valore dell'attributo Ai

- Nel modello di base:
  - relazioni come **insiemi** di ennuple
  - non si usa **NULL**

Algebra Relazionale: Ridenominazione

- **Ridenominazione (ρ)**

  Data una relazione R(X), con X insieme di attributi, A ∈ X e B ∉ X

  $$\rho_{A \leftarrow B}(R)$$

  relazione R dove A è ridenominato con B

  $$\rho_{A \leftarrow B}(R) = \{t \mid \exists u \in R \,.\, t\,.\,B = u\,.\,A \;\wedge\; \forall C \in X - \{A\} \,.\, t\,.\,C = u\,.\,C\}$$

- Grado della nuova relazione? Tipo? Cardinalità?

Algebra Relazionale: Unione e Differenza

R e **S** relazioni dello stesso tipo:

- **Unione (∪)**

$$R \cup S = \{t \mid t \in R \ \vee \ t \in S\}$$

- **Differenza (-)**

$$R - S = \{t \mid t \in R \ \wedge \ t \notin S\}$$

- Qual è il tipo del risultato? Quante ennuple contiene il risultato?

- Se t_1 è un'ennupla non in R , allora

$$R = (R \cup \{t_1\}) - \{t_1\}$$

Algebra Relazionale: Proiezione

- **Proiezione (π):** data R(X) con $\{A_1, ..., A_m\} \subseteq X$

$$\pi_{A_1,A_2,\ldots,A_m}(R)$$

"elimina" gli attributi diversi da A1, ..., Am

$$\pi_{A_1,\ldots,A_m}(R) = \{\langle t.A_1, \ldots, t.A_m \rangle \mid t \in R\}$$

- Qual è il tipo del risultato? Se R contiene n ennuple quante ne contiene il risultato?

Proprietà: se L1 e L2 sono insiemi di attributi con L1 $\subseteq$ L2

$$\pi_{L1}(\pi_{L2}(R)) = \pi_{L1}(R)$$

Proiezione: Esempi

- Sia data la relazione Studenti

Studenti

Nome	Cognome	<u>Matricola</u>	Anno	Provincia
Paolo	Verdi	71523	2005	VE
Anna	Rossi	76366	2006	PD
Giorgio	Zeri	71347	2005	VE
Chiara	Scuri	71346	2006	VE

- Trovare il nome, la matricola e la provincia degli studenti

Proiezione: Esempi

- Espressione nell'algebra

$$\pi_{\text{Nome, Matricola, Provincia}}(\text{Studenti})$$

Nome	**<u>Matricola</u>**	**Provincia**
Paolo	71523	VE
Anna	76366	PD
Giorgio	71347	VE
Chiara	71346	VE

$$\pi_{\text{Provincia}}(\text{Studenti})\ ?$$

Algebra Relazionale: Restrizione

- **Restrizione (selezione) (σ)**

$$\sigma_{\phi}(R) = \{t \mid t \in R \ \wedge \ \phi(t)\}$$

relazione le cui ennuple sono le ennuple di R che soddisfano la Condizione ϕ

- Condizione ϕ è una combinazione proposizionale di (dis)uguaglianze e disequazioni tra attributi (o tra attributi e costanti)

$$\phi \ ::= \ A_i \, op \, A_j \ \mid \ A_i \, op \, c \ \mid \ \neg\phi \ \mid \ \phi \wedge \phi \ \mid \ \phi \vee \phi$$

dove **op** è un operatore di confronto.

- La condizione riguarda attributi di **singole ennuple**

Algebra Relazionale: Restrizione (cont.)

- Qual è il tipo del risultato? Se R contiene n ennuple quante ne ha il risultato?

- Commutativa:

$$\sigma_{C_1}(\sigma_{C_2}(R)) = \sigma_{C_1 \wedge C_2}(R) = \sigma_{C_2}(\sigma_{C_1}(R))$$

Restrizione: Esempi

- Trovare i dati degli studenti della provincia di Venezia:

$\sigma_{\text{Provincia = 'VE'}}$ (Studenti)

Nome	Cognome	<u>Matricola</u>	Anno	Provincia
Paolo	Verdi	71523	2005	VE
Giorgio	Zeri	71347	2005	VE
Chiara	Scuri	71346	2006	VE

- Trovare il nome, la matricola e l'anno di iscrizione degli studenti di Venezia:

