

GIẢI BÀI TẬP TOÁN RỜI RẠC 2 – CHƯƠNG 3

Câu hỏi 1

Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh dưới dạng ma trận kề như sau

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
2	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0
3	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
4	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
5	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1
6	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1
8	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1
9	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0

- Chứng minh đồ thị G đã cho là đồ thị Euler.
- Tìm một chu trình Euler của đồ thị G đã cho bắt đầu từ đỉnh $u=1$, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

Giải

G vô hướng có $n=10$ đỉnh và $m=17$ cạnh cho bởi ma trận kề.

a) Chứng minh G là đồ thị Euler:

$Bfs(1) = \{1(0); 2(1), 5(1), 8(1), 10(1); 3(2), 4(2), 6(2); 7(5), 9(5)\} = V \Rightarrow G$ liên thông.

Tính bậc các đỉnh:

$\deg(1)=4; \deg(2)=4; \deg(3)=2; \deg(4)=2; \deg(5)=6;$

$\deg(6)=2; \deg(7)=4; \deg(8)=4; \deg(9)=2; \deg(10)=4$

\Rightarrow tất cả các đỉnh của G đều có bậc chẵn.

Kết luận: G là đồ thị Euler

b) Tìm chu trình Euler bắt đầu tại u= 1:

Lập bảng:

Bước	Stack	Cạnh được duyệt	CE
1	1	\emptyset	\emptyset
2	1, 2, 3, 4, 2, 6, 5, 1, 8, 5, 7, 8, 10, 1	(1,2), (2,3), (3,4), (4,2), (2,6), (6,5), (5,1), (1,8), (8,5), (5,7), (7,8), (8,10), (10,1)	
3			1
4	1, 2, 3, 4, 2, 6, 5, 1, 8, 5, 7, 8, 10, 5, 9, 7, 10	(10,5), (5,9), (9,7), (7,10)	
5	\emptyset		1, 10, 7, 9, 5, 10, 8, 7, 5, 8, 1, 5, 6, 2, 4, 3, 2, 1

Kết luận: Chu trình Euler tìm được: 1, 2, 3, 4, 2, 6, 5, 1, 8, 5, 7, 8, 10, 5, 9, 7, 10, 1.

Câu hỏi 2

Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh và 12 cạnh dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	5	7
1	3	6	7
2	4	7	8
3	4	7	9
4	5	8	10
4	6	9	10

- Chứng minh đồ thị G đã cho là đồ thị Euler.
- Tìm một chu trình Euler của đồ thị G đã cho bắt đầu từ đỉnh $u=7$, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

Giải

G vô hướng có $n=10$ đỉnh và $m=12$ cạnh cho bởi danh sách cạnh.

a) Chứng minh G là đồ thị Euler:

b) Tìm một chu trình Euler của đồ thị G đã cho bắt đầu từ đỉnh $u=7$:

Lập bảng

Bước	Stack	Cạnh được duyệt	CE
1	7	\emptyset	\emptyset
2	7, 5, 4, 2, 1, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 9, 7	(7,5), (5,4), (4,2), (2,1), (1,3), (3,4), (4,6), (6,7), (7,8), (8,10), (10,9), (9,7)	
3	\emptyset		7, 9, 10, 8, 7, 6, 4, 3, 1, 2, 4, 5, 7

Kết luận: Chu trình Euler tìm được: 7, 5, 4, 2, 1, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 9, 7.

