Đề Thi + Đề Cương TRR 2

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SĐH NĂM 2011

ĐỀ THI HẾT HỌC PHẦN NĂM 2011
NGÀNH CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
ĐỀ SỐ 1

MÔN THI: TOÁN RỜI RẠC

(Thời gian: 180 phút)

Câu 1 (*2.5 điểm*). Cho đồ thị vô hướng G =<V,E> được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

a) Trình bày thuật toán duyệt theo chiều rộng bắt đầu tại đỉnh u∈V trên đồ thị?

b) Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?

c) Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?

0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0

Câu 2 (*2.5 điểm*). Cho đồ thị *có hướng* G =<V,E> được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

a) Chứng minh rằng G là đồ thị nửa Euler nhưng không phải là đồ thị Euler?

b) Trình bày thuật toán tìm một đường đi Euler của đồ thị?

c) Áp dụng thuật toán, tìm một đường đi Euler của đồ thị đã cho, chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của thuật toán?

0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0

Câu 3 (*2.5 điểm*). Cho đồ thị vô hướng có trọng số G =<V,E> được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như hình bên phải. Hãy thực hiện:

a) Trình bày thuật toán PRIM tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị vô hướng có trọng số.

b) Áp dụng thuật toán PRIM tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị G bắt đầu tại đỉnh u=1, chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của thuật toán.

∞	2	∞	∞	7	9	∞	∞	∞	∞	∞	∞	9
2	∞	6	∞	6	9	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	6	∞	5	6	∞	∞	∞	∞	∞	9	∞	∞
∞	∞	5	∞	1	∞	9	5	∞	5	5	∞	∞
7	6	6	1	∞	6	6	∞	∞	∞	∞	∞	∞
9	9	∞	∞	6	∞	6	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	9	6	6	∞	5	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	5	∞	∞	5	∞	3	3	∞	∞	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	3	∞	3	∞	4	4
∞	∞	∞	5	∞	∞	∞	3	3	∞	3	3	9
∞	∞	9	5	∞	∞	∞	∞	∞	3	∞	3	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	3	3	∞	2
9	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	9	∞	2	∞

1

Câu 4 (*2.5 điểm*).

a) Trình bày thuật toán Dijkstratìm tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh $u \in V$ đến các đỉnh còn lại trên đồ thị có trọng số không âm.

b) Áp dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh $u=1$ đến các đỉnh còn lại của đồ thị $G=<V,E>$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như hình bên phải. Chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của thuật toán.

$$
\begin{vmatrix}
\infty & 4 & 9 & \infty & \infty & 3 & \infty & \infty & 2 & \infty & \infty & 5 & \infty \\
\infty & \infty & 2 & \infty & 4 & 1 & 5 & \infty & \infty & 3 & \infty & \infty & 1 \\
\infty & \infty & \infty & 5 & \infty & 6 & \infty & 4 & \infty & \infty & 7 & \infty & \infty \\
1 & 2 & \infty & \infty & \infty & 7 & \infty & \infty & 4 & \infty & 5 & \infty & \infty \\
2 & \infty & \infty & 1 & \infty & \infty & 5 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 4 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & 3 & \infty & \infty & 1 & 1 & 5 & \infty & \infty & \infty \\
\infty & \infty & 3 & \infty & \infty & 3 & \infty & 4 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
4 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 4 & \infty & \infty & 1 & 3 \\
\infty & \infty & 5 & \infty & \infty & \infty & 2 & \infty & \infty & 4 & 6 & \infty & \infty \\
6 & \infty & \infty & \infty & 3 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 1 & \infty \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 5 & \infty & 2 & \infty \\
\infty & 1 & \infty & 3 & \infty & \infty & 4 & \infty & 5 & \infty & \infty & \infty & 3 \\
\infty & 5 & \infty & 4 & \infty & 7 & \infty & 3 & \infty & \infty & \infty & 5 & \infty
\end{vmatrix}.
$$

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SĐH NĂM 2011

ĐỀ THI HẾT HỌC PHẦN NĂM 2011
NGÀNH CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
Đề số 3

MÔN THI: TOÁN RỜI RẠC
(Thời gian: 180 phút)

Câu 1 (*2.5 điểm*). Cho đồ thị vô hướng G =<V,E> được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

a) Trình bày thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu tại đỉnh u∈V trên đồ thị?

b) Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?

c) Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị, chỉ rõ kết quả thực hiện theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?

0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0

Câu 2 (*2.5 điểm*). Cho đồ thị *có hướng* G =<V,E> được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

a) Chứng minh rằng G là đồ thị nửa Euler?

b) Trình bày thuật toán tìm một đường đi Euler của đồ thị?

c) Áp dụng thuật toán, tìm một đường đi Euler của đồ thị đã cho, chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của thuật toán?

0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0

Câu 3 (*2.5 điểm*). Cho đồ thị vô hướng có trọng số G =<V,E> được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như hình bên phải. Hãy thực hiện:

a) Trình bày thuật toán PRIM tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị vô hướng có trọng số.
b) Áp dụng thuật toán PRIM tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị G bắt đầu tại đỉnh u=1, chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của thuật toán.

∞	7	∞	∞	7	7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
7	∞	6	∞	6	7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	6	∞	5	6	∞	∞	∞	∞	∞	5	∞	∞
∞	∞	5	∞	6	∞	5	5	∞	5	5	∞	∞
7	6	6	6	∞	6	6	∞	∞	∞	∞	∞	∞
7	7	∞	∞	6	∞	6	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	5	6	6	∞	5	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	5	∞	∞	5	∞	2	2	∞	∞	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	2	∞	2	∞	4	4
∞	∞	∞	5	∞	∞	∞	2	2	∞	2	2	4
∞	∞	5	5	∞	∞	∞	∞	∞	2	∞	2	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	2	2	∞	4
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	4	∞	4	∞

5

ĐÁP ÁN ĐỀ 1

Câu 1.

a) Trình bày thuật toán BFS(u) :

Thuật toán BFS(u):

```
Bước 1 (Khởi tạo):
        Queue = ∅; Push(Queue, u); Chuaxet[u] = False;
Bước 2 (Lặp):
        while (Queue≠ ∅) {
                s = Pop(Queue); <Thăm đỉnh s>;
                for each t∈ Ke(s) do {
                        if ( Chuaxet[t] ) {
                                Push(Queue, t); Chuaxet[t] = False;
                        }
                }
        }
Bước 3 (Trả lại kết quả) :
        Return (<Tập đỉnh đã thăm>) ;
```

b) Tìm các đỉnh trụ của đồ thị:

- Vì BFS(1) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 = V. Nên Số thành phần liên thông (SOLT) của đồ thị là 1.
- Phương pháp xác định trụ được tiến hành như bảng dưới đây:

Đỉnh u∈V	BFS(v) trên đồ thị có tập đỉnh V\v	SOLT>1.
1∈V	BFS(2) = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13=V\ {1}	No
2∈V	BFS(1) =1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13=V\ {2}	No
3∈V	BFS(1) =1, 2, 4≠V\ {3}	Yes
4∈V	BFS(1) =1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13=V\ {4}	No
5∈V	BFS(1) =1, 2, 3, 4≠V\ {5}	Yes
6∈V	BFS(1) =1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13=V\ {6}	No
7∈V	BFS(1) =1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13=V\ {7}	No
8∈V	BFS(1) =1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13=V\ {8}	No
9∈V	BFS(1) =1, 2, 3, 5, 6, 7, 8 ≠V\ {9}	Yes
10∈V	BFS(1) =1, 2, 3, 5, 6, 7, 8 ,9≠V\ {10}	Yes
11∈V	BFS(2) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13=V\ {11}	Yes
12∈V	BFS(2) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13=V\ {12}	Yes
13∈V	BFS(2) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12=V\ {13}	Yes
Từ đây ta có kết luận: đỉnh 3, 5, 9, 10 là trụ		

c) Tìm các cạnh cầu của đồ thị:

Phương pháp được tiến hành như trong bảng sau. Chú ý, thứ tự các đỉnh được duyệt theo thuật toán là quan trọng:

Cạnh (u,v) ∈E	BFS(1) trên đồ thị có tập cạnh E\ (u,v)	SOLT>1
1-2	BFS(1) = *1, 3, 4*, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13=V	No
1-3	BFS(1) = *1, 2, 4*, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13=V	No
1-4	BFS(1) = *1, 2, 3*, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13=V	No
2-3	BFS(1) = *1, 2, 3*, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13=V	No
2-4	BFS(1) = *1, 2, 3*, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13=V	No
3-4	BFS(1) = *1, 2, 3*, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13=V	No
3-5	BFS(1) = *1, 2, 3*, 4 ≠ V	*Yes*
5-6	BFS(1) = 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 6, 10, 11, 12, 13=V	No
5-7	BFS(1) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 7, 10, 11, 12, 13=V	No
5-8	BFS(1) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 8, 10, 11, 12, 13=V	No
5-9	BFS(1) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13=V	No
6-7	BFS(1) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13=V	No
6-9	BFS(1) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13=V	No
7-8	BFS(1) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13=V	No
8-9	BFS(1) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13=V	No
9-10	BFS(1) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ≠V	*Yes*
10-11	BFS(1) = 1, 3, 4, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 11=V	No
10-12	BFS(1) = 1, 3, 4, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 11, 12=V	No
10-13	BFS(1) = 1, 3, 4, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 11, 13=V	No
11-12	BFS(1) = 1, 3, 4, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 11, 13=V	No
11-13	BFS(1) = 1, 3, 4, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 11, 13=V	No
12-13	BFS(1) = 1, 3, 4, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 11, 13=V	No
Từ đây ta có kết luận: cạnh (3,5), (9,10) là cầu		

Câu 2:

a) Chứng minh G là nửa Euler:

Ta có:

BFS(1) = 1, 4, 5, 6, 7, 10, 11, 3, 2, 8, 12, 13, 9 = V. Nên G liên thông yếu.

Ta lại có:

$Deg^+(1) = Deg^-(1) = 3$; $Deg^+(2) = Deg^-(2) = 2$; $Deg^+(4) = Deg^-(4) = 3$;
$Deg^+(5) = Deg^-(5) = 2$; $Deg^+(6) = Deg^-(6) = 2$; $Deg^+(7) = Deg^-(7) = 2$;
$Deg^+(8) = Deg^-(8) = 2$; $Deg^+(9) = Deg^-(9) = 2$; $Deg^+(10) = Deg^-(10) = 3$;
$Deg^+(11) = Deg^-(11) = 2$; $Deg^+(12) = Deg^-(12) = 2$;
$Deg^+(3) - Deg^-(3) = Deg^-(13) - Deg^+(13) = 1$;

G - Liên thông yếu và có $Deg^+(3) - Deg^-(3) = Deg^-(13) - Deg^+(13) = 1$; nên theo định lý G là nửa Euler nhưng không phải là Euler.

b) Xây dựng thuật toán tìm một đường đi Euler:

Thuật toán Euler-Path :

Bước 1 (Khởi tạo):

stack = ∅; CE = ∅;
u =<Đỉnh bậc lẻ có $Deg^+(u) - Deg^-(u) = 1$; >; Push(stack, u);

Bước 2 (Lặp):

```
while (stack ≠∅) {
        s = Get(stacks);
        if (Ke(s) ≠ ∅ ){
                t = < đỉnh đầu trong danh sách Ke(s)>;
                Push(stack, t); E = E \ (s, t);
        }
        else  {
                s = Pop(stack); E =>CE;
        }
}
```

Bước 3 (Trả lại kết quả):

<Lật ngược lại các đỉnh trong CE ta nhận được đường đi Euler>

9

c) Kiểm nghiệm thuật toán:

Đỉnh u=3 là đỉnh có $Deg^{+}(3)$ - $Deg^{-}(3)$ = 1 là đỉnh đầu tiên đưa vào stack. Trạng thái của stack và CE được thể hiện trong bảng sau:

Bước	Trạng thái stack	CE
1	3	∅
2	3, 1	∅
3	3, 1, 4	∅
4	3, 1, 4, 7	∅
5	3, 1, 4, 7, 1	∅
6	3, 1, 4, 7, 1, 5	∅
7	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2	∅
8	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1	∅
9	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6	∅
10	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4	∅
11	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10	∅
12	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8	∅
13	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4	∅
14	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4,11	∅
15	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4,11, 10	∅
16	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4,11, 10,12	∅
17	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4,11, 10,12, 9	∅
18	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4,11, 10,12, 9, 8	∅
19	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4,11, 10,12, 9, 8, 7	∅
20	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4,11, 10,12, 9, 8, 7, 5	∅
21	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4,11, 10,12, 9, 8, 7, 5, 3	∅
22	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4,11, 10,12, 9, 8, 7, 5, 3, 2	∅
23	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4,11, 10,12, 9, 8, 7, 5, 3, 2, 6	∅
24	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4,11, 10,12, 9, 8, 7, 5, 3, 2, 6, 11	∅
25	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4,11, 10,12, 9, 8, 7, 5, 3, 2, 6, 11, 12	∅
26	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4,11, 10,12, 9, 8, 7, 5, 3, 2, 6, 11, 12, 13	∅
27	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4,11, 10,12, 9, 8, 7, 5, 3, 2, 6, 11, 12, 13, 9	∅
28	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4,11, 10,12, 9, 8, 7, 5, 3, 2, 6, 11, 12, 13, 9, 10	∅
29	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4,11, 10,12, 9, 8, 7, 5, 3, 2, 6, 11, 12, 13, 9, 10, 13	∅
30	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4,11, 10,12, 9, 8, 7, 5, 3, 2, 6, 11, 12, 13, 9, 10	13
31...	< Đưa lần lượt các đỉnh sang CE ta có : CE= 13, 10, 9, 13, 12, 11, 6, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 12, 10, 11, 4, 8, 10, 4, 6, 1, 2, 5, 1, 7, 4, 1, 3	
Lật ngược các đỉnh trong CE ta nhận được đường đi Euler : 3-1- 4- 7- 1- 5- 2- 1- 6- 4- 10- 8- 4- 11- 10- 12- 9- 8- 7- 5- 3- 2- 6-11- 12-13-9-10-13		

Câu 3.

a) Trình bày thuật toán PRIM:

Thuật toán Prim:

Bước 1 (Khởi tạo):

$T = \phi$; $D(T) = 0$; $V_T = \phi$; u =<Đỉnh xuất phát bất kỳ>;

$V = V \backslash u$; $V_T = V_T \cup u$;

Bước 2 (Lặp):

```
while (V≠φ ) {
        <Chọn e = (s, t) là cạnh có trọng số nhỏ nhất sao cho s∈V, t∈V_T >;
        if ( d(e) = ∞ ) { <đồ thị không liên thông>; return (∞);}
        T = T∪{e}; D(T) = D(T) + d(e);
        V = V \s; V_T = V_T∪v;
}
```

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Return(T, D(T));

b) Kiểm nghiệm thuật toán:

$e=(s,t) \mid s\in V, t\in V_T$ có độ dài nhỏ nhất	$V \backslash v = ?$	$V_T \cup v = ?$	T, D(T)
Khởi tạo	2,3, 4, 5, 6, 7,8,9,10,11,12,13	1	$T=\varnothing$; D(T)=0
(1,6)	2, 3, 4, 5, 7,8,9,10,11,12,13	1, 6	$T=T\cup(1, 6)$; D(T) = 0 + 1= 1
(1, 2)	3, 4, 5, 7,8,9,10,11,12,13	1,2, 6	$T=T\cup(1, 2)$; D(T) = 1 + 2 = 3
(2, 3)	4, 5, 7,8,9,10,11,12,13	1, 2, 3, 6	$T=T\cup(2,3)$; D(T) = 3 + 6 = 9
(3, 4)	5, 7,8,9,10, 11, 12,13	1,2,3,4, 6	$T=T\cup(3,4)$; D(T) = 9 + 5 = 14
(4, 5)	7,8,9, 10, 11, 12,13	1,2,3,4, 5, 6	$T=T\cup(4,5)$; D(T) = 14 + 1 = 15
(4,8)	7, 9, 10, 11, 12,13	1,2,3,4, 5, 6, 8	$T=T\cup(5,8)$; D(T) = 15 + 5 = 20
(8,9)	7, 10, 11, 12,13	1,2,3,4, 5, 6, 8, 9	$T=T\cup(8,9)$; D(T) = 20 + 3 = 23
(8,10)	7, 11, 12,13	1,2,3,4, 5, 6, 8, 9, 10	$T=T\cup(8,10)$; D(T) = 23 + 3 = 26
(10,11)	7, 12,13	1,2,3,4, 5, 6, 8, 9, 10, 11	$T=T\cup(10,11)$; D(T) = 26 + 3 = 29
(10, 12)	7, 13	1,2,3,4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12	$T=T\cup(10, 12)$; D(T) = 29 + 3 = 32
(11, 13)	7	1,2,3,4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13	$T=T\cup(12, 13)$; D(T) = 32 + 2 = 34
(7, 8)	$\varnothing$	1,2,3,4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	$T=T\cup(7, 8)$; D(T) = 34 + 5 = 39
$V = \phi$; kết thúc bước lặp; D(T)=58			

T = {(1,2), (1, 6), (2,3), (3,4), (4, 5), (4,8), (7,8), (8,9), (8,10), (10,11), (10, 12), (11, 13)}

D(T) = 39

11

c) Để tìm cây khung lớn nhất lớn nhất của đồ thị G, tại mỗi bước của thuật toán PRIM chọn cạnh có trọng số lớn nhất. Kết quả như sau:

T= {(1, 5), (1, 13), (2, 3), (2, 5), (2, 6), (3, 11), (4, 7), (4, 8), (5, 7), (9, 12), (9, 13), (10, 13)}

D(T)= 83

Câu 4.

a) Trình bày thuật toán Dijkstra:

<u>THUẬT TOÁN DIJKSTRA</u>

<u>BƯỚC KHỞI TẠO:</u> s là đỉnh xuất phát

```
for v∈V do {
        d[v] = A[s,v]; truoc[v] =s;
}
```

<u>BƯỚC LẶP:</u>

```
While(V≠∅){
        <Chọn u là đỉnh có d[u] nhỏ nhất>;
        <Cố định nhãn của đỉnh u>; V = V\{u};
        for v ∈ V do {
                if (d[v]> d[u] +A[u,v]) {
                        d[v] = d[u] +A[u,v];
                        truoc[v] = u;
                }
        }
}
```

BƯỚC TRẢ LẠI KẾT QUẢ: Return(d(s,t));

b) Kiểm nghiệm thuật toán:

Bước	Tập nhãn các đỉnh													Đỉnh
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
1	<0,1>	<4,1>	<9,1>	<∞,1>	<∞,1>	<3,1>	<∞,1>	<∞,1>	<1,1>	<∞,1>	<∞,1>	<5,1>	<∞,1>	1
2	•	<4,1>	<4,9>	<∞,1>	<∞,1>	<5,9>	<3,9>	<∞,1>	•	<5,9>	<6,9>	<5,1>	<∞,1>	9
3	•	<4,9>	<6,7>	<10,2>	<8,2>	<5,9>	•	<7,7>	•	<5,9>	<6,9>	<5,1>	<5,2>	2
4	•	•	<6,2>	<6,5>	<5,7>	<5,9>	•	<7,7>	•	<5,9>	<6,9>	<5,1>	<5,2>	7
5	•	•	<6,2>	<6,5>	•	<5,9>	•	<7,7>	•	<5,9>	<6,9>	<5,1>	<5,2>	5
6	•	•	<6,2>	<6,5>	•	•	•	<6,6>	•	<5,9>	<6,9>	<5,1>	<5,2>	6
7	•	•	<6,2>	<6,5>	•	•	•	<6,6>	•	•	<6,9>	<5,1>	<5,2>	12
8	•	•	<6,2>	<6,5>	•	•	•	<6,6>	•	•	<6,9>	•	<5,2>	13
9	•	•	<6,2>	<6,5>	•	•	•	<6,6>	•	•	<6,9>	•	•	3
10	•	•	•	<6,5>	•	•	•	<6,6>	•	•	<6,9>	•	•	4
11	•	•	•	•	•	•	•	<6,6>	•	•	<6,9>	•	•	8
12	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	<6,9>	•	•	9

Đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến các đỉnh còn lại:

1->2 : độ dài 4.
1->2->3 : độ dài 6.
1->9->5->4 : độ dài 6
1->9->5 : độ dài 5
1->9->6 : độ dài 5
1->9->7 : độ dài 3
1->9->6->8 : độ dài 6
1->9 : độ dài 1
1->9->10 : độ dài 5
1->9->11 : độ dài 7
1->12 : độ dài 5
1->9->2->13 : độ dài 5

c) Tương tự câu b) có kết quả đường đi ngắn nhất từ đỉnh 3 đến đỉnh 4 là:

3->6->8->4: độ dài 4.

13

ĐÁP ÁN ĐỀ 2

Câu 1.

a) Trình bày thuật toán DFS(u) :

Thuật toán DFS(u):

```
{
    Chuaxet[u] = False;
    for each v ∈ V do
        if ( Chuaxet[v] )  DFS(v);
}
```

b) Tìm các đỉnh trụ của đồ thị:

- Vì DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V. Nên Số thành phần liên thông (SOLT) của đồ thị là 1.
- Phương pháp xác định trụ được tiến hành như bảng dưới đây:

Đỉnh u∈V	BFS(v) trên đồ thị có tập đỉnh V\v	SOLT>1
1∈V	DFS(2) = 2, 3, 4, 5 ≠ V\ {1}	Yes
2∈V	DFS(1) = 1, 5, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V\ {2}	No
3∈V	DFS(1) = 1, 5, 2, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V\ {3}	No
4∈V	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V\ {4}	No
5∈V	DFS(1) = 1, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 ≠ V\ {5}	Yes
6∈V	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V\ {6}	No
7∈V	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 9, 11, 12, 13 = V\ {7}	No
8∈V	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 9, 11, 12, 13 = V\ {8}	No
9∈V	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8 ≠ V\ {9}	Yes
10∈V	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 8 ≠ V\ {10}	Yes
11∈V	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 12, 13 = V\ {11}	No
12∈V	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 13 = V\ {12}	No
13∈V	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12 = V\ {11}	No
Từ đây ta có kết luận: đỉnh 1, 5, 9, 10 là trụ		

15

c) Tìm các cạnh cầu của đồ thị:

Phương pháp được tiến hành như trong bảng sau. Chú ý, thứ tự các đỉnh được duyệt theo thuật toán là quan trọng:

Cạnh (u,v) ∈E	BFS(1) trên đồ thị có tập cạnh E\ (u,v)	SOLT>1
1-5	BFS(1) = 1, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 ≠V	Yes
1-6	BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
1-7	BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 9, 11, 12, 13=V	No
1-8	BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 9, 11, 12. 13=V	No
1-10	BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 9, 11, 12, 13=V	No
2-3	BFS(1) = 1, 5, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11; 12, 13=V	No
2-4	BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
2-5	BFS(1) = 1, 5,3, 2, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
3-4	BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
3-5	BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	*No*
4-5	BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
6-7	BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
6-8	BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
7-10	BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 9, 11, 12, 13=V	No
8-10	BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 9, 11, 12, 13, 8=V	No
9-10	BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8	Yes
9-11	BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 12, 11, 13=V	No
9-12	BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
9-13	BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
11-12	BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 13, 12=V	No
11-13	BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
12-13	BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
Từ đây ta có kết luận: cạnh (1, 5), (9,10) là cầu		

Câu 2:

a) Chứng minh G là nửa Euler:

Ta có:

BFS(1) = 1, 9, 10, 12, 7, 11, 8, 4, 5, 6, 2, 13, 3 = V. Nên G liên thông yếu.