$\pi_{\text{Nome,Matricola,Anno}}$ ($\sigma_{\text{Provincia = 'VE'}}$ (Studenti))

Nome	<u>Matricola</u>	Anno
Paolo	71523	2005
Giorgio	71347	2005
Chiara	71346	2006

Algebra Relazionale: Prodotto

- **Prodotto (×)**

$$R \times S$$

  - R e S con attributi distinti A1, ..., An, e B1, ..., Bm
  - ennuple ottenute concatenando ennuple di R e ennuple di S
  - $R \times S = \{\langle t.A_1, \ldots, t.A_n, u.B_1, \ldots, u.B_m \rangle \mid t \in R \ \wedge \ u \in S\}$

- Qual è il tipo del risultato? Se R e S contengono n e m ennuple quante ne contiene il risultato?

Prodotto: Esempio

A	B
a1	b1
a2	b2

×

C	D
c1	d1
c2	d2
c3	d3

=

A	B	C	D
a1	b1	c1	d1
a1	b1	c2	d2
a1	b1	c3	d3
a2	b2	c1	d1
a2	b2	c2	d2
a2	b2	c3	d3

Algebra Relazionale: Esempi

- Qual è il risultato di Studenti × Esami ?

Studenti

Nome	Cognome	<u>Matricola</u>	Anno	Provincia
Paolo	Verdi	71523	2005	VE
Anna	Rossi	76366	2006	PD
Giorgio	Zeri	71347	2005	VE
Chiara	Scuri	71346	2006	VE

Esami

<u>Codice</u>	Materia	Candidato*	Data	Voto	Lode
B112	BD	71523	08.07.06	27	N
F31	FIS	76366	08.07.07	26	N
B247	BD	76366	28.12.06	28	S

Algebra Relazionale: Esempi

- Trovare il nome degli studenti che hanno superato l'esame di BD con 30

$$\pi_{\mathsf{Nome}}(\sigma_{\mathsf{Materia}='\mathsf{BD}' \wedge \mathsf{Voto}=30}(\sigma_{\mathsf{Matricola}=\mathsf{Candidato}}(\mathsf{Studenti} \times \mathsf{Esami})))$$

- si introduce un operatore derivato: la giunzione!

$$\pi_{\mathsf{Nome}}(\sigma_{\mathsf{Materia} = '\mathsf{BD}' \wedge \mathsf{Voto} = 30}(\mathsf{Studenti} \underset{\mathsf{Matricola}=\mathsf{Candidato}}{\bowtie} \mathsf{Esami}))$$

Operatori derivati: Giunzione (o Join)

- **Giunzione**: Utile per “combinare” informazioni di relazioni correlate

$$R \underset{A_i=B_j}{\bowtie} S$$

  - R e S con attributi distinti A1, ..., An, e B1, ..., Bm
  - ovvero

$$R \underset{A_i=B_j}{\bowtie} S \ = \ \sigma_{A_i=B_j}(R \times S)$$

$$\{\langle t.A_1, \ldots, t.A_n, u.B_1, \ldots, u.B_m \rangle \mid t \in R \ \wedge \ u \in S \wedge t.A_i = u.B_j\}$$

