

## BÀI TẬP TOÁN RỜI RẠC 2 – CHƯƠNG 5

### Câu hỏi 1

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
2	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
3	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
4	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0
5	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
6	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0
7	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
8	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
9	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1
0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0

- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm cây khung của đồ thị  $G$  bắt đầu tại  $u = 5$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm cây khung của đồ thị  $G$  bắt đầu tại  $u = 5$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

### Câu hỏi 2

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh và 12 cạnh dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	2	6
1	5	4	6
1	8	5	7
1	10	5	9
2	3	7	9
2	4	8	10

- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm cây khung của đồ thị  $G$  bắt đầu tại  $u = 1$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm cây khung của đồ thị  $G$  bắt đầu tại  $u = 1$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

### Câu hỏi 3

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh dưới dạng danh sách kề như sau:

Ke(1) = {2, 9, 10}	Ke(6) = {5, 7, 8}
Ke(2) = {1, 3, 4}	Ke(7) = {6}
Ke(3) = {2, 4}	Ke(8) = {6}
Ke(4) = {2, 3, 5}	Ke(9) = {1, 10}
Ke(5) = {4, 6}	Ke(10) = {1, 9}

- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm cây khung của đồ thị  $G$  bắt đầu tại  $u = 10$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm cây khung của đồ thị  $G$  bắt đầu tại  $u = 10$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.



**Câu hỏi 4**

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	4	1	1	2	9	$\infty$	5	4	7
2	4	0	2	$\infty$	9	1	5	$\infty$	6	$\infty$
3	1	2	0	7	$\infty$	6	6	1	1	9
4	1	$\infty$	7	0	1	7	$\infty$	6	$\infty$	$\infty$
5	2	9	$\infty$	1	0	3	4	3	1	2
6	9	1	6	7	3	0	3	1	1	5
7	$\infty$	5	6	$\infty$	4	3	0	4	5	$\infty$
8	5	$\infty$	1	6	3	1	4	0	4	2
9	4	6	1	$\infty$	1	1	5	4	0	4
0	7	$\infty$	9	$\infty$	2	5	$\infty$	2	4	0

a) Áp dụng thuật toán Prim tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị  $G$  đã cho bắt đầu tại đỉnh  $s = 1$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

b) Áp dụng thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị  $G$  đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

**Giải**

a) **Tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị  $G$  đã cho bắt đầu tại đỉnh  $s = 1$  sử dụng thuật toán Prim:** Số đỉnh  $n = 10$ ;  $s = 1$ .

**Lập bảng:**

Bước	d[1] e[1]	d[2] e[2]	d[3] e[3]	d[4] e[4]	d[5] e[5]	d[6] e[6]	d[7] e[7]	d[8] e[8]	d[9] e[9]	d[10] e[10]	T	Wt
1	0 0	4 1	1 1	1 1	2 1	9 1	$\infty$  1	5 1	4 1	7 1	$\phi$	0
2		2 3	1 1	1 1	2 1	6 3	6 3	1 3	1 3	7 1	(1,3)	1
3		2 3		1 1	1 4	6 3	6 3	1 3	1 3	7 1	(1,4)	2
4		2 3			1 4	3 5	4 5	1 3	1 3	2 5	(4,5)	3
5		2 3				1 8	4 5	1 3	1 3	2 5	(3,8)	4
6		1 6				1 8	3 6		1 3	2 5	(6,8)	5
7		1 6					3 6		1 3	2 5	(2,6)	6
8							3 6		1 3	2 5	(3,9)	7
9							3 6			2 5	(5,10)	9
10							3 6				(6,7)	12

**Kết luận:**  $Wt = 12$

$T = \{(1,3), (1,4), (4,5), (3,8), (6,8), (2,6), (3,9), (5,10), (6,7)\}$

a) Tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G đã cho sử dụng thuật toán Kruskal:

Số đỉnh  $n = 10$ .

Sắp xếp các cạnh theo chiều tăng của trọng số: (1,3), (1,4), (2,6), (3,8), (3,9), (4,5), (5,9), (6,8), (6,9), (1,5), (2,3), (5,10), (8,10), (5,6), (5,8), (6,7), (1,2), (1,9), (5,7), (7,8), (8,9), (9, 10), (1,8), (2,7), (6,10), (7,9), (2,9), (3,6), (3,7), (4,8), (1,10), (3,4), (4,6), (1,6), (2,5), (3,10).

Lập bảng:  $T = \phi$ ,  $W_t = 0$ ;  $k = 0$ .

