BÀI TẬP TOÁN RỜI RẠC 2 – CHƯƠNG 6

Câu hỏi 1

Cho mạng G = <V, E> gồm 6 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

	1	2	3	4	5	6
1	**0**	18	∞	∞	8	∞
2	∞	**0**	5	3	2	∞
3	∞	∞	**0**	2	∞	7
4	∞	∞	∞	**0**	∞	15
5	∞	∞	∞	9	**0**	∞
6	∞	∞	∞	∞	∞	**0**

Sử dụng thuật toán đường tăng luồng tìm luồng cực đại trên mạng đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

Giải

Số đỉnh n = 6; đỉnh phát s = 1 và đỉnh thu t = 6.

Lập bảng:

Khởi tạo:

Mạng G

	1	2	3	4	5	6
1	**0**	18	0	0	8	0
2	0	**0**	5	3	2	0
3	0	0	**0**	2	0	7
4	0	0	0	**0**	0	15
5	0	0	0	9	**0**	0
6	0	0	0	0	0	**0**

Luồng f

	1	2	3	4	5	6
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0

Val(f) = 0

Bước 1:

Mạng G

	1	2	3	4	5	6
1	0	18	0	0	8	0
2	0	0	5	3	2	0
3	0	0	0	2	0	7
4	0	0	0	0	0	15
5	0	0	0	9	0	0
6	0	0	0	0	0	0

Luồng f

	1	2	3	4	5	6
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0

Đồ thị G_f

	1	2	3	4	5	6
1	**0**	18	0	0	8	0
2	0	**0**	5	3	2	0
3	0	0	**0**	2	0	7
4	0	0	0	**0**	0	15
5	0	0	0	9	**0**	0
6	0	0	0	0	0	**0**

Tìm đường tăng luồng

Bfs(1) = {1(0); 2(1), 5(1); 3(2), 4(2); 6(3)}

Đường tăng luồng:

6 ← 3 ← 2 ← 1

Giá trị tăng luồng:

δ = 5

Tăng luồng f

	1	2	3	4	5	6
1	0	5	0	0	0	0
2	0	0	5	0	0	0
3	0	0	0	0	0	5
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0

Val(f) = 5

Bước 2:

Mạng G

	1	2	3	4	5	6
1	0	18	0	0	8	0
2	0	0	5	3	2	0
3	0	0	0	2	0	7
4	0	0	0	0	0	15
5	0	0	0	9	0	0
6	0	0	0	0	0	0

Luồng f

	1	2	3	4	5	6
1	0	5	0	0	0	0
2	0	0	5	0	0	0
3	0	0	0	0	0	5
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0

Đồ thị G_f

	1	2	3	4	5	6
1	0	13	0	0	8	0
2	5-	0	0	3	2	0
3	0	5-	0	2	0	2
4	0	0	0	0	0	15
5	0	0	0	9	0	0
6	0	0	5-	0	0	0

Tìm đường tăng luồng

Bfs(1) = {1(0); 2(1), 5(1); 4(2); 6(4); 3(6)}

Đường tăng luồng:

6 ← 4 ← 2 ← 1

Giá trị tăng luồng:

δ = 3

Tăng luồng f

	1	2	3	4	5	6
1	0	8	0	0	0	0
2	0	0	5	3	0	0
3	0	0	0	0	0	5
4	0	0	0	0	0	3
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0

Val(f) = 8

Bước 3:

Mạng G

	1	2	3	4	5	6
1	0	18	0	0	8	0
2	0	0	5	3	2	0
3	0	0	0	2	0	7
4	0	0	0	0	0	15
5	0	0	0	9	0	0
6	0	0	0	0	0	0

Luồng f

	1	2	3	4	5	6
1	0	8	0	0	0	0
2	0	0	5	3	0	0
3	0	0	0	0	0	5
4	0	0	0	0	0	3
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0

Đồ thị G_f

	1	2	3	4	5	6
1	0	10	0	0	8	0
2	8-	0	0	0	2	0
3	0	5-	0	2	0	2
4	0	3-	0	0	0	12
5	0	0	0	9	0	0
6	0	0	5-	3-	0	0

