

## GIẢI BÀI TẬP TOÁN RỜI RẠC 2 – CHƯƠNG 4

### Câu hỏi 1

Cho đồ thị  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	20	5	17	$\infty$	$\infty$	$\infty$
2	20	0	$\infty$	1	$\infty$	$\infty$	1
3	5	$\infty$	0	25	3	10	$\infty$
4	17	1	25	0	15	$\infty$	$\infty$
5	$\infty$	$\infty$	3	15	0	1	$\infty$
6	$\infty$	$\infty$	10	$\infty$	1	0	1
7	$\infty$	1	$\infty$	$\infty$	$\infty$	1	0

- a) Sử dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh 1 của đồ thị  $G$  đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.  
 b) Dựa trên kết quả a), tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 7 của đồ thị  $G$  đã cho.

**Giải**

**a) Sử dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh 1:**

Số đỉnh  $n = 7$  ;  $s = 1$ .

**Lập bảng :**

Bước	$d[1] e[1]$	$d[2] e[2]$	$d[3] e[3]$	$d[4] e[4]$	$d[5] e[5]$	$d[6] e[6]$	$d[7] e[7]$	Đỉnh được gán nhãn
1	0   0	20   1	5   1	17   1	$\infty$   1	$\infty$   1	$\infty$   1	1
2		20   1	5   1	17   1	8   3	15   3	$\infty$   1	3
3		20   1		17   1	8   3	9   5	$\infty$   1	5
4		20   1		17   1		9   5	10   6	6
5		11   7		17   1			10   6	7
6		11   7		12   2				2
7				12   2				4

**b) Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 7**

$s = 1$ ;  $t = 7$  :

Đường đi ngắn nhất từ 1 đến 7:  $7 \leftarrow 6 \leftarrow 5 \leftarrow 3 \leftarrow 1$  với độ dài  $d[7] = 10$ .

**c) Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 4:**

$s = 1$ ;  $t = 4$  :

Đường đi ngắn nhất từ 1 đến 4:  $4 \leftarrow 2 \leftarrow 7 \leftarrow 6 \leftarrow 5 \leftarrow 3 \leftarrow 1$  với độ dài  $d[4] = 12$ .

**Câu hỏi 2**

Cho đồ thị  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	10	15	20	60	1	$\infty$
2	$\infty$	0	3	$\infty$	$\infty$	$\infty$	30
3	$\infty$	$\infty$	0	25	1	$\infty$	45
4	$\infty$	10	25	0	35	$\infty$	$\infty$
5	$\infty$	2	3	$\infty$	0	1	3
6	$\infty$	$\infty$	1	1	$\infty$	0	25
7	$\infty$	1	$\infty$	30	$\infty$	1	0

- Sử dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 7 đến đỉnh 4 của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.
- Sử dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 5 của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

**Câu hỏi 3**

Cho đồ thị  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	15	$\infty$	$\infty$	$\infty$	1	39
2	$\infty$	0	2	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
3	$\infty$	$\infty$	0	2	10	$\infty$	$\infty$
4	$\infty$	7	$\infty$	0	$\infty$	$\infty$	5
5	$\infty$	-2	$\infty$	4	0	$\infty$	$\infty$
6	$\infty$	14	$\infty$	$\infty$	-5	0	20
7	2	2	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0

- a) Sử dụng thuật toán Bellman-Ford, tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh 1 của đồ thị  $G$  đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán
- b) Dựa trên kết quả a), tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 7 của đồ thị  $G$  đã cho.

**Giải**

a) Sử dụng thuật toán Bellman-Ford, tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh 1:

Số đỉnh  $n = 7$ ;  $s = 1$ .

Liệt kê cạnh nối đến các đỉnh :

1	2	3	4	5	6	7
$7 \rightarrow 1$ (2)	$1 \rightarrow 2$ (15) $4 \rightarrow 2$ (7) $5 \rightarrow 2$ (-2) $6 \rightarrow 2$ (14) $7 \rightarrow 2$ (2)	$2 \rightarrow 3$ (2)	$3 \rightarrow 4$ (2) $5 \rightarrow 4$ (4)	$3 \rightarrow 5$ (10) $6 \rightarrow 5$ (-5)	$1 \rightarrow 6$ (1)	$1 \rightarrow 7$ (39) $4 \rightarrow 7$ (5) $6 \rightarrow 7$ (20)

Lập bảng :

Bước	$d[1] e[1]$	$d[2] e[2]$	$d[3] e[3]$	$d[4] e[4]$	$d[5] e[5]$	$d[6] e[6]$	$d[7] e[7]$	ok ?
Khởi tạo	0   0	15   1	$\infty$   1	$\infty$   1	$\infty$   1	1   1	39   1	0
1	0   0	15   1	17   2	19   3	-4   6	1   1	21   6	0
2	0   0	-6   5	-4   2	-2   3	-4   6	1   1	3   4	0
3	0   0	-6   5	-4   2	-2   3	-4   6	1   1	3   4	1

**b) Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 7**

$s = 1; t = 7 :$

Đường đi ngắn nhất từ 1 đến 7:  $7 \leftarrow 4 \leftarrow 3 \leftarrow 2 \leftarrow 5 \leftarrow 6 \leftarrow 1$  với độ dài  $d[7] = 3$ .