Câu hỏi 3

Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh dưới dạng danh sách kề như sau:

Ke(1) = {2, 4, 9, 10}	Ke(6) = {5, 7, 8, 10}
Ke(2) = {1, 3, 4, 9}	Ke(7) = {6, 8}
Ke(3) = {2, 4}	Ke(8) = {6, 7}
Ke(4) = {1, 2, 3, 5}	Ke(9) = {1, 2}
Ke(5) = {4, 6}	Ke(10) = {1, 6}

- Chứng minh đồ thị G đã cho là đồ thị Euler.
- Tìm một chu trình Euler của đồ thị G đã cho bắt đầu từ đỉnh $u=10$, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán

Câu hỏi 4

Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
2	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0
3	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
4	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0
5	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1
6	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0
7	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0
8	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
9	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0

- Chứng minh đồ thị G đã cho là đồ thị nửa Euler.
- Tìm một đường đi Euler của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán

Giải

Đồ thị G vô hướng có $n = 10$ đỉnh và $m = 17$ cạnh cho bởi ma trận kề.

a) Chứng minh G là đồ thị nửa Euler:

$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 6(4); 5(6); 7(5); 8(7); 9(7); 10(5)\} = V \Rightarrow G$ liên thông.

Tính bậc các đỉnh:

$deg(1) = 4; deg(2) = 4; deg(3) = 2; deg(4) = 3; deg(5) = 6;$

$deg(6) = 4; deg(7) = 4; deg(8) = 3; deg(9) = 2; deg(10) = 2 \Rightarrow$ Đồ thị có hai đỉnh bậc lẻ: 4 và 8.

Kết luận: G là đồ thị nửa Euler

b) Tìm đường đi Euler bắt đầu tại u= 4:

Lập bảng:

Bước	Stack	Cạnh được duyệt	CE
1	4	\emptyset	\emptyset
2	4, 2, 1, 5, 6, 2, 3, 4, 6, 7, 5, 8, 1, 10, 5, 9, 7, 8	(4,2), (2,1), (1,5), (5,6), (6,2), (2,3), (3,4), (4,6), (6,7), (7,5), (5,8), (8,1), (1,10), (10,5), (5,9), (9,7), (7,8)	
5	\emptyset		8, 7, 9, 5, 10, 1, 8, 5, 7, 6, 4, 3, 2, 6, 5, 1, 2, 4

Kết luận: Đường đi Euler tìm được: 4, 2, 1, 5, 6, 2, 3, 4, 6, 7, 5, 8, 1, 10, 5, 9, 7, 8.

Câu hỏi 5

Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh và 14 cạnh dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	3	3	7
1	7	4	6
1	9	4	8
1	10	5	6
2	3	5	9
2	7	6	8
3	5	6	10

- Chứng minh đồ thị G đã cho là đồ thị nửa Euler.
- Tìm một đường đi Euler của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

Giải

G vô hướng có $n = 10$ đỉnh và $m = 14$ cạnh cho bởi danh sách cạnh.

a) Chứng minh G là đồ thị nửa Euler:

$Dfs(1) = \{1(0); 3(1); 2(3); 7(2); 5(3); 6(5); 4(6); 8(4); 10(6); 9(5)\} = V \Rightarrow G$ liên thông

Tính bậc các đỉnh:

$deg(1) = 4; deg(2) = 2; deg(3) = 4; deg(4) = 2; deg(5) = 3;$

$deg(6) = 4; deg(7) = 3; deg(8) = 2; deg(9) = 2; deg(10) = 2 \Rightarrow$ Đồ thị có hai đỉnh bậc lẻ: $u = 5$ và $v = 7$

Kết luận: G là đồ thị nửa Euler

b) Tìm đường đi Euler bắt đầu tại u= 5:

Lập bảng

Bước	Stack	Cạnh được duyệt	CE
1	5	\emptyset	\emptyset
2	5, 3, 1, 7, 2, 3, 7	(5,3), (3,1), (1,7), (7,2), (2,3), (3,7)	
3			7, 3, 2, 7
4	5, 3, 1, 9, 5, 6, 4, 8, 6, 10, 1	(1,9), (9,5), (5,6), (6,4), (4,8), (8,6), (6,10), (10, 1)	
5	\emptyset		7, 3, 2, 7, 1, 10, 6, 8, 4, 6, 5, 9, 1, 3, 5

