

## GIẢI BÀI TẬP TOÁN RỜI RẠC 2 – CHƯƠNG 2

### Câu hỏi 1

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh dưới dạng ma trận kề như sau:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
2	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0
3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
5	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1
6	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1
7	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1
8	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0
9	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1
0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0

- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm một đường đi từ đỉnh 3 đến đỉnh 9 của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm một đường đi từ đỉnh 3 đến đỉnh 9 của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

### Giải

Số đỉnh của  $G$  là  $n = 10$ .

**a) Tìm đường đi từ đỉnh 3 đến đỉnh 9 của  $G$  sử dụng DFS :  $u = 3, v = 9$ .**

$Dfs(3) = \{3(0); 2(3); 1(2); 5(1); 6(5); 4(6); 8(4); 7(8); 9(7); 10(9)\}$ .

**Kết luận:** Đường đi từ đỉnh 3 đến đỉnh 9 là  $9 \leftarrow 7 \leftarrow 8 \leftarrow 4 \leftarrow 6 \leftarrow 5 \leftarrow 1 \leftarrow 2 \leftarrow 3$ .

**b) Tìm đường đi từ đỉnh 3 đến đỉnh 9 của  $G$  sử dụng BFS :  $u = 3, v = 9$**

$Bfs(3) = \{3(0); 2(3); 1(2), 4(2), 6(2); 5(1), 8(1), 10(1); 7(6); 9(5)\}$ .

**Kết luận :** Đường đi từ đỉnh 3 đến đỉnh 9 là  $9 \leftarrow 5 \leftarrow 1 \leftarrow 2 \leftarrow 3$ .

### Câu hỏi 2

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh và 12 cạnh dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	2	6
1	5	4	6
1	8	5	7
1	10	5	9
2	3	7	9
2	4	8	10

- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm một đường đi từ đỉnh 6 đến đỉnh 7 của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng tìm một đường đi từ đỉnh 6 đến đỉnh 7 của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

### Giải

Số đỉnh của đồ thị vô hướng  $G$  là  $n = 10$ .

**a) Tìm đường đi từ đỉnh 6 đến đỉnh 7 của  $G$  sử dụng DFS :  $u = 6, v = 7$**

$Dfs(6) = \{6(0); 2(6); 1(2); 5(1); 7(5); 9(7); 8(1); 10(8); 3(2); 4(2)\}$ .

**Kết luận :** Đường đi từ đỉnh 6 đến đỉnh 7 là  $7 \leftarrow 5 \leftarrow 1 \leftarrow 2 \leftarrow 6$ .

**b) Tìm đường đi từ đỉnh 6 đến đỉnh 7 của  $G$  sử dụng BFS :  $u = 6, v = 7$**

$Bfs(6) = \{6(0); 2(6), 4(6); 1(2), 3(2); 5(1), 8(1), 10(1); 7(5), 9(5)\}$ .

**Kết luận :** Đường đi từ đỉnh 6 đến đỉnh 7 là  $7 \leftarrow 5 \leftarrow 1 \leftarrow 2 \leftarrow 6$ .

### **Câu hỏi 3**

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh dưới dạng danh sách kề như sau:

Ke(1) = {2, 9, 10}	Ke(6) = {5, 7, 8}
Ke(2) = {1, 3, 4}	Ke(7) = {6}
Ke(3) = {2, 4}	Ke(8) = {6}
Ke(4) = {2, 3, 5}	Ke(9) = {1, 10}
Ke(5) = {4, 6}	Ke(10) = {1, 9}

- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm một đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh 8 của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng tìm một đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh 8 của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

### **Giải**

Số đỉnh của  $G$  là  $n = 10$ .

**a) Tìm đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh 8 của  $G$  sử dụng DFS :  $u = 1, v = 8$**

Dfs(1) = {1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6); 9(1); 10(9)}

**Kết luận :** Đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh 8 là  $8 \leftarrow 6 \leftarrow 5 \leftarrow 4 \leftarrow 3 \leftarrow 2 \leftarrow 1$

**b) Tìm đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh 8 của  $G$  sử dụng BFS :  $u = 1, v = 8$**

Bfs(1) = {1(0); 2(1), 9(1), 10(1); 3(2), 4(2); 5(4); 6(5); 7(6), 8(6)}

**Kết luận :** Đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh 8 là  $8 \leftarrow 6 \leftarrow 5 \leftarrow 4 \leftarrow 2 \leftarrow 1$

#### **Câu hỏi 4**

Cho đồ thị có hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh dưới dạng ma trận kề như sau:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
4	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
7	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
8	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm một đường đi từ đỉnh 2 đến đỉnh 8 của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm một đường đi từ đỉnh 2 đến đỉnh 8 của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

#### **Giải**

Số đỉnh của  $G$  là  $n = 10$ .

**a) Tìm đường đi từ đỉnh 2 đến đỉnh 8 của  $G$  sử dụng DFS :  $u = 2, v = 8$**

$Dfs(2) = \{2(0); 3(2); 9(3); 10(9); 1(10); 4(2); 6(4); 7(6); 8(7); 5(2)\}$ .

**Kết luận:** Đường đi từ đỉnh 2 đến đỉnh 8 là  $8 \leftarrow 7 \leftarrow 6 \leftarrow 4 \leftarrow 2$ .

**b) Tìm đường đi từ đỉnh 2 đến đỉnh 8 của  $G$  sử dụng BFS :  $u = 2, v = 8$**

$Bfs(2) = \{2(0); 3(2), 4(2), 5(2); 9(3), 10(3); 6(4), 7(4); 1(10); 8(6)\}$ .

**Kết luận:** Đường đi từ đỉnh 2 đến đỉnh 8 là  $8 \leftarrow 6 \leftarrow 4 \leftarrow 2$ .

**Câu hỏi 5**

Cho đồ thị có hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh và 16 cạnh dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	5	9
1	5	5	10
2	3	6	7
2	4	7	2
3	4	7	8
3	6	8	5
4	6	9	10
4	7	10	8

- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm một đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh 10 của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm một đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh 10 của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

**Giải**

Số đỉnh của  $G$  là  $n = 10$ .

**a) Tìm đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh 10 của  $G$  sử dụng DFS :  $u = 1, v = 10$**

$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 6(4); 7(6); 8(7); 5(8); 9(5); 10(9)\}$ .

**Kết luận :** Đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh 10 là  $10 \leftarrow 9 \leftarrow 5 \leftarrow 8 \leftarrow 7 \leftarrow 6 \leftarrow 4 \leftarrow 3 \leftarrow 2 \leftarrow 1$ .

**b) Tìm đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh 10 của  $G$  sử dụng BFS :  $u = 1, v = 10$**

$Bfs(1) = \{1(0); 2(1), 5(1); 3(2), 4(2); 9(5), 10(5); 6(3); 7(4); 8(10)\}$

**Kết luận :** Đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh 10 là  $10 \leftarrow 5 \leftarrow 1$ .

**Câu hỏi 6**

Cho đồ thị có hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh dưới dạng danh sách kề như sau:

Ke(1) = {4, 10}	Ke (6) = {7}
Ke(2) = {4, 5, 6}	Ke (7) = {3, 9}
Ke(3) = {8}	Ke (8) = {9}
Ke(4) = {2, 10}	Ke(9) = {8}
Ke (5) = {7, 8}	Ke(10) = {1}

- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm một đường đi từ đỉnh 10 đến đỉnh 9 của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng tìm một đường đi từ đỉnh 10 đến đỉnh 9 của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

**Giải**

Số đỉnh của  $G$  là  $n=10$ .

**a) Tìm đường đi từ đỉnh 10 đến đỉnh 9 của  $G$  sử dụng DFS :  $u=10, v=9$**

Dfs(10) = {10(0); 1(10); 4(1); 2(4); 5(2); 7(5); 3(7); 8(3); 9(8); 6(2)}

**Kết luận :** Đường đi từ đỉnh 10 đến đỉnh 9 là  $9 \leftarrow 8 \leftarrow 3 \leftarrow 7 \leftarrow 5 \leftarrow 2 \leftarrow 4 \leftarrow 1 \leftarrow 10$ .

