

Laboratório 2

“Lançamento de um Foguete”

Relatório

Disciplina: Física Aplicada à Computação

Docente: Prof. Nuno Pereira

Discentes: Miguel Rosa (Nº 6219)

Pedro Serrano (Nº 3958)

Beja, 15 Fevereiro 2016

Índice

Introdução.....	3
Base Teórica	4
O que é Gnuplot?	4
Prática	5
Objetivos propostos	5
Cálculos	5
Script Gnuplot	8
Resultados Gráficos.....	12
Conclusão	13

Introdução

No âmbito da disciplina de Física Aplicada à Computação, na componente prática laboratorial foi-nos solicitado a realização de um relatório onde usaremos o programa Gnuplot para realizar cálculos de lançamento de projéteis e simultaneamente visualizar as trajetórias. Utilizaremos a linguagem do Gnuplot, que permite integrar os cálculos numéricos com as instruções que geram gráficos tornando muito rápido e eficiente o estudo de problemas físicos.

Será considerado o lançamento de um foguete a partir de um ponto com coordenadas iniciais (x_0, y_0) , com velocidade inicial de magnitude v_0 , com uma direção θ com a horizontal. Logo após o lançamento liga os reatores e adquire uma aceleração com magnitude a , com a mesma direção da velocidade inicial. Após um intervalo de tempo Δt os reatores são desligados e o míssil segue uma trajetória balística.

Pretendemos calcular todos os parâmetros relevantes do movimento e traçar o gráfico da trajetória.

Base Teórica

O que é Gnuplot?

Gnuplot é um programa freeware disponível para diversos Sistemas Operativos, como por exemplo Windows, Unix, Linux, DOS, etc.

Originalmente foi desenvolvido para facilitar a visualização de gráficos e superfícies, úteis em aplicações científicas nas áreas de física, matemática, estatística, engenharias (cartográfica, mecânica, elétrica, eletrónica ...), etc. Desde 1986 que tem vindo a ser actualizado de forma permanente.

Gnuplot suporta vários tipos de plots em 2D e 3D. Os gráficos podem ser representados por pontos, por uma linha, por caixas, vetores, pode desenhar uma superfície e etc. O gráfico pode ser salvo em formatos como jpg, pdf e png, entre outros.

Gnuplot é “case sensitive”, ou seja, faz distinção entre letras maiúsculas e minúsculas. Os comandos podem ser abreviados contanto que não haja ambiguidade (ex: with lines: w l). Separam-se dois ou mais comandos contidos numa mesma linha por um (;). Espaços em branco são ignorados. As Strings devem estar entre aspas duplas ou simples, com algumas diferenças subtis.

Para os comandos que se estendem por mais de uma linha, uma barra invertida (\) deve ser introduzida ao final de cada uma, exceção á ultima.

É fundamental saber realizar a leitura do documento. As chaves ({ }) denotam argumentos opcionais e a barra vertical (|) separa as escolhas possíveis. (<>) são utilizados para marcar símbolos substituíveis.

Dentre as muitas vantagens da sua utilização destacamos a portabilidade (embora não pareça a princípio) e a facilidade de uso após o primeiro contacto.

Para a obtenção do aplicativo nas diversas plataformas, exemplos de aplicações, manuais, informações detalhadas, entre outros, poderemos recorrer ao seguinte endereço:

♦ <http://www.gnuplot.info/>

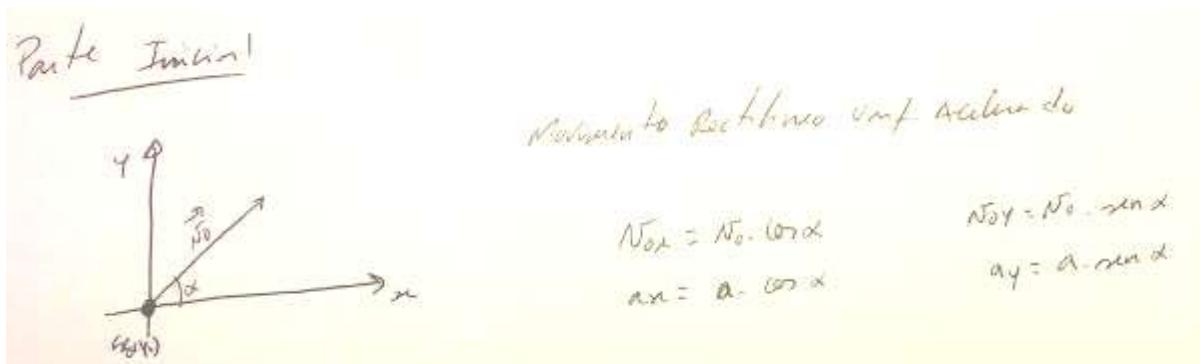
Prática

Objetivos propostos

- Permitir ao utilizador a definição das condições iniciais: coordenadas de lançamento, velocidade, aceleração e intervalo de tempo de funcionamento dos reatores.
- Calcular as seguintes grandezas:
 - Altura, alcance e velocidade no momento em que os reatores são desligados;
 - Altura máxima;
 - Tempo de voo balístico;
 - Tempo de voo total;
 - Alcance no final do voo;
 - Componentes da velocidade no impacto e ângulo em relação à horizontal nesse ponto.
- Gerar os gráficos no monitor, e em ficheiro nos formatos jpg e pdf.
- Gerar um ficheiro de texto onde escreve as condições iniciais e todas as grandezas calculadas.