Kết luận: Đường đi Euler tìm được: 5, 3, 1, 9, 5, 6, 4, 8, 6, 10, 1, 7, 2, 3, 7

Câu hỏi 6

Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh dưới dạng danh sách kề như sau:

Ke(1) = {2, 3, 10}	Ke(6) = {4, 7}
Ke(2) = {1, 4}	Ke(7) = {5, 6, 8, 9}
Ke(3) = {1, 4}	Ke(8) = {7, 10}
Ke(4) = {2, 3, 5, 6}	Ke(9) = {7, 10}
Ke(5) = {4, 7}	Ke(10) = {1, 8, 9}

- Chứng minh đồ thị G đã cho là đồ thị nửa Euler.
- Tìm một đường đi Euler của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

Giải

G là đồ thị vô hướng gồm số đỉnh $n = 10$ và số cạnh $m = 13$ cho bởi danh sách kề.

b) Tìm đường đi Euler bắt đầu tại $u = 1$:

Lập bảng:

Bước	Stack	Cạnh được duyệt	CE
1	1	\emptyset	\emptyset
2	1, 2, 4, 3, 1, 10, 8, 7, 5, 4, 6, 7, 9, 10	(1,2), (2,4), (4,3), (3,1), (1,10), (10,8), (8,7), (7,5), (5,4), (4,6), (6,7), (7,9), (9,10)	
3	\emptyset		10, 9, 7, 6, 4, 5, 7, 8, 10, 1, 3, 4, 2, 1

Kết luận: Đường đi Euler tìm được: 1, 2, 4, 3, 1, 10, 8, 7, 5, 4, 6, 7, 9, 10

Câu hỏi 7

Cho đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh dưới dạng ma trận kề như sau

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
4	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
7	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
8	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

- Chứng minh đồ thị G đã cho là đồ thị Euler.
- Tìm một chu trình Euler của đồ thị G đã cho bắt đầu từ đỉnh $u=5$, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

Giải

G là đồ thị có hướng với $n=10$ đỉnh và $m=19$ cạnh cho bởi ma trận kề.

a) Chứng minh G là đồ thị Euler:

Xét đồ thị vô hướng nền của G :

$Bfs(1) = \{1(0); 2(1), 3(1), 8(1), 10(1); 4(2), 5(2); 9(3); 6(8), 7(8)\} = V \Rightarrow G$ liên thông yếu.

Tính bán bậc các đỉnh:

$Deg^-(1) = 2 = deg^+(1); deg^-(2) = 3 = deg^-(2); deg^-(3) = 2 = deg^+(3); deg^-(4) = 2 = deg^+(4);$

$Deg^-(5) = 1 = deg^+(5); deg^-(6) = 2 = deg^+(6); deg^-(7) = 2 = deg^-(7); deg^-(8) = 2 = deg^+(8);$

$Deg^-(9) = 1 = deg^+(9); deg^-(10) = 2 = deg^+(10).$

\Rightarrow Tất cả các đỉnh đều có bán bậc vào và bán bậc ra bằng nhau.

Kết luận: G là đồ thị Euler

b) Tìm chu trình Euler bắt đầu tại u= 5:

Lập bảng

Bước	Stack	Cạnh được duyệt	CE
1	5	\emptyset	\emptyset
2	5, 6, 7, 4, 6, 8, 1, 2, 3, 9, 10, 1, 3, 10, 2, 4, 7, 8, 2, 5	(5,6), (6,7), (7,4), (4,6), (6,8), (8,1), (1,2), (2,3), (3,9), (9,10), (10,1), (1,3), (3,10), (10,2), (2,4), (4,7), (7,8), (8,2), (2,5)	
3	\emptyset		5, 2, 8, 7, 4, 2, 10, 3, 1, 10, 9, 3, 2, 1, 8, 6, 4, 7, 6, 5

Kết luận: Chu trình Euler tìm được: 5, 6, 7, 4, 6, 8, 1, 2, 3, 9, 10, 1, 3, 10, 2, 4, 7, 8, 2, 5