Ta lại có:

$Deg^+(2) = Deg^-(2) = Deg^+(3) = Deg^-(3) = Deg^+(4) = Deg^-(4) = 2$;
$Deg^+(5) = Deg^-(5) = 3$; $Deg^+(6) = Deg^-(6) = 2$; $Deg^+(7) = Deg^-(7) = 3$;
$Deg^+(8) = Deg^-(8) = 2$; $Deg^+(9) = Deg^-(9) = 3$; $Deg^+(10) = Deg^-(10) = 2$;
$Deg^+(11) = Deg^-(11) = 2$; $Deg^+(12) = Deg^-(12) = 2$;
$Deg^-(1) - Deg^+(1) = Deg^-(13) - Deg^+(13) = 1$;

G - Liên thông yếu và có $Deg^-(1) - Deg^+(1) = Deg^+(13) - Deg^-(13) = 1$; nên theo định lý G là nửa Euler.

b) Xây dựng thuật toán tìm một đường đi Euler:

Thuật toán Euler-Path :

Bước 1 (Khởi tạo):

```
stack = ∅; CE = ∅;
u =<Đỉnh bậc lẻ có Deg+(u) - Deg-(u) =1; >; Push(stack, u);
```

Bước 2 (Lặp):

```
while (stack ≠∅) {
        s = Get(stacks);
        if (Ke(s) ≠ ∅ ){
                t = < đỉnh đầu trong danh sách Ke(s)>;
                Push(stack, t); E = E \ (s, t);
        }
        else {
                s = Pop(stack); E =>CE;
        }
}
```

Bước 3 (Trả lại kết quả):

<Lật ngược lại các đỉnh trong CE ta nhận được đường đi Euler>

c) Kiểm nghiệm thuật toán:

Đỉnh u=13 là đỉnh có $Deg^+(1)$ - $Deg^-(1) = 1$ là đỉnh đầu tiên đưa vào stack. Trạng thái của stack và CE được thể hiện trong bảng sau:

Bước	Trạng thái stack	CE
1	13	Ø
2	13, 2	Ø
3	13, 2, 4	Ø
4	13, 2, 4, 7	Ø
5	13, 2, 4, 7, 6	Ø
6	13, 2, 4, 7, 6, 3	Ø
7	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2	Ø
8	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5	Ø
9	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3	Ø
10	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13	Ø
11	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5	Ø
12	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4	Ø
13	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11	Ø
14	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9	Ø
15	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1	Ø
16	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12	Ø
17	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12	Ø
18	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8	Ø
19	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6	Ø
20	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5	Ø
21	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7	Ø
22	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11	Ø
23	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10	Ø
24	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 1	Ø
25	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10	1
26	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 12	1
27	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 12, 9	1
28	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 12, 9, 10	1
29	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 12, 9	1, 10
30	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 12	1, 10, 9
31...	< Đưa lần lượt các đỉnh sang CE ta có : CE= 1, 10, 9, 12, 10, 11, 7, 5, 6, 8, 9, 7, 8, 12, 1, 9, 11, 4, 5, 13, 3, 5, 2, 3, 6, 7, 4, 2, 13	
Lật ngược các đỉnh trong CE ta nhận được đường đi Euler : 13-2- 4-7- 6-3-2-5-3-13-5-4-11-9-1-12-8-7-9-8-6-5-7-11-10-12-9-10-1		

Câu 3.

a) Trình bày thuật toán PRIM:

Thuật toán Prim:

Bước 1 (Khởi tạo):

$T = \phi$; $D(T) = 0$; $V_T = \phi$; u =<Đỉnh xuất phát bất kỳ>;

$V = V \backslash u$; $V_T = V_T \cup u$;

Bước 2 (Lặp):

```
while (V≠ϕ ) {
    <Chọn e = (s, t) là cạnh có trọng số nhỏ nhất sao cho s∈V, t∈VT >;
    if ( d(e) = ∞ ) { <đồ thị không liên thông>; return (∞);}
    T = T∪{e}; D(T) = D(T) + d(e);
    V = V \s; VT = VT∪v;
}
```

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Return(T, D(T));

b) Kiểm nghiệm thuật toán:

$e=(s,t) \mid s \in V, t \in V_T$ có độ dài nhỏ nhất	$V \backslash v = ?$	$V_T \cup v = ?$	T, D(T)
Khởi tạo	2,3, 4, 5, 6, 7,8,9,10,11,12,13	1	$T=\varnothing$; $D(T)=0$
(1,5)	2, 3, 4, 6, 7,8,9,10,11,12,13	1, 5	$T=T\cup(1, 5)$; $D(T) = 0 + 3= 3$
(1, 2)	3, 4, 6, 7,8,9,10,11,12,13	1, 5, 2	$T=T\cup(1, 2)$; $D(T) = 3 + 5 = 8$
(2, 3)	4, 6, 7,8,9,10,11,12,13	1, 5, 2, 3	$T=T\cup(2,3)$; $D(T) = 8 + 7 = 15$
(3, 4)	6, 7,8,9,10,11,12,13	1, 5, 2, 3, 4	$T=T\cup(3,4)$; $D(T) = 15 + 6 = 21$
(4, 7)	6, 8,9,10,11,12,13	1, 5, 2, 3, 4, 7	$T=T\cup(4,7)$; $D(T) = 21 + 6 = 27$
(4,8)	6, 9,10,11,12,13	1, 5, 2, 3, 4, 7, 8	$T=T\cup(4,8)$; $D(T) = 27 + 6 = 33$
(8,9)	6,10,11,12,13	1, 5, 2, 3, 4, 7, 8, 9	$T=T\cup(8,9)$; $D(T) = 33 + 3 = 36$
(8,10)	6,11,12,13	1, 5, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10	$T=T\cup(8,10)$; $D(T) = 36 + 3 = 39$
(10,11)	6, 12, 13	1, 5, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10, 11	$T=T\cup(10,11)$; $D(T) = 39 + 3 = 42$
(10, 12)	6, 13	1, 5, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10, 11, 12	$T=T\cup(10, 12)$; $D(T) = 42 + 3 = 45$
(9, 13)	6	1, 5, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	$T=T\cup(12, 13)$; $D(T) = 45 + 4 = 49$
(5, 6)	Ø	1, 5, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 6	$T=T\cup(7, 8)$; $D(T) = 49 + 7 = 56$
$V = \phi$: kết thúc bước lặp; $D(T)=58$			

T = {(1,2), (1, 5), (2,3), (3,4), (4, 7), (4,8), (8,9), (8,10), (10,11), (10, 12), (9, 13), (5, 6)}

D(T) = 56

19

c) Để tìm cây khung lớn nhất lớn nhất của đồ thị G, tại mỗi bước của thuật toán PRIM chọn cạnh có trọng số lớn nhất. Kết quả như sau:

T= {(1, 5), (1, 13), (2, 3), (2, 5), (2, 6), (3, 11), (4, 7), (4, 8), (5, 7), (9, 12), (9, 13), (10, 13)}

D(T)= 83

Câu 4.

a) Trình bày thuật toán Dijkstra:

<u>THUẬT TOÁN DIJKSTRA</u>

<u>BƯỚC KHỞI TẠO:</u> s là đỉnh xuất phát

```
for v∈V do {
        d[v] = A[s,v]; truoc[v] =s;
}
```

<u>BƯỚC LẶP:</u>

```
While(V≠∅){
        <Chọn u là đỉnh có d[u] nhỏ nhất>;
        <Cố định nhãn của đỉnh u>; V = V\{u};
        for v ∈ V do {
                if (d[v]> d[u] +A[u,v]) {
                        d[v] = d[u] +A[u,v];
                        truoc[v] = u;
                }
        }
}
```

BƯỚC TRẢ LẠI KẾT QUẢ: Return(d(s,t));

b) Kiểm nghiệm thuật toán:

Bước	Tập nhãn các đỉnh													Đỉnh
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
1	<0,1>	<6,1>	<9,1>	<∞,1>	<∞,1>	<7,1>	<∞,1>	<∞,1>	<2,1>	<∞,1>	<∞,1>	<5,1>	<∞,1>	1
2	•	<4,9>	<7,9>	<∞,1>	<∞,1>	<5,9>	<4,9>	<∞,1>	2,1	<6,9>	<8,9>	<5,1>	<∞,1>	9
3	•	4,9	<6,2>	<10,2>	<8,2>	<5,9>	<4,9>	<∞,1>	•	<6,9>	<8,9>	<5,1>	<5,2>	2
4	•	•	<6,2>	<10,2>	<5,7>	<5,9>	4,9	<8,7>	•	<6,9>	<8,9>	<5,1>	<5,2>	7
5	•	•	<6,2>	<6,5>	5,7	<5,9>	•		•	<6,9>	8,9	<5,1>	5,2	5
6	•	•	<6,2>	<6,5>	•	5,9	•	<6,6>	•	<6,9>	<8,9>	<5,1>	5,2	6
7	•	•	<6,2>	<6,5>	•	•	•	<6,6>	•	<6,9>	<6,12>	5,1	<5,2>	12
8	•	•	<6,2>	<6,5>	•	•	•	<6,6>	•	<6,9>	6,12	•	5,2	13
9	•	•	6,2	<6,5>	•	•	•	6,6	•	6,9	6,12	•	•	3
10	•	•	•	6,5	•	•	•	6,6	•	6,9	6,12	•	•	4
11	•	•	•	•	•	•	•	6,6	•	6,9	6,12	•	•	8
12	•	•	•	•	•	•	•	•	•	6,9	6,12	•	•	9
13	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	6,12	•	•	10

Đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến các đỉnh còn lại:

1->9->2	: độ dài 4.
1->9->2->3	: độ dài 6.
1->9->7->5->4	: độ dài 6
1->9->7->5	: độ dài 5
1->9->6	: độ dài 5
1->9->7	: độ dài 4
1->9->6->8	: độ dài 6
1->9	: độ dài 2
1->9->10	: độ dài 6
1->12->11	: độ dài 6
1->12	: độ dài 5
1->9->2->13	: độ dài 5

c) Tương tự câu b) đường đi ngắn nhất từ đỉnh 4 đến đỉnh 6 là:

4->1->6: độ dài 4

21

ĐÁP ÁN ĐỀ 3

Câu 1.

a) Trình bày thuật toán DFS(u) :

Thuật toán DFS(u):

```
{
    Chuaxet[u] = False;
    for each v ∈ V do
        if ( Chuaxet[v] ) DFS(v);
}
```

b) Tìm các đỉnh trụ của đồ thị:

- Vì DFS(1) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 8, 10, 11, 12, 13 = V. Nên Số thành phần liên thông (SOLT) của đồ thị là 1.
- Phương pháp xác định trụ được tiến hành như bảng dưới đây:

Đỉnh u∈V	BFS(v) trên đồ thị có tập đỉnh V\v	SOLT>1
1∈V	DFS(2) = 2, 3, 4 ≠ V\ {1}	Yes
2∈V	DFS(1) = 1, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 8, 10, 11, 12, 13 = V\ {2}	No
3∈V	DFS(1) = 1, 5, 2, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V\ {3}	No
4∈V	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V\ {4}	No
5∈V	DFS(1) = 1, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 ≠ V\ {5}	Yes
6∈V	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V\ {6}	No
7∈V	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 9, 11, 12, 13 = V\ {7}	No
8∈V	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 9, 11, 12, 13 = V\ {8}	No
9∈V	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8 ≠ V\ {9}	Yes
10∈V	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 8 ≠ V\ {10}	Yes
11∈V	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 12, 13 = V\ {11}	No
12∈V	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 13 = V\ {12}	No
13∈V	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12 = V\ {11}	No
Từ đây ta có kết luận: đỉnh 1, 5, 9, 10 là trụ		

 23

c) Tìm các cạnh cầu của đồ thị:
Phương pháp được tiến hành như trong bảng sau. Chú ý, thứ tự các đỉnh được duyệt theo thuật toán là quan trọng:

Cạnh (u,v) ∈E	BFS(1) trên đồ thị có tập cạnh E\ (u,v)	SOLT>1
1-5	DFS(1) = *1,2, 3, 4* ≠V	Yes
1-6	DFS(1) = *1*, 5, 2, 3, 4, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
1-7	DFS(1) = *1*, 5, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 9, 11, 12, 13=V	No
1-8	DFS(1) = *1*, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 9, 11, 12, 13=V	No
1-10	DFS(1) = *1*, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 9, 11, 12, 13=V	No
2-3	DFS(1) = *1, 5, 3*, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
2-4	DFS(1) = *1, 5, 2, 3*, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
2-5	DFS(1) = *1, 5,3*, 2, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
3-4	DFS(1) = *1, 5, 2, 3*, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
3-5	DFS(1) = *1, 5, 2, 3*, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	*No*
4-5	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
6-7	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
6-8	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
7-10	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 9, 11, 12, 13=V	No
8-10	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 9, 11, 12, 13, 8=V	No
9-10	DFS(1) = 1, 2, 3, 4, 6, 5, 7, 9, 8 ≠V	Yes
9-11	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 12, 11, 13=V	No
9-12	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
9-13	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
11-12	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 13, 12=V	No
11-13	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
12-13	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
Từ đây ta có kết luận: cạnh (1, 5), (9,10) là cầu		

Câu 2:

a) Chứng minh G là nửa Euler:

Ta có;

BFS(1) = 1, 9, 10, 12, 7, 11, 8, 4, 5, 6, 2, 13, 3 = V. Nên G liên thông yếu.

