

GIẢI BÀI TẬP TOÁN RỜI RẠC 2 – CHƯƠNG 2

Câu hỏi 1

Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh dưới dạng ma trận kề như sau:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
2	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0
3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
5	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1
6	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1
7	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1
8	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0
9	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1
0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0

- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm một đường đi từ đỉnh 3 đến đỉnh 9 của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm một đường đi từ đỉnh 3 đến đỉnh 9 của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

Số đỉnh của G là $n = 10$.

a) Tìm đường đi từ đỉnh 3 đến đỉnh 9 của G sử dụng DFS : $u = 3, v = 9$.

$Dfs(3) = \{3(0); 2(3); 1(2); 5(1); 6(5); 4(6); 8(4); 7(8); 9(7); 10(9)\}$.

Kết luận: Đường đi từ đỉnh 3 đến đỉnh 9 là $9 \leftarrow 7 \leftarrow 8 \leftarrow 4 \leftarrow 6 \leftarrow 5 \leftarrow 1 \leftarrow 2 \leftarrow 3$.

b) Tìm đường đi từ đỉnh 3 đến đỉnh 9 của G sử dụng BFS : $u = 3, v = 9$

$Bfs(3) = \{3(0); 2(3); 1(2), 4(2), 6(2); 5(1), 8(1), 10(1); 7(6); 9(5)\}$.

Kết luận : Đường đi từ đỉnh 3 đến đỉnh 9 là $9 \leftarrow 5 \leftarrow 1 \leftarrow 2 \leftarrow 3$.

Câu hỏi 2

Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh và 12 cạnh dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	2	6
1	5	4	6
1	8	5	7
1	10	5	9
2	3	7	9
2	4	8	10

- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm một đường đi từ đỉnh 6 đến đỉnh 7 của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng tìm một đường đi từ đỉnh 6 đến đỉnh 7 của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

Số đỉnh của đồ thị vô hướng G là $n = 10$.

a) Tìm đường đi từ đỉnh 6 đến đỉnh 7 của G sử dụng DFS : $u = 6, v = 7$

$Dfs(6) = \{6(0); 2(6); 1(2); 5(1); 7(5); 9(7); 8(1); 10(8); 3(2); 4(2)\}$.

Kết luận : Đường đi từ đỉnh 6 đến đỉnh 7 là $7 \leftarrow 5 \leftarrow 1 \leftarrow 2 \leftarrow 6$.

b) Tìm đường đi từ đỉnh 6 đến đỉnh 7 của G sử dụng BFS : $u = 6, v = 7$

$Bfs(6) = \{6(0); 2(6), 4(6); 1(2), 3(2); 5(1), 8(1), 10(1); 7(5), 9(5)\}$.

Kết luận : Đường đi từ đỉnh 6 đến đỉnh 7 là $7 \leftarrow 5 \leftarrow 1 \leftarrow 2 \leftarrow 6$.

Câu hỏi 3

Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh dưới dạng danh sách kề như sau:

Ke(1) = {2, 9, 10}	Ke(6) = {5, 7, 8}
Ke(2) = {1, 3, 4}	Ke(7) = {6}
Ke(3) = {2, 4}	Ke(8) = {6}
Ke(4) = {2, 3, 5}	Ke(9) = {1, 10}
Ke(5) = {4, 6}	Ke(10) = {1, 9}

- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm một đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh 8 của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng tìm một đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh 8 của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

Số đỉnh của G là $n = 10$.

a) Tìm đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh 8 của G sử dụng DFS : $u = 1, v = 8$

Dfs(1) = {1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6); 9(1); 10(9)}

Kết luận : Đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh 8 là $8 \leftarrow 6 \leftarrow 5 \leftarrow 4 \leftarrow 3 \leftarrow 2 \leftarrow 1$

b) Tìm đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh 8 của G sử dụng BFS : $u = 1, v = 8$

Bfs(1) = {1(0); 2(1), 9(1), 10(1); 3(2), 4(2); 5(4); 6(5); 7(6), 8(6)}

Kết luận : Đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh 8 là $8 \leftarrow 6 \leftarrow 5 \leftarrow 4 \leftarrow 2 \leftarrow 1$

Câu hỏi 4

Cho đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh dưới dạng ma trận kề như sau:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
4	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
7	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
8	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm một đường đi từ đỉnh 2 đến đỉnh 8 của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm một đường đi từ đỉnh 2 đến đỉnh 8 của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

Số đỉnh của G là $n = 10$.

a) Tìm đường đi từ đỉnh 2 đến đỉnh 8 của G sử dụng DFS : $u = 2, v = 8$

$Dfs(2) = \{2(0); 3(2); 9(3); 10(9); 1(10); 4(2); 6(4); 7(6); 8(7); 5(2)\}$.

Kết luận: Đường đi từ đỉnh 2 đến đỉnh 8 là $8 \leftarrow 7 \leftarrow 6 \leftarrow 4 \leftarrow 2$.

b) Tìm đường đi từ đỉnh 2 đến đỉnh 8 của G sử dụng BFS : $u = 2, v = 8$

$Bfs(2) = \{2(0); 3(2), 4(2), 5(2); 9(3), 10(3); 6(4), 7(4); 1(10); 8(6)\}$.

Kết luận: Đường đi từ đỉnh 2 đến đỉnh 8 là $8 \leftarrow 6 \leftarrow 4 \leftarrow 2$.

Câu hỏi 5

Cho đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh và 16 cạnh dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	5	9
1	5	5	10
2	3	6	7
2	4	7	2
3	4	7	8
3	6	8	5
4	6	9	10
4	7	10	8

- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm một đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh 10 của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm một đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh 10 của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

Số đỉnh của G là $n = 10$.

a) Tìm đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh 10 của G sử dụng DFS : $u = 1, v = 10$

$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 6(4); 7(6); 8(7); 5(8); 9(5); 10(9)\}$.

Kết luận : Đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh 10 là $10 \leftarrow 9 \leftarrow 5 \leftarrow 8 \leftarrow 7 \leftarrow 6 \leftarrow 4 \leftarrow 3 \leftarrow 2 \leftarrow 1$.

b) Tìm đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh 10 của G sử dụng BFS : $u = 1, v = 10$

$Bfs(1) = \{1(0); 2(1), 5(1); 3(2), 4(2); 9(5), 10(5); 6(3); 7(4); 8(10)\}$

Kết luận : Đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh 10 là $10 \leftarrow 5 \leftarrow 1$.

Câu hỏi 6

Cho đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh dưới dạng danh sách kề như sau:

Ke(1) = {4, 10}	Ke (6) = {7}
Ke(2) = {4, 5, 6}	Ke (7) = {3, 9}
Ke(3) = {8}	Ke (8) = {9}
Ke(4) = {2, 10}	Ke(9) = {8}
Ke (5) = {7, 8}	Ke(10) = {1}

- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm một đường đi từ đỉnh 10 đến đỉnh 9 của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng tìm một đường đi từ đỉnh 10 đến đỉnh 9 của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

Số đỉnh của G là $n=10$.

a) Tìm đường đi từ đỉnh 10 đến đỉnh 9 của G sử dụng DFS : $u=10, v=9$

Dfs(10) = {10(0); 1(10); 4(1); 2(4); 5(2); 7(5); 3(7); 8(3); 9(8); 6(2)}

Kết luận : Đường đi từ đỉnh 10 đến đỉnh 9 là $9 \leftarrow 8 \leftarrow 3 \leftarrow 7 \leftarrow 5 \leftarrow 2 \leftarrow 4 \leftarrow 1 \leftarrow 10$.

b) Tìm đường đi từ đỉnh 10 đến đỉnh 9 của G sử dụng BFS : $u=10, v=9$

Bfs(10) = {10(0); 1(10); 4(1); 2(4); 5(2), 6(2); 7(5), 8(5); 3(7), 9(7)}.