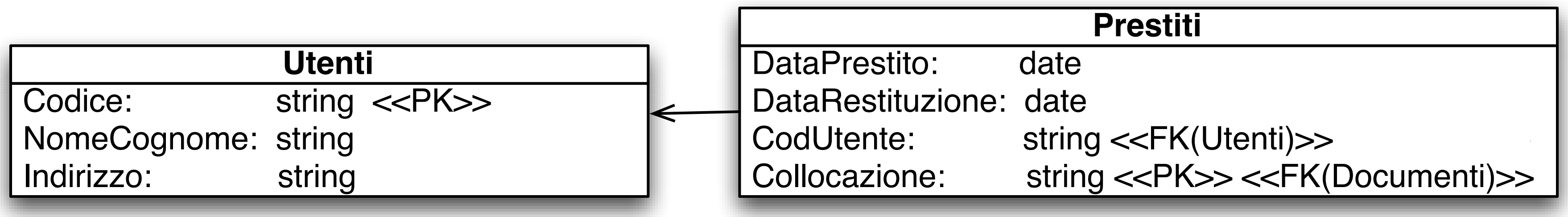
- **Giunzione naturale**

$$R \bowtie S$$

Esempio

- Giunzione

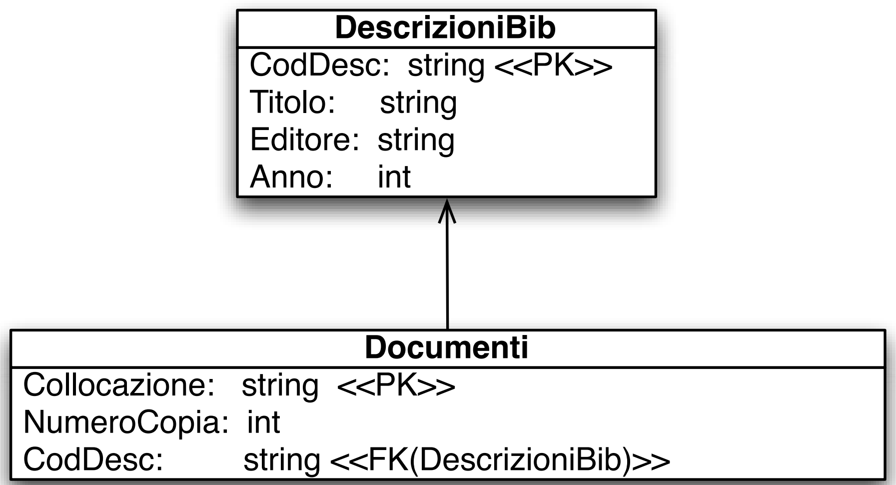
$$\text{Utenti} \underset{\text{Codice}=\text{CodUtente}}{\bowtie} \text{Prestiti}$$



Esempio

- Giunzione naturale

$$\text{Documenti} \bowtie \text{DescrizioniBib}$$



Operatori Derivati: intersezione

- **Giunzione esterna**

- **Intersezione**

$$R \cap S$$

esprimibile come

$$R - (R - S)$$

Operatori Derivati: Divisione

- **Divisione**: date le relazioni R(XY) e S(Y) si vuole produrre una relazione T(X) tale che una ennupla t è in T se e solo se per ogni s in S la ennupla <t, s> appare in R.

$$R \div S$$

- **Esempio**: matricola degli studenti che hanno fatto tutti gli esami che ha fatto Anna Rossi (matr. 76366).
  - esami di Anna Rossi:

    $$ES\_AR = \pi_{\text{Materia}}(\sigma_{\text{Candidato}='76366'}(\text{Esami}))$$

  - esami studenti con matricola

$$ES = \pi_{\text{Candidato,Materia}}(\text{Esami})$$

Operatori Derivati: Divisione

- **Divisione**: date le relazioni R(XY) e S(Y) si vuole produrre una relazione T(X) tale che una ennupla t è in T se e solo se per ogni s in S la ennupla <t, s> appare in R.

$$R \div S$$

- **Esempio**: matricola degli studenti che hanno fatto tutti gli esami che ha fatto Anna Rossi (matr. 76366).
  - esami di Anna Rossi:

$$ES\_AR = \pi_{\text{Materia}}(\sigma_{\text{Candidato}='76366'}(\text{Esami}))$$

  - esami studenti con matricola

$$ES = \pi_{\text{Candidato,Materia}}(\text{Esami})$$

Operatori derivati: Divisione (cont.)

- il risultato desiderato è quindi

  $$ES \div ES\_AR$$

- Usato per query che coinvolgono quantificazione universale
- Esprimibile come

$$\pi_X(R) - \pi_X((\pi_X(R) \times S) - R)$$

Esercizio

- Query per
  - studenti che hanno fatto un sottoinsieme degli esami di Anna Rossi
  - studenti che hanno fatto esattamente gli esami di Anna Rossi

Altri Operatori

- **Proiezione generalizzata**

$$\pi_{Exp_1 \,\textbf{AS}\, A_1, Exp_2 \,\textbf{AS}\, A_2, \ldots, Exp_n \,\textbf{AS}\, A_n}(R)$$

- Le espressioni Exp_i possono comprendere attributi, costanti, e operazioni su di essi

- **Esempio**: data una relazione Utente(Codice,SalarioLordo,Trattenute, ...)

$$\pi_{\mathsf{Codice},\ \mathsf{SalarioLordo}-\mathsf{Trattenute}\ AS\ \mathsf{Stipendio}}(\mathsf{Utente})$$

Funzioni di aggregazione

- Le funzioni di aggregazione hanno come argomenti multinsiemi e ritornano come risultato un valore.
- sum ritorna la somma degli elementi
- avg ritorna la media degli elementi
- count ritorna il numero degli elementi
- min e max ritornano il minimo e il massimo valore degli elementi
- Se si vuole ignorare eventuali duplicati, si estende il nome della funzione con la stringa “-distinct”

Altri Operatori (cont.)