Ta lại có:

$Deg^+(2) = Deg^-(2) = Deg^+(3) = Deg^-(3) = Deg^+(4) = Deg^-(4) = 2;$

$Deg^+(5) = Deg^-(5) = 3; Deg^+(6) = Deg^-(6) = 2; Deg^+(7) = Deg^-(7) = 3;$

$Deg^+(8) = Deg^-(8) = 2; Deg^+(9) = Deg^-(9) = 3; Deg^+(10) = Deg^-(10) = 2;$

$Deg^+(11) = Deg^-(11) = 2; Deg^+(12) = Deg^-(12) = 2;$

$Deg^-(1) - Deg^+(1) = Deg^-(13) - Deg^+(13) = 1;$

G - Liên thông yếu và có $Deg^-(1) - Deg^+(1) = Deg^+(13) - Deg^-(13) = 1$; nên theo định lý G là nửa Euler.

b) Xây dựng thuật toán tìm một đường đi Euler:

Thuật toán Euler-Path :

Bước 1 (Khởi tạo):

```
stack = ∅; CE = ∅;
u =<Đỉnh bậc lẻ có Deg+(u) - Deg-(u) =1; >; Push(stack, u);
```

Bước 2 (Lặp):

```
while (stack ≠∅) {
        s = Get(stacks);
        if (Ke(s) ≠ ∅ ){
                t = < đỉnh đầu trong danh sách Ke(s)>;
                Push(stack, t); E = E \ (s, t);
        }
        else {
                s = Pop(stack); E =>CE;
        }
}
```

Bước 3 (Trả lại kết quả):

<Lật ngược lại các đỉnh trong CE ta nhận được đường đi Euler>

c) Kiểm nghiệm thuật toán:

Đỉnh u=13 là đỉnh có $Deg^{+}(1)$ - $Deg^{-}(1)$ = 1 là đỉnh đầu tiên đưa vào stack. Trạng thái của stack và CE được thể hiện trong bảng sau:

Bước	Trạng thái stack	CE
1	13	Ø
2	13, 2	Ø
3	13, 2, 4	Ø
4	13, 2, 4, 7	Ø
5	13, 2, 4, 7, 6	Ø
6	13, 2, 4, 7, 6, 3	Ø
7	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2	Ø
8	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5	Ø
9	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3	Ø
10	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13	Ø
11	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5	Ø
12	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4	Ø
13	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11	Ø
14	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9	Ø
15	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1	Ø
16	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12	Ø
17	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12	Ø
18	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8	Ø
19	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6	Ø
20	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5	Ø
21	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7	Ø
22	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11	Ø
23	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10	Ø
24	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 1	Ø
25	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10	1
26	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 12	1
27	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10,:12, 9	1
28	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 12, 9, 10	1
29	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 12, 9	1, 10
30	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 12	1, 10, 9
31...	< Đưa lần lượt các đỉnh sang CE ta có : CE= 1, 10, 9, 12, 10, 11, 7, 5, 6, 8, 9, 7, 8, 12, 1, 9, 11, 4, 5, 13, 3, 5, 2, 3, 6, 7, 4, 2, 13	
Lật ngược các đỉnh trong CE ta nhận được đường đi Euler : 13-2- 4-7- 6-3-2-5-3-13-5-4-11-9-1-12-8-7-9-8-6-5-7-11-10-12-9-10-1		

Câu 3.

a) Trình bày thuật toán PRIM:

Thuật toán Prim:

Bước 1 (Khởi tạo):

$T = \phi$; $D(T) = 0$; $V_T = \phi$; u =<Đỉnh xuất phát bất kỳ>;

$V = V \backslash u$; $V_T = V_T \cup u$;

Bước 2 (Lặp):

```
while (V≠φ ) {
        <Chọn e = (s, t) là cạnh có trọng số nhỏ nhất sao cho s∈V, t∈V_T >;
        if ( d(e) = ∞ ) { <đồ thị không liên thông>; return (∞);}
        T = T∪{e}; D(T) = D(T) + d(e);
        V = V \s; V_T = V_T∪v;
}
```

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Return(T, D(T));

b) Kiểm nghiệm thuật toán:

$e=(s,t) \mid s\in V, t\in V_T$ có độ dài nhỏ nhất	$V \backslash v = ?$	$V_T \cup v = ?$	T, D(T)
Khởi tạo	2,3, 4, 5, 6, 7,8,9,10,11,12,13	1	T=Ø; D(T)=0
(1,6)	2, 3, 4, 5, 7,8,9,10,11,12,13	1, 6	T=T∪(1, 6); D(T) = 0 + 1= 1
(1, 2)	3, 4, 5, 7,8,9,10,11,12,13	1,2, 6	T=T∪(1, 2); D(T) = 1 + 2 = 3
(2, 3)	4, 5, 7,8,9,10,11,12,13	1, 2, 3, 6	T=T∪(2,3); D(T) = 3 + 6 = 9
(3, 4)	5, 7,8,9,10, 11, 12,13	1,2,3,4, 6	T=T∪(3,4); D(T) = 9 + 5 = 14
(4, 5)	7,8,9, 10, 11, 12,13	1,2,3,4, 5, 6	T=T∪(4,5); D(T) = 14 + 1 = 15
(4,8)	7, 9, 10, 11, 12,13	1,2,3,4, 5, 6, 8	T=T∪(5,8); D(T) = 15 + 5 = 20
(8,9)	7, 10, 11, 12,13	1,2,3,4, 5, 6, 8, 9	T=T∪(8,9); D(T) = 20 + 3 = 23
(8,10)	7, 11, 12,13	1,2,3,4, 5, 6, 8, 9, 10	T=T∪(8,10); D(T) = 23 + 3 = 26
(10,11)	7, 12,13	1,2,3,4, 5, 6, 8, 9, 10, 11	T=T∪(10,11); D(T) = 26 + 3 = 29
(10, 12)	7, 13	1,2,3,4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12	T=T∪(10, 12); D(T) = 29 + 3 = 32
(11, 13)	7	1,2,3,4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13	T=T∪(12, 13); D(T) = 32 + 2 = 34
(7, 8)	Ø	1,2,3,4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	T=T∪(7, 8); D(T) = 34 + 5 = 39
$V = \phi$: kết thúc bước lặp; D(T)=58			

T = {(1,2), (1, 6), (2,3), (3,4), (4, 5), (4,8), (7,8), (8,9), (8,10), (10,11), (10, 12), (11, 13)}

D(T) = 39

27

c) Để tìm cây khung lớn nhất lớn nhất của đồ thị G, tại mỗi bước của thuật toán PRIM chọn cạnh có trọng số lớn nhất. Kết quả như sau:

T= {(1, 5), (1, 13), (2, 3), (2, 5), (2, 6), (3, 11), (4, 7), (4, 8), (5, 7), (9, 12), (9, 13), (10, 13)}

D(T)= 83

Câu 4.

a) Trình bày thuật toán Dijkstra:

THUẬT TOÁN DIJKSTRA

BƯỚC KHỞI TẠO: s là đỉnh xuất phát

```
for v∈V do {
        d[v] = A[s,v]; truoc[v] =s;
}
```

BƯỚC LẶP:

```
While(V≠∅){
        <Chọn u là đỉnh có d[u] nhỏ nhất>;
        <Cố định nhãn của đỉnh u>; V = V\{u};
        for v ∈ V do {
                if (d[v]> d[u] +A[u,v]) {
                        d[v] = d[u] +A[u,v];
                        truoc[v] = u;
                }
        }
}
```

BƯỚC TRẢ LẠI KẾT QUẢ: Return(d(s,t));

b) Kiểm nghiệm thuật toán:

Bước	Tập nhãn các đỉnh													Đỉnh
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
1	<0,1>	<6,1>	<9,1>	<∞,1>	<∞,1>	<7,1>	<∞,1>	<∞,1>	<2,1>	<∞,1>	<∞,1>	<5,1>	<∞,1>	1
2	-	<4,9>	<7,9>	<∞,1>	<∞,1>	<5,9>	<4,9>	<∞,1>	<2,1>	<6,9>	<8,9>	<5,1>	<∞,1>	9
3	-	<4,9>	<6,2>	<10,2>	<8,2>	<5,9>	<4,9>	<∞,1>	-	<6,9>	<8,9>	<5,1>	<5,2>	2
4	-	-	<6,2>	<10,2>	<5,7>	<5,9>	<4,9>	<8,7>	-	<6,9>	<8,9>	<5,1>	<5,2>	7
5	-	-	<6,2>	<6,5>	<5,7>	<5,9>	-		-	<6,9>	<8,9>	<5,1>	<5,2>	5
6	-	-	<6,2>	<6,5>	-	<5,9>	-	<6,6>	-	<6,9>	<8,9>	<5,1>	<5,2>	6
7	-	-	<6,2>	<6,5>	-	-	-	<6,6>	-	<6,9>	<6,12>	<5,1>	<5,2>	12
8	-	-	<6,2>	<6,5>	-	-	-	<6,6>	-	<6,9>	<6,12>	-	<5,2>	11
9	-	-	<6,2>	<6,5>	-	-	-	<6,6>	-	<6,9>	<6,12>	-	-	3
10	-	-	-	<6,5>	-	-	-	<6,6>	-	<6,9>	<6,12>	-	-	4
11	-	-	-	-	-	-	-	<6,6>	-	<6,9>	<6,12>	-	-	8
12	-	-	-	-	-	-	-	-	-	<6,9>	<6,12>	-	-	9
13	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	<6,12>	-	-	10

Đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến các đỉnh còn lại:

1->9->2	: độ dài 4.
1->9->2->3	: độ dài 6.
1->9->7->5->4	: độ dài 6
1->9->7->5	: độ dài 5
1->9->6	: độ dài 5
1->9->7	: độ dài 4
1->9->6->8	: độ dài 6
1->9	: độ dài 2
1->9->10	: độ dài 6
1->12->11	: độ dài 6
1->12	: độ dài 5
1->9->2->13	: độ dài 5

c) Tương tự câu b) đường đi ngắn nhất từ đỉnh 4 đến đỉnh 6 là:

4->1->6: độ dài 4

29

25 Câu TRR2

CÂU 1

Cho đơn đồ thị vô hướng G = <V, E> gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng danh sách kề như sau:

Ke(1) = 2, 9, 10	Ke(6) = 4, 5, 7
Ke(2) = 1, 3, 4, 8, 9, 10	Ke (7) = 4, 6, 8
Ke(3) = 2, 4, 5, 10	Ke (8) = 2, 4, 7, 9
Ke(4) = 2, 3, 5, 6, 7, 8	Ke (9) = 1, 2, 8, 10
Ke (5) = 3, 4, 6	Ke (10)= 1, 2, 3, 9

Hãy thực hiện:

a) Tìm deg(u) với mọi $u \in V$?

b) Hãy biểu diễn đồ thị G =<V, E> dưới dạng ma trận kề?

