

## BÀI TẬP TOÁN RỜI RẠC 2 – CHƯƠNG 3

### Câu hỏi 1

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh dưới dạng ma trận kề như sau

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
2	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0
3	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
4	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
5	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1
6	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1
8	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1
9	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0

- Chứng minh đồ thị  $G$  đã cho là đồ thị Euler.
- Tìm một chu trình Euler của đồ thị  $G$  đã cho bắt đầu từ đỉnh  $u=1$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

### Câu hỏi 2

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh và 12 cạnh dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	5	7
1	3	6	7
2	3	7	8
3	4	7	9
3	5	8	10
4	6	9	10

- Tìm chu trình Euler của đồ thị  $G$  đã cho bắt đầu từ đỉnh  $u=7$

Lập bảng:

Bước	Stack	Cạnh được duyệt	CE
1	7	$\emptyset$	$\emptyset$
2	7, 5, 3, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 9, 7	(7,5), (5,3), (3,1), (1,2), (2,3), (3,4), (4,6), (6,7), (7,8), (8,10), (10,9), (9,7)	
3	$\emptyset$		7, 9, 10, 8, 7, 6, 4, 3, 2, 1, 3, 5, 7

Kết luận: Chu trình Euler tìm được: 7, 5, 3, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 9, 7

**Câu hỏi 3**

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh dưới dạng danh sách kề như sau:

$Ke(1) = \{2, 4, 9, 10\}$	$Ke(6) = \{5, 7, 8, 10\}$
$Ke(2) = \{1, 3, 4, 9\}$	$Ke(7) = \{6, 8\}$
$Ke(3) = \{2, 4\}$	$Ke(8) = \{6, 7\}$
$Ke(4) = \{1, 2, 3, 5\}$	$Ke(9) = \{1, 2\}$
$Ke(5) = \{4, 6\}$	$Ke(10) = \{1, 6\}$

- Chứng minh đồ thị  $G$  đã cho là đồ thị Euler.
- Tìm một chu trình Euler của đồ thị  $G$  đã cho bắt đầu từ đỉnh  $u = 10$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán

**Câu hỏi 4**

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
2	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0
3	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
4	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0
5	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1
6	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0
7	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0
8	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
9	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0

- Chứng minh đồ thị  $G$  đã cho là đồ thị nửa Euler.
- Tìm một đường đi Euler của đồ thị  $G$  đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán

**Câu hỏi 5**

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh và 14 cạnh dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	3	3	7
1	7	4	6
1	9	4	8
1	10	5	6
2	3	5	7
2	7	6	8
3	5	6	10

- Chứng minh đồ thị  $G$  đã cho là đồ thị nửa Euler.
- Tìm một đường đi Euler của đồ thị  $G$  đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

**Câu hỏi 6**

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh dưới dạng danh sách kề như sau:

Ke(1) = {2, 3, 10}	Ke(6) = {4, 7}
Ke(2) = {1, 4}	Ke(7) = {5, 6, 8, 9}
Ke(3) = {1, 4}	Ke(8) = {7, 10}
Ke(4) = {2, 3, 5, 6}	Ke(9) = {7, 10}
Ke(5) = {4, 7}	Ke(10) = {1, 8, 9}

- Chứng minh đồ thị  $G$  đã cho là đồ thị nửa Euler.
- Tìm một đường đi Euler của đồ thị  $G$  đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

**Giải**  $n = 10$ ;  $m = 13$

**a) Chứng minh đồ thị  $G$  đã cho là đồ thị nửa Euler:**

$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 4(2); 3(4); 5(4); 7(5); 6(7); 8(7); 10(8); 9(10)\} = V$   $G$  liên thông

Tính bậc của các đỉnh:  $deg(10) = 3$ ;  $deg(2) = 2$ ;  $deg(3) = 2$ ;  $deg(4) = 4$ ;  $deg(5) = 2$ ;  $deg(6) = 2$ ;  $deg(7) = 4$ ;  $deg(8) = 2$ ;  $deg(9) = 2$ ;  $deg(10) = 3$

Đồ thị có hai đỉnh bậc lẻ  $u = 1$ ,  $v = 10$

Kết luận:  $G$  là nửa Euler

**b) Tìm đường đi Euler của đồ thị  $G$  đã cho bắt đầu từ đỉnh  $u = 1$**

Lập bảng:

Bước	Stack	Cạnh được duyệt	CE
1	1	$\emptyset$	$\emptyset$
2	1, 2, 4, 3, 1, 10, 8, 7, 5, 4, 6, 7, 9, 10	(1,2), (2,4), (4,3), (3,1), (1,10), (10,8), (8,7), (7,5), (5,4), (4,6), (6,7), (7,9), (9,10)	
3	$\emptyset$		10, 9, 7, 6, 4, 5, 7, 8, 10, 1, 3, 4, 2, 1

Kết luận: Đường đi Euler tìm được: 1, 2, 4, 3, 1, 10, 8, 7, 5, 4, 6, 7, 9, 10

**Câu hỏi 7**

Cho đồ thị có hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh dưới dạng ma trận kề như sau

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
4	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
7	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
8	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

- Chứng minh đồ thị  $G$  đã cho là đồ thị Euler.
- Tìm một chu trình Euler của đồ thị  $G$  đã cho bắt đầu từ đỉnh  $u=5$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán

**Câu hỏi 8**

Cho đồ thị có hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh và 14 cạnh dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	5	8
1	5	6	7
2	3	7	1
2	4	7	2
3	4	8	9
4	6	9	10
4	7	10	1

- Chứng minh đồ thị  $G$  đã cho là đồ thị Euler.
- Tìm một chu trình Euler của đồ thị  $G$  đã cho bắt đầu từ đỉnh  $u=7$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán

**Câu hỏi 9**

Cho đồ thị có hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh dưới dạng danh sách kề như sau:

Ke(1) = {4, 10}	Ke(6) = {3, 9}
Ke(2) = {5, 6, 7}	Ke(7) = {8}
Ke(3) = {1}	Ke(8) = {9}
Ke(4) = {2}	Ke(9) = {2, 1}
Ke(5) = {6}	Ke(10) = {2}

- Chứng minh đồ thị  $G$  đã cho là đồ thị Euler.
- Tìm một chu trình Euler của đồ thị  $G$  đã cho bắt đầu từ đỉnh  $u=7$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán

**Câu hỏi 10**

Cho đồ thị có hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh dưới dạng ma trận kề như sau

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
2	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
6	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

- Chứng minh đồ thị  $G$  đã cho là đồ thị nửa Euler.
- Tìm một đường đi Euler của đồ thị  $G$  đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

**Câu hỏi 11**

Cho đồ thị có hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh và 16 cạnh dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	5	9
1	3	6	7
2	3	6	8
2	4	7	2
3	4	7	8
3	6	8	5
4	6	9	10
4	7	10	1

- Chứng minh đồ thị  $G$  đã cho là đồ thị nửa Euler.
- Tìm một đường đi Euler của đồ thị  $G$  đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

**Câu hỏi 12**

Cho đồ thị có hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh dưới dạng danh sách kề như sau:

$Ke(1) = \{4, 8\}$	$Ke(6) = \{4\}$
$Ke(2) = \{3, 5, 6\}$	$Ke(7) = \{8\}$
$Ke(3) = \{1\}$	$Ke(8) = \{2\}$
$Ke(4) = \{2, 10\}$	$Ke(9) = \{7\}$
$Ke(5) = \{1\}$	$Ke(10) = \{9\}$

- Chứng minh đồ thị  $G$  đã cho là đồ thị nửa Euler.
- Tìm một đường đi Euler của đồ thị  $G$  đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

**Câu hỏi 13**

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh dưới dạng ma trận kề như sau:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
2	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
3	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
4	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0
5	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
6	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0
7	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
8	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1
9	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1
0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0

Sử dụng thuật toán quay lui tìm một chu trình Hamilton của đồ thị  $G$  đã cho bắt đầu từ đỉnh 1, khi có nhiều khả năng lựa chọn các đỉnh luôn ưu tiên chọn đỉnh có chỉ số nhỏ nhất và giải thích các bước thực hiện theo cây tìm kiếm.

**Câu hỏi 14**

Cho đồ thị có hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh dưới dạng ma trận kề như sau:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
4	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
5	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0
6	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
7	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
8	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0

Sử dụng thuật toán quay lui tìm một chu trình Hamilton của đồ thị  $G$  đã cho bắt đầu từ đỉnh 1, khi có nhiều khả năng lựa chọn các đỉnh luôn ưu tiên chọn đỉnh có chỉ số nhỏ nhất và giải thích các bước thực hiện theo cây tìm kiếm.