Câu hỏi 8

Cho đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh và 14 cạnh dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	5	8
1	5	6	7
2	3	7	1
2	4	7	2
3	4	8	9
4	6	9	10
4	7	10	1

- Chứng minh đồ thị G đã cho là đồ thị Euler.
- Tìm một chu trình Euler của đồ thị G đã cho bắt đầu từ đỉnh $u=7$, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán

Câu hỏi 9

Cho đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh dưới dạng danh sách kề như sau:

Ke(1) = {4, 10}	Ke(6) = {3, 9}
Ke(2) = {5, 6, 7}	Ke(7) = {8}
Ke(3) = {1}	Ke(8) = {9}
Ke(4) = {2}	Ke(9) = {1, 2}
Ke(5) = {6}	Ke(10) = {2}

- a) Chứng minh đồ thị G đã cho là đồ thị Euler.
 b) Tìm một chu trình Euler của đồ thị G đã cho bắt đầu từ đỉnh $u = 7$, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán

Giải

G có hướng với $n = 10$ đỉnh và $m = 15$ cạnh cho bởi danh sách kề.

a) Chứng minh G là đồ thị Euler:

Xét đồ thị vô hướng nền của G :

$Bfs(1) = \{1(0); 3(1), 4(1), 9(1), 10(1); 6(3); 2(4); 8(9); 5(6); 7(2)\} = V \Rightarrow G$ liên thông yếu

Tính bán bậc các đỉnh:

$\deg^-(1) = 2 = \deg^+(1)$; $\deg^-(2) = 3 = \deg^+(2)$; $\deg^-(3) = 1 = \deg^+(3)$; $\deg^-(4) = 1 = \deg^+(4)$; $\deg^-(5) = 1 = \deg^+(5)$; $\deg^-(6) = 2 = \deg^+(6)$; $\deg^-(7) = 1 = \deg^+(7)$; $\deg^-(8) = 1 = \deg^+(8)$; $\deg^-(9) = 2 = \deg^+(9)$; $\deg^-(10) = 1 = \deg^+(10)$

Kết luận: G là đồ thị Euler

b) Tìm chu trình Euler bắt đầu tại $u = 7$:

Lập bảng

Bước	Stack	Cạnh được duyệt	CE
1	7	\emptyset	\emptyset
2	7, 8, 9, 1, 4, 2, 5, 6, 3, 1, 10, 2, 6, 9, 2, 7	(7,8), (8,9), (9,1), (1,4), (4,2), (2,5), (5,6), (6,3), (3,1), (1,10), (10,2), (2,6), (6,9), (9,2), (2,7)	
3	\emptyset		7, 2, 9, 6, 2, 10, 1, 3, 6, 5, 2, 4, 1, 9, 8, 7

Kết luận: Chu trình Euler tìm được: 7, 8, 9, 1, 4, 2, 5, 6, 3, 1, 10, 2, 6, 9, 2, 7

Câu hỏi 10

Cho đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh dưới dạng ma trận kề như sau

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
2	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
6	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

- Chứng minh đồ thị G đã cho là đồ thị nửa Euler.
- Tìm một đường đi Euler của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

Giải

G có $n=10$ đỉnh và $m=17$ cạnh cho bởi ma trận kề.

a) Chứng minh G là đồ thị nửa Euler:

Xét đồ thị vô hướng nền của G :

$Bfs(1) = \{1(0); 2(1), 5(1), 8(1), 10(1); 3(2), 4(2), 6(2), 9(2); 7(8)\} = V \Rightarrow G$ liên thông yếu

Tính bán bậc các đỉnh:

$\deg^-(1) = 2 = \deg^+(1)$; $\deg^-(2) = 2, \deg^+(2) = 3$; $\deg^-(3) = 1 = \deg^+(3)$; $\deg^-(4) = 2 = \deg^+(4)$; $\deg^-(5) = 2 = \deg^+(5)$; $\deg^-(6) = 2 = \deg^+(6)$; $\deg^-(7) = 2 = \deg^+(7)$; $\deg^-(8) = 2, \deg^+(8) = 1$; $\deg^-(9) = 1 = \deg^+(9)$; $\deg^-(10) = 1 = \deg^+(10) \Rightarrow$ Có hai đỉnh $u = 2$ và $v = 8$ có bán bậc vào và ra chênh lệch 1 đơn vị.