Kết luận : Đường đi từ đỉnh 10 đến đỉnh 9 là $9 \leftarrow 7 \leftarrow 5 \leftarrow 2 \leftarrow 4 \leftarrow 1 \leftarrow 10$.

Câu hỏi 7

Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh dưới dạng ma trận kề như sau:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
2	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
4	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
5	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
6	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
7	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
9	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0

- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm số thành phần liên thông của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm số thành phần liên thông của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

Số đỉnh của G là $n=10$.

- Tìm số thành phần liên thông của G sử dụng DFS:

$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 5(2); 9(1); 8(9); 10(8)\}$

$Dfs(3) = \{3(0); 6(3); 7(6)\}$

Kết luận: Số thành phần liên thông $k=2$

Thành phần liên thông 1 = $\{1, 2, 4, 5, 8, 9, 10\}$

Thành phần liên thông 2 = $\{3, 6, 7\}$

- Tìm số thành phần liên thông của G sử dụng BFS:

$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 5(2); 9(1); 8(9); 10(8)\}$

$Dfs(3) = \{3(0); 6(3); 7(6)\}$

Kết luận: Số thành phần liên thông $k=2$

Thành phần liên thông 1 = $\{1, 2, 4, 5, 8, 9, 10\}$

Thành phần liên thông 2 = $\{3, 6, 7\}$

Câu hỏi 8

Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh và 12 cạnh dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	4	5
1	10	4	9
2	4	5	9
2	5	5	10
3	6	6	7
3	7	9	10

- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm số thành phần liên thông của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm số thành phần liên thông của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

Số đỉnh của G là $n = 10$.

a) Tìm số thành phần liên thông của G sử dụng DFS:

$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 4(2); 5(4); 9(5); 10(9)\}$.

$Dfs(3) = \{3(0); 6(3); 7(6)\}$

$Dfs(8) = \{8(0)\}$

Kết luận: Số thành phần liên thông $k = 3$

Thành phần liên thông 1 = $\{1, 2, 4, 5, 9, 10\}$

Thành phần liên thông 2 = $\{3, 6, 7\}$

Thành phần liên thông 3 = $\{8\}$

b) Tìm số thành phần liên thông của G sử dụng BFS:

$Bfs(1) = \{1(0); 2(1), 10(1); 4(2), 5(2); 9(10)\}$

$Bfs(3) = \{3(0); 6(3), 7(3)\}$

$Bfs(8) = \{8(0)\}$

Kết luận: Số thành phần liên thông $k = 3$

Thành phần liên thông 1 = $\{1, 2, 4, 5, 9, 10\}$

Thành phần liên thông 2 = $\{3, 6, 7\}$

Thành phần liên thông 3 = $\{8\}$

Câu hỏi 9

Cho đơn đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng danh sách kề như sau:

Ke(1) = {3, 7}	Ke (6) = {4, 5, 7}
Ke(2) = {9, 10}	Ke (7) = {1, 6}
Ke(3) = {4, 5}	Ke (8) = {9, 10}
Ke(4) = {3, 5, 6}	Ke(9) = {2, 8, 10}
Ke (5) = {3, 6}	Ke(10) = {2, 9, 8}

- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm số thành phần liên thông của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm số thành phần liên thông của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

Số đỉnh của G là $n=10$.

- Tìm số thành phần liên thông của G sử dụng DFS:

Dfs(1) = {1(0); 3(1); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6)}

Dfs(2) = {2(0); 9(2); 8(9); 10(8)}

Kết luận: Số thành phần liên thông $k=2$

Thành phần liên thông 1 = {1, 3, 4, 5, 6, 7}

Thành phần liên thông 2 = {2, 8, 9, 10}

- Tìm số thành phần liên thông của G sử dụng BFS:

Bfs(1) = {1(0); 3(1), 7(1); 4(3), 5(3); 6(7)}

Bfs(2) = {2(0); 9(2), 10(2); 8(9)}

Kết luận: Số thành phần liên thông $k=2$

Thành phần liên thông 1 = {1, 3, 4, 5, 6, 7}

Thành phần liên thông 2 = {2, 8, 9, 10}

Câu hỏi 10

Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh dưới dạng ma trận kề như sau:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
2	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1
4	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
5	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
6	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
7	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
9	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0

- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

Số đỉnh của G là $n=10$.

a) Tìm số đỉnh trụ của G sử dụng DFS:

Tìm số thành phần liên thông k của G sử dụng DFS:

$$Dfs(1) = \{1(0); 6(1); 7(6)\}$$

$$Dfs(2) = \{2(0); 4(2); 3(4); 5(3); 9(3); 8(9); 10(8)\}$$

$$\Rightarrow k=2$$

Lập bảng:

Đỉnh u	Số thành phần liên thông l của $G \setminus \{u\}$	$l > k$?	Đỉnh trụ
1	$Dfs(2)=\{2(0);4(2);3(4);5(3);9(3);8(9);10(8)\}$, $Dfs(6)=\{6(0);7(6)\} \Rightarrow l=2$	No	
2	$Dfs(1)=\{1(0);6(1);7(6)\}$, $Dfs(3)=\{3(0);4(3); 5(4); 9(3); 8(9); 10(8)\} \Rightarrow l=2$	No	
3	$Dfs(1)=\{1(0);6(1);7(6)\}$, $Dfs(2)=\{2(0);4(2);5(4)\}$, $Dfs(8)=\{8(0);9(8);10(9)\} \Rightarrow l=3$	Yes	3
4	$Dfs(1)=\{1(0);6(1);7(6)\}$, $Dfs(2)=\{2(0);5(2);3(5);9(3);8(9);10(8)\} \Rightarrow l=2$	No	
5	$Dfs(1)=\{1(0);6(1);7(6)\}$, $Dfs(2)=\{2(0);4(2);3(4);9(3);8(9);10(8)\} \Rightarrow l=2$	No	
6	$Dfs(1)=\{1(0)\}$, $Dfs(2)=\{2(0);4(2);3(4);5(3);9(3);8(9);10(8)\}$, $Dfs(7)=\{7(0)\} \Rightarrow l=3$	Yes	6
7	$Dfs(1)=\{1(0);6(1)\}$, $Dfs(2)=\{2(0);4(2);3(4);5(3);9(3);8(9);10(8)\} \Rightarrow l=2$	No	
8	$Dfs(1)=\{1(0);6(1);7(6)\}$, $Dfs(2)=\{2(0);4(2);3(4);5(3);9(3);10(9)\} \Rightarrow l=2$	No	
9	$Dfs(1)=\{1(0);6(1);7(6)\}$, $Dfs(2)=\{2(0);4(2);3(4);5(3);10(3);8(10)\} \Rightarrow l=2$	No	
10	$Dfs(1)=\{1(0);6(1);7(6)\}$, $Dfs(2)=\{2(0);4(2);5(2);3(4);5(3);9(3);8(9)\} \Rightarrow l=2$	No	

Kết luận: G có 2 đỉnh trụ 3 và 6.

b) Tìm số đỉnh trụ của G sử dụng BFS:

Tìm số thành phần liên thông k của G sử dụng BFS:

$$Bfs(1) = \{1(0); 6(1); 7(6)\}$$

$$Bfs(2) = \{2(0); 4(2), 5(2); 3(4); 9(3), 10(3); 8(9)\}$$

$$\Rightarrow k=2$$

Lập bảng :