**b) Tìm đường đi từ đỉnh 10 đến đỉnh 9 của  $G$  sử dụng BFS :  $u=10, v=9$**

Bfs(10) = {10(0); 1(10); 4(1); 2(4); 5(2), 6(2); 7(5), 8(5); 3(7), 9(7)}.

**Kết luận :** Đường đi từ đỉnh 10 đến đỉnh 9 là  $9 \leftarrow 7 \leftarrow 5 \leftarrow 2 \leftarrow 4 \leftarrow 1 \leftarrow 10$ .

**Câu hỏi 7**

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh dưới dạng ma trận kề như sau:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
2	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
4	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
5	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
6	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
7	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
9	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0

- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm số thành phần liên thông của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm số thành phần liên thông của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

**Giải**

Số đỉnh của  $G$  là  $n=10$ .

- a) Tìm số thành phần liên thông của  $G$  sử dụng DFS:

$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 5(2); 9(1); 8(9); 10(8)\}$

$Dfs(3) = \{3(0); 6(3); 7(6)\}$

**Kết luận:** Số thành phần liên thông  $k=2$

Thành phần liên thông 1 =  $\{1, 2, 4, 5, 8, 9, 10\}$

Thành phần liên thông 2 =  $\{3, 6, 7\}$

- b) Tìm số thành phần liên thông của  $G$  sử dụng BFS:

$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 5(2); 9(1); 8(9); 10(8)\}$

$Dfs(3) = \{3(0); 6(3); 7(6)\}$

**Kết luận:** Số thành phần liên thông  $k=2$

Thành phần liên thông 1 =  $\{1, 2, 4, 5, 8, 9, 10\}$

Thành phần liên thông 2 =  $\{3, 6, 7\}$

**Câu hỏi 8**

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh và 12 cạnh dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	4	5
1	10	4	9
2	4	5	9
2	5	5	10
3	6	6	7
3	7	9	10

- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm số thành phần liên thông của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm số thành phần liên thông của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

**Giải**

Số đỉnh của  $G$  là  $n = 10$ .

**a) Tìm số thành phần liên thông của  $G$  sử dụng DFS:**

$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 4(2); 5(4); 9(5); 10(9)\}$ .

$Dfs(3) = \{3(0); 6(3); 7(6)\}$

$Dfs(8) = \{8(0)\}$

**Kết luận:** Số thành phần liên thông  $k = 3$

Thành phần liên thông 1 =  $\{1, 2, 4, 5, 9, 10\}$

Thành phần liên thông 2 =  $\{3, 6, 7\}$

Thành phần liên thông 3 =  $\{8\}$

**b) Tìm số thành phần liên thông của  $G$  sử dụng BFS:**

$Bfs(1) = \{1(0); 2(1), 10(1); 4(2), 5(2); 9(10)\}$

$Bfs(3) = \{3(0); 6(3), 7(3)\}$

$Bfs(8) = \{8(0)\}$

**Kết luận:** Số thành phần liên thông  $k = 3$

Thành phần liên thông 1 =  $\{1, 2, 4, 5, 9, 10\}$

Thành phần liên thông 2 =  $\{3, 6, 7\}$

Thành phần liên thông 3 =  $\{8\}$



**Câu hỏi 9**

Cho đơn đồ thị có hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng danh sách kề như sau:

Ke(1) = {3, 7}	Ke (6) = {4, 5, 7}
Ke(2) = {9, 10}	Ke (7) = {1, 6}
Ke(3) = {4, 5}	Ke (8) = {9, 10}
Ke(4) = {3, 5, 6}	Ke(9) = {2, 8, 10}
Ke (5) = {3, 6}	Ke(10) = {2, 9, 8}

- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm số thành phần liên thông của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm số thành phần liên thông của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

**Giải**

Số đỉnh của  $G$  là  $n=10$ .

- Tìm số thành phần liên thông của  $G$  sử dụng DFS:

Dfs(1) = {1(0); 3(1); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6)}

Dfs(2) = {2(0); 9(2); 8(9); 10(8)}

**Kết luận:** Số thành phần liên thông  $k=2$

Thành phần liên thông 1 = {1, 3, 4, 5, 6, 7}

Thành phần liên thông 2 = {2, 8, 9, 10}

- Tìm số thành phần liên thông của  $G$  sử dụng BFS:

Bfs(1) = {1(0); 3(1), 7(1); 4(3), 5(3); 6(7)}

Bfs(2) = {2(0); 9(2), 10(2); 8(9)}

**Kết luận:** Số thành phần liên thông  $k=2$

Thành phần liên thông 1 = {1, 3, 4, 5, 6, 7}

Thành phần liên thông 2 = {2, 8, 9, 10}

**Câu hỏi 10**

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh dưới dạng ma trận kề như sau:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
2	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1
4	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
5	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
6	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
7	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
9	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0

- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

**Giải**

Số đỉnh của  $G$  là  $n=10$ .

**a) Tìm số đỉnh trụ của  $G$  sử dụng DFS:**

Tìm số thành phần liên thông  $k$  của  $G$  sử dụng DFS:

$$Dfs(1) = \{1(0); 6(1); 7(6)\}$$

$$Dfs(2) = \{2(0); 4(2); 3(4); 5(3); 9(3); 8(9); 10(8)\}$$

$$\Rightarrow k=2$$

**Lập bảng:**

Đỉnh $u$	Số thành phần liên thông $l$ của $G \setminus \{u\}$	$l > k$ ?	Đỉnh trụ
1	$Dfs(2)=\{2(0);4(2);3(4);5(3);9(3);8(9);10(8)\}$ , $Dfs(6)=\{6(0);7(6)\} \Rightarrow l=2$	No	
2	$Dfs(1)=\{1(0);6(1);7(6)\}$ , $Dfs(3)=\{3(0);4(3); 5(4); 9(3); 8(9); 10(8)\} \Rightarrow l=2$	No	
3	<b><math>Dfs(1)=\{1(0);6(1);7(6)\}</math>, <math>Dfs(2)=\{2(0);4(2);5(4)\}</math>, <math>Dfs(8)=\{8(0);9(8);10(9)\} \Rightarrow l=3</math></b>	<b>Yes</b>	<b>3</b>
4	$Dfs(1)=\{1(0);6(1);7(6)\}$ , $Dfs(2)=\{2(0);5(2);3(5);9(3);8(9);10(8)\} \Rightarrow l=2$	No	
5	$Dfs(1)=\{1(0);6(1);7(6)\}$ , $Dfs(2)=\{2(0);4(2);3(4);9(3);8(9);10(8)\} \Rightarrow l=2$	No	
6	<b><math>Dfs(1)=\{1(0)\}</math>, <math>Dfs(2)=\{2(0);4(2);3(4);5(3);9(3);8(9);10(8)\}</math>, <math>Dfs(7)=\{7(0)\} \Rightarrow l=3</math></b>	<b>Yes</b>	<b>6</b>
7	$Dfs(1)=\{1(0);6(1)\}$ , $Dfs(2)=\{2(0);4(2);3(4);5(3);9(3);8(9);10(8)\} \Rightarrow l=2$	No	
8	$Dfs(1)=\{1(0);6(1);7(6)\}$ , $Dfs(2)=\{2(0);4(2);3(4);5(3);9(3);10(9)\} \Rightarrow l=2$	No	
9	$Dfs(1)=\{1(0);6(1);7(6)\}$ , $Dfs(2)=\{2(0);4(2);3(4);5(3);10(3);8(10)\} \Rightarrow l=2$	No	
10	$Dfs(1)=\{1(0);6(1);7(6)\}$ , $Dfs(2)=\{2(0);4(2);5(2);3(4);5(3);9(3);8(9)\} \Rightarrow l=2$	No	

**Kết luận:**  $G$  có 2 đỉnh trụ 3 và 6.

**b) Tìm số đỉnh trụ của  $G$  sử dụng BFS:**

Tìm số thành phần liên thông  $k$  của  $G$  sử dụng BFS:

$$Bfs(1) = \{1(0); 6(1); 7(6)\}$$

$$Bfs(2) = \{2(0); 4(2), 5(2); 3(4); 9(3), 10(3); 8(9)\}$$

$$\Rightarrow k=2$$

Lập bảng :