**Câu hỏi 4**

Cho đồ thị  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	25	$\infty$	27	$\infty$	30	$\infty$
2	25	0	$\infty$	$\infty$	1	$\infty$	15
3	$\infty$	$\infty$	0	15	3	1	$\infty$
4	27	$\infty$	15	0	25	$\infty$	$\infty$
5	$\infty$	1	3	25	0	$\infty$	$\infty$
6	$\infty$	$\infty$	1	$\infty$	$\infty$	0	1
7	$\infty$	15	$\infty$	$\infty$	$\infty$	1	0

- a) Sử dụng thuật toán Bellman-Ford, tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh 2 của đồ thị  $G$  đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán
- b) Dựa trên kết quả a), tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 2 đến đỉnh 6 của đồ thị  $G$  đã cho.

**Giải**

a) Sử dụng thuật toán Bellman-Ford, tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh 2:

Số đỉnh  $n = 7$ ;  $s = 2$ .

Liệt kê cạnh nối đến các đỉnh :

1	2	3	4	5	6	7
$2 \rightarrow 1$ (25) $4 \rightarrow 1$ (27)	$1 \rightarrow 2$ (25) $5 \rightarrow 2$ (1) $7 \rightarrow 2$ (15)	$4 \rightarrow 3$ (15) $5 \rightarrow 3$ (3) $6 \rightarrow 3$ (1)	$1 \rightarrow 4$ (27) $3 \rightarrow 4$ (15) $5 \rightarrow 4$ (25)	$2 \rightarrow 5$ (1) $3 \rightarrow 5$ (3) $4 \rightarrow 5$ (25)	$1 \rightarrow 6$ (30) $3 \rightarrow 6$ (1) $7 \rightarrow 6$ (1)	$2 \rightarrow 7$ (15) $6 \rightarrow 7$ (1)

Lập bảng :

Bước	$d[1] e[1]$	$d[2] e[2]$	$d[3] e[3]$	$d[4] e[4]$	$d[5] e[5]$	$d[6] e[6]$	$d[7] e[7]$	ok ?
Khởi tạo	25   2	0   0	$\infty$   2	$\infty$   2	1   2	$\infty$   2	15   2	0
1	25   2	0   0	4   5	19   3	1   2	5   3	6   6	0
2	25   2	0   0	4   5	19   3	1   2	5   3	6   6	1

b) Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 2 đến đỉnh 7

$s = 2$ ;  $t = 7$  :

Đường đi ngắn nhất từ 2 đến 7:  $7 \leftarrow 6 \leftarrow 3 \leftarrow 5 \leftarrow 2$  với độ dài  $d[7] = 6$ .

### Câu hỏi 5

Cho đồ thị  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 6 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

	1	2	3	4	5	6
1	0	15	5	20	$\infty$	$\infty$
2	1	0	$\infty$	17	10	$\infty$
3	$\infty$	$\infty$	0	2	$\infty$	50
4	15	1	$\infty$	0	$\infty$	70
5	20	30	$\infty$	10	0	10
6	$\infty$	18	$\infty$	23	20	0

- Sử dụng thuật toán Floyd, tìm đường đi ngắn nhất giữa các đỉnh của đồ thị  $G$  đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán
- Dựa trên kết quả a), tìm đường đi ngắn nhất giữa các cặp đỉnh (1, 2), (2, 1) và (3, 4) của đồ thị  $G$  đã cho.

**Giải**

a) Sử dụng thuật toán Floyd, tìm đường đi ngắn nhất giữa các đỉnh của đồ thị  $G$ :

Số đỉnh  $n = 6$ .