Đỉnh u	Số thành phần liên thông l của $G/\{u\}$	$l > k$?	Đỉnh trụ
1	$Bfs(2)=\{2(0);4(2),5(2);3(4);9(3),10(3);8(9)\}, Bfs(6)=\{6(0);7(6)\} \Rightarrow l=2$	No	
2	$Bfs(1)=\{1(0);6(1);7(6)\}, Bfs(3)=\{3(0);4(3),5(3);9(3),10(3);8(9)\} \Rightarrow l=2$	No	
3	$Bfs(1)=\{1(0);6(1);7(6)\}, Bfs(2)=\{2(0);4(2),5(2)\}, Bfs(8)=\{8(0);9(8),10(8)\} \Rightarrow l=3$	Yes	3
4	$Bfs(1)=\{1(0);6(1);7(6)\}, Bfs(2)=\{2(0);5(2);3(5);9(3),10(3);8(9)\} \Rightarrow l=2$	No	
5	$Bfs(1)=\{1(0);6(1);7(6)\}, Bfs(2)=\{2(0);4(2);3(3);9(3),10(3);8(9)\} \Rightarrow l=2$	No	
6	$Bfs(1)=\{1(0)\}, Bfs(2)=\{2(0);4(2),5(2);3(4);9(3),10(3);8(9)\}, Bfs(7)=\{7(0)\} \Rightarrow l=3$	Yes	6
7	$Bfs(1)=\{1(0);6(1)\}, Bfs(2)=\{2(0);4(2),5(2);3(4);9(3),10(3);8(9)\} \Rightarrow l=2$	No	
8	$Bfs(1)=\{1(0);6(1);7(6)\}, Bfs(2)=\{2(0);4(2),5(2);3(4);9(3),10(3)\} \Rightarrow l=2$	No	
9	$Bfs(1)=\{1(0);6(1);7(6)\}, Bfs(2)=\{2(0);4(2),5(2);3(4);10(3);8(10)\} \Rightarrow l=2$	No	
10	$Bfs(1)=\{1(0);6(1);7(6)\}, Bfs(2)=\{2(0);4(2),5(2);3(4);9(3),8(9)\} \Rightarrow l=2$	No	

Kết luận: G có 2 đỉnh trụ 3 và 6.

Câu hỏi 11

Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh và 12 cạnh dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	2	6
1	5	4	6
1	8	5	7
1	10	5	9
2	3	7	9
2	4	8	10

- a) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- b) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

Số đỉnh của đồ thị vô hướng G là $n = 10$.

a) Tìm số đỉnh trụ của G sử dụng DFS:

Tìm số thành phần liên thông k của G sử dụng DFS:

$$\text{Dfs}(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(2); 6(4); 5(1); 7(5); 9(7); 8(1); 10(8)\} = V$$

$$\Rightarrow k = 1$$

Lập bảng :

Đỉnh u	Số thành phần liên thông l của $G/\{u\}$	$l > k$?	Đỉnh trụ
1	$\text{Dfs}(2) = \{2(0); 3(2); 4(2); 6(4)\}$, $\text{Dfs}(5) = \{5(0); 7(5); 9(7)\}$, $\text{Dfs}(8) = \{8(0); 10(8)\}$ $\Rightarrow l = 3$	Yes	1
2	$\text{Dfs}(1) = \{1(0); 5(1); 7(5); 9(7); 8(1); 10(8)\}$, $\text{Dfs}(3) = \{3(0)\}$, $\text{Dfs}(4) = \{4(0); 6(4)\}$ $\Rightarrow l = 3$	Yes	2
3	$\text{Dfs}(1) = \{1(0); 2(1); 4(2); 6(4); 5(1); 7(5); 9(7); 8(1); 10(8)\} \Rightarrow l = 1$	No	
4	$\text{Dfs}(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 6(2); 5(1); 7(5); 9(7); 8(1); 10(8)\} \Rightarrow l = 1$	No	
5	$\text{Dfs}(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 6(4); 8(1); 10(8)\}$, $\text{Dfs}(7) = \{7(0); 9(7)\} \Rightarrow l = 2$	Yes	5
6	$\text{Dfs}(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(1); 7(5); 9(7); 8(1); 10(8)\} \Rightarrow l = 1$	No	
7	$\text{Dfs}(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 6(4); 5(1); 9(5); 8(1); 10(8)\} \Rightarrow l = 1$	No	
8	$\text{Dfs}(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 6(4); 5(1); 7(5); 9(7); 10(1)\} \Rightarrow l = 1$	No	
9	$\text{Dfs}(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 6(4); 5(1); 7(5); 8(1); 10(8)\} \Rightarrow l = 1$	No	
10	$\text{Dfs}(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 6(4); 5(1); 7(5); 9(7); 8(1)\} \Rightarrow l = 1$	No	

Kết luận: G có 3 đỉnh trụ 1, 2 và 5.

b) Tìm số đỉnh trụ của G sử dụng BFS:

Tìm số thành phần liên thông k của G sử dụng BFS:

$$\text{Bfs}(1) = \{1(0); 2(1), 5(1), 8(1), 10(1); 3(2), 4(2), 6(2); 7(5), 9(5)\} = V$$

$$\Rightarrow k = 1$$

Lập bảng :

Đỉnh u	Số thành phần liên thông l của $G/\{u\}$	$l > k$?	Đỉnh trụ
1	$\text{Bfs}(2) = \{2(0); 3(2); 4(2); 6(2)\}$, $\text{Bfs}(5) = \{5(0); 7(5); 9(5)\}$, $\text{Bfs}(8) = \{8(0); 10(8)\}$ $\Rightarrow l = 3$	Yes	1
2	$\text{Bfs}(1) = \{1(0); 5(1); 7(5); 9(5); 8(1); 10(8)\}$, $\text{Bfs}(3) = \{3(0)\}$, $\text{Bfs}(4) = \{4(0); 6(4)\}$ $\Rightarrow l = 3$	Yes	2

3	$\text{Bfs}(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1),10(1);4(2),6(2);7(5),9(5)\} \Rightarrow l=1$	No	
4	$\text{Bfs}(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1),10(1);3(2),4(2),6(2);7(5),9(5)\} \Rightarrow l=1$	No	
5	$\text{Bfs}(1)=\{1(0);2(1),8(1),10(1);3(2),4(2),6(2)\}, \text{Bfs}(7)=\{7(0);9(7)\} \Rightarrow l=2$	Yes	5
6	$\text{Bfs}(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1),10(1);3(2),4(2);7(5),9(5)\} \Rightarrow l=1$	No	
7	$\text{Bfs}(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1),10(1);3(2),4(2),6(2);9(5)\} \Rightarrow l=1$	No	
8	$\text{Bfs}(1)=\{1(0);2(1),5(1),10(1);3(2),4(2),6(2);7(5),9(5)\} \Rightarrow l=1$	No	
9	$\text{Bfs}(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1),10(1);3(2),4(2),6(2);7(5)\} \Rightarrow l=1$	No	
10	$\text{Bfs}(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1);3(2),4(2),6(2);7(5),9(5)\} \Rightarrow l=1$	No	

Kết luận: G có 3 đỉnh trụ 1, 2 và 5.