Đỉnh u	Số thành phần liên thông l của $G/\{u\}$	$l > k$ ?	Đỉnh trụ
1	$Bfs(2)=\{2(0);4(2),5(2);3(4);9(3),10(3);8(9)\}, Bfs(6)=\{6(0);7(6)\} \Rightarrow l=2$	No	
2	$Bfs(1)=\{1(0);6(1);7(6)\}, Bfs(3)=\{3(0);4(3),5(3);9(3),10(3);8(9)\} \Rightarrow l=2$	No	
3	$Bfs(1)=\{1(0);6(1);7(6)\}, Bfs(2)=\{2(0);4(2),5(2)\}, Bfs(8)=\{8(0);9(8),10(8)\} \Rightarrow l=3$	Yes	3
4	$Bfs(1)=\{1(0);6(1);7(6)\}, Bfs(2)=\{2(0);5(2);3(5);9(3),10(3);8(9)\} \Rightarrow l=2$	No	
5	$Bfs(1)=\{1(0);6(1);7(6)\}, Bfs(2)=\{2(0);4(2);3(3);9(3),10(3);8(9)\} \Rightarrow l=2$	No	
6	$Bfs(1)=\{1(0)\}, Bfs(2)=\{2(0);4(2),5(2);3(4);9(3),10(3);8(9)\}, Bfs(7)=\{7(0)\} \Rightarrow l=3$	Yes	6
7	$Bfs(1)=\{1(0);6(1)\}, Bfs(2)=\{2(0);4(2),5(2);3(4);9(3),10(3);8(9)\} \Rightarrow l=2$	No	
8	$Bfs(1)=\{1(0);6(1);7(6)\}, Bfs(2)=\{2(0);4(2),5(2);3(4);9(3),10(3)\} \Rightarrow l=2$	No	
9	$Bfs(1)=\{1(0);6(1);7(6)\}, Bfs(2)=\{2(0);4(2),5(2);3(4);10(3);8(10)\} \Rightarrow l=2$	No	
10	$Bfs(1)=\{1(0);6(1);7(6)\}, Bfs(2)=\{2(0);4(2),5(2);3(4);9(3),8(9)\} \Rightarrow l=2$	No	

**Kết luận:** G có 2 đỉnh trụ 3 và 6.

**Câu hỏi 11**

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh và 12 cạnh dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	2	6
1	5	4	6
1	8	5	7
1	10	5	9
2	3	7	9
2	4	8	10

- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

**Giải**

Số đỉnh của đồ thị vô hướng  $G$  là  $n = 10$ .

a) Tìm số đỉnh trụ của  $G$  sử dụng DFS:

Tìm số thành phần liên thông  $k$  của  $G$  sử dụng DFS:

$$\text{Dfs}(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(2); 6(4); 5(1); 7(5); 9(7); 8(1); 10(8)\} = V$$

$$\Rightarrow k = 1$$

Lập bảng :

Đỉnh $u$	Số thành phần liên thông $l$ của $G/\{u\}$	$l > k$ ?	Đỉnh trụ
1	$\text{Dfs}(2) = \{2(0); 3(2); 4(2); 6(4)\}$ , $\text{Dfs}(5) = \{5(0); 7(5); 9(7)\}$ , $\text{Dfs}(8) = \{8(0); 10(8)\}$ $\Rightarrow l = 3$	Yes	1
2	$\text{Dfs}(1) = \{1(0); 5(1); 7(5); 9(7); 8(1); 10(8)\}$ , $\text{Dfs}(3) = \{3(0)\}$ , $\text{Dfs}(4) = \{4(0); 6(4)\}$ $\Rightarrow l = 3$	Yes	2
3	$\text{Dfs}(1) = \{1(0); 2(1); 4(2); 6(4); 5(1); 7(5); 9(7); 8(1); 10(8)\} \Rightarrow l = 1$	No	
4	$\text{Dfs}(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 6(2); 5(1); 7(5); 9(7); 8(1); 10(8)\} \Rightarrow l = 1$	No	
5	$\text{Dfs}(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 6(4); 8(1); 10(8)\}$ , $\text{Dfs}(7) = \{7(0); 9(7)\} \Rightarrow l = 2$	Yes	5
6	$\text{Dfs}(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(1); 7(5); 9(7); 8(1); 10(8)\} \Rightarrow l = 1$	No	
7	$\text{Dfs}(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 6(4); 5(1); 9(5); 8(1); 10(8)\} \Rightarrow l = 1$	No	
8	$\text{Dfs}(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 6(4); 5(1); 7(5); 9(7); 10(1)\} \Rightarrow l = 1$	No	
9	$\text{Dfs}(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 6(4); 5(1); 7(5); 8(1); 10(8)\} \Rightarrow l = 1$	No	
10	$\text{Dfs}(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 6(4); 5(1); 7(5); 9(7); 8(1)\} \Rightarrow l = 1$	No	

**Kết luận:**  $G$  có 3 đỉnh trụ 1, 2 và 5.

b) Tìm số đỉnh trụ của  $G$  sử dụng BFS:

Tìm số thành phần liên thông  $k$  của  $G$  sử dụng BFS:

$$\text{Bfs}(1) = \{1(0); 2(1), 5(1), 8(1), 10(1); 3(2), 4(2), 6(2); 7(5), 9(5)\} = V$$

$$\Rightarrow k = 1$$

Lập bảng :

Đỉnh $u$	Số thành phần liên thông $l$ của $G/\{u\}$	$l > k$ ?	Đỉnh trụ
1	$\text{Bfs}(2) = \{2(0); 3(2); 4(2); 6(2)\}$ , $\text{Bfs}(5) = \{5(0); 7(5); 9(5)\}$ , $\text{Bfs}(8) = \{8(0); 10(8)\}$ $\Rightarrow l = 3$	Yes	1
2	$\text{Bfs}(1) = \{1(0); 5(1); 7(5); 9(5); 8(1); 10(8)\}$ , $\text{Bfs}(3) = \{3(0)\}$ , $\text{Bfs}(4) = \{4(0); 6(4)\}$ $\Rightarrow l = 3$	Yes	2

3	$\text{Bfs}(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1),10(1);4(2),6(2);7(5),9(5)\} \Rightarrow l=1$	No	
4	$\text{Bfs}(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1),10(1);3(2),4(2),6(2);7(5),9(5)\} \Rightarrow l=1$	No	
5	$\text{Bfs}(1)=\{1(0);2(1),8(1),10(1);3(2),4(2),6(2)\}, \text{Bfs}(7)=\{7(0);9(7)\} \Rightarrow l=2$	Yes	5
6	$\text{Bfs}(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1),10(1);3(2),4(2);7(5),9(5)\} \Rightarrow l=1$	No	
7	$\text{Bfs}(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1),10(1);3(2),4(2),6(2);9(5)\} \Rightarrow l=1$	No	
8	$\text{Bfs}(1)=\{1(0);2(1),5(1),10(1);3(2),4(2),6(2);7(5),9(5)\} \Rightarrow l=1$	No	
9	$\text{Bfs}(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1),10(1);3(2),4(2),6(2);7(5)\} \Rightarrow l=1$	No	
10	$\text{Bfs}(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1);3(2),4(2),6(2);7(5),9(5)\} \Rightarrow l=1$	No	

**Kết luận:** G có 3 đỉnh trụ 1, 2 và 5.

**Câu hỏi 12**

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh dưới dạng danh sách kề như sau:

$Ke(1) = \{2, 9, 10\}$	$Ke(6) = \{5, 7, 8\}$
$Ke(2) = \{1, 3, 4\}$	$Ke(7) = \{6\}$
$Ke(3) = \{2, 4\}$	$Ke(8) = \{6\}$
$Ke(4) = \{2, 3, 5\}$	$Ke(9) = \{1, 10\}$
$Ke(5) = \{4, 6\}$	$Ke(10) = \{1, 9\}$

- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

**Giải**

Số đỉnh của  $G$  là  $n = 10$ .

a) Tìm số đỉnh trụ của  $G$  sử dụng DFS:

Tìm số thành phần liên thông  $k$  của  $G$  sử dụng DFS:

$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6); 9(1); 10(9)\} = V$

$\Rightarrow k = 1$

Lập bảng :

Đỉnh $u$	Số thành phần liên thông $l$ của $G/\{u\}$	$l > k$ ?	Đỉnh trụ
1	$Dfs(2) = \{2(0); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6)\}$ , $Dfs(9) = \{9(0); 10(9)\} \Rightarrow l = 2$	Yes	1
2	$Dfs(1) = \{1(0); 9(1); 10(9)\}$ , $Dfs(3) = \{3(0); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6)\} \Rightarrow l = 2$	Yes	2
3	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 4(2); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6); 9(1); 10(9)\} \Rightarrow l = 1$	No	
4	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 9(1); 10(9)\}$ , $Dfs(5) = \{5(0); 6(5); 7(6); 8(6)\} \Rightarrow l = 2$	Yes	4
5	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 9(1); 10(9)\}$ , $Dfs(6) = \{6(0); 7(6); 8(6)\} \Rightarrow l = 2$	Yes	5
6	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 9(1); 10(9)\}$ , $Dfs(7) = \{7(0)\}$ , $Dfs(8) = \{8(0)\} \Rightarrow l = 3$	Yes	6
7	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 8(6); 9(1); 10(9)\} \Rightarrow l = 1$	No	
8	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 9(1); 10(9)\} \Rightarrow l = 1$	No	
9	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6); 10(1)\} \Rightarrow l = 1$	No	
10	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6); 10(1)\} \Rightarrow l = 1$	No	

**Kết luận:**  $G$  có 5 đỉnh trụ 1, 2, 4, 5 và 6.

**b) Tìm số đỉnh trụ của G sử dụng BFS:**

Tìm số thành phần liên thông k của G sử dụng BFS:

$Bfs(1) = \{1(0); 2(1), 9(1), 10(1); 3(2), 4(2); 5(4); 6(5); 7(6), 8(6)\} = V.$

$\Rightarrow k = 1$

**Lập bảng:**

Đỉnh u	Số thành phần liên thông l của $G \setminus \{u\}$	$l > k$ ?	Đỉnh trụ
<b>1</b>	$Bfs(2)=\{2(0);3(2),4(2);5(4);6(5);7(6),8(6)\}, Bfs(9)=\{9(0);10(9)\} \Rightarrow l=2$	Yes	<b>1</b>
<b>2</b>	$Bfs(1)=\{1(0);9(1),10(1)\}, Bfs(3)=\{3(0);4(3);5(4);6(5);7(6),8(6)\} \Rightarrow l=2$	Yes	<b>2</b>
3	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),10(1);4(2);5(4);6(5);7(6),8(6)\} \Rightarrow l=1$	No	
<b>4</b>	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),10(1);3(2)\}, Bfs(5)=\{5(0);6(5);7(6),8(6)\} \Rightarrow l=2$	Yes	<b>4</b>
<b>5</b>	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),10(1);3(2),4(2)\}, Bfs(6)=\{6(0);7(6),8(6)\} \Rightarrow l=2$	Yes	<b>5</b>
<b>6</b>	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),10(1); 3(2);4(2);5(4)\}, Bfs(7)=\{7(0)\}, Bfs(8)=\{8(0)\} \Rightarrow l=3$	Yes	<b>6</b>
7	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),10(1);3(2),4(2);5(4);6(5);8(6)\} \Rightarrow l=1$	No	
8	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),10(1);3(2),4(2);5(4);6(5);7(6)\} \Rightarrow l=1$	No	
9	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),10(1);3(2),4(2);5(4);6(5);7(6),8(6)\} \Rightarrow l=1$	No	
10	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1);3(2),4(2);5(4);6(5);7(6),8(6)\} \Rightarrow l=1$	No	

**Kết luận:** G có 5 đỉnh trụ 1, 2, 4, 5 và 6.

**Câu hỏi 13**

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh dưới dạng ma trận kề như sau:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
2	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
4	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
5	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
6	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
7	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
9	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0

- a) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?  
 b) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

**Giải**

Số đỉnh của  $G$  là  $n = 10$ .

a) Tìm số cạnh cầu của  $G$  sử dụng DFS:

Tìm số thành phần liên thông  $k$  của  $G$  sử dụng DFS:

$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 5(2); 9(1); 8(9); 10(8)\}$ ,  $Dfs(3) = \{3(0); 6(3); 7(6)\}$

$\Rightarrow k = 2$

Lập bảng :

cạnh e	Số thành phần liên thông $l$ của $G/\{e\}$	$l > k$ ?	Cạnh cầu
(1,4)	$Dfs(1) = \{1(0); 9(1); 8(9); 10(8)\}$ , $Dfs(2) = \{2(0); 4(2); 5(4)\}$ , $Dfs(3) = \{3(0); 6(3); 7(6)\} \Rightarrow l = 3$	Yes	(1,4)
(1,9)	$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 5(2); 10(1); 8(10); 9(8)\}$ , $Dfs(3) = \{3(0); 6(3); 7(6)\} \Rightarrow l = 2$	No	
(1,10)	$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 5(2); 9(1); 8(9); 10(8)\}$ , $Dfs(3) = \{3(0); 6(3); 7(6)\} \Rightarrow l = 2$	No	
(2,4)	$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 5(4); 2(5); 9(1); 8(9); 10(8)\}$ , $Dfs(3) = \{3(0); 6(3); 7(6)\} \Rightarrow l = 2$	No	
(2,5)	$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 5(2); 9(1); 8(9); 10(8)\}$ , $Dfs(3) = \{3(0); 6(3); 7(6)\} \Rightarrow l = 2$	No	
(3,6)	$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 5(2); 9(1); 8(9); 10(8)\}$ , $Dfs(3) = \{3(0)\}$ $Dfs(6) = \{6(0); 7(6)\} \Rightarrow l = 3$	Yes	(3,6)
(4,5)	$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 5(2); 9(1); 8(9); 10(8)\}$ , $Dfs(3) = \{3(0); 6(3); 7(6)\} \Rightarrow l = 2$	No	
(6,7)	$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 5(2); 9(1); 8(9); 10(8)\}$ , $Dfs(3) = \{3(0); 6(3)\}$ $Dfs(7) = \{7(0)\} \Rightarrow l = 3$	Yes	(6,7)
(8,9)	$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 5(2); 9(1); 10(1); 8(10)\}$ , $Dfs(3) = \{3(0); 6(3); 7(6)\} \Rightarrow l = 2$	No	
(8,10)	$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 5(2); 9(1); 8(9); 10(9)\}$ , $Dfs(3) = \{3(0); 6(3); 7(6)\} \Rightarrow l = 2$	No	
(9,10)	$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 5(2); 9(1); 8(9); 10(8)\}$ , $Dfs(3) = \{3(0); 6(3); 7(6)\} \Rightarrow l = 2$	No	

**Kết luận:**  $G$  có 3 cạnh cầu (1,4), (3,6) và (6,7).



**b) Tìm số cạnh cầu của G sử dụng BFS:**

Tìm số thành phần liên thông k của G sử dụng BFS:

$Bfs(1) = \{1(0); 4(1), 9(1), 10(1); 2(4); 5(4); 8(9)\}$

$Bfs(3) = \{3(0); 6(3); 7(6)\}$

$\Rightarrow k = 2$

**Lập bảng:**

cạnh e	Số thành phần liên thông l của $G/\{e\}$	$l > k$ ?	Cạnh cầu
(1,4)	$Bfs(1)=\{1(0);9(1),10(1);8(9)\}$ , $Bfs(2)=\{2(0);4(2),5(2)\}$ , $Bfs(3)=\{3(0);6(3);7(6)\} \Rightarrow l=3$	Yes	(1,4)
(1,9)	$Bfs(1)=\{1(0);4(1),10(1);2(4),5(4);8(10);9(8)\}$ , $Bfs(3)=\{3(0);6(3);7(6)\} \Rightarrow l=2$	No	
(1,10)	$Bfs(1)=\{1(0);4(1),9(1);2(4),5(4);8(9);10(9)\}$ , $Bfs(3)=\{3(0);6(3);7(6)\} \Rightarrow l=2$	No	
(2,4)	$Bfs(1)=\{1(0);4(1),9(1),10(1);5(4);8(9);2(5)\}$ , $Bfs(3)=\{3(0);6(3);7(6)\} \Rightarrow l=2$	No	
(2,5)	$Bfs(1)=\{1(0);4(1),9(1),10(1);2(4),5(4);8(9)\}$ , $Bfs(3)=\{3(0);6(3);7(6)\} \Rightarrow l=2$	No	
(3,6)	$Bfs(1)=\{1(0);4(1),9(1),10(1);2(4),5(4);8(9)\}$ , $Bfs(3)=\{3(0)\}$ , $Bfs(6)=\{6(0);7(6)\} \Rightarrow l=3$	Yes	(3,6)
(4,5)	$Bfs(1)=\{1(0);4(1),9(1),10(1);2(4);8(9);5(2)\}$ , $Bfs(3)=\{3(0);6(3);7(6)\} \Rightarrow l=2$	No	
(6,7)	$Bfs(1)=\{1(0);4(1),9(1),10(1);2(4),5(4);8(9)\}$ , $Bfs(3)=\{3(0);6(3)\}$ , $Bfs(7)=\{7(0)\} \Rightarrow l=3$	Yes	(6,7)
(8,9)	$Bfs(1)=\{1(0);4(1),9(1),10(1);2(4),5(4);8(10)\}$ , $Bfs(3)=\{3(0);6(3);7(6)\} \Rightarrow l=2$	No	
(8,10)	$Bfs(1)=\{1(0);4(1),9(1),10(1);2(4),5(4);8(9)\}$ , $Bfs(3)=\{3(0);6(3);7(6)\} \Rightarrow l=2$	No	
(9,10)	$Bfs(1)=\{1(0);4(1),9(1),10(1);2(4),5(4);8(9)\}$ , $Bfs(3)=\{3(0);6(3);7(6)\} \Rightarrow l=2$	No	

**Kết luận:** G có 3 cạnh cầu (1,4), (3,6) và (6,7).

**Câu hỏi 14**

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh và 12 cạnh dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	2	6
1	5	4	6
1	8	5	7
1	10	5	9
2	3	7	9
2	4	8	10

- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

**Giải**

Số đỉnh của  $G$  là  $n=10$ .

a) Tìm số cạnh cầu của  $G$  sử dụng DFS:

Tìm số thành phần liên thông  $k$  của  $G$  sử dụng DFS:

$$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(2); 6(4); 5(1); 7(5); 9(7); 8(1); 10(8)\} = V$$

$$\Rightarrow k=1$$

Lập bảng:

cạnh $e$	Số thành phần liên thông $l$ của $G/\{e\}$	$l > k$ ?	Cạnh cầu
(1,2)	$Dfs(1)=\{1(0);5(1);7(5);9(7);8(1);10(8)\}, Dfs(2)=\{2(0);3(2);4(2);6(4)\} \Rightarrow l=2$	Yes	(1,2)
(1,5)	$Dfs(1)=\{1(0);2(1);3(2);4(2);6(4);8(1);10(8)\}, Dfs(5)=\{5(0);7(5);9(7)\} \Rightarrow l=2$	Yes	(1,5)
(1,8)	$Dfs(1)=\{1(0);2(1);3(2);4(2);6(4);5(1);7(5);9(7);10(1);8(10)\} \Rightarrow l=1$	No	
(1,10)	$Dfs(1)=\{1(0);2(1);3(2);4(2);6(4);5(1);7(5);9(7);8(1);10(8)\} \Rightarrow l=1$	No	
(2,3)	$Dfs(1)=\{1(0);2(1);4(2);6(4);5(1);7(5);9(7);8(1);10(8)\}, Dfs(3)=\{3(0)\} \Rightarrow l=2$	Yes	(2,3)
(2,4)	$Dfs(1)=\{1(0);2(1);3(2);6(2);4(6);5(1);7(5);9(7);8(1);10(8)\} \Rightarrow l=1$	No	
(2,6)	$Dfs(1)=\{1(0);2(1);3(2);4(2);6(4);5(1);7(5);9(7);8(1);10(8)\} \Rightarrow l=1$	No	
(4,6)	$Dfs(1)=\{1(0);2(1);3(2);4(2);6(2);5(1);7(5);9(7);8(1);10(8)\} \Rightarrow l=1$	No	
(5,7)	$Dfs(1)=\{1(0);2(1);3(2);4(2);6(4);5(1);9(5);7(9);8(1);10(8)\} \Rightarrow l=1$	No	
(5,9)	$Dfs(1)=\{1(0);2(1);3(2);4(2);6(4);5(1);7(5);9(7);8(1);10(8)\} \Rightarrow l=1$	No	
(7,9)	$Dfs(1)=\{1(0);2(1);3(2);4(2);6(4);5(1);7(5);9(5);8(1);10(8)\} \Rightarrow l=1$	No	
(8,10)	$Dfs(1)=\{1(0);2(1);3(2);4(2);6(4);5(1);7(5);9(7);8(1);10(1)\} \Rightarrow l=1$	No	

**Kết luận:**  $G$  có 3 cạnh cầu (1,2), (1,5) và (2,3).

b) Tìm số cạnh cầu của  $G$  sử dụng DFS:

Tìm số thành phần liên thông  $k$  của  $G$  sử dụng DFS:

$$Dfs(1) = \{1(0); 2(1), 5(1), 8(1), 10(1); 3(2), 4(2), 6(2); 7(5), 9(5)\} = V$$

$$\Rightarrow k=1$$

Lập bảng:

cạnh e	Số thành phần liên thông l của $G/\{e\}$	$l > k$ ?	Cạnh cầu
(1,2)	$Bfs(1)=\{1(0);5(1),8(1),10(1);7(5),9(5)\}, Bfs(2)=\{2(0);3(2),4(2),6(2)\} \Rightarrow l=2$	Yes	(1,2)
(1,5)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),8(1),10(1);3(2),4(2),6(2)\}, Bfs(5)=\{5(0);7(5),9(5)\} \Rightarrow l=2$	Yes	(1,5)
(1,8)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),5(1),10(1);3(2),4(2),6(2);7(5),9(5);8(10)\} \Rightarrow l=1$	No	
(1,10)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1);3(2),4(2),6(2);7(5),9(5);10(8)\} \Rightarrow l=1$	No	
(2,3)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1),10(1);4(2),6(2);7(5),9(5)\}, Bfs(3)=\{3(0)\} \Rightarrow l=2$	Yes	(2,3)
(2,4)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1),10(1);3(2),6(2),4(6);7(5),9(5)\} \Rightarrow l=1$	No	
(2,6)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1),10(1);3(2),4(2),6(4);7(5),9(5)\} \Rightarrow l=1$	No	
(4,6)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1),10(1);3(2),4(2),6(2);7(5),9(5)\} \Rightarrow l=1$	No	
(5,7)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1),10(1);3(2),4(2),6(2);9(5),7(9)\} \Rightarrow l=1$	No	
(5,9)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1),10(1);3(2),4(2),6(2);7(5),9(7)\} \Rightarrow l=1$	No	
(7,9)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1),10(1);3(2),4(2),6(2);7(5),9(5)\} \Rightarrow l=1$	No	
(8,10)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),5(1),8(1),10(1);3(2),4(2),6(2);7(5),9(5)\} \Rightarrow l=1$	No	

**Kết luận:** G có 3 cạnh cầu (1,2), (1,5) và (2,3).

**Câu hỏi 15**

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh dưới dạng danh sách kề như sau:

Ke(1) = {2, 9, 10}	Ke(6) = {5, 7, 8}
Ke(2) = {1, 3, 4}	Ke(7) = {6}
Ke(3) = {2, 4}	Ke(8) = {6}
Ke(4) = {2, 3, 5}	Ke(9) = {1, 10}
Ke(5) = {4, 6}	Ke(10) = {1, 9}

- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

**Giải**

Số đỉnh của  $G$  là  $n = 10$ ,  $m = 11$ .

**a) Tìm số cạnh cầu của  $G$  sử dụng DFS:**

Tìm số thành phần liên thông  $k$  của  $G$  sử dụng DFS:

$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6); 9(1); 10(9)\} = V$ .