**Lập bảng:**

Khởi tạo:

	1	2	3	4	5	6
1	0 1	15 1	5 1	20 1	$\infty$  1	$\infty$  1
2	1 2	0 2	$\infty$  2	17 2	10 2	$\infty$  2
3	$\infty$  3	$\infty$  3	0 3	2 3	$\infty$  3	50 3
4	15 4	1 4	$\infty$  4	0 4	$\infty$  4	70 4
5	20 5	30 5	$\infty$  5	10 5	0 5	10 5
6	$\infty$  6	18 6	$\infty$  6	23 6	20 6	0 6

**k = 1:**

gi nguyên hàng 1 , ct 1

	1	2	3	4	5	6
1	0 1	15 1	5 1	20 1	$\infty$  1	$\infty$  1
2	1 2	0 2	6 1	17 2	10 2	$\infty$  2
3	$\infty$  3	$\infty$  3	0 3	2 3	$\infty$  3	50 3
4	15 4	1 4	20 1	0 4	$\infty$  4	70 4
5	20 5	30 5	25 1	10 5	0 5	10 5
6	$\infty$  6	18 6	$\infty$  6	23 6	20 6	0 6

k = 2:

	1	2	3	4	5	6
1	0 1	15 1	5 1	20 1	25 2	$\infty$  1
2	1 2	0 2	6 1	17 2	10 2	$\infty$  2
3	$\infty$  3	$\infty$  3	0 3	2 3	$\infty$  3	50 3
4	2 2	1 4	7 2	0 4	11 2	70 4
5	20 5	30 5	25 1	10 5	0 5	10 5
6	19 2	18 6	24 2	23 6	20 6	0 6

k = 3:

	1	2	3	4	5	6
1	0 1	15 1	5 1	7 3	25 2	55 3
2	1 2	0 2	6 1	8 3	10 2	56 3
3	$\infty$  3	$\infty$  3	0 3	2 3	$\infty$  3	50 3
4	2 2	1 4	7 2	0 4	11 2	57 3
5	20 5	30 5	25 1	10 5	0 5	10 5
6	19 2	18 6	24 2	23 6	20 6	0 6

k = 4:

	1	2	3	4	5	6
1	0 1	8 4	5 1	7 3	18 4	55 3
2	1 2	0 2	6 1	8 3	10 2	56 3
3	4 4	3 4	0 3	2 3	13 4	50 3
4	2 2	1 4	7 2	0 4	11 2	57 3
5	12 4	11 4	17 4	10 5	0 5	10 5
6	19 2	18 6	24 2	23 6	20 6	0 6

$k = 5$ :

	1	2	3	4	5	6
1	0 1	8 4	5 1	7 3	18 4	28 5
2	1 2	0 2	6 1	8 3	10 2	20 5
3	4 4	3 4	0 3	2 3	13 4	23 5
4	2 2	1 4	6 2	0 4	11 2	21 5
5	12 4	11 4	17 4	10 5	0 5	10 5
6	19 2	18 6	24 2	23 6	20 6	0 6

$k = 6$ :

	1	2	3	4	5	6
1	0 1	8 4	5 1	7 3	19 4	28 5
2	1 2	0 2	6 1	8 3	10 2	20 5
3	4 4	3 4	0 3	2 3	13 4	23 5
4	2 2	1 4	6 2	0 4	11 2	21 5
5	12 4	11 4	17 4	10 5	0 5	10 5
6	19 2	18 6	24 2	23 6	20 6	0 6

b) Dựa trên kết quả a), tìm đường đi ngắn nhất giữa các cặp đỉnh (1, 2), (2, 1) và (3, 4) của đồ thị  $G$  đã cho:



Đường đi ngắn nhất từ  $i = 1$  đến  $j = 2$ :  $2 \leftarrow 4 \leftarrow 3 \leftarrow 1$  với độ dài  $d[1][2] = 8$ .  
Đường đi ngắn nhất từ  $i = 2$  đến  $j = 1$ :  $1 \leftarrow 2$  với độ dài  $d[2][1] = 1$ .  
Đường đi ngắn nhất từ  $i = 3$  đến  $j = 4$ :  $4 \leftarrow 3$  với độ dài  $d[3][4] = 2$ .

**Câu hỏi 6**

Cho đồ thị  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	15	$\infty$	$\infty$	$\infty$	1	39
2	$\infty$	0	2	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
3	$\infty$	$\infty$	0	2	10	$\infty$	$\infty$
4	$\infty$	7	$\infty$	0	$\infty$	$\infty$	5
5	$\infty$	-2	$\infty$	4	0	$\infty$	$\infty$
6	$\infty$	14	$\infty$	$\infty$	-5	0	20
7	2	2	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0

- Sử dụng thuật toán Floyd, tìm đường đi ngắn nhất giữa các đỉnh của đồ thị  $G$  đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán
- Dựa trên kết quả a), tìm đường đi ngắn nhất giữa các cặp đỉnh  $(1, 2)$ ,  $(1, 6)$  và  $(5, 6)$  của đồ thị  $G$  đã cho.