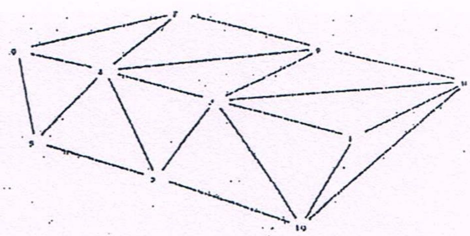
c) Hãy biểu diễn đồ thị G =<V, E> dưới dạng danh sách cạnh?

Giải

a) Deg(1) = deg(5) = deg(6) = deg(7) = 3
Deg(2) = deg(4) = 6
Deg(3) = deg(8) = deg(9) = deg(10) = 4

b) Ma Trận kề

$$\begin{vmatrix}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{vmatrix}$$



c) Danh sách cạnh

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	3	10
1	9	4	5
1	10	4	6
2	3	4	7
2	4	4	8
2	8	5	6
2	9	6	7
2	10	7	8

31

3	4	8	9
3	5	9	10

CÂU 2

Cho đơn đồ thị vô hướng G = <V, E> gồm 10 đỉnh và 20 cạnh được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	5	7
1	5	5	9
1	8	5	10
1	10	6	7
2	3	6	10
2	4	7	8
2	6	7	9
4	6	7	10
4	8	8	9
5	6	9	10

Hãy thực hiện:

a) Tìm deg(u) với mọi u∈V?

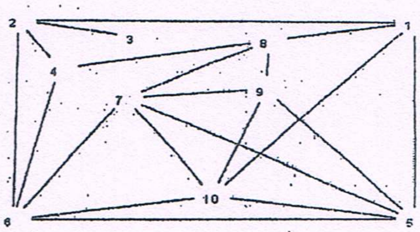
b) Hãy biểu diễn đồ thị G =<V, E> dưới dạng ma trận kề?

c) Hãy biểu diễn đồ thị G =<V, E> dưới dạng danh sách kề?

a) Deg(1) = deg(2) = deg(8) = deg(9) = 4
Deg(3) = 1
Deg(4) = 3
Deg(5) = deg(6) = deg(7) = deg(10) = 5

b) Ma Trận kề

$$
\begin{vmatrix}
0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0
\end{vmatrix}
$$



c) Danh sách kề

Ke(1) = 2, 5, 8, 10	Ke(6) = 2, 4, 5, 7, 10
Ke(2) = 1, 3, 4, 6	Ke(7) = 5, 6, 8, 9, 10
Ke(3) = 2	Ke(8) = 1, 4, 7, 9

33

Ke(4) = 2, 6, 8	Ke(9) = 5, 7, 8, 10
Ke(5) = 1, 6, 7, 9, 10	Ke(10) = 1, 5, 6, 7, 9

CÂU 3

Cho đơn đồ thị vô hướng G = <V, E> gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

$$\begin{vmatrix}
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{vmatrix}$$

Hãy thực hiện:

a) Tìm deg(u) với mọi u∈V? (Không LT)

b) Hãy biểu diễn đồ thị G =<V, E> dưới dạng danh sách cạnh?

c) Hãy biểu diễn đồ thị G =<V, E> dưới dạng danh sách kề?

Giải

Câu này đề bài sai chút ở chỗ 7-8 là 1 mà 8-7 lại là 0

a) Deg(1) = 4

Deg(2) = 3

Deg(3) = deg(5) =deg(6) =deg(7) = 5

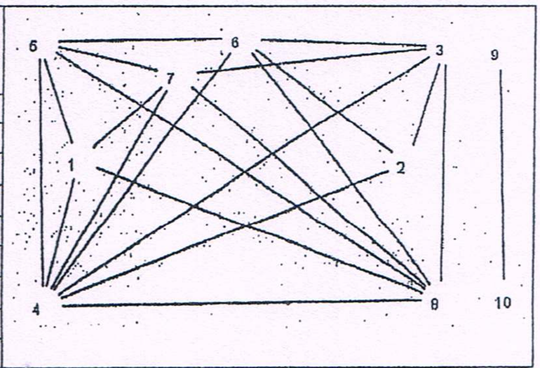
Deg(4) = 7

Deg(8) = 6

Deg(9) = deg(10) = 1

b) Danh sách cạnh

Đỉn h đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	4	4	5
1	5	4	6
1	7	4	7
1	8	4	8
2	3	5	6
2	4	5	7
2	6	5	8
3	4	6	8
3	6	7	8



35

3	7	9	10	
3	8			

c) Danh sách kề

Ke(1) = 4, 5, 7, 8	Ke(6) = 2, 3, 4, 5, 8
Ke(2) = 3, 4, 6	Ke(7) = 1, 3, 4, 5, 8
Ke(3) = 2, 4, 6, 7, 8	Ke(8) = 1, 3, 4, 5, 6, 7
Ke(4) = 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8	Ke(9) = 10
Ke(5) = 1, 4, 6, 7, 8	Ke(10) = 9

CÂU 4

Cho đơn đồ thị có hướng G = <V, E> gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng danh sách kề như sau:

Ke(1) = 4, 10	Ke (6) = 1, 4, 7
Ke(2) = 4, 5, 6	Ke (7) = 3, 9
Ke(3) = 8	Ke (8)= 7, 9
Ke(4) = 2, 10	Ke(9) = 8
Ke (5) = 7, 8	Ke(10) = 1, 2

Hãy thực hiện:

a) Tìm $deg^+(u)$, $deg^-(u)$ với mọi $u \in V$?
b) Hãy biểu diễn đồ thị G =<V, E> dưới dạng ma trận kề?
c) Hãy biểu diễn đồ thị G =<V, E> dưới dạng danh sách cạnh?

a) $Deg^+(1) = Deg^+(4) = Deg^+(5) = Deg^+(7) = Deg^+(8) = Deg^+(10) = 2$
$Deg^+(2) = Deg^+(6) = 3$
$Deg^+(3) = Deg^+(9) = 1$
$Deg^-(1) = Deg^-(2) = Deg^-(7) = Deg^-(9) = Deg^-(10) = 2$
$Deg^-(3) = Deg^-(5) = Deg^-(6) = 1$
$Deg^-(4) = Deg^-(7) = Deg^-(8) = 3$

b) Ma Trận kề

$$\begin{vmatrix}
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{vmatrix}$$

c) Danh sách cạnh

Đỉnh đầu	**Đỉnh cuối**	**Đỉnh đầu**	**Đỉnh cuối**
1	4	6	1
1	10	6	4
2	4	6	7
2	5	7	3
2	6	7	9

3	8	8	7
4	2	8	9
4	10	9	8
5	7	10	1
5	8	10	2

CÂU 5

Cho đơn đồ thị có hướng G = <V, E> gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Hãy thực hiện:

a) Tìm $deg^+(u)$, $deg^-(u)$ với mọi $u \in V$?

b) Hãy biểu diễn đồ thị G =<V, E> dưới dạng danh sách kề?

c) Hãy biểu diễn đồ thị G =<V, E> dưới dạng danh sách cạnh?

Giải

a) $Deg^+(1) = Deg^+(3) = Deg^+(4) = Deg^+(6) = Deg^+(7) = Deg^+(8) = Deg^+(9) = Deg^+(10) = 2$

$Deg^+(2) = 3$, $Deg^+(5) = 1$

$Deg^-(1) = Deg^-(3) = Deg^-(4) = Deg^-(7) = Deg^-(8) = Deg^-(10) = 2$

$Deg^-(2) = Deg^-(6) = 3$, $Deg^-(5) = Deg^-(9) = 1$

b) Danh sách kề

Ke(1) = 2, 3	Ke(6) = 7, 8
Ke(2) = 3, 4, 5	Ke(7) = 4, 8
Ke(3) = 9, 10	Ke(8) = 1, 2
Ke(4) = 6, 7	Ke(9) = 6, 10
Ke(5) = 6	Ke(10) = 1, 2

c) Danh sách cạnh

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	6	7
1	3	6	8
2	3	7	4
2	4	7	8
2	5	8	1
3	9	8	2
3	10	9	6
4	6	9	10

39

4	7	10	1
5	6	10	2

CÂU 6

Cho đơn đồ thị có hướng G = <V, E> gồm 10 đỉnh và 20 cạnh được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	6	7
1	5	6	8
2	3	7	2
2	4	7	8
2	5	8	1
3	6	8	10
4	6	9	6
4	7	9	7
5	9	10	1
5	10	10	4

Hãy thực hiện:

a) Tìm $deg^+(u)$, $deg^-(u)$ với mọi $u \in V$?

b) Hãy biểu diễn đồ thị G =<V, E> dưới dạng danh sách kề?

a) $Deg^+(1) = Deg^+(4) = Deg^+(5) = Deg^+(6) = Deg^+(7) = Deg^+(8) = Deg^+(9) = Deg^+(10) = 2$

$Deg^+(2) = 3$, $Deg^+(3) = 1$

$Deg^-(1) = Deg^-(2) = Deg^-(4) = Deg^-(5) = Deg^-(8) = Deg^-(10) = 2$

$Deg^-(3) = Deg^-(9) = 1$

$Deg^-(6) = Deg^-(7) = 3$

b) Danh sách kề

Ke(1) = 2, 5	Ke(6) = 7, 8
Ke(2) = 3, 4, 5	Ke(7) = 2, 8
Ke(3) = 6	Ke(8) = 1, 10
Ke(4) = 6, 7	Ke(9) = 6, 7
Ke(5) = 9, 10	Ke(10) = 1, 4

c) Ma Trận kề

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

CÂU 7

Cho đơn đồ thị vô hướng G = <V, E> gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Hãy thực hiện:

a) Trình bày thuật toán duyệt theo chiều rộng bắt đầu từ đỉnh u∈ V trên đồ thị G?

b) Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm số thành phần liên thông của đồ thị G, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

a) **Thuật toán BFS(u):**

Bước 1 (Khởi tạo):

Queue = ∅; Push(Queue, u); Chuaxet[u] = False;

Bước 2 (Lặp):

```
while (Queue≠ ∅) {
        s = Pop(Queue); <Thăm đỉnh s>;
        for each t∈ Ke(s) do {
                if ( Chuaxet[t] ) {
                        Push(Queue, t); Chuaxet[t] = False;
                }
        }
}
```

Bước 3 (Trả lại kết quả) :

Return (<Tập đỉnh đã thăm>) ;

b)

TT	Trạng thái Queue	Các đỉnh đã duyệt	Số tplt
0	∅	∅	0
1	1	1	1

43

2	4 9 10	1 4 9 10	1
3	9 10 2 5	1 4 9 10 2 5	1
4	10 2 5 8	1 4 9 10 2 5	1
5	2 5 8	1 4 9 10 2 5 8	1
6	5 8	1 4 9 10 2 5 8	1
7	8	1 4 9 10 2 5 8	1
8	∅	1 4 9 10 2 5 8	1
9	3	1 4 9 10 2 5 8 3	2
10	6 7	1 4 9 10 2 5 8 3 6 7	2
11	7	1 4 9 10 2 5 8 3 6 7	2
12	∅	1 4 9 10 2 5 8 3 6 7	2

Thứ tự duyệt: 1 4 9 10 2 5 8 3 6 7

Số tplt là 2

CÂU 8

Cho đơn đồ thị vô hướng G = <V, E> gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

$$\begin{vmatrix} 0&0&0&1&0&0&0&0&1&1\\ 0&0&0&1&1&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&1&0&0&0\\ 1&1&0&0&1&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&1&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&1&1\\ 1&0&0&0&0&0&0&1&0&1\\ 1&0&0&0&0&0&0&1&1&0 \end{vmatrix}$$

Hãy thực hiện:

a) Trình bày thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu từ đỉnh u∈ V trên đồ thị G?