$\Rightarrow k = 1$

**Lập bảng:**

Cạnh $e$	Số thành phần liên thông $l$ của $G \setminus \{e\}$	$l > k$ ?	Cạnh cầu
<b>(1,2)</b>	<b><math>Dfs(1) = \{1(0); 9(1); 10(9)\}, Dfs(2) = \{2(0); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6)\} \Rightarrow l = 2</math></b>	<b>Yes</b>	<b>(1,2)</b>
(1,9)	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6); 10(1); 9(10)\} \Rightarrow l = 1$	No	
(1,10)	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6); 9(1); 10(9)\} \Rightarrow l = 1$	No	
(2,3)	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 4(2); 3(4); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6); 9(1); 10(9)\} \Rightarrow l = 1$	No	
(2,4)	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6); 9(1); 10(9)\} \Rightarrow l = 1$	No	
(3,4)	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6); 9(1); 10(9)\} \Rightarrow l = 1$	No	
<b>(4,5)</b>	<b><math>Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 9(1); 10(9)\}, Dfs(5) = \{5(0); 6(5); 7(6); 8(6)\} \Rightarrow l = 2</math></b>	<b>Yes</b>	<b>(4,5)</b>
<b>(5,6)</b>	<b><math>Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 9(1); 10(9)\}, Dfs(6) = \{6(0); 7(6); 8(6)\} \Rightarrow l = 2</math></b>	<b>Yes</b>	<b>(5,6)</b>
<b>(6,7)</b>	<b><math>Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 8(6); 9(1); 10(9)\}, Dfs(7) = \{7(0)\} \Rightarrow l = 2</math></b>	<b>Yes</b>	<b>(6,7)</b>
<b>(6,8)</b>	<b><math>Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 9(1); 10(9)\}, Dfs(8) = \{8(0)\} \Rightarrow l = 2</math></b>	<b>Yes</b>	<b>(6,8)</b>
(9,10)	$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6); 9(1); 10(1)\} \Rightarrow l = 1$	No	

**Kết luận:**  $G$  có 5 cạnh cầu (1,2), (4,5), (5,6), (6,7) và (6,8).

**b) Tìm số cạnh cầu của  $G$  sử dụng BFS:**

Tìm số thành phần liên thông  $k$  của  $G$  sử dụng BFS:

$Bfs(1) = \{1(0); 2(1), 9(1), 10(1); 3(2), 4(2); 5(4); 6(5); 7(6); 8(6)\}$

$\Rightarrow k = 1$

Lập bảng:

cạnh e	Số thành phần liên thông l của $G/\{e\}$	$l > k$ ?	Cạnh cầu
(1,2)	$Bfs(1)=\{1(0);9(1),10(1)\}, Bfs(2)=\{2(0);3(2),4(2);5(4);6(5);7(6);8(6)\} \Rightarrow l=2$	Yes	(1,2)
(1,9)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),10(1);3(2),4(2);5(4);6(5);7(6),8(6);9(10)\} \Rightarrow l=1$	No	
(1,10)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),,3(2),4(2);5(4);6(5);7(6),8(6);10(9)\} \Rightarrow l=1$	No	
(2,3)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),10(1);4(2),3(4);5(4);6(5);7(6),8(6)\} \Rightarrow l=1$	No	
(2,4)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),10(1);3(2);4(3);5(4);6(5);7(6),8(6)\} \Rightarrow l=1$	No	
(3,4)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),10(1);3(2),4(2);5(4);6(5);7(6),8(6)\} \Rightarrow l=1$	No	
(4,5)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),10(1);3(2),4(2)\}, Bfs(5)=\{5(0);6(5);7(6),8(6)\} \Rightarrow l=2$	Yes	(4,5)
(5,6)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),10(1);3(2),4(2);5(4)\}, Bfs(6)=\{6(0);7(6),8(6)\} \Rightarrow l=2$	Yes	(5,6)
(6,7)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),10(1);3(2),4(2);5(4);6(5);8(6)\}, Bfs(7)=\{7(0)\} \Rightarrow l=2$	Yes	(6,7)
(6,8)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),10(1);3(2),4(2);5(4);6(5);7(6)\}, Bfs(8)=\{8(0)\} \Rightarrow l=2$	Yes	(6,8)
(9,10)	$Bfs(1)=\{1(0);2(1),9(1),10(1);3(2),4(2);5(4);6(5);7(6),8(6)\} \Rightarrow l=1$	No	

**Kết luận:** G có 5 cạnh cầu (1,2), (4,5), (5,6), (6,7) và (6,8).

**Câu hỏi 16**

Cho đồ thị có hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh dưới dạng ma trận kề như sau:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
4	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
7	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
8	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

- a) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu chứng minh rằng  $G$  là đồ thị liên thông mạnh?  
 b) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng chứng minh rằng  $G$  là đồ thị liên thông mạnh?

**Giải**

Số đỉnh của  $G$  là  $n = 10$ .

**a) Sử dụng DFS chứng minh  $G$  liên thông mạnh:**

$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 9(3); 10(9); 4(2); 6(4); 7(6); 8(7); 5(2)\} = V$ .

$Dfs(2) = \{2(0); 3(2); 9(3); 10(9); 1(10); 4(2); 6(4); 7(6); 8(7); 5(2)\} = V$ .

$Dfs(3) = \{3(0); 9(3); 10(9); 1(10); 1(2); 4(2); 6(4); 7(6); 8(7); 5(2)\} = V$ .

$Dfs(4) = \{4(0); 6(4); 7(6); 8(7); 1(8); 2(1); 3(2); 9(3); 10(9); 5(2)\} = V$

$Dfs(5) = \{5(0); 6(5); 7(6); 4(7); 8(7); 1(8); 2(1); 3(2); 9(3); 10(9)\} = V$

$Dfs(6) = \{6(0); 7(6); 4(7); 8(7); 1(8); 2(1); 3(2); 9(3); 10(9); 5(2)\} = V$

$Dfs(7) = \{7(0); 4(7); 6(4); 8(6); 1(8); 2(1); 3(2); 9(3); 10(9); 5(2)\} = V$

$Dfs(8) = \{8(0); 1(8); 2(1); 3(2); 9(3); 10(9); 4(2); 6(4); 7(6); 5(2)\} = V$

$Dfs(9) = \{9(0); 10(9); 1(10); 2(1); 3(2); 4(2); 6(4); 7(6); 8(7); 5(2)\} = V$

$Dfs(10) = \{10(0); 1(10); 2(1); 3(2); 9(3); 4(2); 6(4); 7(6); 8(7); 5(2)\} = V$

**Kết luận:**  $G$  liên thông mạnh.

**a) Sử dụng BFS chứng minh  $G$  liên thông mạnh :**

$Bfs(1) = \{1(0); 2(1), 3(1); 4(2), 5(2); 9(3), 10(3); 6(4), 7(4); 8(6)\} = V$

$Bfs(2) = \{2(0); 3(2), 4(2), 5(2); 9(3), 10(3); 6(4), 7(4); 1(10); 8(6)\} = V$

$Bfs(3) = \{3(0); 9(3), 10(3); 1(10); 2(1), 4(2), 5(2); 6(4), 7(4); 8(6)\} = V$

$Bfs(4) = \{4(0); 6(4), 7(4); 8(6); 1(8); 2(1), 3(1); 5(2); 9(3), 10(3)\} = V$

$Bfs(5) = \{5(0); 6(5); 7(6), 8(6); 4(7); 1(8); 2(1), 3(1); 9(3), 10(3)\} = V$

$Bfs(6) = \{6(0); 7(6), 8(6); 1(8); 2(1), 3(1); 4(2), 5(2); 9(3), 10(3)\} = V$

$Bfs(7) = \{7(0); 4(7), 8(7); 1(8); 2(1), 3(1); 5(2); 9(3), 10(3); 6(5)\} = V$

$Bfs(8) = \{8(0); 1(8), 2(8); 3(1); 4(2), 5(2); 9(3), 10(3); 6(4), 7(4)\} = V$

$Bfs(9) = \{9(0); 10(9); 1(10), 2(10); 3(1); 4(2), 5(2); 6(4), 7(4); 8(6)\} = V$

$Bfs(10) = \{10(0); 1(10), 2(10); 3(1); 4(2), 5(2); 9(3); 6(4), 7(4); 8(6)\} = V$

**Kết luận:**  $G$  liên thông mạnh.

**Câu hỏi 17**

Cho đồ thị có hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh và 16 cạnh dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	5	8
1	5	5	9
2	3	6	9
2	4	7	1
3	6	7	2
3	10	8	9
4	6	9	10
4	7	10	1

- a) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu chứng minh rằng  $G$  là đồ thị liên thông mạnh?  
 b) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng chứng minh rằng  $G$  là đồ thị liên thông mạnh?