Tìm đường tăng luồng

Bfs(1) = {1(0); 2(1), 5(1); 4(5); 6(4); 3(6)}

Đường tăng luồng:

6 ← 4 ← 5 ← 1

Giá trị tăng luồng:

δ = 8

Tăng luồng f

	1	2	3	4	5	6
1	0	8	0	0	8	0
2	0	0	5	3	0	0
3	0	0	0	0	0	5
4	0	0	0	0	0	11
5	0	0	0	8	0	0
6	0	0	0	0	0	0

Val(f) = 16

Bước 4:

Mạng G

	1		3	4	5	6
1	0	18	0	0	8	0
2	0	0	5	3	2	0
3	0	0	0	2	0	7
4	0	0	0	0	0	15
5	0	0	0	9	0	0
6	0	0	0	0	0	0

Luồng f

	1	2	3	4	5	6
1	0	8	0	0	8	0
2	0	0	5	3	0	0
3	0	0	0	0	0	5
4	0	0	0	0	0	11
5	0	0	0	8	0	0
6	0	0	0	0	0	0

Đồ thị G_f

	1	2	3	4	5	6
1	0	10	0	0	0	0
2	8-	0	0	0	2	0
3	0	5-	0	2	0	2
4	0	3-	0	0	8-	4
5	8-	0	0	1	0	0
6	0	0	5-	11-	0	0

Tìm đường tăng luồng

Bfs(1) = {1(0); 2(1); 5(2); 4(5); 3(4); 6(4)}

Đường tăng luồng:

6 ← 4 ← 5 ←2 ← 1

Giá trị tăng luồng:

δ = 1

Tăng luồng f

	1	2	3	4	5	6
1	0	9	0	0	8	0
2	0	0	5	3	1	0
3	0	0	0	0	0	5
4	0	0	0	0	0	12
5	0	0	0	9	0	0
6	0	0	0	0	0	0

Val(f) = 17

Bước 5:

Mạng G

	1	2	3	4	5	6
1	0	18	0	0	8	0
2	0	0	5	3	2	0
3	0	0	0	2	0	7
4	0	0	0	0	0	15
5	0	0	0	9	0	0
6	0	0	0	0	0	0

Luồng f

	1	2	3	4	5	6
1	0	9	0	0	8	0
2	0	0	5	3	1	0
3	0	0	0	0	0	5
4	0	0	0	0	0	12
5	0	0	0	9	0	0
6	0	0	0	0	0	0

Đồ thị G_f

	1	2	3	4	5	6
1	0	9	0	0	0	0
2	9-	0	0	0	1	0
3	0	5-	0	2	0	2
4	0	3-	0	0	9-	3
5	8-	1-	0	0	0	0
6	0	0	5-	12-	0	0

Tìm đường tăng luồng
Bfs(1) = {1(0); 2(1); 5(2)}
Không tìm được đường tăng luồng.