Kết luận: G là đồ thị nửa Euler.

b) Tìm đường đi Euler bắt đầu tại u= 2:
 Lập bảng

Bước	Stack	Cạnh được duyệt	CE
1	2	\emptyset	\emptyset
2	2, 3, 4, 6, 5, 8, 1, 2, 4, 7, 8	(2,3), (3,4), (4,6), (6,5), (5,8), (8,1), (1,2), (2,4), (4,7), (7,8)	
3			8
4	2, 3, 4, 6, 5, 8, 1, 2, 4, 7, 10, 1, 5, 9, 2, 6, 7	(7,10), (10,1), (1,5), (5,9), (9,2), (2,6), (6,7)	
3	\emptyset		8, 7, 6, 2, 9, 5, 1, 10, 7, 4, 2, 1, 8, 5, 6, 4, 3, 2

Kết luận: Đường đi Euler tìm được: 2, 3, 4, 6, 5, 8, 1, 2, 4, 7, 10, 1, 5, 9, 2, 6, 7, 8.

Câu hỏi 11

Cho đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh và 16 cạnh dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	5	9
1	10	6	7
2	3	6	8
2	4	7	2
3	4	7	8
3	6	8	5
4	6	9	10
4	7	10	1

- Chứng minh đồ thị G đã cho là đồ thị nửa Euler.
- Tìm một đường đi Euler của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

Câu hỏi 12

Cho đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh dưới dạng danh sách kề như sau:

Ke(1) = {4, 8}	Ke (6) = {4}
Ke(2) = {3, 5, 6}	Ke (7) = {8}
Ke(3) = {1}	Ke (8) = {2}
Ke(4) = {2, 10}	Ke(9) = {7}
Ke (5) = {1}	Ke(10) = {9}

- Chứng minh đồ thị G đã cho là đồ thị nửa Euler.
- Tìm một đường đi Euler của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

Câu hỏi 13

Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh dưới dạng ma trận kề như sau:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
2	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
3	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
4	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0
5	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
6	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1
7	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0
8	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1
9	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0

Sử dụng thuật toán quay lui tìm một chu trình Hamilton của đồ thị G đã cho bắt đầu từ đỉnh 1, khi có nhiều khả năng lựa chọn các đỉnh luôn ưu tiên chọn đỉnh có chỉ số nhỏ nhất và giải thích các bước thực hiện theo cây tìm kiếm.

Giải

Đồ thị vô hướng G với số đỉnh $n = 10$ cho bởi ma trận kề. Tìm chu trình hamilton tại $u = 1$.

Lập bảng:

Bước	x[1]	x[2]	x[3]	x[4]	x[5]	x[6]	x[7]	x[8]	x[9]	x[10]	(x[10],x[1]) ∈ E?
1	1	2	3	4	5	6	7	9	8	10	No
2	1	2	3	4	5	6	7	9	10	8	No
3	1	2	3	4	5	6	10	8	9	7	Yes

Kết luận: Chu trình Hamilton tìm được: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 8, 9, 7, 1.

Câu hỏi 14

Cho đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh dưới dạng ma trận kề như sau:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
4	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
5	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0
6	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
7	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
8	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0

Sử dụng thuật toán quay lui tìm tất cả các chu trình Hamilton của đồ thị G đã cho bắt đầu từ đỉnh 1, khi có nhiều khả năng lựa chọn các đỉnh luôn ưu tiên chọn đỉnh có chỉ số nhỏ nhất và giải thích các bước thực hiện theo cây tìm kiếm.