**Giải**

Số đỉnh của đồ thị có hướng  $G$  là  $n = 10$ .

a) Sử dụng DFS chứng minh  $G$  liên thông mạnh :

$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 6(3); 9(6); 10(9); 4(2); 7(4); 5(1); 8(5)\} = V$   
 $Dfs(2) = \{2(0); 3(2); 6(3); 9(6); 10(9); 1(10); 5(1); 8(5); 4(2); 7(4)\} = V$   
 $Dfs(3) = \{3(0); 6(3); 9(6); 10(9); 1(10); 2(1); 4(2); 7(4); 5(1); 8(5)\} = V$   
 $Dfs(4) = \{4(0); 7(4); 1(7); 2(1); 3(2); 6(3); 9(6); 10(9); 5(1); 8(5)\} = V$   
 $Dfs(5) = \{5(0); 8(5); 9(8); 10(9); 1(10); 2(1); 3(2); 6(3); 4(2); 7(4)\} = V$   
 $Dfs(6) = \{6(0); 9(6); 10(9); 1(10); 2(1); 3(2); 4(2); 7(4); 5(1); 8(5)\} = V$   
 $Dfs(7) = \{7(0); 1(7); 2(1); 3(2); 6(3); 9(6); 10(9); 4(2); 5(1); 8(5)\} = V$   
 $Dfs(8) = \{8(0); 9(8); 10(9); 1(10); 2(1); 3(2); 6(3); 4(2); 7(4); 5(1)\} = V$   
 $Dfs(9) = \{9(0); 10(9); 1(10); 2(1); 3(2); 6(3); 4(2); 7(4); 5(1); 8(1)\} = V$   
 $Dfs(10) = \{10(0); 1(10); 2(1); 3(2); 6(3); 9(6); 4(2); 7(4); 5(1); 8(1)\} = V$

**Kết luận:**  $G$  liên thông mạnh.

a) Sử dụng BFS chứng minh  $G$  liên thông mạnh :

$Bfs(1) = \{1(0); 2(1); 5(1); 3(2); 4(2); 8(5); 9(5); 6(3); 10(3); 7(4)\} = V$   
 $Bfs(2) = \{2(0); 3(2); 4(2); 6(3); 10(3); 7(4); 9(6); 1(10); 5(1); 8(5)\} = V$   
 $Bfs(3) = \{3(0); 6(3); 10(3); 9(6); 1(10); 2(1); 5(1); 4(2); 8(5); 7(4)\} = V$   
 $Bfs(4) = \{4(0); 6(4); 7(4); 9(6); 1(7); 2(7); 10(9); 5(1); 3(2); 4(2)\} = V$   
 $Bfs(5) = \{5(0); 8(5); 9(5); 9(6); 10(9); 1(10); 2(1); 5(1); 3(2); 4(2)\} = V$   
 $Bfs(6) = \{6(0); 9(6); 10(9); 1(10); 2(1); 5(1); 3(2); 4(2); 8(5); 7(4)\} = V$   
 $Bfs(7) = \{7(0); 1(7); 2(7); 5(1); 3(2); 4(2); 8(5); 9(5); 6(3); 10(3)\} = V$   
 $Bfs(8) = \{8(0); 9(8); 10(9); 1(10); 2(1); 5(1); 3(2); 4(2); 6(3); 7(4)\} = V$   
 $Bfs(9) = \{9(0); 10(9); 1(10); 2(1); 5(1); 3(2); 4(2); 8(5); 6(3); 7(4)\} = V$   
 $Bfs(10) = \{10(1); 1(10); 2(1); 5(1); 3(2); 4(2); 8(5); 9(5); 6(3); 7(4)\} = V$

**Câu hỏi 18**

Cho đồ thị có hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh dưới dạng danh sách kề như sau:

Ke(1) = {4, 10}	Ke (6) = {7}
Ke(2) = {4, 5, 6}	Ke (7) = {3, 9}
Ke(3) = {8}	Ke (8) = {9}
Ke(4) = {2, 10}	Ke(9) = {8}
Ke (5) = {7, 8}	Ke(10) = {1}

- c) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu chứng minh rằng  $G$  là đồ thị liên thông mạnh?
- d) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng chứng minh rằng  $G$  là đồ thị liên thông mạnh?



**Câu hỏi 19**

Cho đồ thị có hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh dưới dạng ma trận kề như sau:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
3	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
5	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
6	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0
7	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0
8	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0
9	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu, chứng minh rằng  $G$  là đồ thị liên thông yếu nhưng không liên thông mạnh?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng, chứng minh rằng  $G$  là đồ thị liên thông yếu nhưng không liên thông mạnh?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm số thành phần liên thông mạnh của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng tìm số thành phần liên thông mạnh của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

**Giải**

Số đỉnh của  $G$  là  $n = 10$ .

- a) Sử dụng DFS chứng minh  $G$  là đồ thị liên thông yếu nhưng không liên thông mạnh:

$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 10(4)\} \neq V \Rightarrow G$  không liên thông mạnh.

Xét đồ thị vô hướng nền của  $G$ :

$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 3(2); 7(3); 5(7); 6(5); 8(6); 9(8); 10(2)\}$

**Kết luận:**  $G$  là đồ thị liên thông yếu nhưng không liên thông mạnh.

- b) Sử dụng BFS chứng minh  $G$  là đồ thị liên thông yếu nhưng không liên thông mạnh:

$Bfs(1) = \{1(0); 4(1), 10(1); 2(4); 10(4)\} \neq V \Rightarrow G$  không liên thông mạnh.

Xét đồ thị vô hướng nền của  $G$ :

$Bfs(1) = \{1(0); 4(1), 10(1); 2(4); 3(2); 7(3), 8(3), 9(3); 5(7), 6(7)\} = V$

**Kết luận:**  $G$  là đồ thị liên thông yếu nhưng không liên thông mạnh.

- c) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm số thành phần liên thông mạnh của đồ thị  $G$ :

$Dfs(1) = \{1(0); 4(1); 2(4); 10(4)\}$

$Dfs(2) = \{2(0); 4(2); 10(4); 1(10)\}$

$Dfs(3) = \{3(0); 2(3); 4(2); 10(4); 1(10); 8(3); 5(8); 6(5); 7(6); 9(7)\}$

$Dfs(4) = \{4(0); 2(4); 10(4); 1(10)\}$

$Dfs(5) = \{5(0); 6(5); 7(6); 3(7); 2(3); 4(2); 10(4); 1(10); 8(3); 9(8)\}$

$Dfs(6) = \{6(0); 5(6); 7(5); 3(7); 2(3); 4(2); 10(4); 1(10); 8(3); 9(8)\}$

$Dfs(7) = \{7(0); 3(7); 2(3); 4(2); 10(4); 1(10); 8(3); 5(8); 6(5); 7(6)\}$

$Dfs(8) = \{8(0); 5(8); 6(5); 7(6); 3(7); 2(3); 4(2); 10(4); 1(10); 9(7)\}$

$Dfs(9) = \{9(0); 5(9); 6(5); 7(6); 3(7); 2(3); 4(2); 10(4); 1(10); 8(9)\}$

$Dfs(10) = \{10(0); 1(10); 4(1); 2(4)\}$

$$k=1 \Rightarrow \{1, 4, 2, 10\}$$

$$k=2 \Rightarrow \{3, 8, 5, 6, 7, 9\}$$

**Kết luận:**

Số thành phần liên thông mạnh của G là  $k=2$ ;