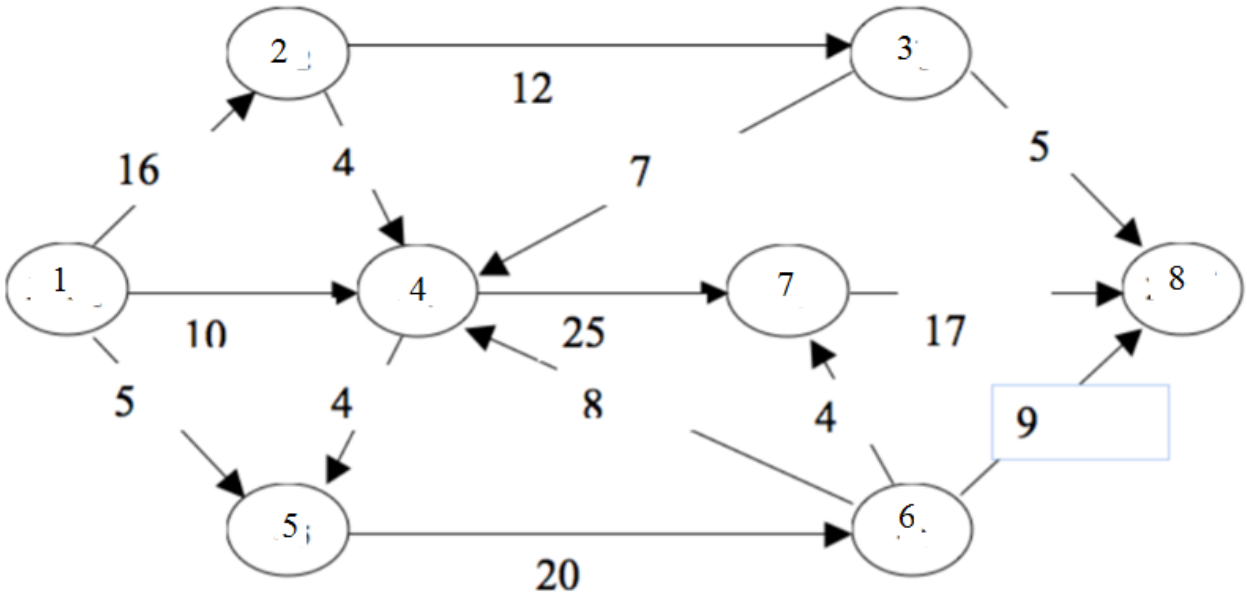
Kết luận: Val(f) = 17

Luồng cực đại f:

	1	2	3	4	5	6
1	0	9	0	0	8	0
2	0	0	5	3	1	0
3	0	0	0	0	0	5
4	0	0	0	0	0	12
5	0	0	0	9	0	0
6	0	0	0	0	0	0

Câu hỏi 2

Cho mạng G = <V, E> gồm 8 đỉnh được biểu diễn như hình sau



Sử dụng thuật toán đường tăng luồng tìm luồng cực đại trên mạng đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

Giải

Số đỉnh n = 8; đỉnh phát s = 1 và đỉnh thu t = 8.

Lập bảng:

Khởi tạo:

Mạng G

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	16	0	10	5	0	0	0
2	0	0	12	4	0	0	0	0
3	0	0	0	7	0	0	0	5
4	0	0	0	0	4	0	25	0
5	0	0	0	0	0	20	0	0
6	0	0	0	8	0	0	4	9
7	0	0	0	0	0	0	0	17
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Luồng f

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Val(f) = 0

Bước 1:

Mạng G

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	16	0	10	5	0	0	0
2	0	0	12	4	0	0	0	0
3	0	0	0	7	0	0	0	5
4	0	0	0	0	4	0	25	0
5	0	0	0	0	0	20	0	0
6	0	0	0	8	0	0	4	9
7	0	0	0	0	0	0	0	17
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Luồng f

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Đồ thị G_f

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	16	0	10	5	0	0	0
2	0	0	12	4	0	0	0	0
3	0	0	0	7	0	0	0	5
4	0	0	0	0	4	0	25	0
5	0	0	0	0	0	20	0	0
6	0	0	0	8	0	0	4	9
7	0	0	0	0	0	0	0	17
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Tìm đường tăng luồng

Bfs(1) = {1(0); 2(1), 4(1), 5(1); 3(2), 7(4); 6(5); 8(3)}

Đường tăng luồng:

8 ← 3 ← 2 ← 1

Giá trị tăng luồng:

δ = 5

Tăng luồng f

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	5	0	0	0	0	0	0
2	0	0	5	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	5
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Val(f) = 5

Bước 2:

Mạng G

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	16	0	10	5	0	0	0
2	0	0	12	4	0	0	0	0
3	0	0	0	7	0	0	0	5
4	0	0	0	0	4	0	25	0
5	0	0	0	0	0	20	0	0
6	0	0	0	8	0	0	4	9
7	0	0	0	0	0	0	0	17
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Luồng f

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	5	0	0	0	0	0	0
2	0	0	5	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	5
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Đồ thị G_f

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	11	0	10	5	0	0	0
2	5-	0	7	4	0	0	0	0
3	0	5-	0	7	0	0	0	0
4	0	0	0	0	4	0	25	0
5	0	0	0	0	0	20	0	0
6	0	0	0	8	0	0	4	9
7	0	0	0	0	0	0	0	17
8	0	0	5-	0	0	0	0	0

