

GIẢI BÀI TẬP TOÁN RỜI RẠC 2 – CHƯƠNG 4

Câu hỏi 1

Cho đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	20	5	17	∞	∞	∞
2	20	0	∞	1	∞	∞	1
3	5	∞	0	25	3	10	∞
4	17	1	25	0	15	∞	∞
5	∞	∞	3	15	0	1	∞
6	∞	∞	10	∞	1	0	1
7	∞	1	∞	∞	∞	1	0

- a) Sử dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh 1 của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.
 b) Dựa trên kết quả a), tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 7 của đồ thị G đã cho.

Giải

a) Sử dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh 1:

Số đỉnh $n = 7$; $s = 1$.

Lập bảng :

Bước	$d[1] e[1]$	$d[2] e[2]$	$d[3] e[3]$	$d[4] e[4]$	$d[5] e[5]$	$d[6] e[6]$	$d[7] e[7]$	Đỉnh được gán nhãn
1	0 0	20 1	5 1	17 1	∞ 1	∞ 1	∞ 1	1
2		20 1	5 1	17 3	8 3	15 3	∞ 1	3
3		20 1		17 1	8 3	9 5	∞ 1	5
4		20 1		17 1		9 5	10 6	6
5		11 7		17 1			10 6	7
6		11 7		12 2				2
7				12 2				4

b) Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 7

$s = 1$; $t = 7$:

Đường đi ngắn nhất từ 1 đến 7: $7 \leftarrow 6 \leftarrow 5 \leftarrow 3 \leftarrow 1$ với độ dài $d[7] = 10$.

c) Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 4:

$s = 1$; $t = 4$:

Đường đi ngắn nhất từ 1 đến 4: $4 \leftarrow 2 \leftarrow 7 \leftarrow 6 \leftarrow 5 \leftarrow 3 \leftarrow 1$ với độ dài $d[4] = 12$.

Câu hỏi 2

Cho đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	10	15	20	60	1	∞
2	∞	0	3	∞	∞	∞	30
3	∞	∞	0	25	1	∞	45
4	∞	10	25	0	35	∞	∞
5	∞	2	3	∞	0	1	3
6	∞	∞	1	1	∞	0	25
7	∞	1	∞	30	∞	1	0

- Sử dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 7 đến đỉnh 4 của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.
- Sử dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 5 của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

Câu hỏi 3

Cho đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	15	∞	∞	∞	1	39
2	∞	0	2	∞	∞	∞	∞
3	∞	∞	0	2	10	∞	∞
4	∞	7	∞	0	∞	∞	5
5	∞	-2	∞	4	0	∞	∞
6	∞	14	∞	∞	-5	0	20
7	2	2	∞	∞	∞	∞	0

- a) Sử dụng thuật toán Bellman-Ford, tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh 1 của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán
- b) Dựa trên kết quả a), tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 7 của đồ thị G đã cho.

Giải

a) Sử dụng thuật toán Bellman-Ford, tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh 1:

Số đỉnh $n = 7$; $s = 1$.

Liệt kê cạnh nối đến các đỉnh :

1	2	3	4	5	6	7
$7 \rightarrow 1$ (2)	$1 \rightarrow 2$ (15) $4 \rightarrow 2$ (7) $5 \rightarrow 2$ (-2) $6 \rightarrow 2$ (14) $7 \rightarrow 2$ (2)	$2 \rightarrow 3$ (2)	$3 \rightarrow 4$ (2) $5 \rightarrow 4$ (4)	$3 \rightarrow 5$ (10) $6 \rightarrow 5$ (-5)	$1 \rightarrow 6$ (1)	$1 \rightarrow 7$ (39) $4 \rightarrow 7$ (5) $6 \rightarrow 7$ (20)

Lập bảng :

Bước	$d[1] e[1]$	$d[2] e[2]$	$d[3] e[3]$	$d[4] e[4]$	$d[5] e[5]$	$d[6] e[6]$	$d[7] e[7]$	ok ?
Khởi tạo	0 0	15 1	∞ 1	∞ 1	∞ 1	1 1	39 1	0
1	0 0	15 1	17 2	19 3	-4 6	1 1	21 6	0
2	0 0	-6 5	-4 2	-2 3	-4 6	1 1	3 4	0
3	0 0	-6 5	-4 2	-2 3	-4 6	1 1	3 4	1

b) Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 7

$s = 1; t = 7 :$

Đường đi ngắn nhất từ 1 đến 7: $7 \leftarrow 4 \leftarrow 3 \leftarrow 2 \leftarrow 5 \leftarrow 6 \leftarrow 1$ với độ dài $d[7] = 3$.