Câu hỏi 12

Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh dưới dạng danh sách kề như sau:

$Ke(1) = \{2, 9, 10\}$	$Ke(6) = \{5, 7, 8\}$
$Ke(2) = \{1, 3, 4\}$	$Ke(7) = \{6\}$
$Ke(3) = \{2, 4\}$	$Ke(8) = \{6\}$
$Ke(4) = \{2, 3, 5\}$	$Ke(9) = \{1, 10\}$
$Ke(5) = \{4, 6\}$	$Ke(10) = \{1, 9\}$

- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

Số đỉnh của G là $n = 10$.

a) Tìm số đỉnh trụ của G sử dụng DFS:

Tìm số thành phần liên thông k của G sử dụng DFS:

$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6); 9(1); 10(9)\} = V$

$\Rightarrow k = 1$

Lập bảng :

Đỉnh u	Số thành phần liên thông l của $G/\{u\}$	$l > k$?	Đỉnh trụ
1	$Dfs(2) = \{2(0); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6)\}$, $Dfs(9) = \{9(0); 10(9)\} \Rightarrow l = 2$	Yes	1
2	$Dfs(1) = \{1(0); 9(1); 10(9)\}$, $Dfs(3) = \{3(0); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6)\} \Rightarrow l = 2$	Yes	2
3	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 4(2); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6); 9(1); 10(9)\} \Rightarrow l = 1$	No	
4	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 9(1); 10(9)\}$, $Dfs(5) = \{5(0); 6(5); 7(6); 8(6)\} \Rightarrow l = 2$	Yes	4
5	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 9(1); 10(9)\}$, $Dfs(6) = \{6(0); 7(6); 8(6)\} \Rightarrow l = 2$	Yes	5
6	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 9(1); 10(9)\}$, $Dfs(7) = \{7(0)\}$, $Dfs(8) = \{8(0)\} \Rightarrow l = 3$	Yes	6
7	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 8(6); 9(1); 10(9)\} \Rightarrow l = 1$	No	
8	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 9(1); 10(9)\} \Rightarrow l = 1$	No	
9	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6); 9(1)\} \Rightarrow l = 1$	No	
10	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6); 10(1)\} \Rightarrow l = 1$	No	

Kết luận: G có 5 đỉnh trụ 1, 2, 4, 5 và 6.

b) Tìm số đỉnh trụ của G sử dụng BFS:

Tìm số thành phần liên thông k của G sử dụng BFS:

$Bfs(1) = \{1(0); 2(1), 9(1), 10(1); 3(2), 4(2); 5(4); 6(5); 7(6), 8(6)\} = V.$

$\Rightarrow k = 1$

Lập bảng:

Đỉnh u	Số thành phần liên thông l của $G \setminus \{u\}$	$l > k ?$	Đỉnh trụ
1	$Bfs(2)=\{2(0);3(2),4(2);5(4);6(5);7(6),8(6)\}, Bfs(9)=\{9(0);10(9)\} \Rightarrow l=2$	Yes	1
2	$Bfs(1)=\{1(0);9(1),10(1)\}, Bfs(3)=\{3(0);4(3);5(4);6(5);7(6),8(6)\} \Rightarrow l=2$	Yes	2
3	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),10(1);4(2);5(4);6(5);7(6),8(6)\} \Rightarrow l=1$	No	
4	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),10(1);3(2)\}, Bfs(5)=\{5(0);6(5);7(6),8(6)\} \Rightarrow l=2$	Yes	4
5	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),10(1);3(2),4(2)\}, Bfs(6)=\{6(0);7(6),8(6)\} \Rightarrow l=2$	Yes	5
6	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),10(1); 3(2);4(2);5(4)\}, Bfs(7)=\{7(0)\}, Bfs(8)=\{8(0)\} \Rightarrow l=3$	Yes	6
7	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),10(1);3(2),4(2);5(4);6(5);8(6)\} \Rightarrow l=1$	No	
8	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),10(1);3(2),4(2);5(4);6(5);7(6)\} \Rightarrow l=1$	No	
9	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),10(1);3(2),4(2);5(4);6(5);7(6),8(6)\} \Rightarrow l=1$	No	
10	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1);3(2),4(2);5(4);6(5);7(6),8(6)\} \Rightarrow l=1$	No	

Kết luận: G có 5 đỉnh trụ 1, 2, 4, 5 và 6.

Câu hỏi 13

Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh dưới dạng ma trận kề như sau:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
2	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
4	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
5	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
6	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
7	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
9	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0

- a) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- b) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

Số đỉnh của G là $n = 10$.

a) Tìm số cạnh cầu của G sử dụng DFS:

Tìm số thành phần liên thông k của G sử dụng DFS:

$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 5(2); 9(1); 8(9); 10(8)\}$, $Dfs(3) = \{3(0); 6(3); 7(6)\}$

$\Rightarrow k = 2$

Lập bảng :

cạnh e	Số thành phần liên thông l của $G/\{e\}$	$l > k$?	Cạnh cầu
(1,4)	$Dfs(1) = \{1(0); 9(1); 8(9); 10(8)\}$, $Dfs(2) = \{2(0); 4(2); 5(4)\}$, $Dfs(3) = \{3(0); 6(3); 7(6)\} \Rightarrow l = 3$	Yes	(1,4)
(1,9)	$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 5(2); 10(1); 8(10); 9(8)\}$, $Dfs(3) = \{3(0); 6(3); 7(6)\} \Rightarrow l = 2$	No	
(1,10)	$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 5(2); 9(1); 8(9); 10(8)\}$, $Dfs(3) = \{3(0); 6(3); 7(6)\} \Rightarrow l = 2$	No	
(2,4)	$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 5(4); 2(5); 9(1); 8(9); 10(8)\}$, $Dfs(3) = \{3(0); 6(3); 7(6)\} \Rightarrow l = 2$	No	
(2,5)	$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 5(2); 9(1); 8(9); 10(8)\}$, $Dfs(3) = \{3(0); 6(3); 7(6)\} \Rightarrow l = 2$	No	
(3,6)	$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 5(2); 9(1); 8(9); 10(8)\}$, $Dfs(3) = \{3(0)\}$ $Dfs(6) = \{6(0); 7(6)\} \Rightarrow l = 3$	Yes	(3,6)
(4,5)	$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 5(2); 9(1); 8(9); 10(8)\}$, $Dfs(3) = \{3(0); 6(3); 7(6)\} \Rightarrow l = 2$	No	
(6,7)	$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 5(2); 9(1); 8(9); 10(8)\}$, $Dfs(3) = \{3(0); 6(3)\}$ $Dfs(7) = \{7(0)\} \Rightarrow l = 3$	Yes	(6,7)
(8,9)	$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 5(2); 9(1); 10(1); 8(10)\}$, $Dfs(3) = \{3(0); 6(3); 7(6)\} \Rightarrow l = 2$	No	
(8,10)	$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 5(2); 9(1); 8(9); 10(9)\}$, $Dfs(3) = \{3(0); 6(3); 7(6)\} \Rightarrow l = 2$	No	
(9,10)	$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 5(2); 9(1); 8(9); 10(8)\}$, $Dfs(3) = \{3(0); 6(3); 7(6)\} \Rightarrow l = 2$	No	

Kết luận: G có 3 cạnh cầu (1,4), (3,6) và (6,7).

b) Tìm số cạnh cầu của G sử dụng BFS:

Tìm số thành phần liên thông k của G sử dụng BFS:

Bfs(1) = { 1(0); 4(1), 9(1), 10(1); 2(4); 5(4); 8(9) }

Bfs(3) = { 3(0); 6(3); 7(6) }

$\Rightarrow k = 2$

Lập bảng:

cạnh e	Số thành phần liên thông l của $G/\{e\}$	$l > k$?	Cạnh cầu
(1,4)	Bfs(1)={ 1(0);9(1),10(1);8(9) }, Bfs(2)={ 2(0);4(2),5(2) }, Bfs(3)={ 3(0);6(3);7(6) } $\Rightarrow l=3$	Yes	(1,4)
(1,9)	Bfs(1)={ 1(0);4(1),10(1);2(4),5(4);8(10);9(8) },Bfs(3)={ 3(0);6(3);7(6) } $\Rightarrow l=2$	No	
(1,10)	Bfs(1)={ 1(0);4(1),9(1);2(4),5(4);8(9);10(9) },Bfs(3)={ 3(0);6(3);7(6) } $\Rightarrow l=2$	No	
(2,4)	Bfs(1)={ 1(0);4(1),9(1),10(1);5(4);8(9);2(5) },Bfs(3)={ 3(0);6(3);7(6) } $\Rightarrow l=2$	No	
(2,5)	Bfs(1)={ 1(0);4(1),9(1),10(1);2(4),5(4);8(9) },Bfs(3)={ 3(0);6(3);7(6) } $\Rightarrow l=2$	No	
(3,6)	Bfs(1)={ 1(0);4(1),9(1),10(1);2(4),5(4);8(9) }, Bfs(3)={ 3(0) }, Bfs(6)={ 6(0);7(6) } $\Rightarrow l=3$	Yes	(3,6)
(4,5)	Bfs(1)={ 1(0);4(1),9(1),10(1);2(4);8(9);5(2) },Bfs(3)={ 3(0);6(3);7(6) } $\Rightarrow l=2$	No	
(6,7)	Bfs(1)={ 1(0);4(1),9(1),10(1);2(4),5(4);8(9) }, Bfs(3)={ 3(0);6(3) }, Bfs(7)={ 7(0) } $\Rightarrow l=3$	Yes	(6,7)
(8,9)	Bfs(1)={ 1(0);4(1),9(1),10(1);2(4),5(4);8(10) },Bfs(3)={ 3(0);6(3);7(6) } $\Rightarrow l=2$	No	
(8,10)	Bfs(1)={ 1(0);4(1),9(1),10(1);2(4),5(4);8(9) },Bfs(3)={ 3(0);6(3);7(6) } $\Rightarrow l=2$	No	
(9,10)	Bfs(1)={ 1(0);4(1),9(1),10(1);2(4),5(4);8(9) },Bfs(3)={ 3(0);6(3);7(6) } $\Rightarrow l=2$	No	

Kết luận: G có 3 cạnh cầu (1,4), (3,6) và (6,7).

Câu hỏi 14

Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh và 12 cạnh dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	2	6
1	5	4	6
1	8	5	7
1	10	5	9
2	3	7	9
2	4	8	10

- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

Số đỉnh của G là $n=10$.

a) Tìm số cạnh cầu của G sử dụng DFS:

Tìm số thành phần liên thông k của G sử dụng DFS:

$$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(2); 6(4); 5(1); 7(5); 9(7); 8(1); 10(8)\} = V$$

$$\Rightarrow k=1$$

Lập bảng:

cạnh e	Số thành phần liên thông l của $G/\{e\}$	$l > k$?	Cạnh cầu
(1,2)	$Dfs(1)=\{1(0);5(1);7(5);9(7);8(1);10(8)\}, Dfs(2)=\{2(0);3(2);4(2);6(4)\} \Rightarrow l=2$	Yes	(1,2)
(1,5)	$Dfs(1)=\{1(0);2(1);3(2);4(2);6(4);8(1);10(8)\}, Dfs(5)=\{5(0);7(5);9(7)\} \Rightarrow l=2$	Yes	(1,5)
(1,8)	$Dfs(1)=\{1(0);2(1);3(2);4(2);6(4);5(1);7(5);9(7);10(1);8(10)\} \Rightarrow l=1$	No	
(1,10)	$Dfs(1)=\{1(0);2(1);3(2);4(2);6(4);5(1);7(5);9(7);8(1);10(8)\} \Rightarrow l=1$	No	
(2,3)	$Dfs(1)=\{1(0);2(1);4(2);6(4);5(1);7(5);9(7);8(1);10(8)\}, Dfs(3)=\{3(0)\} \Rightarrow l=2$	Yes	(2,3)
(2,4)	$Dfs(1)=\{1(0);2(1);3(2);6(2);4(6);5(1);7(5);9(7);8(1);10(8)\} \Rightarrow l=1$	No	
(2,6)	$Dfs(1)=\{1(0);2(1);3(2);4(2);6(4);5(1);7(5);9(7);8(1);10(8)\} \Rightarrow l=1$	No	
(4,6)	$Dfs(1)=\{1(0);2(1);3(2);4(2);6(2);5(1);7(5);9(7);8(1);10(8)\} \Rightarrow l=1$	No	
(5,7)	$Dfs(1)=\{1(0);2(1);3(2);4(2);6(4);5(1);9(5);7(9);8(1);10(8)\} \Rightarrow l=1$	No	
(5,9)	$Dfs(1)=\{1(0);2(1);3(2);4(2);6(4);5(1);7(5);9(7);8(1);10(8)\} \Rightarrow l=1$	No	
(7,9)	$Dfs(1)=\{1(0);2(1);3(2);4(2);6(4);5(1);7(5);9(5);8(1);10(8)\} \Rightarrow l=1$	No	
(8,10)	$Dfs(1)=\{1(0);2(1);3(2);4(2);6(4);5(1);7(5);9(7);8(1);10(1)\} \Rightarrow l=1$	No	

Kết luận: G có 3 cạnh cầu (1,2), (1,5) và (2,3).

b) Tìm số cạnh cầu của G sử dụng DFS:

Tìm số thành phần liên thông k của G sử dụng DFS:

$$Dfs(1) = \{1(0); 2(1), 5(1), 8(1), 10(1); 3(2), 4(2), 6(2); 7(5), 9(5)\} = V$$

$$\Rightarrow k=1$$

Lập bảng:

cạnh e	Số thành phần liên thông l của $G/\{e\}$	$l > k$?	Cạnh cầu
(1,2)	$Bfs(1)=\{1(0);5(1),8(1),10(1);7(5),9(5)\}, Bfs(2)=\{2(0);3(2),4(2),6(2)\} \Rightarrow l=2$	Yes	(1,2)
(1,5)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),8(1),10(1);3(2),4(2),6(2)\}, Bfs(5)=\{5(0);7(5),9(5)\} \Rightarrow l=2$	Yes	(1,5)
(1,8)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),5(1),10(1);3(2),4(2),6(2);7(5),9(5);8(10)\} \Rightarrow l=1$	No	
(1,10)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1);3(2),4(2),6(2);7(5),9(5);10(8)\} \Rightarrow l=1$	No	
(2,3)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1),10(1);4(2),6(2);7(5),9(5)\}, Bfs(3)=\{3(0)\} \Rightarrow l=2$	Yes	(2,3)
(2,4)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1),10(1);3(2),6(2),4(6);7(5),9(5)\} \Rightarrow l=1$	No	
(2,6)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1),10(1);3(2),4(2),6(4);7(5),9(5)\} \Rightarrow l=1$	No	
(4,6)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1),10(1);3(2),4(2),6(2);7(5),9(5)\} \Rightarrow l=1$	No	
(5,7)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1),10(1);3(2),4(2),6(2);9(5),7(9)\} \Rightarrow l=1$	No	
(5,9)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1),10(1);3(2),4(2),6(2);7(5),9(7)\} \Rightarrow l=1$	No	
(7,9)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1),10(1);3(2),4(2),6(2);7(5),9(5)\} \Rightarrow l=1$	No	
(8,10)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1),10(1);3(2),4(2),6(2);7(5),9(5)\} \Rightarrow l=1$	No	

Kết luận: G có 3 cạnh cầu (1,2), (1,5) và (2,3).

Câu hỏi 15

Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh dưới dạng danh sách kề như sau:

Ke(1) = {2, 9, 10}	Ke(6) = {5, 7, 8}
Ke(2) = {1, 3, 4}	Ke(7) = {6}
Ke(3) = {2, 4}	Ke(8) = {6}
Ke(4) = {2, 3, 5}	Ke(9) = {1, 10}
Ke(5) = {4, 6}	Ke(10) = {1, 9}

- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

Số đỉnh của G là $n = 10$, $m = 11$.

a) Tìm số cạnh cầu của G sử dụng DFS:

Tìm số thành phần liên thông k của G sử dụng DFS:

$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6); 9(1); 10(9)\} = V$.