Tìm đường tăng luồng

Bfs(1) = {1(0); 2(1), 4(1), 5(1); 3(2), 7(4); 6(5); 8(7)}

Đường tăng luồng:

8 ← 7 ← 4 ← 1

Giá trị tăng luồng:

δ = 10

Tăng luồng f

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	5	0	10	0	0	0	0
2	0	0	5	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	5
4	0	0	0	0	0	0	10	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	10
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Val(f) = 15

Bước 3:

Mạng G

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	16	0	10	5	0	0	0
2	0	0	12	4	0	0	0	0
3	0	0	0	7	0	0	0	5
4	0	0	0	0	4	0	25	0
5	0	0	0	0	0	20	0	0
6	0	0	0	8	0	0	4	9
7	0	0	0	0	0	0	0	17
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Luồng f

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	5	0	10	0	0	0	0
2	0	0	5	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	5
4	0	0	0	0	0	0	10	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	10
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Đồ thị G_f

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	11	0	0	5	0	0	0
2	5-	0	7	4	0	0	0	0
3	0	5-	0	7	0	0	0	**0**
4	10-	0	0	0	4	0	15	0
5	0	0	0	0	0	20	0	0
6	0	0	0	8	0	0	4	9
7	0	0	0	10-	0	0	0	7
8	0	0	5-	0	0	0	10-	0

Tìm đường tăng luồng

Bfs(1) = {1(0); 2(1), 5(1); 3(2), 4(2); 6(5); 7(4); 8(6)}

Đường tăng luồng:

8 ← 6 ← 5 ← 1

Giá trị tăng luồng:

δ = 5

Tăng luồng f

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	5	0	10	5	0	0	0
2	0	0	5	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	5
4	0	0	0	0	0	0	10	0
5	0	0	0	0	0	5	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	5
7	0	0	0	0	0	0	0	10
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Val(f) = 20

Bước 4:

Mạng G

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	16	0	10	5	0	0	0
2	0	0	12	4	0	0	0	0
3	0	0	0	7	0	0	0	5
4	0	0	0	0	4	0	25	0
5	0	0	0	0	0	20	0	0
6	0	0	0	8	0	0	4	9
7	0	0	0	0	0	0	0	17
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Luồng f

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	5	0	10	5	0	0	0
2	0	0	5	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	5
4	0	0	0	0	0	0	10	0
5	0	0	0	0	0	5	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	5
7	0	0	0	0	0	0	0	10
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Đồ thị G_f

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	11	0	0	0	0	0	0
2	5-	0	7	4	0	0	0	0
3	0	5-	0	7	0	0	0	0
4	10-	0	0	0	4	0	15	0
5	5-	0	0	0	0	15	0	0
6	0	0	0	8	5-	0	4	4
7	0	0	0	10-	0	0	0	7
8	0	0	5-	0	0	5-	10-	0

Tìm đường tăng luồng

Bfs(1) = {1(0); 2(1); 3(2), 4(2); 5(4); 7(4); 6(5); 8(7)}

Đường tăng luồng:

8 ← 7 ← 4 ← 2 ← 1

Giá trị tăng luồng:

δ = 4

Tăng luồng f

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	9	0	10	5	0	0	0
2	0	0	5	4	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	5
4	0	0	0	0	0	0	14	0
5	0	0	0	0	0	5	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	5
7	0	0	0	0	0	0	0	14
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Val(f) = 24

Bước 5:

Mạng G

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	16	0	10	5	0	0	0
2	0	0	12	4	0	0	0	0
3	0	0	0	7	0	0	0	5
4	0	0	0	0	4	0	25	0
5	0	0	0	0	0	20	0	0
6	0	0	0	8	0	0	4	9
7	0	0	0	0	0	0	0	17
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Luồng f

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	9	0	10	5	0	0	0
2	0	0	5	4	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	5
4	0	0	0	0	0	0	14	0
5	0	0	0	0	0	5	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	5
7	0	0	0	0	0	0	0	14
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Đồ thị G_f

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	7	0	0	0	0	0	0
2	9-	0	7	0	0	0	0	0
3	0	5-	0	7	0	0	0	0
4	10-	4-	0	0	4	0	11	0
5	5-	0	0	0	0	15	0	0
6	0	0	0	8	5-	0	4	4
7	0	0	0	14-	0	0	0	3
8	0	0	5-	0	0	5-	14-	0