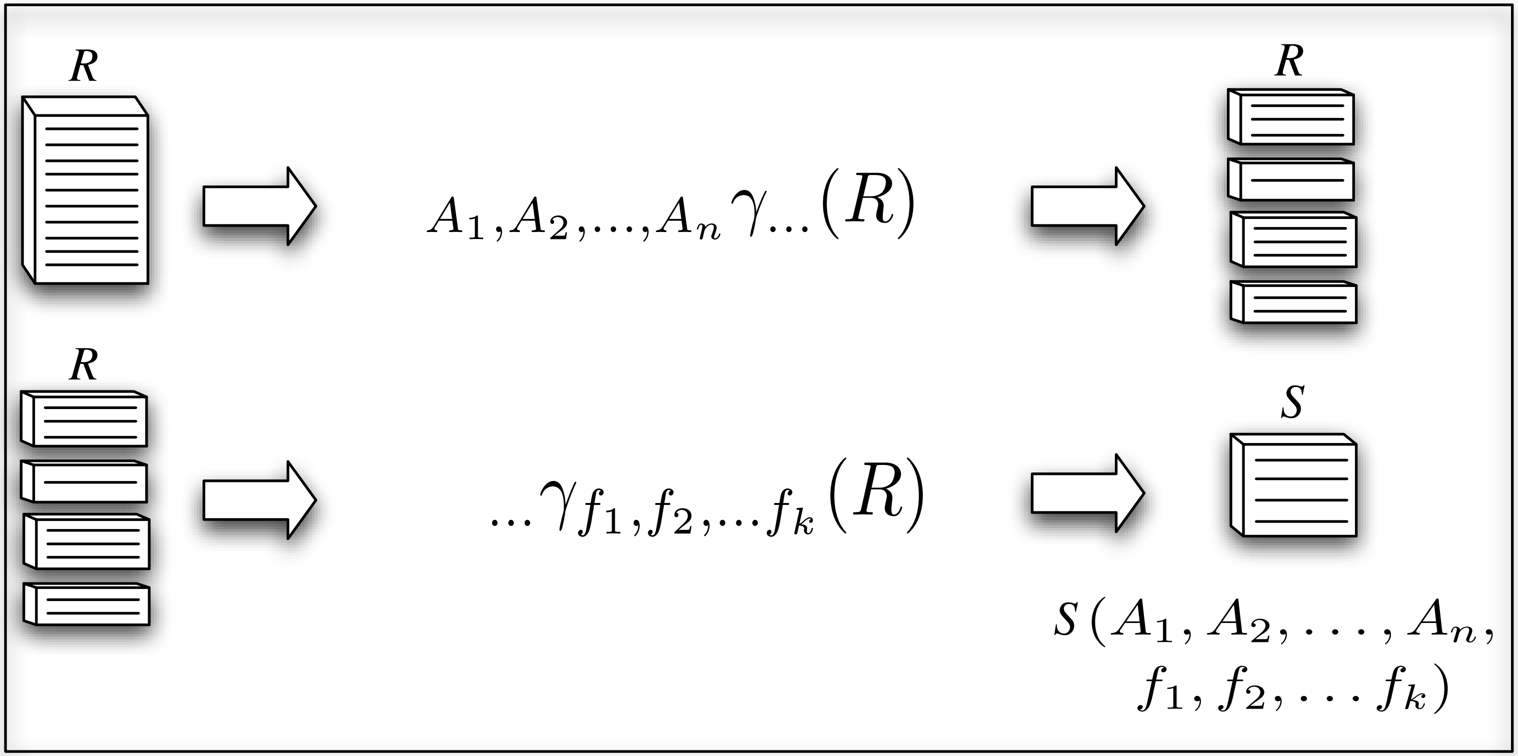
- Raggruppamento (γ)

$$_{A_1, A_2, \ldots, A_n}\gamma_{f_1, f_2, \ldots f_k}(R)$$

dove gli A_i sono attributi di R e le f_i sono espressioni che usano funzioni di aggregazione (min, max, count, sum, avg, ...)