Thành phần liên thông 1=  $\{1, 2, 4, 10\}$

Thành phần liên thông 2=  $\{3, 5, 6, 7, 8, 9\}$

d) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng tìm số thành phần liên thông mạnh của đồ thị G:

$$\text{Bfs}(1) = \{1(0); 4(1), 10(1); 2(4)\}$$

$$\text{Bfs}(2) = \{2(0); 4(2); 10(4); 1(10)\}$$

$$\text{Bfs}(3) = \{3(0); 2(3), 8(3), 9(3); 4(2); 5(8), 6(8), 7(8); 10(4); 1(10)\}$$

$$\text{Bfs}(4) = \{4(0); 2(4), 10(4); 1(10)\}$$

$$\text{Bfs}(5) = \{5(0); 6(5), 7(5); 8(6); 3(7), 9(7); 2(3); 4(2); 10(4); 1(10)\}$$

$$\text{Bfs}(6) = \{6(0); 5(6), 7(6), 8(6); 3(7), 9(7); 2(3); 4(2); 10(4); 1(10)\}$$

$$\text{Bfs}(7) = \{7(0); 3(7), 8(7), 9(7); 2(3); 5(8), 6(8); 4(2); 10(4); 1(10)\}$$

$$\text{Bfs}(8) = \{8(0); 5(8), 6(8), 7(8), 9(8); 3(7); 2(3); 4(2); 10(4); 1(10)\}$$

$$\text{Bfs}(9) = \{9(0); 5(9), 8(9); 6(5), 7(5); 3(7); 2(3); 4(2); 10(4); 1(10)\}$$

$$\text{Bfs}(10) = \{10(0); 1(10), 2(10); 4(1)\}$$

$$k=1 \Rightarrow \{1, 4, 10, 2\}$$

$$k=2 \Rightarrow \{3, 8, 9, 5, 6, 7\}$$

**Kết luận:**

Số thành phần liên thông mạnh của G là  $k=2$ ;

Thành phần liên thông 1=  $\{1, 2, 4, 10\}$

Thành phần liên thông 2=  $\{3, 5, 6, 7, 8, 9\}$

**Câu hỏi 20**

Cho đồ thị có hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh và 16 cạnh dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	5	9
1	5	5	10
2	3	6	7
2	4	7	2
3	4	7	8
3	6	8	5
4	6	9	10
4	7	10	8

- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu, chứng minh rằng  $G$  là đồ thị liên thông yếu nhưng không liên thông mạnh?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng, chứng minh rằng  $G$  là đồ thị liên thông yếu nhưng không liên thông mạnh?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm số thành phần liên thông mạnh của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?
- Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng tìm số thành phần liên thông mạnh của đồ thị  $G$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

**Giải**

Số đỉnh của  $G$  là  $n = 10$ .

- a) Sử dụng DFS chứng minh  $G$  là đồ thị liên thông yếu nhưng không liên thông mạnh:

$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 6(4); 7(6); 8(7); 5(8); 9(5); 10(9)\} = V$

$Dfs(2) = \{2(0); 3(2); 4(3); 6(4); 7(6); 8(7); 5(8); 9(5); 10(9)\} \neq V \Rightarrow G$  không liên thông mạnh.

Xét đồ thị vô hướng nền của  $G$ :

$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 6(4); 7(6); 8(7); 5(8); 9(5); 10(9)\} = V$

**Kết luận:**  $G$  là đồ thị liên thông yếu nhưng không liên thông mạnh.

- b) Sử dụng BFS chứng minh  $G$  là đồ thị liên thông yếu nhưng không liên thông mạnh:

$Bfs(1) = \{1(0); 2(1); 5(1); 3(2); 4(2); 9(5); 10(5); 6(3); 7(4); 8(7)\} = V$

$Bfs(2) = \{2(0); 3(2); 4(2); 6(3); 7(4); 8(7); 5(8); 9(5); 10(5)\} \neq V \Rightarrow G$  không liên thông mạnh.

Xét đồ thị vô hướng nền của  $G$ :

$Bfs(1) = \{1(0); 2(1); 5(1); 3(2); 4(2); 7(2); 8(5); 9(5); 10(5); 6(3)\} = V \Rightarrow G$  không liên thông

**Kết luận:**  $G$  là đồ thị liên thông yếu nhưng không liên thông mạnh

- c) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu tìm số thành phần liên thông mạnh của đồ thị  $G$ :

$Dfs(1) = \{1(0); 2(1); 3(2); 4(3); 6(4); 7(6); 8(7); \underline{5(8)}; \underline{9(5)}; \underline{10(9)}\}$

$Dfs(2) = \{2(0); 3(2); \underline{4(3)}; 6(4); 7(6); 8(7); 5(8); 9(5); 10(9)\}$

$Dfs(3) = \{3(0); 4(3); 6(4); \underline{7(6)}; 2(7); 8(7); \underline{5(8)}; \underline{9(5)}; 10(9)\}$

$Dfs(4) = \{4(0); 6(4); 7(6); 2(7); 3(2); 8(7); 5(8); \underline{9(5)}; 10(9)\}$

$Dfs(5) = \{5(0); 9(5); 10(9); 8(10)\}$

$Dfs(6) = \{6(0); 7(6); 2(7); 3(2); 4(3); 8(7); 5(8); 9(5); 10(9)\}$

$Dfs(7) = \{7(0); 2(7); 3(2); 4(3); 6(3); 8(7); 5(8); 9(5); 10(9)\}$

$Dfs(8) = \{8(0); 5(8); 9(5); 10(9)\}$

$Dfs(9) = \{9(0); 10(9); 8(10); 5(8)\}$

$Dfs(10) = \{10(0); 8(10); 5(8); 9(5)\}$

$$k=1 \Rightarrow \{1\}$$

$$k=2 \Rightarrow \{2, 3, 4, 6, 7\}$$

$$k=3 \Rightarrow \{5, 9, 10, 8\}$$

**Kết luận:**

Số thành phần liên thông mạnh của G là  $k=3$ ;

Thành phần liên thông 1=  $\{1\}$

Thành phần liên thông 2=  $\{2, 3, 6, 7\}$

Thành phần liên thông 3=  $\{5, 8, 9, 10\}$

**d) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng tìm số thành phần liên thông mạnh của đồ thị G:**

$$\text{Bfs}(1) = \{1(0); 2(1), 5(1); 3(2), 4(2); 9(5), 10(5); 6(3); 7(4); 8(7)\}$$

$$\text{Bfs}(2) = \{2(0); 3(2), 4(2); 6(3); 7(4); 8(7); 5(8); 9(5), 10(5)\}$$

$$\text{Bfs}(3) = \{3(0); 4(3), 6(3); 7(4); 2(7), 8(7); 5(8); 9(5), 10(5)\}$$

$$\text{Bfs}(4) = \{4(0); 6(4), 7(4); 2(7), 8(7); 3(2); 5(8); 9(5), 10(5)\}$$

$$\text{Bfs}(5) = \{5(0); 9(5), 10(5); 8(10);$$

$$\text{Bfs}(6) = \{6(0); 7(6); 2(7), 8(7); 3(2), 4(2); 5(8); 9(5), 10(5)\}$$

$$\text{Bfs}(7) = \{7(0); 2(7), 8(7); 3(2), 4(2); 5(8); 6(3); 9(5), 10(5)\}$$

$$\text{Bfs}(8) = \{8(0); 5(8); 9(5), 10(5)\}$$

$$\text{Bfs}(9) = \{9(0); 10(9); 8(10); 5(8)\}$$

$$\text{Bfs}(10) = \{10(0); 8(10); 5(8); 10(5)\}$$

$$k=1 \Rightarrow \{1\}$$

$$k=2 \Rightarrow \{2, 3, 4, 6, 7\}$$

$$k=3 \Rightarrow \{5, 9, 10, 8\}$$

**Kết luận:**

Số thành phần liên thông mạnh của G là  $k=3$ ;

Thành phần liên thông 1=  $\{1\}$

Thành phần liên thông 2=  $\{2, 3, 6, 7\}$

Thành phần liên thông 3=  $\{5, 8, 9, 10\}$