Tìm đường tăng luồng

Bfs(1) = {1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4), 7(4); 6(5); 8(7)}

Đường tăng luồng:

8 ← 7 ← 4 ← 3 ← 2 ← 1

Giá trị tăng luồng:

δ = 3

Tăng luồng f

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	12	0	10	5	0	0	0
2	0	0	8	4	0	0	0	0
3	0	0	0	3	0	0	0	5
4	0	0	0	0	0	0	17	0
5	0	0	0	0	0	5	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	5
7	0	0	0	0	0	0	0	17
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Val(f) = 27

Bước 6:

Mạng G

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	16	0	10	5	0	0	0
2	0	0	12	4	0	0	0	0
3	0	0	0	7	0	0	0	5
4	0	0	0	0	4	0	25	0
5	0	0	0	0	0	20	0	0
6	0	0	0	8	0	0	4	9
7	0	0	0	0	0	0	0	17
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Luồng f

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	12	0	10	5	0	0	0
2	0	0	8	4	0	0	0	0
3	0	0	0	3	0	0	0	5
4	0	0	0	0	0	0	17	0
5	0	0	0	0	0	5	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	5
7	0	0	0	0	0	0	0	17
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Đồ thị G_f

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	4	0	0	0	0	0	0
2	12-	0	4	0	0	0	0	0
3	0	8-	0	4	0	0	0	0
4	10-	4-	3-	0	4	0	8	0
5	5-	0	0	0	0	15	0	0
6	0	0	0	8	5-	0	4	4
7	0	0	0	17-	0	0	0	0
8	0	0	5-	0	0	5-	17-	0

Tìm đường tăng luồng

Bfs(1) = {1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4), 7(4); 6(5); 8(6)}

Đường tăng luồng:

8 ← 6 ← 5 ← 4 ← 3 ← 2 ← 1

Giá trị tăng luồng:

$\delta = 4$

Tăng luồng f

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	16	0	10	5	0	0	0
2	0	0	12	4	0	0	0	0
3	0	0	0	7	0	0	0	5
4	0	0	0	0	4	0	17	0
5	0	0	0	0	0	9	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	9
7	0	0	0	0	0	0	0	17
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Val(f) = 31

Bước 7:

Mạng G

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	16	0	10	5	0	0	0
2	0	0	12	4	0	0	0	0
3	0	0	0	7	0	0	0	5
4	0	0	0	0	4	0	25	0
5	0	0	0	0	0	20	0	0
6	0	0	0	8	0	0	4	9
7	0	0	0	0	0	0	0	17
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Luồng f

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	16	0	10	5	0	0	0
2	0	0	12	4	0	0	0	0
3	0	0	0	7	0	0	0	5
4	0	0	0	0	4	0	17	0
5	0	0	0	0	0	9	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	9
7	0	0	0	0	0	0	0	17
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Đồ thị G_f

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	16-	0	0	0	0	0	0	0
3	0	12-	0	0	0	0	0	0
4	10-	4-	7-	0	0	0	8	0
5	5-	0	0	4-	0	11	0	0
6	0	0	0	8	9-	0	4	0
7	0	0	0	17-	0	0	0	0
8	0	0	5-	0	0	9-	17-	0

Tìm đường tăng luồng

Bfs(1) = {1(0)}

Không tìm được đường tăng luồng

Tăng luồng f

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	16	0	10	5	0	0	0
2	0	0	12	4	0	0	0	0
3	0	0	0	7	0	0	0	5
4	0	0	0	0	4	0	17	0
5	0	0	0	0	0	9	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	9
7	0	0	0	0	0	0	0	17
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Val(f) = 31

Kết luận: Val(f) = 31

Luồng cực đại f:

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	16	0	10	5	0	0	0
2	0	0	12	4	0	0	0	0
3	0	0	0	7	0	0	0	5
4	0	0	0	0	4	0	17	0
5	0	0	0	0	0	9	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	9
7	0	0	0	0	0	0	0	17
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Ví dụ số:

Khởi tạo:

Mạng G

	1	2	3	4	5	6
1	0	5	5	0	0	0
2	0	0	0	6	3	0
3	0	0	0	3	1	0
4	0	0	0	0	0	6
5	0	0	0	0	0	6
6	0	0	0	0	0	0

Luồng f

	1	2	3	4	5	6
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0

Val(f) = 0

Bước 1:

Mạng G_f

	1	2	3	4	5	6
1	0	5	5	0	0	0
2	0	0	0	6	3	0
3	0	0	0	3	1	0
4	0	0	0	0	0	6
5	0	0	0	0	0	6
6	0	0	0	0	0	0

Tìm đường tăng luồng

Bfs(1) = {1(0); 2(1), 3(1); 4(2), 5(2); 6(4)}

Đường tăng luồng:

$6 \leftarrow 4 \leftarrow 2 \leftarrow 1$

Giá trị tăng luồng:

$\delta = 5$

Luồng f

	1	2	3	4	5	6
1	0	5	0	0	0	0
2	0	0	0	5	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	5
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0

Val(f) = 5

Bước 2:

Mạng G_f

	1	2	3	4	5	6
1	0	0	5	0	0	0
2	5-	0	0	1	3	0
3	0	0	0	3	1	0
4	0	5-	0	0	0	1
5	0	0	0	0	0	6
6	0	0	0	5-	0	0

Tìm đường tăng luồng

Bfs(1) = {1(0); 3(1); 4(3); 5(3); 2(4), 6(4)}

Đường tăng luồng:

$6 \leftarrow 4 \leftarrow 3 \leftarrow 1$

Giá trị tăng luồng:

$\delta = 1$

Luồng f

	1	2	3	4	5	6
1	0	5	1	0	0	0
2	0	0	0	5	0	0
3	0	0	0	1	0	0
4	0	0	0	0	0	6
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0

Val(f) = 6

Bước 3:

Mạng G_f	Tìm đường tăng luồng	Luồng f
1 2 3 4 5 6 1 0 0 4 0 0 0 2 5- 0 0 1 3 0 3 1- 0 0 2 1 0 4 0 5- 1- 0 0 0 5 0 0 0 0 0 6 6 0 0 0 6- 0 0	Bfs(1) = {1(0); 3(1); 4(3); 5(3); 2(4); 6(5)} Đường tăng luồng: 6 ← 5 ← 3 ← 1 Giá trị tăng luồng: δ = 1	1 2 3 4 5 6 1 0 5 2 0 0 0 2 0 0 0 5 0 0 3 0 0 0 1 1 0 4 0 0 0 0 0 6 5 0 0 0 0 0 1 6 0 0 0 0 0 0 Val(f) = 7

Bước 4:

Mạng G_f	Tìm đường tăng luồng	Luồng f
1 2 3 4 5 6 1 0 0 3 0 0 0 2 5- 0 0 1 3 0 3 2- 0 0 2 0 0 4 0 5- 1- 0 0 0 5 0 0 1- 0 0 5 6 0 0 0 6- 1- 0	Bfs(1) = {1(0); 3(1); 4(3); 2(4); 5(2); 6(5)} Đường tăng luồng: 6 ← 5 ← 2 ←4 ← 3 ← 1 Giá trị tăng luồng: δ = 2	1 2 3 4 5 6 1 0 5 4 0 0 0 2 0 0 0 3 2 0 3 0 0 0 3 1 0 4 0 0 0 0 0 6 5 0 0 0 0 0 3 6 0 0 0 0 0 0 Val(f) = 9

Bước 5:

Mạng G_f	Tìm đường tăng luồng
1 2 3 4 5 6 1 0 0 1 0 0 0 2 5- 0 0 3 1 0 3 4- 0 0 0 0 0 4 0 3- 3- 0 0 0 5 0 2- 1- 0 0 3 6 0 0 0 6- 3- 0	Bfs(1) = {1(0); 3(1} Không tìm được đường tăng luồng.

Kết luận: Val(f) = 9

	1	2	3	4	5	6
1	0	5	4	0	0	0
2	0	0	0	3	2	0
3	0	0	0	3	1	0
4	0	0	0	0	0	6
5	0	0	0	0	0	3
6	0	0	0	0	0	0