Significato del raggruppamento (γ)

$$S = {}_{A_1, A_2, \ldots, A_n}\gamma_{f_1, f_2, \ldots f_k}(R)$$



Esecuzione del raggruppamento

- Trovare per ogni candidato il numero degli esami, il voto minimo, massimo e medio

$$_{\text{Candidato}}\gamma_{\text{count}(*),\ \text{min}(\text{Voto}),\ \text{max}(\text{Voto}),\ \text{avg}(\text{Voto})}(\text{Esami})$$

Materia	Candidato	Data	Voto	Lode
BD	71523	08.07.06	20	N
FIS	76366	08.07.07	26	N
ASD	71523	28.12.06	30	S
BD	76366	28.12.06	28	N

Esecuzione del raggruppamento (cont.)

- raggruppamento

Materia	Candidato	Data	Voto	Lode
BD	71523	08.07.06	20	N
ASD	71523	28.12.06	30	S
FIS	76366	08.07.07	26	N
BD	76366	28.12.06	28	N

- calcolo delle funzioni

Candidato	Count(*)	min(Voto)	max(Voto)	avg(Voto)
71523	2	20	30	25
76366	2	26	28	27

Algebra relazionale su multinsiemi

- Proiezione senza l'eliminazione dei duplicati (multinsiemistica)

$$\pi^b_{A_1, A_2, \ldots, A_n}(O)$$

- Eliminazione di duplicati

$$\delta(O)$$

- Ordinamento $A_1, A_2, \ldots, A_n$ attributi di O

$$\tau_{A_1, A_2, \ldots, A_n}(O)$$

- Unione, Intersezione e Differenza

$$O_1 \cup^b O_2, O_1 \cap^b O_2, O_1 -^b O_2$$

Trasformazioni Algebriche

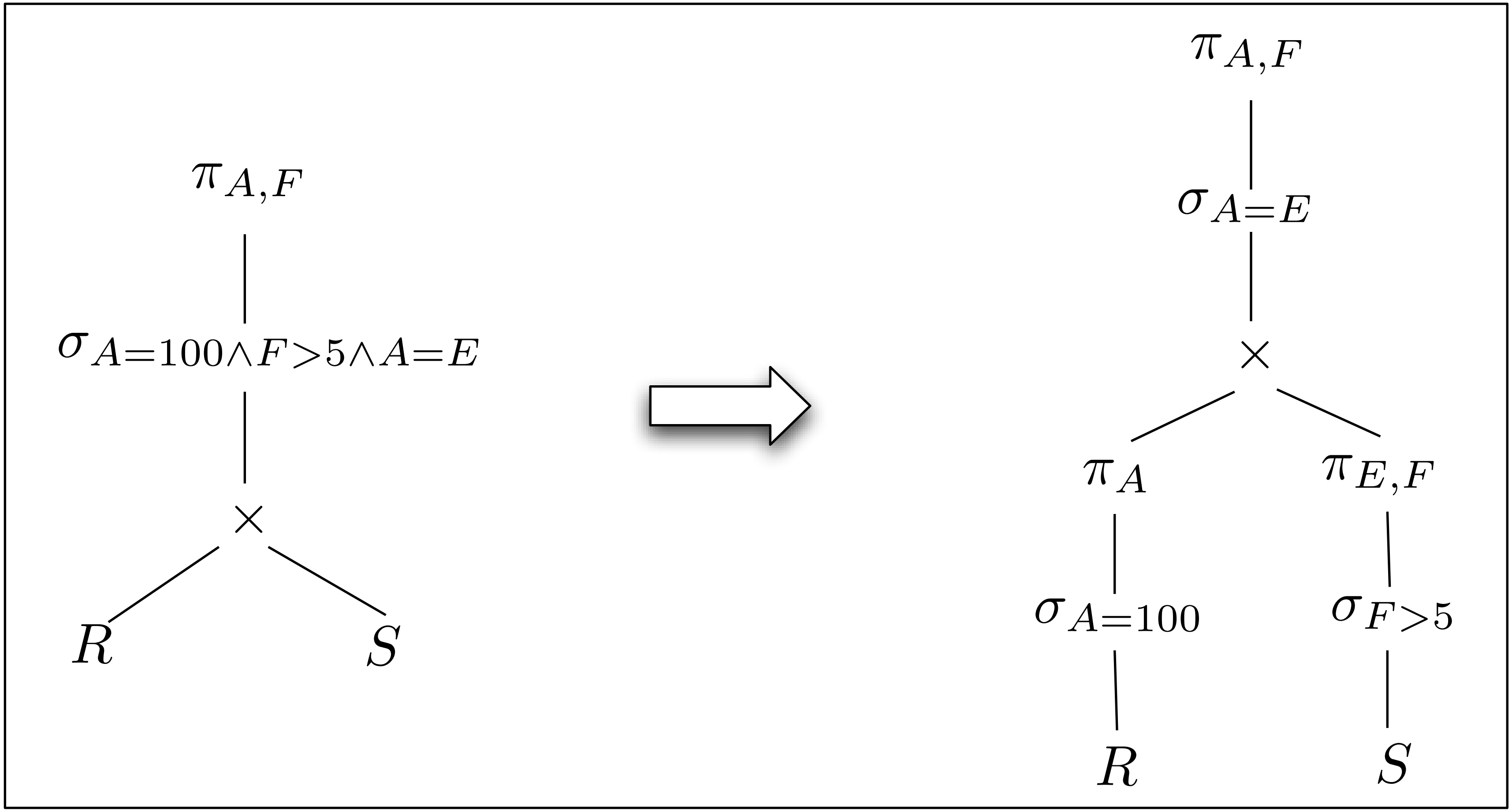
- Basate su regole di equivalenza fra espressione algebriche
- Consentono di scegliere diversi ordini di join e di anticipare proiezioni e restrizioni.
- Alcuni esempi con la relazione R(A, B, C, D):