Cạnh e	$T \cup \{e\}$ không chứa chu trình?	T	$W_t$	k
(1,3)	Yes	(1,3)	1	1
(1,4)	Yes	(1,4)	2	2
(2,6)	Yes	(2,6)	3	3
(3,8)	Yes	(3,8)	4	4
(3,9)	Yes	(3,9)	5	5
(4,5)	Yes	(4,5)	6	6
(5,9)	No	-	-	-
(6,8)	Yes	(6,8)	7	7
(6,9)	No	-	-	-
(1,5)	No	-	-	-
(2,3)	No	-	-	-
(5,10)	Yes	(5,10)	9	8
(8,10)	No	-	-	-
(5,6)	No	-	-	-
(5,8)	No	-	-	-
(6,7)	Yes	(6,7)	12	9

Kết luận:  $W_t = 12$ ;

$T = \{(1,3), (1,4), (2,6), (3,8), (3,9), (4,5), (6,8), (5,10), (6,7)\}$

### Câu hỏi 5

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	4	8	8	2	9	$\infty$	5	4	7
2	4	0	2	$\infty$	9	7	5	$\infty$	6	$\infty$
3	8	2	0	4	$\infty$	6	6	9	9	9
4	8	$\infty$	4	0	7	7	$\infty$	6	$\infty$	$\infty$
5	2	9	$\infty$	7	0	3	4	3	1	2
6	9	7	6	7	3	0	3	1	1	5
7	$\infty$	5	6	$\infty$	4	3	0	4	5	$\infty$
8	5	$\infty$	9	6	3	1	4	0	4	2
9	4	6	9	$\infty$	1	1	5	4	0	4
0	7	$\infty$	9	$\infty$	2	5	$\infty$	2	4	0

- a) Áp dụng thuật toán Prim tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị  $G$  đã cho bắt đầu tại đỉnh  $s=5$ , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.
- b) Áp dụng thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị  $G$  đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán.

### Giải

- a) Tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị  $G$  đã cho bắt đầu tại đỉnh  $s=5$  sử dụng thuật toán Prim:

Số đỉnh  $n = 10$ ;  $s = 5$ .

Lập bảng:

Bước	d[1] e[1]	d[2] e[2]	d[3] e[3]	d[4] e[4]	d[5] e[5]	d[6] e[6]	d[7] e[7]	d[8] e[8]	d[9] e[9]	d[10] e[10]	T	Wt
1	2 5	9 5	$\infty$  5	7 5	0 0	3 5	4 5	3 5	1 5	2 5	$\phi$	0
2	2 5	6 9	9 9	7 5		1 9	4 5	3 5	1 5	2 5	(5,9)	1
3	2 5	6 9	6 6	7 5		1 9	3 6	1 6		2 5	(6,9)	2
4	2 5	6 9	6 6	6 8			3 6	1 6		2 5	(6,8)	3
5	2 5	4 1	6 6	6 8			3 6			2 5	(1,5)	5
6		4 1	6 6	6 8			3 6			2 5	(5,10)	7
7		4 1	6 6	6 8			3 6				(6,7)	10
8		4 1	2 2	6 8							(1,2)	14
9			2 2	4 3							(2,3)	16
10				4 3							(3,4)	20

Kết luận:  $Wt = 20$

$T = \{(5,9), (6,9), (6,8), (1,5), (5,10), (6,7), (1,2), (2,3), (3,4)\}$

a) Tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G đã cho sử dụng thuật toán Kruskal:

Số đỉnh  $n = 10$ .

Sắp xếp các cạnh theo chiều tăng của trọng số: (5,9), (6,8), (6,9), (1,5), (2,3), (5,10), (8,10), (5,6), (5,8), (6,7), (1,2), (1,9), (3,4), (5,7), (7,8), (8,9), (9,10), (1,8), (2,7), (6,10), (7,9), (2,9), (3,6), (3,7), (4,8), (1,10), (2,6), (4,5), (4,6), (1,3), (1,4), (1,6), (2,5), (3,8), (3,9), (3,10).

Lập bảng:  $T = \phi$ ,  $W_t = 0$ ; Số cạnh của T là  $k = 0$ .

Cạnh e	$T \cup \{e\}$ không chứa chu trình?	T	$W_t$	k
(5,9)	Yes	(5,9)	1	1
(6,8)	Yes	(6,8)	2	2
(6,9)	Yes	(6,9)	3	3
(1,5)	Yes	(1,5)	5	4
(2,3)	Yes	(2,3)	7	5
(5,10)	Yes	(5,10)	9	6
(8,10)	No	-	-	-
(5,6)	No	-	-	-
(5,8)	No	-	-	-
(6,7)	Yes	(6,7)	12	7
(1,2)	Yes	(1,2)	16	8
(1,9)	No	-	-	-
(3,4)	Yes	(3,4)	20	9

**Kết luận:**  $W_t = 20$ ;

$T = \{(5,9), (6,8), (6,9), (1,5), (2,3), (5,10), (6,7), (1,2), (3,4)\}$