Câu hỏi 4

Cho đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	25	∞	27	∞	30	∞
2	25	0	∞	∞	1	∞	15
3	∞	∞	0	15	3	1	∞
4	27	∞	15	0	25	∞	∞
5	∞	1	3	25	0	∞	∞
6	∞	∞	1	∞	∞	0	1
7	∞	15	∞	∞	∞	1	0

- a) Sử dụng thuật toán Bellman-Ford, tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh 2 của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán
- b) Dựa trên kết quả a), tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 2 đến đỉnh 6 của đồ thị G đã cho.

Giải

a) Sử dụng thuật toán Bellman-Ford, tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh 2:

Số đỉnh $n = 7$; $s = 2$.

Liệt kê cạnh nối đến các đỉnh :

1	2	3	4	5	6	7
$2 \rightarrow 1$ (25) $4 \rightarrow 1$ (27)	$1 \rightarrow 2$ (25) $5 \rightarrow 2$ (1) $7 \rightarrow 2$ (15)	$4 \rightarrow 3$ (15) $5 \rightarrow 3$ (3) $6 \rightarrow 3$ (1)	$1 \rightarrow 4$ (27) $3 \rightarrow 4$ (15) $5 \rightarrow 4$ (25)	$2 \rightarrow 5$ (1) $3 \rightarrow 5$ (3) $4 \rightarrow 5$ (25)	$1 \rightarrow 6$ (30) $3 \rightarrow 6$ (1) $7 \rightarrow 6$ (1)	$2 \rightarrow 7$ (15) $6 \rightarrow 7$ (1)

Lập bảng :

Bước	$d[1] e[1]$	$d[2] e[2]$	$d[3] e[3]$	$d[4] e[4]$	$d[5] e[5]$	$d[6] e[6]$	$d[7] e[7]$	ok ?
Khởi tạo	25 2	0 0	∞ 2	∞ 2	1 2	∞ 2	15 2	0
1	25 2	0 0	4 5	19 3	1 2	5 3	6 6	0
2	25 2	0 0	4 5	19 3	1 2	5 3	6 6	1

b) Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 2 đến đỉnh 7

$s = 2$; $t = 7$:

Đường đi ngắn nhất từ 2 đến 7: $7 \leftarrow 6 \leftarrow 3 \leftarrow 5 \leftarrow 2$ với độ dài $d[7] = 6$.

Câu hỏi 5

Cho đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ gồm 6 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

	1	2	3	4	5	6
1	0	15	5	20	∞	∞
2	1	0	∞	17	10	∞
3	∞	∞	0	2	∞	50
4	15	1	∞	0	∞	70
5	20	30	∞	10	0	10
6	∞	18	∞	23	20	0

- Sử dụng thuật toán Floyd, tìm đường đi ngắn nhất giữa các đỉnh của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán
- Dựa trên kết quả a), tìm đường đi ngắn nhất giữa các cặp đỉnh (1, 2), (2, 1) và (3, 4) của đồ thị G đã cho.

Giải

a) Sử dụng thuật toán Floyd, tìm đường đi ngắn nhất giữa các đỉnh của đồ thị G :

Số đỉnh $n = 6$.