$$
\begin{aligned}
&\pi_A(\pi_{A,B}(R)) \equiv \pi_A(R)\\
&\sigma_{C_1}(\sigma_{C_2}(R)) \equiv \sigma_{C_1 \wedge C_2}(R)\\
&\sigma_{C_1 \wedge C_2}(R \times S) \equiv \sigma_{C_1}(R) \times \sigma_{C_2}(S)\\
&R \times (S \times T) \equiv (R \times S) \times T\\
&(R \times S) \equiv (S \times R)\\
&\sigma_C({}_X\gamma_F(R)) \equiv {}_X\, \gamma_F(\sigma_C(R))
\end{aligned}
$$

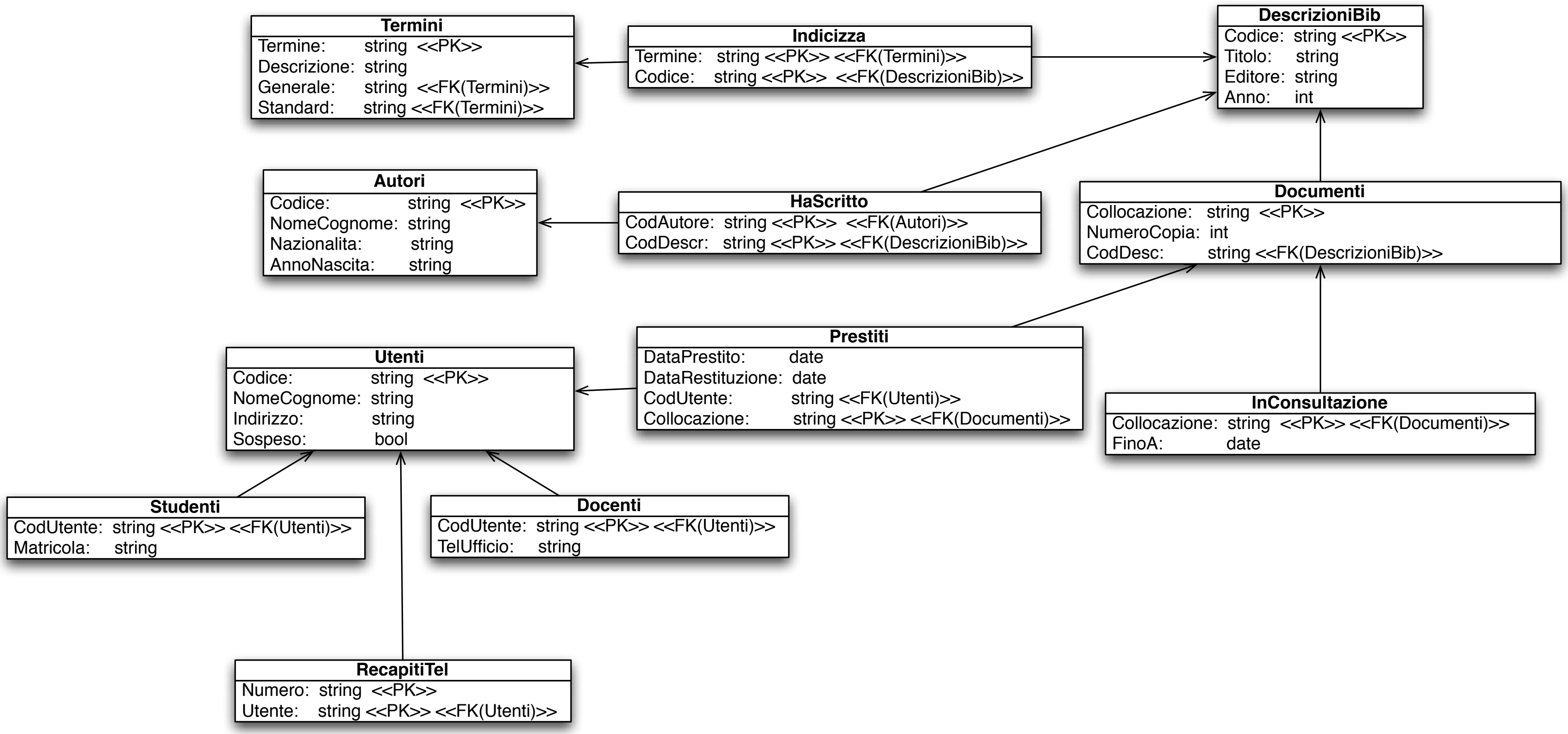
Alberi Logici e Trasformazioni Algebriche

- Consideriamo le relazioni R(A, B, C, D) e S(E, F, G) e l'espressione:

$$\pi_{A,F}(\sigma_{A=100 \wedge F>5 \wedge A=E}(R \times S))$$



Esempio: Biblioteca (semplificato)



Query sulla biblioteca

- Titolo e collocazione di tutti i documenti in prestito.

- Nome e Cognome degli utenti che hanno documenti in prestito.

Query sulla biblioteca

- Codice, Nome e Cognome di tutti gli utenti che:
  - sono studenti e hanno matricola < 7000
  - sono docenti e hanno numero di telefono tra 1200 e 1300.

- Gli utenti (tutti gli attributi) che non hanno in prestito nessun libro.

Query sulla biblioteca (cont.)

- Codice degli utenti che hanno in prestito solo libri di fisica (si legga libro di fisica come documento la cui descrizione bibliografica è indicizzata da un termine che ha come standard “Fisica”). Si vuole una copia per ciascuna descrizione bibliografica.