$\Rightarrow k = 1$

Lập bảng:

Cạnh e	Số thành phần liên thông l của $G \setminus \{e\}$	$l > k$?	Cạnh cầu
(1,2)	$Dfs(1) = \{1(0); 9(1); 10(9)\}, Dfs(2) = \{2(0); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6)\} \Rightarrow l = 2$	Yes	(1,2)
(1,9)	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6); 10(1); 9(10)\} \Rightarrow l = 1$	No	
(1,10)	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6); 9(1); 10(9)\} \Rightarrow l = 1$	No	
(2,3)	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 4(2); 3(4); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6); 9(1); 10(9)\} \Rightarrow l = 1$	No	
(2,4)	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6); 9(1); 10(9)\} \Rightarrow l = 1$	No	
(3,4)	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6); 9(1); 10(9)\} \Rightarrow l = 1$	No	
(4,5)	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 9(1); 10(9)\}, Dfs(5) = \{5(0); 6(5); 7(6); 8(6)\} \Rightarrow l = 2$	Yes	(4,5)
(5,6)	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 9(1); 10(9)\}, Dfs(6) = \{6(0); 7(6); 8(6)\} \Rightarrow l = 2$	Yes	(5,6)
(6,7)	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 8(6); 9(1); 10(9)\}, Dfs(7) = \{7(0)\} \Rightarrow l = 2$	Yes	(6,7)
(6,8)	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 9(1); 10(9)\}, Dfs(8) = \{8(0)\} \Rightarrow l = 2$	Yes	(6,8)
(9,10)	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6); 9(1); 10(1)\} \Rightarrow l = 1$	No	

Kết luận: G có 5 cạnh cầu (1,2), (4,5), (5,6), (6,7) và (6,8).

b) Tìm số cạnh cầu của G sử dụng BFS:

Tìm số thành phần liên thông k của G sử dụng BFS:

$Bfs(1) = \{1(0); 2(1), 9(1), 10(1); 3(2), 4(2); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6)\}$

$\Rightarrow k = 1$

Lập bảng:

cạnh e	Số thành phần liên thông l của $G/\{e\}$	$l > k$?	Cạnh cầu
(1,2)	$Bfs(1)=\{1(0);9(1),10(1)\}, Bfs(2)=\{2(0);3(2),4(2);5(4);6(5);7(6);8(6)\} \Rightarrow l=2$	Yes	(1,2)
(1,9)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),10(1);3(2),4(2);5(4);6(5);7(6),8(6);9(10)\} \Rightarrow l=1$	No	
(1,10)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),,3(2),4(2);5(4);6(5);7(6),8(6);10(9)\} \Rightarrow l=1$	No	
(2,3)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),10(1);4(2),3(4);5(4);6(5);7(6),8(6)\} \Rightarrow l=1$	No	
(2,4)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),10(1);3(2);4(3);5(4);6(5);7(6),8(6)\} \Rightarrow l=1$	No	
(3,4)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),10(1);3(2),4(2);5(4);6(5);7(6),8(6)\} \Rightarrow l=1$	No	
(4,5)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),10(1);3(2),4(2)\}, Bfs(5)=\{5(0);6(5);7(6),8(6)\} \Rightarrow l=2$	Yes	(4,5)
(5,6)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),10(1);3(2),4(2);5(4)\}, Bfs(6)=\{6(0);7(6),8(6)\} \Rightarrow l=2$	Yes	(5,6)
(6,7)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),10(1);3(2),4(2);5(4);6(5);8(6)\}, Bfs(7)=\{7(0)\} \Rightarrow l=2$	Yes	(6,7)
(6,8)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),10(1);3(2),4(2);5(4);6(5);7(6)\}, Bfs(8)=\{8(0)\} \Rightarrow l=2$	Yes	(6,8)
(9,10)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),10(1);3(2),4(2);5(4);6(5);7(6),8(6)\} \Rightarrow l=1$	No	

Kết luận: G có 5 cạnh cầu (1,2), (4,5), (5,6), (6,7) và (6,8).

Câu hỏi 16

Cho đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh dưới dạng ma trận kề như sau:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
4	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
7	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
8	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

- a) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu chứng minh rằng G là đồ thị liên thông mạnh?
 b) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng chứng minh rằng G là đồ thị liên thông mạnh?

Giải

Số đỉnh của G là $n = 10$.

a) Sử dụng DFS chứng minh G liên thông mạnh:

$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 9(3); 10(9); 4(2); 6(4); 7(6); 8(7); 5(2)\} = V$.

$Dfs(2) = \{2(0); 3(2); 9(3); 10(9); 1(10); 4(2); 6(4); 7(6); 8(7); 5(2)\} = V$.

$Dfs(3) = \{3(0); 9(3); 10(9); 1(10); 1(2); 4(2); 6(4); 7(6); 8(7); 5(2)\} = V$.

$Dfs(4) = \{4(0); 6(4); 7(6); 8(7); 1(8); 2(1); 3(2); 9(3); 10(9); 5(2)\} = V$

$Dfs(5) = \{5(0); 6(5); 7(6); 4(7); 8(7); 1(8); 2(1); 3(2); 9(3); 10(9)\} = V$

$Dfs(6) = \{6(0); 7(6); 4(7); 8(7); 1(8); 2(1); 3(2); 9(3); 10(9); 5(2)\} = V$

$Dfs(7) = \{7(0); 4(7); 6(4); 8(6); 1(8); 2(1); 3(2); 9(3); 10(9); 5(2)\} = V$

$Dfs(8) = \{8(0); 1(8); 2(1); 3(2); 9(3); 10(9); 4(2); 6(4); 7(6); 5(2)\} = V$

$Dfs(9) = \{9(0); 10(9); 1(10); 2(1); 3(2); 4(2); 6(4); 7(6); 8(7); 5(2)\} = V$

$Dfs(10) = \{10(0); 1(10); 2(1); 3(2); 9(3); 4(2); 6(4); 7(6); 8(7); 5(2)\} = V$

Kết luận: G liên thông mạnh.

a) Sử dụng BFS chứng minh G liên thông mạnh :

$Bfs(1) = \{1(0); 2(1), 3(1); 4(2), 5(2); 9(3), 10(3); 6(4), 7(4); 8(6)\} = V$

$Bfs(2) = \{2(0); 3(2), 4(2), 5(2); 9(3), 10(3); 6(4), 7(4); 1(10); 8(6)\} = V$

$Bfs(3) = \{3(0); 9(3), 10(3); 1(10); 2(1), 4(2), 5(2); 6(4), 7(4); 8(6)\} = V$

$Bfs(4) = \{4(0); 6(4), 7(4); 8(6); 1(8); 2(1), 3(1); 5(2); 9(3), 10(3)\} = V$

$Bfs(5) = \{5(0); 6(5); 7(6), 8(6); 4(7); 1(8); 2(1), 3(1); 9(3), 10(3)\} = V$

$Bfs(6) = \{6(0); 7(6), 8(6); 1(8); 2(1), 3(1); 4(2), 5(2); 9(3), 10(3)\} = V$

$Bfs(7) = \{7(0); 4(7), 8(7); 1(8); 2(1), 3(1); 5(2); 9(3), 10(3); 6(5)\} = V$

$Bfs(8) = \{8(0); 1(8), 2(8); 3(1); 4(2), 5(2); 9(3), 10(3); 6(4), 7(4)\} = V$

$Bfs(9) = \{9(0); 10(9); 1(10), 2(10); 3(1); 4(2), 5(2); 6(4), 7(4); 8(6)\} = V$

$Bfs(10) = \{10(0); 1(10), 2(10); 3(1); 4(2), 5(2); 9(3); 6(4), 7(4); 8(6)\} = V$

Kết luận: G liên thông mạnh.