Lập bảng:

Khởi tạo:

	1	2	3	4	5	6
1	0 1	15 1	5 1	20 1	∞ 1	∞ 1
2	1 2	0 2	∞ 2	17 2	10 2	∞ 2
3	∞ 3	∞ 3	0 3	2 3	∞ 3	50 3
4	15 4	1 4	∞ 4	0 4	∞ 4	70 4
5	20 5	30 5	∞ 5	10 5	0 5	10 5
6	∞ 6	18 6	∞ 6	23 6	20 6	0 6

k = 1:

gi nguyên hàng 1 , ct 1

	1	2	3	4	5	6
1	0 1	15 1	5 1	20 1	∞ 1	∞ 1
2	1 2	0 2	6 1	17 2	10 2	∞ 2
3	∞ 3	∞ 3	0 3	2 3	∞ 3	50 3
4	15 4	1 4	20 1	0 4	∞ 4	70 4
5	20 5	30 5	25 1	10 5	0 5	10 5
6	∞ 6	18 6	∞ 6	23 6	20 6	0 6

k = 2:

	1	2	3	4	5	6
1	0 1	15 1	5 1	20 1	25 2	∞ 1
2	1 2	0 2	6 1	17 2	10 2	∞ 2
3	∞ 3	∞ 3	0 3	2 3	∞ 3	50 3
4	2 2	1 4	7 2	0 4	11 2	70 4
5	20 5	30 5	25 1	10 5	0 5	10 5
6	19 2	18 6	24 2	23 6	20 6	0 6

k = 3:

	1	2	3	4	5	6
1	0 1	15 1	5 1	7 3	25 2	55 3
2	1 2	0 2	6 1	8 3	10 2	56 3
3	∞ 3	∞ 3	0 3	2 3	∞ 3	50 3
4	2 2	1 4	7 2	0 4	11 2	57 3
5	20 5	30 5	25 1	10 5	0 5	10 5
6	19 2	18 6	24 2	23 6	20 6	0 6

k = 4:

	1	2	3	4	5	6
1	0 1	8 4	5 1	7 3	18 4	55 3
2	1 2	0 2	6 1	8 3	10 2	56 3
3	4 4	3 4	0 3	2 3	13 4	50 3
4	2 2	1 4	7 2	0 4	11 2	57 3
5	12 4	11 4	17 4	10 5	0 5	10 5
6	19 2	18 6	24 2	23 6	20 6	0 6

$k = 5$:

	1	2	3	4	5	6
1	0 1	8 4	5 1	7 3	18 4	28 5
2	1 2	0 2	6 1	8 3	10 2	20 5
3	4 4	3 4	0 3	2 3	13 4	23 5
4	2 2	1 4	6 2	0 4	11 2	21 5
5	12 4	11 4	17 4	10 5	0 5	10 5
6	19 2	18 6	24 2	23 6	20 6	0 6

$k = 6$:

	1	2	3	4	5	6
1	0 1	8 4	5 1	7 3	19 4	28 5
2	1 2	0 2	6 1	8 3	10 2	20 5
3	4 4	3 4	0 3	2 3	13 4	23 5
4	2 2	1 4	6 2	0 4	11 2	21 5
5	12 4	11 4	17 4	10 5	0 5	10 5
6	19 2	18 6	24 2	23 6	20 6	0 6

b) Dựa trên kết quả a), tìm đường đi ngắn nhất giữa các cặp đỉnh (1, 2), (2, 1) và (3, 4) của đồ thị G đã cho:

Đường đi ngắn nhất từ $i = 1$ đến $j = 2$: $2 \leftarrow 4 \leftarrow 3 \leftarrow 1$ với độ dài $d[1][2] = 8$.
Đường đi ngắn nhất từ $i = 2$ đến $j = 1$: $1 \leftarrow 2$ với độ dài $d[2][1] = 1$.
Đường đi ngắn nhất từ $i = 3$ đến $j = 4$: $4 \leftarrow 3$ với độ dài $d[3][4] = 2$.

Câu hỏi 6

Cho đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	15	∞	∞	∞	1	39
2	∞	0	2	∞	∞	∞	∞
3	∞	∞	0	2	10	∞	∞
4	∞	7	∞	0	∞	∞	5
5	∞	-2	∞	4	0	∞	∞
6	∞	14	∞	∞	-5	0	20
7	2	2	∞	∞	∞	∞	0

- Sử dụng thuật toán Floyd, tìm đường đi ngắn nhất giữa các đỉnh của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán
- Dựa trên kết quả a), tìm đường đi ngắn nhất giữa các cặp đỉnh $(1, 2)$, $(1, 6)$ và $(5, 6)$ của đồ thị G đã cho.