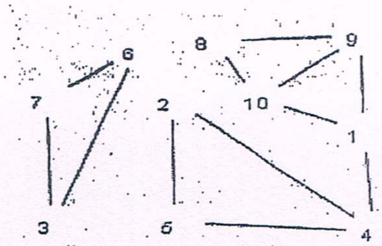
b) Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm số thành phần liên thông của đồ thị G, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

a) Trình bày thuật toán DFS(u) :

Thuật toán DFS(u):

```
{
    Chuaxet[u] = False;
    for each v ∈ V do
        if ( Chuaxet[v] ) DFS(v);
}
```



b)

TT	Trạng thái Stack	Các đỉnh đã duyệt	Số tplt
0	∅	∅	
1	1	1	1
2	1 4	1 4	1
3	1 4 2	1 4 2	1
4	1 4 2 5	1 4 2 5	1
5	1 4 2	1 4 2 5	1
6	1 4	1 4 2 5	1
7	1	1 4 2 5	1
8	1 9	1 4 2 5 9	1
9	1 9 8	1 4 2 5 9 8	1
10	1 9 8 10	1 4 2 5 9 8 10	1

11	1 9 8	1 4 2 5 9 8 10	1
12	1 9	1 4 2 5 9 8 10	1
13	1	1 4 2 5 9 8 10	1
14	∅	1 4 2 5 9 8 10	1
15	3	1 4 2 5 9 8 10 3	2
16	3 6	1 4 2 5 9 8 10 3 6	2
17	3 6 7	1 4 2 5 9 8 10 3 6 7	2
18	3 6	1 4 2 5 9 8 10 3 6 7	2
19	3	1 4 2 5 9 8 10 3 6 7	2
20	∅	1 4 2 5 9 8 10 3 6 7	2

Thứ tự duyệt: 1 4 2 5 9 8 10 3 6 7

Số tplt là 2

CÂU 9

Cho đơn đồ thị vô hướng G = <V, E> gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

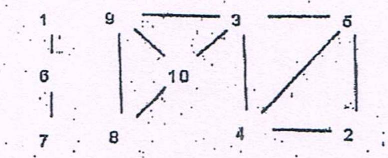
Hãy thực hiện:

a) Trình bày thuật toán duyệt theo chiều rộng bắt đầu từ đỉnh u ∈ V trên đồ thị G?

b) Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm số thành phần liên thông của đồ thị G, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

a) Như câu 7



b)

TT	Trạng thái Queue	Các đỉnh đã duyệt	Số tplt
0	∅	∅	0
1	1	1	1
2	6	1 6	1
3	7	1 6 7	1
4	∅	1 6 7	1
5	2	1 6 7 2	2
6	4 5	1 6 7 2 4 5	2
7	5 3	1 6 7 2 4 5 3	2
8	3	1 6 7 2 4 5 3	2

9	9 10	1 6 7 2 4 5 3 9 10	2
10	10 8	1 6 7 2 4 5 3 9 10 8	2
11	8	1 6 7 2 4 5 3 9 10 8	2
12	∅	1 6 7 2 4 5 3 9 10 8	2

Thứ tự duyệt: 1 6 7 2 4 5 3 9 10 8

Số tplt là 2

CÂU 10

Cho đơn đồ thị vô hướng G = <V, E> gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

$$
\begin{vmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0
\end{vmatrix}
$$

Hãy thực hiện:

a) Trình bày thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu từ đỉnh $u \in V$ trên đồ thị G?

b) Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm số thành phần liên thông của đồ thị G, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

a) Như câu 8

b)

TT	Trạng thái Stack	Các đỉnh đã duyệt	Số tplt
0	∅	∅	
1	1	1	1
2	1 6	1 6	1
3	1 6 7	1 6 7	1
4	1 6	1 6 7	1
5	1	1 6 7	1
6	∅	1 6 7	1
7	2	1 6 7 2	
8	2 4	1 6 7 2 4	2
9	2 4 3	1 6 7 2 4 3	2
10	2 4 3 5	1 6 7 2 4 3 5	2
11	2 4 3	1 6 7 2 4 3 5	2
12	2 4 3 9	1 6 7 2 4 3 5 9	2
13	2 4 3 9 8	1 6 7 2 4 3 5 9 8	2
14	2 4 3 9 8 10	1 6 7 2 4 3 5 9 8 10	2

15	2 4 3 9 8	1 6 7 2 4 3 5 9 8 10	2
16	2 4 3 9	1 6 7 2 4 3 5 9 8 10	2
17	2 4 3	1 6 7 2 4 3 5 9 8 10	2
18	2 4	1 6 7 2 4 3 5 9 8 10	2
19	2	1 6 7 2 4 3 5 9 8 10	2
20	∅	1 6 7 2 4 3 5 9 8 10	2

Thứ tự duyệt: 1 4 2 5 9 8 10 3 6 7

Số tplt là 2

CÂU 11

Cho đơn đồ thị vô hướng G = <V, E> gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Hãy thực hiện:

a) Trình bày thuật toán duyệt theo chiều rộng bắt đầu từ đỉnh u∈ V trên đồ thị G?

b) Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị G, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

a) Như câu 7

b) Vì BFS(1) = *1, 4, 9, 10, 2, 5, 8 = V1 và* BFS(3) = *3, 6, 7 = V2* mà V1 + V2 = V nên Số thành phần liên thông (SOLT) của đồ thị là 2.

Cạnh (u,v) ∈E	BFS(1) trên đồ thị có tập cạnh E\ (u,v)	SOLT> 2
1-4	BFS(1) = 1, 9, 10, 8 ≠V1	Yes
1-9	BFS(1) = 1, 4, 10, 2, 5, 8, 9 =V1	No
1-10	BFS(1) = 1, 4, 9, 2, 5, 8, 10 =V1	No
2-4	BFS(1) = 1, 4, 9, 10, 5, 8, 2 =V1	No
2-5	BFS(1) = 1, 4, 9, 10, 2, 5, 8 =V1	No
3-6	BFS(3) = 3 ≠V2	Yes
4-5	BFS(1) = 1, 4, 9, 10, 2, 8, 5 =V1	No
6-7	BFS(3) = 3, 6 ≠V2	Yes
8-9	BFS(1) = 1, 4, 9, 10, 2, 5, 8 =V1	No
8-10	BFS(1) = 1, 4, 9, 10, 2, 5, 8 =V1	No
9-10	BFS(1) = 1, 4, 9, 10, 2, 5, 8 =V1	No
Từ đây ta có kết luận: cạnh (1,4), (3,6), (6,7) là cạnh cầu		

CÂU 12

Cho đơn đồ thị vô hướng G = <V, E> gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Hãy thực hiện:

a) Trình bày thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu từ đỉnh u∈ V trên đồ thị G?

a) Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị G, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

a) Như câu 8

b) Vì DFS(1) = 1, 4, 2, 5, 9, 8, 10 = V1 và DFS(3) = 3, 6, 7 = V2 mà V1+V2 = V nên Số thành phần liên thông (SOLT) của đồ thị là 2.

Cạnh (u,v) ∈E	DFS(1) trên đồ thị có tập cạnh E\ (u,v)	SOLT> 2
1-4	DFS(1) = 1, 9, 8, 10 ≠V1	Yes
1-9	DFS(1) = 1, 4, 2, 5, 10, 8, 9 =V1	No
1-10	DFS(1) = 1, 4, 2, 5, 9, 8, 10 =V1	No
2-4	DFS(1) = 1, 4, 5, 2, 9, 8, 10 =V1	No
2-5	DFS(1) = 1, 4, 2, 5, 9, 8, 10 =V1	No
3-6	DFS(3) = 3 ≠V2	Yes
4-5	DFS(1) = 1, 4, 2, 5, 9, 8, 10 =V1	No
6-7	DFS(3) = 3, 6 ≠V2	Yes
8-9	DFS(1) = 1, 4, 2, 5, 9, 10, 8 =V1	No
8-10	DFS(1) = 1, 4, 2, 5, 9, 8, 10 =V1	No
9-10	DFS(1) = 1, 4, 2, 5, 9, 8, 10 =V1	No
Từ đây ta có kết luận: đỉnh 3, 6 là đỉnh trụ		

CÂU 13

Cho đơn đồ thị vô hướng G = <V, E> gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

$$\begin{vmatrix} 0&0&0&0&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&1&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&1&0&0&0&1&1\\ 0&1&1&0&1&0&0&0&0&0\\ 0&1&1&1&0&0&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&1&1\\ 0&0&1&0&0&0&0&1&0&1\\ 0&0&1&0&0&0&0&1&1&0 \end{vmatrix}$$

Hãy thực hiện:

a) Trình bày thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu từ đỉnh u ∈ V trên đồ thị G?

b) Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị G, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

a) Như câu 8

b) Vì DFS(1) = 1, 6, 7 = V1 và DFS(2) = 2, 4, 5, 3, 9, 8, 10 = V2 mà V1+V2 = V nên Số thành phần liên thông (SOLT) của đồ thị là 2.

Đỉnh u∈V	DFS(v) trên đồ thị có tập đỉnh V\v	SOLT>2
1∈V	DFS(6) = 6, 7 = V1\ {1}	No
2∈V	DFS(4) = 4, 5, 3, 9, 8, 10 = V2\ {2}	No
3∈V	DFS(2) = 2, 4, 5 ≠ V2\ {3}	Yes
4∈V	DFS(2) = 2, 5, 3, 9, 8, 10 = V2\ {4}	No
5∈V	DFS(2) = 2, 4, 3, 9, 8, 10 = V2\ {5}	No
6∈V	DFS(1) = 1 ≠ V1\ {6}	Yes
7∈V	DFS(1) = 1, 6 = V1\ {7}	No
8∈V	DFS(2) = 2, 4, 5, 3, 9, 10 = V\ {8}	No
9∈V	DFS(2) = 2, 4, 5, 3, 10, 8 = V\ {9}	No
10∈V	DFS(2) = 2, 4, 5, 3, 9, 8 = V\ {10}	No
Từ đây ta có kết luận: đỉnh 3, 6 là đỉnh trụ		

53

CÂU 14

Cho đơn đồ thị vô hướng G = <V, E> gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

$$\begin{vmatrix} 0&1&0&0&1&0&0&1&0&1\\ 1&0&1&1&0&1&0&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&1&0&1&0&0\\ 1&0&0&0&0&1&1&0&1&1\\ 0&1&0&1&1&0&1&0&0&1\\ 0&0&0&0&1&1&0&1&1&1\\ 0&0&0&1&0&0&1&0&1&0\\ 0&0&0&0&1&0&1&1&0&1\\ 1&0&0&0&1&1&1&0&1&0 \end{vmatrix}$$

Hãy thực hiện:

a) Trình bày thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu từ đỉnh u ∈ V trên đồ thị G?

b) Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm cây bao trùm của đồ thị G, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

a) Như câu 8

b)