Query sulla biblioteca (cont.)

- Codice degli utenti che hanno in prestito tutti i libri di fisica. Si vuole una copia per ciascuna descrizione bibliografica.

- Codice degli utenti che hanno in prestito tutti e soli i libri di fisica. Si vuole una copia per ciascuna descrizione bibliografica.

Query sulla biblioteca (cont.)

- Nome, Cognome e Codice degli utenti che hanno in prestito più di tre libri.

- Codice, Nome e Cognome degli autori che hanno scritto il massimo numero di libri.

Calcolo Relazionale

Calcolo relazionale

- L'algebra relazionale non è l'unico linguaggio formale di interrogazione per DB relazionali; un'alternativa è il **calcolo relazionale** (CR), del quale esistono due varianti:
  - **calcolo relazionale su ennuple** (CRE)
  - **calcolo relazionale su domini** (CRD)

Completezza Relazionale

- AR, CRE e CRD sono espressivamente equivalenti: ogni interrogazione esprimibile nell'uno è anche esprimibile negli altri.
- Un linguaggio relazionale espressivamente equivalente all'AR, al CRE e al CRD è detto **relazionalmente completo**
- i linguaggi dei DBMSs commerciali sono in genere non solo relazionalmente completi, ma anche di più ... in quanto includono anche altre funzionalità (e.g. aggregazione, raggruppamento, ...).

