

1. (Aljabar)

Manakah dari lima bilangan di bawah ini yang paling dekat dengan perkalian berikut?

$$\left(1 - \frac{1}{10}\right)\left(1 - \frac{1}{10^2}\right)\left(1 - \frac{1}{10^3}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{10^{2014}}\right)$$

A. 0,75

B. 0,89

C. 0,91

D. 0,12

E. 1,11

2. (Fungsi)

Diberikan  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$  dan  $f_n(x) = f(f(f(\dots (f(x)) \dots)))_{\omega n}$  Dengan kata lain,  $f_1(x) =$

$f(x)$

dan kemudian kita mendefinisikan  $f$  secara rekursif  $f_{n+1}(x)$  sebagai  $f(f_n(x))$ .

Berapakah nilai  $f_{99}(1)$ ?

A.  $\frac{1}{110}$

B.  $\frac{1}{99}$

C.  $\frac{1}{10}$

D.  $\frac{1}{101}$

E.  $\frac{1}{99}$

3. (Barisan dan Deret)

Barisan bilangan  $\{a_n\}$  diberikan oleh  $a_n = \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{n+1}}$  dengan  $n$  adalah bilangan

bulat positif. Jumlah  $n$  suku pertama dalam  $\{a_n\}$  didefinisikan sebagai  $S_n = \sum_{i=1}^n a_i$ .

Berapa banyak suku pada barisan  $S_1, S_2, \dots, S_{2014}$  bilangan rasional? [Catatan:

$S_1 = a_1 = \frac{1}{2+\sqrt{2}}$  adalah irrasional]

A. 36

B. 41

C. 43

D. 46

## 4. (Permasalahan Matematika)

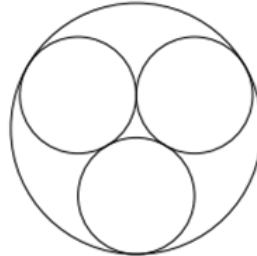
Ali Dan Bily berjalan berlawanan arah sepanjang rute yang sama antara  $A$  dan  $B$ . Ali berjalan dari  $A$  ke  $B$ , dan Bily dari  $B$  ke  $A$ . Mereka berangkat pada waktu yang sama. Mereka berpapasan 3 jam kemudian. Alice tiba di  $B$  2,5 jam sebelum Bily tiba di  $A$ . Berapa jam yang diperlukan Bily untuk pergi dari  $B$  ke  $A$ ?

- A. 5
- B. 6
- C. 6,2
- D. 7
- E. 7,5

## 5. (Lingkaran)

Tiga lingkaran berukuran sama dimasukkan ke dalam lingkaran yang lebih besar yang berjari-jari 1, sehingga setiap lingkaran bersinggungan dengan lingkaran lainnya. Berapa jari-jari masing-masing lingkaran yang lebih kecil?

- A.  $\frac{1}{3}$
- B.  $\frac{1}{2} - \sqrt{2}$
- C.  $\frac{1}{3} + \sqrt{3}$
- D.  $2\sqrt{3} - 3$
- E.  $\frac{1}{2}$



## 6. (Statistika)

Enam pendaki gunung membagi diri menjadi tiga tim untuk serangan terakhir di puncak. Satu tim memiliki 3 pendaki; yang lain memiliki 1 dan 2 pendaki. Semua cara penerapan tim yang berbeda dipertimbangkan, tim mana yang pertama, kedua, dan ketiga, dan dua penerapan dianggap berbeda jika komposisi salah satu tim berbeda. (Abaikan penempatan dalam setiap tim.) Berapa jumlah total penempatan tim yang mungkin?

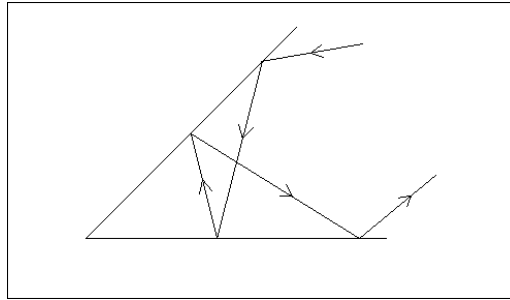
- A. 144
- B. 210
- C. 360

D. 412

E. 169

7. (Aljabar)

Ketika cahaya dipantulkan dari permukaan cermin, sudut datang sama dengan sudut pantulan. Misalnya, gambar di bawah menunjukkan seberkas cahaya yang dipantulkan empat kali dari dua permukaan cermin yang ditempatkan pada sudut satu sama lain.



Berapa banyak maksimum refleksi yang mungkin terjadi jika permukaan ditempatkan pada sudut 25 derajat satu sama lain?