TT	Trạng thái Stack	Các đỉnh đã duyệt	Thêm cạnh
0	∅	∅	
1	1	1	
2	1 2	1 2	1-2
3	1 2 3	1 2 3	2-3
4	1 2	1 2 3 4	
5	1 2 4	1 2 3 4	2-4
6	1 2 4 6	1 2 3 4 6	4-6
7	1 2 4 6 5	1 2 3 4 6 5	5-6
8	1 2 4 6 5 7	1 2 3 4 6 5 7	5-7
9	1 2 4 6 5 7 8	1 2 3 4 6 5 7 8	7-8
10	1 2 4 6 5 7 8 9	1 2 3 4 6 5 7 8 9	8-9
11	1 2 4 6 5 7 8 9 10	1 2 3 4 6 5 7 8 9 10	9-10
Cây bao trùm của đồ thị là 1-2, 2-3, 2-4, 4-6, 5-6, 5-7, 7-8, 8-9, 9-10			

CÂU 15

Cho đơn đồ thị có hướng G = <V, E> gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

$$
\begin{vmatrix}
0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{vmatrix}
$$

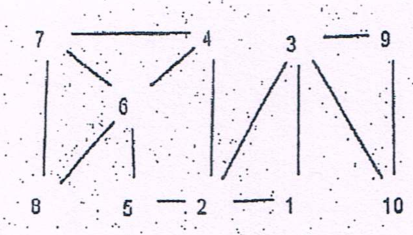
Hãy thực hiện:

a) Trình bày thuật toán duyệt theo chiều rộng bắt đầu từ đỉnh u ∈ V trên đồ thị G?

b) Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm một đường đi ít cạnh nhất từ đỉnh 2 đến đỉnh 8 của đồ thị G, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

a) Như câu 7



b)

TT	Trạng thái Queue	Các đỉnh đã duyệt	Mảng trước
0	∅	∅	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
1	2	2	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
2	3 4 5	2 3 4 5	0 0 2 2 2 0 0 0 0 0
3	4 5 9 10	2 3 4 5 9 10	0 0 2 2 2 0 0 0 3 3
4	5 9 10 6 7	2 3 4 5 9 10 6 7	0 0 2 2 2 4 4 0 3 3
5	9 10 6 7	2 3 4 5 9 10 6 7	0 0 2 2 2 4 4 0 3 3
6	10 6 7	2 3 4 5 9 10 6 7	0 0 2 2 2 4 4 0 3 3
7	6 7 1	2 3 4 5 9 10 6 7 1	10 0 2 2 2 4 4 0 3 3

55

8	7 1 8	2 3 4 5 9 10 6 7 1 8	10 0 2 2 2 4 4 6 3 3
9	1 8	2 3 4 5 9 10 6 7 1 8	10 0 2 2 2 4 4 6 3 3
10	8	2 3 4 5 9 10 6 7 1 8	10 0 2 2 2 4 4 6 3 3
11	∅	2 3 4 5 9 10 6 7 1 8	10 0 2 2 2 4 4 6 3 3
Duyệt ngược mảng trước ta được 8<- 6 <- 4<- 2			

CÂU 16

Cho đơn đồ thị vô hướng G = <V, E> gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Hãy thực hiện:

a) Trình bày thuật toán tìm một chu trình Euler của đồ thị?

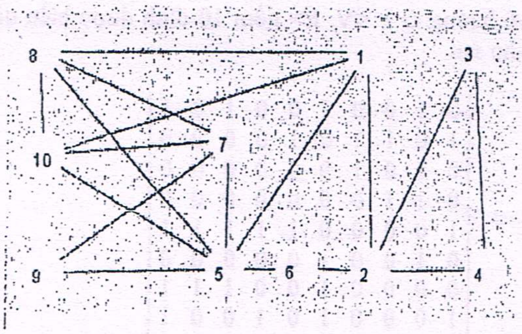
b) Áp dụng thuật toán, tìm một chu trình Euler của đồ thị G đã cho bắt đầu từ đỉnh 1, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán

Giải

a) Thuật toán chu trình Euler

```
void Euler(int a[ ][ ])
{
        Tạo mảng CE để ghi chu trình;
        Khởi tạo stack s để xếp các đỉnh đã xét ;
        push(s,1) ; //cho đỉnh 1 vào stack s
        while( s ≠ ø)
        {
                Xét đỉnh v là đỉnh trên cùng của stack
                for(i=1;i<=n;i++) if(v kề với i){
                        push(s,i); xóa cạnh (v,i); break;
                        }
                if(i=n+1){
                        lấy v khỏi stack s, đẩy v vào CE;
                        }
        }
    in ra chu trình CE theo thứ tự ngược lại.
}
```


57

b) 

Deg(1) = Deg(2) = Deg(7) = Deg(8) = Deg(10) = 4
Deg(3) = Deg(2) = Deg(6) = Deg(9) = 2
Deg(5) = 6
Tất cả các đỉnh đều có bậc chẵn do đó đồ thị có chu trình Euler

TT	Cạnh xoá	Trạng thái Stack	Chu trình CE
0		∅	∅
1		1	∅
2	1-2	1 2	∅
3	2-3	1 2 3	∅
4	3-4	1 2 3 4	∅
5	2-4	1 2 3 4 2	∅
6	2-6	1 2 3 4 2 6	∅
7	5-6	1 2 3 4 2 6 5	∅
8	1-5	1 2 3 4 2 6 5 1	∅
9	1-8	1 2 3 4 2 6 5 1 8	∅
10	5-8	1 2 3 4 2 6 5 1 8 5	∅
11	5-7	1 2 3 4 2 6 5 1 8 5 7	∅
12	7-8	1 2 3 4 2 6 5 1 8 5 7 8	∅
13	8-10	1 2 3 4 2 6 5 1 8 5 7 8 10	∅
14	1-10	1 2 3 4 2 6 5 1 8 5 7 8 10 1	1
15	5-10	1 2 3 4 2 6 5 1 8 5 7 8 10 5	1
16	5-9	1 2 3 4 2 6 5 1 8 5 7 8 10 5 9	1
17	7-9	1 2 3 4 2 6 5 1 8 5 7 8 10 5 9 7	1
18	7-10	1 2 3 4 2 6 5 1 8 5 7 8 10 5 9 7 10	1

Lấy lần lượt các đỉnh của Stack sang CE và duyệt ngược lại ta được chu trình Euler là :

1 2 3 4 2 6 5 1 8 5 7 8 10 5 9 7 10 1

CÂU 17

Cho đơn đồ thị vô hướng G = <V, E> gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau

$$\begin{vmatrix}
0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{vmatrix}$$

Hãy thực hiện:

a) Trình bày thuật toán tìm một đường đi Euler của đồ thị?

b) Áp dụng thuật toán, tìm một đường đi Euler của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán

Giải

a) Đường đi Euler đồ thị có hướng

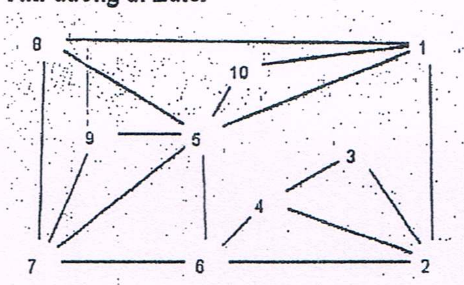
```
void Euler(int a[ ][ ])
{
        Tạo mảng CE để ghi chu trình;
        Khởi tạo stack s để xếp các đỉnh đã xét ;
        Gán đỉnh u là đỉnh có bậc ra lớn hơn bậc vào 1 đơn vị;
        push(s,u) ; //cho đỉnh u vào stack s
        while( s ≠ ø){
                Xét đỉnh v là đỉnh trên cùng của stack
                for(i=1;i<=n;i++) if(v kề với i){
                        push(s,i); xóa cạnh (v,i); break;
                        }
                if(i=n+1){
                        lấy v khỏi stack s, đẩy v vào CE;
                        }
                }
        in ra đường đi CE theo thứ tự ngược lại.
}
```

Đường đi Euler đồ thị vô hướng

```
void Euler(int a[ ][ ])
```

```
{
        Tạo mảng CE để ghi chu trình;
        Khởi tạo stack s để xếp các đỉnh đã xét ;
        Gán đỉnh u là 1 trong 2 đỉnh bậc lẻ của đồ thị G;
        push(s,u) ; //cho đỉnh u vào stack s
         while( s ≠ ø){
                Xét đỉnh v là đỉnh trên cùng của stack
                for(i=1;i<=n;i++) if(v kề với i){
                        push(s,i); xóa cạnh (v,i); break;
                        }
                if(i=n+1){
                        lấy v khỏi stack s, đẩy v vào CE;
                        }
                }
        in ra đường đi CE theo thứ tự ngược lại.
}
```

b) Tìm đường đi Euler



Deg(1) = Deg(2) = Deg(6) = Deg(7) = 4
Deg(3) = Deg(9) = Deg(10) = 2
Deg(4) = Deg(8) = 3
Deg(5) = 6
Đồ thị có đường đi Euler do có đúng 2 đỉnh bậc lẻ còn lại là đỉnh bậc chẵn
=> chọn từ đỉnh 4 hoặc 8 để tìm đường đi Euler

TT	Cạnh xoá	Trạng thái Stack	Chu trình CE
0		Ø	Ø
1		4	Ø
2	2-4	4 2	Ø

61

3	2-3	4 2 3	∅
4	3-4	4 2 3 4	∅
5	4-6	4 2 3 4 6	∅
6	2-6	4 2 3 4 6 2	∅
7	1-2	4 2 3 4 6 2 1	∅
8	1-5	4 2 3 4 6 2 1 5	∅
9	5-6	4 2 3 4 6 2 1 5 6	∅
10	6-7	4 2 3 4 6 2 1 5 6 7	∅
11	5-7	4 2 3 4 6 2 1 5 6 7 5	∅
12	5-8	4 2 3 4 6 2 1 5 6 7 5 8	∅
13	1-8	4 2 3 4 6 2 1 5 6 7 5 8 1	∅
14	1-10	4 2 3 4 6 2 1 5 6 7 5 8 1 10	∅
15	5-10	4 2 3 4 6 2 1 5 6 7 5 8 1 10 5	∅
16	5-9	4 2 3 4 6 2 1 5 6 7 5 8 1 10 5 9	∅
17	7-9	4 2 3 4 6 2 1 5 6 7 5 8 1 10 5 9 7	∅
18	7-8	4 2 3 4 6 2 1 5 6 7 5 8 1 10 5 9 7 8	∅

Lấy lần lượt các đỉnh của Stack sang CE và duyệt ngược lại ta được đường đi Euler là :

4 2 3 4 6 2 1 5 6 7 5 8 1 10 5 9 7 8

CÂU 18

Cho đơn đồ thị G = <V, E> gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

0	20	5	17	∞	∞	∞
20	0	∞	1	∞	∞	1
5	∞	0	25	3	10	∞
17	1	25	0	15	∞	∞
∞	∞	3	15	0	1	∞
∞	∞	10	∞	1	0	1
∞	1	∞	∞	∞	1	0

Hãy thực hiện:

a) Trình bày thuật toán Dijkstra tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh u∈ V?

b) Áp dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 7 của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

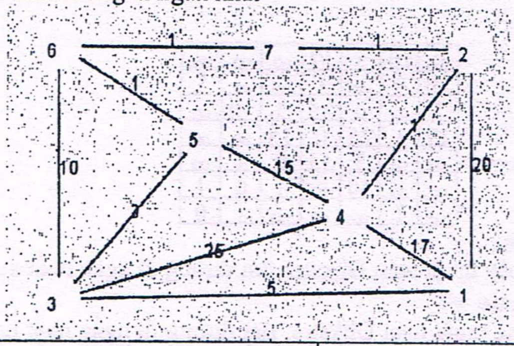
a) Thuật toán Dijkstra

Khai báo ma trận d[i] để lưu độ dài đường đi ngắn nhất từ u đến i;