Câu hỏi 17

Cho đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh và 16 cạnh dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	5	8
1	5	5	9
2	3	6	9
2	4	7	1
3	6	7	2
3	10	8	9
4	6	9	10
4	7	10	1

- a) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu chứng minh rằng G là đồ thị liên thông mạnh?
 b) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng chứng minh rằng G là đồ thị liên thông mạnh?

Giải

Số đỉnh của đồ thị có hướng G là $n = 10$.

a) Sử dụng DFS chứng minh G liên thông mạnh :

$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 6(3); 9(6); 10(9); 4(2); 7(4); 5(1); 8(5)\} = V$
 $Dfs(2) = \{2(0); 3(2); 6(3); 9(6); 10(9); 1(10); 5(1); 8(5); 4(2); 7(4)\} = V$
 $Dfs(3) = \{3(0); 6(3); 9(6); 10(9); 1(10); 2(1); 4(2); 7(4); 5(1); 8(5)\} = V$
 $Dfs(4) = \{4(0); 7(4); 1(7); 2(1); 3(2); 6(3); 9(6); 10(9); 5(1); 8(5)\} = V$
 $Dfs(5) = \{5(0); 8(5); 9(8); 10(9); 1(10); 2(1); 3(2); 6(3); 4(2); 7(4)\} = V$
 $Dfs(6) = \{6(0); 9(6); 10(9); 1(10); 2(1); 3(2); 4(2); 7(4); 5(1); 8(5)\} = V$
 $Dfs(7) = \{7(0); 1(7); 2(1); 3(2); 6(3); 9(6); 10(9); 4(2); 5(1); 8(5)\} = V$
 $Dfs(8) = \{8(0); 9(8); 10(9); 1(10); 2(1); 3(2); 6(3); 4(2); 7(4); 5(1)\} = V$
 $Dfs(9) = \{9(0); 10(9); 1(10); 2(1); 3(2); 6(3); 4(2); 7(4); 5(1); 8(1)\} = V$
 $Dfs(10) = \{10(0); 1(10); 2(1); 3(2); 6(3); 9(6); 4(2); 7(4); 5(1); 8(1)\} = V$

Kết luận: G liên thông mạnh.

a) Sử dụng BFS chứng minh G liên thông mạnh :

$Bfs(1) = \{1(0); 2(1); 5(1); 3(2); 4(2); 8(5); 9(5); 6(3); 10(3); 7(4)\} = V$
 $Bfs(2) = \{2(0); 3(2); 4(2); 6(3); 10(3); 7(4); 9(6); 1(10); 5(1); 8(5)\} = V$
 $Bfs(3) = \{3(0); 6(3); 10(3); 9(6); 1(10); 2(1); 5(1); 4(2); 8(5); 7(4)\} = V$
 $Bfs(4) = \{4(0); 6(4); 7(4); 9(6); 1(7); 2(7); 10(9); 5(1); 3(2); 4(2)\} = V$
 $Bfs(5) = \{5(0); 8(5); 9(5); 9(6); 10(9); 1(10); 2(1); 5(1); 3(2); 4(2)\} = V$
 $Bfs(6) = \{6(0); 9(6); 10(9); 1(10); 2(1); 5(1); 3(2); 4(2); 8(5); 7(4)\} = V$
 $Bfs(7) = \{7(0); 1(7); 2(7); 5(1); 3(2); 4(2); 8(5); 9(5); 6(3); 10(3)\} = V$
 $Bfs(8) = \{8(0); 9(8); 10(9); 1(10); 2(1); 5(1); 3(2); 4(2); 6(3); 7(4)\} = V$
 $Bfs(9) = \{9(0); 10(9); 1(10); 2(1); 5(1); 3(2); 4(2); 8(5); 6(3); 7(4)\} = V$
 $Bfs(10) = \{10(1); 1(10); 2(1); 5(1); 3(2); 4(2); 8(5); 9(5); 6(3); 7(4)\} = V$

Câu hỏi 18

Cho đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh dưới dạng danh sách kề như sau:

Ke(1) = {4, 10}	Ke (6) = {7}
Ke(2) = {4, 5, 6}	Ke (7) = {3, 9}
Ke(3) = {8}	Ke (8) = {9}
Ke(4) = {2, 10}	Ke(9) = {8}
Ke (5) = {7, 8}	Ke(10) = {1}

- c) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu chứng minh rằng G là đồ thị liên thông mạnh?
- d) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng chứng minh rằng G là đồ thị liên thông mạnh?

Câu hỏi 19

Cho đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh dưới dạng ma trận kề như sau:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
3	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
5	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
6	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0
7	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0
8	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0
9	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu, chứng minh rằng G là đồ thị liên thông yếu nhưng không liên thông mạnh?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng, chứng minh rằng G là đồ thị liên thông yếu nhưng không liên thông mạnh?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm số thành phần liên thông mạnh của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng tìm số thành phần liên thông mạnh của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

Số đỉnh của G là $n = 10$.

- a) Sử dụng DFS chứng minh G là đồ thị liên thông yếu nhưng không liên thông mạnh:

$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 10(4)\} \neq V \Rightarrow G$ không liên thông mạnh.

Xét đồ thị vô hướng nền của G :

$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 3(2); 7(3); 5(7); 6(5); 8(6); 9(8); 10(2)\}$

Kết luận: G là đồ thị liên thông yếu nhưng không liên thông mạnh.

- b) Sử dụng BFS chứng minh G là đồ thị liên thông yếu nhưng không liên thông mạnh:

$Bfs(1) = \{1(0); 4(1), 10(1); 2(4); 10(4)\} \neq V \Rightarrow G$ không liên thông mạnh.

Xét đồ thị vô hướng nền của G :

$Bfs(1) = \{1(0); 4(1), 10(1); 2(4); 3(2); 7(3), 8(3), 9(3); 5(7), 6(7)\} = V$

Kết luận: G là đồ thị liên thông yếu nhưng không liên thông mạnh.

- c) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm số thành phần liên thông mạnh của đồ thị G :

$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 10(4)\}$

$Dfs(2) = \{2(0); 4(2); 10(4); 1(10)\}$

$Dfs(3) = \{3(0); 2(3); 4(2); 10(4); 1(10); 8(3); 5(8); 6(5); 7(6); 9(7)\}$

$Dfs(4) = \{4(0); 2(4); 10(4); 1(10)\}$

$Dfs(5) = \{5(0); 6(5); 7(6); 3(7); 2(3); 4(2); 10(4); 1(10); 8(3); 9(8)\}$

$Dfs(6) = \{6(0); 5(6); 7(5); 3(7); 2(3); 4(2); 10(4); 1(10); 8(3); 9(8)\}$

$Dfs(7) = \{7(0); 3(7); 2(3); 4(2); 10(4); 1(10); 8(3); 5(8); 6(5); 7(6)\}$

$Dfs(8) = \{8(0); 5(8); 6(5); 7(6); 3(7); 2(3); 4(2); 10(4); 1(10); 9(7)\}$

$Dfs(9) = \{9(0); 5(9); 6(5); 7(6); 3(7); 2(3); 4(2); 10(4); 1(10); 8(9)\}$

$Dfs(10) = \{10(0); 1(10); 4(1); 2(4)\}$

$$k=1 \Rightarrow \{1, 4, 2, 10\}$$

$$k=2 \Rightarrow \{3, 8, 5, 6, 7, 9\}$$

Kết luận:

Số thành phần liên thông mạnh của G là $k=2$;