Differenze fra AR e CR

- AR è un linguaggio **procedurale**
  - un'interrogazione è una espressione che specifica, oltre a cosa va recuperato, le operazioni necessarie a recuperarlo;
- CR è un linguaggio **dichiarativo**
  - un'interrogazione è un'espressione che specifica cosa va recuperato, ma non come recuperarlo.
  - le operazioni da eseguire e la loro sequenzializzazione sono decise dal DBMS.
- Praticamente tutti i linguaggi dei DBMS relazionali commerciali sono implementazioni (più o meno fedeli ...) del CR; ad esempio SQL ~ CRE

Logica del prim'ordine

- termini: denotano individui (elementi del dominio di interesse)

$$t ::= c \mid x \mid f(t_1, \ldots, t_n)$$

  - c costante
  - x variabile
  - f simbolo di funzione

- formule: denotano valori di verità (T o F);

$$\phi ::= p(t_1, \ldots, t_n) \mid \neg\phi \mid \phi_1 \wedge \phi_2 \mid \phi_1 \rightarrow \phi_2 \mid \forall x.\phi \mid \exists x.\phi$$

  - p simbolo di predicato n-ario

Calcolo Relazionale su ennuple

- Il CRE usa la logica del prim'ordine, interpretata su un dominio i cui elementi sono le ennuple della BD, per esprimere le interrogazioni

- costanti e le variabili sono di tipo ennupla.

- Esempio di interrogazione:

  Nomi e cognomi degli studenti che hanno superato almeno un esame:

$$\{t.\text{Nome},\ t.\text{Cognome} \mid t \in \text{Studenti} \wedge \exists e \in \text{Esami}.(t.\text{Matricola} = e.\text{Candidato})\}$$

Calcolo Relazionale su ennuple

- Un'interrogazione del CRE è un'espressione del tipo

$$\{\, t_{i1}.A_1, \ldots, t_{im}.A_m \mid \phi(t_1, \ldots t_n) \,\}$$

dove

- t_i variabili ennupla (il cui tipo, i.e. a quali relazioni appartengono, sarà indicato in ϕ);
- A_i simboli di funzione di tipo attributo ($t_i.A_i$ è una notazione alternativa per $A_i(t_i)$);
- $\phi(t_1,\ldots t_n)$ è una formula del prim'ordine in cui
    - le variabili $t_1,\ldots t_n$ occorrono libere
    - il risultato è l'insieme delle ennuple $< t_{i1}.A_1, \ldots, t_{im}.A_m >$ tali che $\phi(t_1,\ldots t_n)$ è vera.

Calcolo Relazionale su ennuple

- Le formule atomiche possono essere
  - formule di tipo

$$t \in \text{Studenti} \qquad\qquad e \in \text{Esami}$$

dichiara che t appartiene all'estensione corrente di Studente: quindi in ogni espressione t.A nell'interrogazione, A deve essere un attributo di Studente;

  - formule di confronto fra valori di attributi

$$t.\text{Matricola} = e.\text{Candidato}$$

  - formule di confronto fra il valore di un attributo e un valore costante

$$t.\text{Provincia} = '\text{VE}'$$

Esprimibilità dell'AR in CRE

- Restrizione

  $\sigma_{Provincia='VE'}(Studenti)$

  $\{ t \mid t \in Studenti \wedge t.Prov = 'VE' \}$

- Proiezione

  $\pi_{Nome,Cognome}(Studenti)$

  $\{ t.Nome, t.Cognome \mid t \in Studenti \}$

- Unione

  $Studenti \cup Docenti$

  $\{ t \mid t \in Studenti \vee t \in Docenti \}$

Esprimibilità dell'AR in CRE (cont.)

- Differenza

  Studenti − Docenti

  $\{ t \mid t \in \text{Studenti} \wedge \neg (t \in \text{Docenti}) \}$

- Prodotto

  Studenti x Esami

  $\{ s, e \mid s \in \text{Studenti} \wedge e \in \text{Esami} \}$

- Intersezione

  Studenti ∩ Docenti

  $\{ t \mid t \in \text{Studenti} \wedge t \in \text{Docenti} \}$

Esercizi

- Esprimere nel calcolo relazionale
  - giunzione;
  - giunzione naturale.