Khai báo ma trận p[i] để lưu lại đỉnh đứng trước i;

```
void Dijkstra(int u)
{
   Khởi tạo:
          d[i]=a[u][i];
          if(d[i]=∞)p[i]=-1;else p[i]=u;
          daxet[i]=0;
          daxet[u]=1;
   for(i=1;i<n;i++){
          Tìm đỉnh k sao cho d[k]=min{ d[j] | j=1..n, daxet[j]=0
          }
   Nếu ko tìm được break;
   daxet[k]=1;
   for(j=1;j<=n;j++){
          if(daxet[j]=0 và d[j]>d[k]+a[k][j]){
                 d[j]=d[k]+a[k][j];p[j]=k;
                 }
          }
   Từ mảng d[] và p[] trả lại kết quả;
}
```

b) Tìm đường đi ngắn nhất



D								T							
	1	2	3	4	5	6	7		1	2	3	4	5	6	7
1	0	20	5	17	∞	∞	∞	1	0	1	1	1	1	1	1
2	0	20	5	17	8	18	∞	2	0	1	1	1	3	3	1
3	0	20	5	17	8	9	∞	3	0	1	1	1	3	5	1
4	0	20	5	17	8	9	10	4	0	1	1	1	3	5	6
5	0	11	5	17	8	9	10	5	0	7	1	1	3	5	6
6	0	11	5	12	8	9	10	6	0	7	1	2	3	5	6
7								7							

Kết luận:

- Độ dài đường đi từ 1->7: 10
- Đường đi - duyệt ngược theo hàng cuối của T: 7 ⇐ 6 ⇐ 5 ⇐ 3 ⇐ 1

Đường đi: 1 3 5 6 7

CÂU 19

Cho đơn đồ thị G = <V, E> gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

0	10	15	20	∞	1	∞
∞	0	3	∞	∞	∞	30
∞	∞	0	25	3	∞	45
∞	10	25	0	35	∞	∞
∞	2	3	∞	0	∞	3
∞	∞	1	1	∞	0	25
∞	1	∞	30	∞	1	0

Hãy thực hiện:

a) **Trình bày thuật toán Dijkstra tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh u∈ V?**

b) **Áp dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 7 của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?**

Giải

a) Như câu 18

b) Tìm đường đi ngắn nhất

D								T							
	1	2	3	4	5	6	7		1	2	3	4	5	6	7
1	0	10	15	20	∞	1	∞	1	0	1	1	1	1	1	1
2	0	10	2	2	∞	1	25	2	0	1	6	6	1	1	6
3	0	10	2	2	∞	1	25	3	0	1	6	6	1	1	6
4	0	10	2	2	37	1	25	4	0	1	6	6	4	1	6
5	0	10	2	2	37	1	25	5	0	1	6	6	4	1	6
6	0	10	2	2	37	1	25	6	0	1	6	6	4	1	6
7								7							

Kết luận:

- Độ dài đường đi từ 1->7: 25
- Đường đi - duyệt ngược theo hàng cuối của T: 7 ⇐ 6 ⇐ 1

Đường đi: 1 6 7

CÂU 20

Cho đơn đồ thị G = <V, E> gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

0	15	∞	∞	∞	1	9
∞	0	8	∞	∞	∞	∞
∞	∞	0	4	1	∞	∞
∞	7	∞	0	∞	∞	1
∞	10	∞	2	0	∞	∞
∞	14	2	∞	∞	0	∞
∞	2	∞	∞	∞	∞	0

Hãy thực hiện:

a) Trình bày thuật toán Dijkstra tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh u∈ V?

b) Áp dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 6 đến đỉnh 2 của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán

Giải

a) Như câu 18

b) Tìm đường đi ngắn nhất

CÂU 21

Cho đơn đồ thị G = <V, E> gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

$$\begin{bmatrix} 0 & 25 & \infty & 27 & \infty & 30 & \infty \\ 25 & 0 & \infty & \infty & 1 & \infty & 15 \\ \infty & \infty & 0 & 15 & 3 & 1 & \infty \\ 27 & \infty & 15 & 0 & 25 & \infty & \infty \\ \infty & 1 & 3 & 25 & 0 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 1 & \infty & \infty & 0 & 1 \\ \infty & 15 & \infty & \infty & \infty & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Hãy thực hiện:

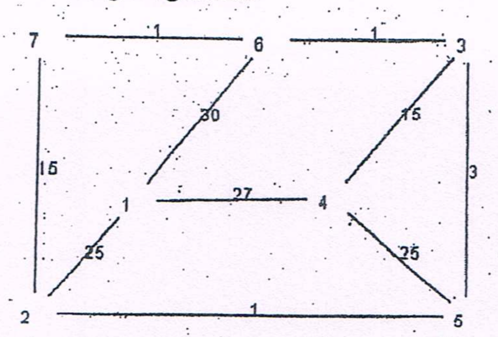
a) Trình bày thuật toán Dijkstra tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh $u \in V$?

b) Áp dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 2 đến đỉnh 6 của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán

Giải

a) Như câu 18

b) Tìm đường đi ngắn nhất



D							
	1	2	3	4	5	6	7
1	25	0	∞	∞	1	∞	15
2	25	0	4	26	1	∞	15
3	25	0	4	19	1	5	15
4	25	0	4	19	1	5	6
5	25	0	4	19	1	5	6
6	25	0	4	19	1	5	6
7							

T							
	1	2	3	4	5	6	7
1	2	0	2	2	2	2	2
2	2	0	5	5	2	2	2
3	2	0	5	3	2	3	2
4	2	0	5	3	2	3	6
5	2	0	5	3	2	3	6
6	2	0	5	3	2	3	6
7							

Kết luận:

- Độ dài đường đi từ 2->6: 5
- Đường đi - duyệt ngược theo hàng cuối của T: 6 $\Leftarrow$ 3 $\Leftarrow$ 5 $\Leftarrow$ 2

Đường đi: 1 6 7

CÂU 22

Cho đơn đồ thị vô hướng G = <V, E> gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

$$\begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 1 & 2 & 9 & \infty & 5 & 4 & 7 \\ 4 & 0 & 2 & \infty & 9 & 1 & 5 & \infty & 6 & \infty \\ 1 & 2 & 0 & 7 & \infty & 6 & 6 & 1 & 1 & 9 \\ 1 & \infty & 7 & 0 & 1 & 7 & \infty & 6 & \infty & \infty \\ 2 & 9 & \infty & 1 & 0 & 3 & 4 & 3 & 1 & 2 \\ 9 & 1 & 6 & 7 & 3 & 0 & 3 & 1 & 1 & 5 \\ \infty & 5 & 6 & \infty & 4 & 3 & 0 & 4 & 5 & \infty \\ 5 & \infty & 1 & 6 & 3 & 1 & 4 & 0 & 4 & 2 \\ 4 & 6 & 1 & \infty & 1 & 1 & 5 & 4 & 0 & 4 \\ 7 & \infty & 9 & \infty & 2 & 5 & \infty & 2 & 4 & 0 \end{vmatrix}$$

Hãy thực hiện:

a) Trình bày thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị vô hướng, liên thông, có trọng số?

b) Áp dụng thuật toán Kruskal, tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

a) Thuật toán Kruskal

```
void kruskal(int a[][100])
{
    T=∅;
    while( |T| < n-1){
        Chọn cạnh (k,l) là cạnh có độ dài nhỏ nhất;
        a[k][l]=a[l][k]=max;      //xóa cạnh (k,l)
        if( T ∪ (k,l) không tạo nên chu trình ) T=T∪(k,l)
        }
}
```

b) Tìm cây khung nhỏ nhất

CÂU 23

Cho đơn đồ thị vô hướng G = <V, E> gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

$$\begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 1 & 2 & 9 & \infty & 5 & 4 & 7 \\ 4 & 0 & 2 & \infty & 9 & 1 & 5 & \infty & 6 & \infty \\ 1 & 2 & 0 & 7 & \infty & 6 & 6 & 1 & 1 & 9 \\ 1 & \infty & 7 & 0 & 1 & 7 & \infty & 6 & \infty & \infty \\ 2 & 9 & \infty & 1 & 0 & 3 & 4 & 3 & 1 & 2 \\ 9 & 1 & 6 & 7 & 3 & 0 & 3 & 1 & 1 & 5 \\ \infty & 5 & 6 & \infty & 4 & 3 & 0 & 4 & 5 & \infty \\ 5 & \infty & 1 & 6 & 3 & 1 & 4 & 0 & 4 & 2 \\ 4 & 6 & 1 & \infty & 1 & 1 & 5 & 4 & 0 & 4 \\ 7 & \infty & 9 & \infty & 2 & 5 & \infty & 2 & 4 & 0 \end{vmatrix}$$

Hãy thực hiện:

a) Trình bày thuật toán Prim tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị vô hướng, liên thông, có trọng số?

b) Áp dụng thuật toán Prim tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

a) Thuật toán Prim

```
void prim(int a[][100])
{
    int daxet[100]={};
    Khai báo mảng p[ ] để lưu các đỉnh đã có trong cây khung T;
    p[1]=1;  daxet[1]=True;            //cho đỉnh 1 vào mảng p.
    while( |p| < n ){
        Tìm cạnh (k,l) là cạnh có trọng số nhỏ nhất(với k∈p và l∉p)
        trongso+=a[k][l];
        T=T∪(k,l) ;
        thêm đỉnh l vào mảng p;
        daxet[l]=True;
        }
    Xuất T và trongso;
}
```

b) Tìm cây khung nhỏ nhất

CÂU 24

Cho đơn đồ thị vô hướng G = <V, E> gồm 9 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

$$\begin{vmatrix} 0 & 4 & 8 & 8 & 2 & 9 & \infty & 5 & 4 & 7 \\ 4 & 0 & 2 & \infty & 9 & 7 & 5 & \infty & 6 & \infty \\ 8 & 2 & 0 & 7 & \infty & 6 & 6 & 9 & 9 & 9 \\ 8 & \infty & 7 & 0 & 7 & 7 & \infty & 6 & \infty & \infty \\ 2 & 9 & \infty & 7 & 0 & 3 & 4 & 3 & 1 & 2 \\ 9 & 7 & 6 & 7 & 3 & 0 & 3 & 1 & 1 & 5 \\ \infty & 5 & 6 & \infty & 4 & 3 & 0 & 4 & 5 & \infty \\ 5 & \infty & 9 & 6 & 3 & 1 & 4 & 0 & 4 & 2 \\ 4 & 6 & 9 & \infty & 1 & 1 & 5 & 4 & 0 & 4 \\ 7 & \infty & 9 & \infty & 2 & 5 & \infty & 2 & 4 & 0 \end{vmatrix}$$

Hãy thực hiện:

a) Trình bày thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị vô hướng, liên thông, có trọng số?

b) Áp dụng thuật toán Kruskal, tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

a) Như câu 22

b) Tìm cây khung nhỏ nhất

CÂU 25

Cho đơn đồ thị vô hướng G = <V, E> gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

$$\begin{vmatrix} 0 & 4 & 8 & 8 & 2 & 9 & \infty & 5 & 4 & 7 \\ 4 & 0 & 2 & \infty & 9 & 7 & 5 & \infty & 6 & \infty \\ 8 & 2 & 0 & 7 & \infty & 6 & 6 & 9 & 9 & 9 \\ 8 & \infty & 7 & 0 & 7 & 7 & \infty & 6 & \infty & \infty \\ 2 & 9 & \infty & 7 & 0 & 3 & 4 & 3 & 1 & 2 \\ 9 & 7 & 6 & 7 & 3 & 0 & 3 & 1 & 1 & 5 \\ \infty & 5 & 6 & \infty & 4 & 3 & 0 & 4 & 5 & \infty \\ 5 & \infty & 9 & 6 & 3 & 1 & 4 & 0 & 4 & 2 \\ 4 & 6 & 9 & \infty & 1 & 1 & 5 & 4 & 0 & 4 \\ 7 & \infty & 9 & \infty & 2 & 5 & \infty & 2 & 4 & 0 \end{vmatrix}$$

Hãy thực hiện:

a) Trình bày thuật toán Prim tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị vô hướng, liên thông, có trọng số?

b) Áp dụng thuật toán Prim tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

a) Như câu 23

b) Tìm cây khung nhỏ nhất