Thành phần liên thông 1= $\{1, 2, 4, 10\}$

Thành phần liên thông 2= $\{3, 5, 6, 7, 8, 9\}$

d) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng tìm số thành phần liên thông mạnh của đồ thị G:

$$\text{Bfs}(1) = \{1(0); 4(1), 10(1); 2(4)\}$$

$$\text{Bfs}(2) = \{2(0); 4(2); 10(4); 1(10)\}$$

$$\text{Bfs}(3) = \{3(0); 2(3), 8(3), 9(3); 4(2); 5(8), 6(8), 7(8); 10(4); 1(10)\}$$

$$\text{Bfs}(4) = \{4(0); 2(4), 10(4); 1(10)\}$$

$$\text{Bfs}(5) = \{5(0); 6(5), 7(5); 8(6); 3(7), 9(7); 2(3); 4(2); 10(4); 1(10)\}$$

$$\text{Bfs}(6) = \{6(0); 5(6), 7(6), 8(6); 3(7), 9(7); 2(3); 4(2); 10(4); 1(10)\}$$

$$\text{Bfs}(7) = \{7(0); 3(7), 8(7), 9(7); 2(3); 5(8), 6(8); 4(2); 10(4); 1(10)\}$$

$$\text{Bfs}(8) = \{8(0); 5(8), 6(8), 7(8), 9(8); 3(7); 2(3); 4(2); 10(4); 1(10)\}$$

$$\text{Bfs}(9) = \{9(0); 5(9), 8(9); 6(5), 7(5); 3(7); 2(3); 4(2); 10(4); 1(10)\}$$

$$\text{Bfs}(10) = \{10(0); 1(10), 2(10); 4(1)\}$$

$$k=1 \Rightarrow \{1, 4, 10, 2\}$$

$$k=2 \Rightarrow \{3, 8, 9, 5, 6, 7\}$$

Kết luận:

Số thành phần liên thông mạnh của G là $k=2$;

Thành phần liên thông 1= $\{1, 2, 4, 10\}$

Thành phần liên thông 2= $\{3, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Câu hỏi 20

Cho đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh và 16 cạnh dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	5	9
1	5	5	10
2	3	6	7
2	4	7	2
3	4	7	8
3	6	8	5
4	6	9	10
4	7	10	8

- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu, chứng minh rằng G là đồ thị liên thông yếu nhưng không liên thông mạnh?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng, chứng minh rằng G là đồ thị liên thông yếu nhưng không liên thông mạnh?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm số thành phần liên thông mạnh của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng tìm số thành phần liên thông mạnh của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

Số đỉnh của G là $n = 10$.

- a) Sử dụng DFS chứng minh G là đồ thị liên thông yếu nhưng không liên thông mạnh:

$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 6(4); 7(6); 8(7); 5(8); 9(5); 10(9)\} = V$

$Dfs(2) = \{2(0); 3(2); 4(3); 6(4); 7(6); 8(7); 5(8); 9(5); 10(9)\} \neq V \Rightarrow G$ không liên thông mạnh.

Xét đồ thị vô hướng nền của G :

$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 6(4); 7(6); 8(7); 5(8); 9(5); 10(9)\} = V$

Kết luận: G là đồ thị liên thông yếu nhưng không liên thông mạnh.

- b) Sử dụng BFS chứng minh G là đồ thị liên thông yếu nhưng không liên thông mạnh:

$Bfs(1) = \{1(0); 2(1), 5(1); 3(2), 4(2); 9(5), 10(5); 6(3); 7(4); 8(7)\} = V$

$Bfs(2) = \{2(0); 3(2), 4(2); 6(3); 7(4); 8(7); 5(8); 9(5), 10(5)\} \neq V \Rightarrow G$ không liên thông mạnh.

Xét đồ thị vô hướng nền của G :

$Bfs(1) = \{1(0); 2(1), 5(1); 3(2), 4(2), 7(2); 8(5), 9(5), 10(5); 6(3)\} = V \Rightarrow G$ không liên thông

Kết luận: G là đồ thị liên thông yếu nhưng không liên thông mạnh

- c) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm số thành phần liên thông mạnh của đồ thị G :

$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 6(4); 7(6); 8(7); 5(8); 9(5); 10(9)\}$

$Dfs(2) = \{2(0); 3(2); 4(3); 6(4); 7(6); 8(7); 5(8); 9(5); 10(9)\}$

$Dfs(3) = \{3(0); 4(3); 6(4); 7(6); 2(7); 8(7); 5(8); 9(5); 10(9)\}$

$Dfs(4) = \{4(0); 6(4); 7(6); 2(7); 3(2); 8(7); 5(8); 9(5); 10(9)\}$

$Dfs(5) = \{5(0); 9(5); 10(9); 8(10)\}$

$Dfs(6) = \{6(0); 7(6); 2(7); 3(2); 4(3); 8(7); 5(8); 9(5); 10(9)\}$

$Dfs(7) = \{7(0); 2(7); 3(2); 4(3); 6(3); 8(7); 5(8); 9(5); 10(9)\}$

$Dfs(8) = \{8(0); 5(8); 9(5); 10(9)\}$

$Dfs(9) = \{9(0); 10(9); 8(10); 5(8)\}$

$Dfs(10) = \{10(0); 8(10); 5(8); 9(5)\}$

$$k=1 \Rightarrow \{1\}$$

$$k=2 \Rightarrow \{2, 3, 4, 6, 7\}$$

$$k=3 \Rightarrow \{5, 9, 10, 8\}$$

Kết luận:

Số thành phần liên thông mạnh của G là $k=3$;

Thành phần liên thông 1 = $\{1\}$

Thành phần liên thông 2 = $\{2, 3, 6, 7\}$

Thành phần liên thông 3 = $\{5, 8, 9, 10\}$

d) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng tìm số thành phần liên thông mạnh của đồ thị G:

$$\text{Bfs}(1) = \{1(0); 2(1), 5(1); 3(2), 4(2); 9(5), 10(5); 6(3); 7(4); 8(7)\}$$

$$\text{Bfs}(2) = \{2(0); 3(2), 4(2); 6(3); 7(4); 8(7); 5(8); 9(5), 10(5)\}$$

$$\text{Bfs}(3) = \{3(0); 4(3), 6(3); 7(4); 2(7), 8(7); 5(8); 9(5), 10(5)\}$$

$$\text{Bfs}(4) = \{4(0); 6(4), 7(4); 2(7), 8(7); 3(2); 5(8); 9(5), 10(5)\}$$

$$\text{Bfs}(5) = \{5(0); 9(5), 10(5); 8(10);$$

$$\text{Bfs}(6) = \{6(0); 7(6); 2(7), 8(7); 3(2), 4(2); 5(8); 9(5), 10(5)\}$$

$$\text{Bfs}(7) = \{7(0); 2(7), 8(7); 3(2), 4(2); 5(8); 6(3); 9(5), 10(5)\}$$

$$\text{Bfs}(8) = \{8(0); 5(8); 9(5), 10(5)\}$$

$$\text{Bfs}(9) = \{9(0); 10(9); 8(10); 5(8)\}$$

$$\text{Bfs}(10) = \{10(0); 8(10); 5(8); 10(5)\}$$

$$k=1 \Rightarrow \{1\}$$

$$k=2 \Rightarrow \{2, 3, 4, 6, 7\}$$

$$k=3 \Rightarrow \{5, 9, 10, 8\}$$

Kết luận:

Số thành phần liên thông mạnh của G là $k=3$;

Thành phần liên thông 1 = $\{1\}$

Thành phần liên thông 2 = $\{2, 3, 6, 7\}$

Thành phần liên thông 3 = $\{5, 8, 9, 10\}$