Giải

Đồ thị có hướng G với số đỉnh $n = 10$ cho bởi ma trận kề. Tìm chu trình Hamilton tại $u = 1$.

Lập bảng:

Bước	x[1]	x[2]	x[3]	x[4]	x[5]	x[6]	x[7]	x[8]	x[9]	x[10]	(x[10],x[1]) ∈ E?
1	1	2	3	9	10	4	6	7	5	8	Yes
2	1	2	3	9	10	4	6	7	8	5	Yes
3	1	2	3	9	10	4	6	8	5	7	No
4	1	2	3	9	10	4	7	5	6	8	Yes
5	1	2	3	9	10	4	7	5	8	-	-
6	1	2	3	9	10	4	7	8	5	6	No
7	1	2	3	10	4	6	7	5	8	-	-
8	1	2	3	10	4	6	7	8	5	-	-
9	1	2	3	10	4	6	8	5	7	-	-
10	1	2	3	10	4	7	8	5	6		
11	1	2	4	6	7	5	8	-	-	-	-
12	1	2	4	6	7	8	5	-	-	-	-
13	1	2	4	6	8	5	7	-	-	-	-
14	1	2	4	7	5	6	8	-	-	-	-
15	1	2	4	7	5	8	-				
16	1	2	4	7	8	5	6	-	-	-	-
17	1	2	5	6	7	8	-	-	-	-	-
18	1	2	5	6	8	-	-	-	-	-	-
19	1	2	5	7	8	-	-	-	-	-	-
20	1	2	5	8	-	-	-	-	-	-	-
21	1	3	9	10	4	6	7	5	8	-	-
22	1	3	9	10	4	6	8	5	7	-	-
23	1	3	9	10	4	7	5	6	8	-	-
24	1	3	9	10	4	7	5	8	-	-	-
25	1	3	9	10	4	7	8	5	6	-	-
24	1	3	10	4	6	7	5	8	-	-	-
25	1	3	10	4	6	7	8	5	-	-	-
26	1	3	10	4	6	8	5	7	-	-	-
27	1	3	10	4	7	5	6	8	-	-	-
28	1	3	10	4	7	8	5	6	-	-	-

Kết luận: Chu trình Hamilton tìm được:

1, 2, 3, 4, 9, 10, 4, 6, 7, 5, 8, 1

1, 2, 3, 4, 9, 10, 4, 6, 7, 8, 5, 1

1, 2, 3, 4, 9, 10, 4, 7, 5, 6, 8, 1

Ghi chú:

Trên đồ thị G , chỉ có 1 cạnh nối đến đỉnh 2 là $(1, 2)$ và 1 cạnh nối đến đỉnh 9 là $(3, 9)$. Từ đó, chỉ có 1 cạnh nối đến 3 là $(2, 3)$. Do đó chu trình Hamilton phải chứa các cạnh $(1, 2)$, $(3, 9)$ và $(2, 3)$. Từ đó để tìm tất cả các chu trình Hamilton của G chỉ cần xét các trường hợp sau đây.

Lập bảng:

Bước	x[1]	x[2]	x[3]	x[4]	x[5]	x[6]	x[7]	x[8]	x[9]	x[10]	(x[10],x[1]) $\in E$?
1	1	2	3	9	10	4	6	7	5	8	Yes
2	1	2	3	9	10	4	6	7	8	5	Yes
3	1	2	3	9	10	4	6	8	5	7	No
4	1	2	3	9	10	4	7	5	6	8	Yes
5	1	2	3	9	10	4	7	5	8	-	-
6	1	2	3	9	10	4	7	8	5	6	No

Kết luận: Chu trình Hamilton tìm được:

1, 2, 3, 4, 9, 10, 4, 6, 7, 5, 8, 1

1, 2, 3, 4, 9, 10, 4, 6, 7, 8, 5, 1

1, 2, 3, 4, 9, 10, 4, 7, 5, 6, 8, 1