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

E. 9

8. (Geometri)

Kedelapan bidang  $AB_1C$ ,  $BC_1D$ ,  $CD_1A$ ,  $DA_1B$ ,  $A_1BC_1$ ,  $B_1CD_1$ ,  $C_1DA_1$ , dan  $D_1AB_1$  memotong kubus satuan  $ABCD A_1B_1C_1D$  menjadi beberapa bagian. Berapa volume potongan yang memuat pusat kubus? [Petunjuk: Untuk membantu memvisualisasikan potongan ini, perhatikan tempat di mana potongan melintang pada permukaan kubus.]

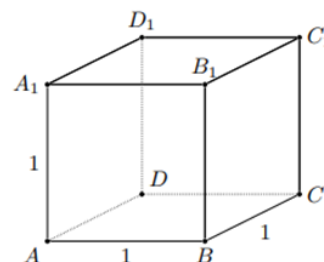
A.  $\frac{1}{3}$

B.  $\frac{1}{8}$

C.  $\frac{1}{6}$

D.  $\frac{1}{4}$

E.  $\frac{1}{3}$



9. (Statistika)

Dalam salah satu varian permainan kartu Italia, dek berisi kartu 1 sampai 8 di masing-masing 4 jenis. Setelah mengocok dek, peluang bahwa kartu ke-26 adalah sekop, kartu ke-30 adalah klub, dan tepat ada 1 hati di antara kartu-kartu itu adalah  $\frac{p}{q}$  dengan  $p, q$  koprima. Temukan  $p + q$ .

A. 4612

B. 4627

C. 5098

D. 1234

E. 3449

10. (Permasalahan Matematika)

Ada ketinggian kritis (yang merupakan bilangan bulat dari lantai di atas permukaan tanah), sehingga telur yang dijatuhkan dari ketinggian itu (atau lebih tinggi) akan pecah, tetapi jika dijatuhkan dari ketinggian yang lebih rendah (tidak peduli berapa kali), itu akan tidak pecah. Anda diberi dua telur dan diberitahu bahwa ketinggian kritis adalah antara 1 lantai dan 37 lantai (inklusif). Berapa kali minimum Anda harus menjatuhkan sebutir telur untuk menjamin keberhasilan penentuan ketinggian kritis?

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

E. 9

11. (Bilangan)

Berapa banyak bilangan bulat positif yang kurang dari atau sama dengan 2013 yang habis dibagi paling sedikit salah satu dari 3, 11, dan 61?

A. 981

B. 1006

C. 1201

D. 1990

E. 1998

12. (Fungsi Kuadrat)

Jika  $f(x) = x^{10} + 2x^9 - 2x^8 - 2x^7 + x^6 + 3x^2 + 6x + 1$ , berapakah nilai  $f(\sqrt{2} - 1)$ ?

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3
- E. 4

13. (Barisan dan Deret)

Misalkan  $F_n$  menyatakan bilangan Fibonacci, yang didefinisikan oleh  $F_1 = F_2 = 1$  dan

$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$  untuk  $n \geq 1$ . Misalkan  $S$  adalah jumlah

$$\sum_{n=1}^{10} \frac{F_n}{5^n} = \frac{F_1}{5^1} + \frac{F_2}{5^2} + \dots + \frac{F_{10}}{5^{10}}$$

Manakah diantara bilangan berikut yang paling dekat dengan  $S$ ?

- A.  $\frac{1}{2}$
- B.  $\frac{1}{4}$
- C.  $\frac{4}{19}$
- D.  $\frac{5}{19}$
- E.  $\frac{3}{19}$

14. (Persamaan)

Misalkan  $x$ ,  $y$ , dan  $z$  adalah bilangan real positif yang memenuhi persamaan berikut:

$$x^2 + xy + y^2 = 3$$

$$y^2 + yz + z^2 = 1$$

$$z^2 + zx + x^2 = 4$$

Berapa nilai  $xy + yz + zx$ ?

- A. 1
- B. 2
- C.  $\frac{1}{2}$

D.  $\frac{1}{3}$

E.  $\frac{2}{3}$

15. (Aljabar)

Jelaskan dua deret berikut:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{\sqrt{k}} \quad \text{dan} \quad \sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k}$$

- A. Kedua deret konvergen secara mutlak.
- B. Satu deret konvergen secara kondisional, dan satu deret konvergen secara mutlak.
- C. Satu deret divergen, dan satu deret konvergen secara mutlak.
- D. Satu deret divergen, dan satu deret konvergen secara kondisional.
- E. Kedua deret konvergen secara kondisional