Cálculos

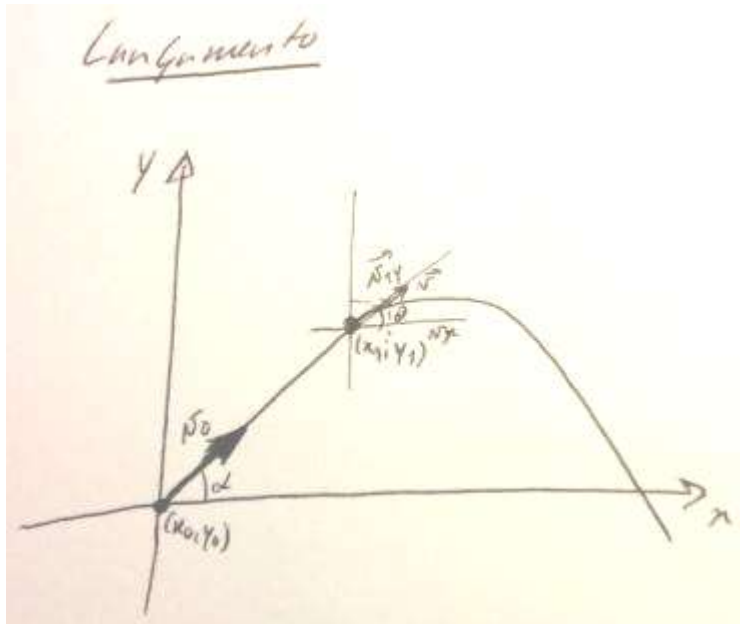
Os cálculos foram realizados em papel e caneta e digitalizados para o presente relatório.



Segundo os eixos do xx e do yy obtemos um Movimento Rectilíneo Uniformemente Acelerado

$$\begin{cases} x_1 = x_0 + v_{0x} \cdot t_1 + \frac{1}{2} a_x t_1^2 \\ y_1 = y_0 + v_{0y} \cdot t_1 + \frac{1}{2} a_y t_1^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_0 + v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t_1 + \frac{1}{2} a \cdot \cos \alpha \cdot t_1^2 \\ y_1 = y_0 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t_1 + \frac{1}{2} a \cdot \sin \alpha \cdot t_1^2 \end{cases}$$

x_1 e $y_1 \rightarrow$ coordenadas quando se desligam os motores...



Calcular o \vec{N}_1

$$\begin{cases} N_{1x} = N_{0x} + a_x \cdot t_1 \\ N_{1y} = N_{0y} + a_y \cdot t_1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} N_{1x} = N_0 \cdot \cos \theta + a \cdot \cos \theta \cdot t_1 \\ N_{1y} = N_0 \sin \theta + a \cdot \sin \theta \cdot t_1 \end{cases}$$

então $\Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = x_1 + (N_0 \cos \theta + a \cdot \cos \theta \cdot t_1) \\ y_2 = y_1 + (N_0 \sin \theta + a \sin \theta \cdot t_1) \end{cases}$

Tempo de Balístico

$$0 = y_1 + N_{1y} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \Rightarrow \text{Fórmula Resolvente} \quad \begin{cases} a = -\frac{1}{2} g \\ b = N_{1y} \\ c = y_1 \end{cases}$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Leftrightarrow -\frac{b}{2a} = \frac{N_{1y}}{-\frac{1}{2}g} \Leftrightarrow -\frac{b}{2a} = \frac{2 N_{1y}}{g}$$

$$t_{vb} = \frac{2 N_{1y}}{g} + \sqrt{\frac{N_{1y}^2}{g^2} + \frac{2 y_1}{g}} \quad \vee \quad t = \frac{2 N_{1y}}{g} - \sqrt{\frac{N_{1y}^2}{g^2} + \frac{2 y_1}{g}}$$

Sem significado ($t \leq 0$)

alcance total

$$x = x_1 + v_{1x} \cdot t_{vb}$$

↑
cálculo do anteriormente

Tempo total de voo

$$t_{tv} = t_1 + t_{vb}$$

↑
cálculo do anteriormente

altura máxima atingida

$$t_{subida} = \frac{v_{1y}}{g}$$

$$h_{max} = y_1 + v_{1y} \cdot t_{subida} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{subida}^2$$

Velocidade no momento que os reactores são desligados

$$\begin{cases} v_{1x} = v_0 \cdot \cos \theta + a \cdot \cos \theta \cdot t_1 \\ v_{1y} = v_0 \cdot \sin \theta + a \cdot \sin \theta \cdot t_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_1 = \sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2}}$$

↗ valor
velocidade

Script Gnuplot

#Todas as opções em default

reset

print "\nLaboratorio 2 - Lancamento de um Foguetao\n\n"

#define terminal, formato e fonte para a legenda do gráfico

set term wxt dashed enhanced

set size

set key box outside font "Helvetica, 9" samplen .8 Right

set key title "Coord." font "Helvetica, 8"

define título e legenda dos eixos

set title "Laboratorio 2 \n-\n Lancamento de um Foguetao" font "Helvetica, 12"

set xlabel "x [m]" font "Helvetica, 12"

set ylabel "y [m]" font "Helvetica, 12"

define a amostragem de pontos

set sample 600

define o número de tics (intervalo de valores: de x em x) nos eixos dos x e a fonte

set xtics mirror font "Helvetica, 10"

set mxtics 5

define o número de tics nos eixos dos y e a fonte

set ytics nomirror font "Sans, 10"

set mytics 5

#outros dados do grafico

set y2zeroaxis

set grid

set angles degrees

set dummy t

DADOS PARA AS EQUACOES

$g = 9.8$

$ac = 2$

#dar valor ao x_0 , y_0 , v_0 , α e t_1

$x_0 = 10$

$y_0 = 10$

$v_0 = 20$

$\alpha = 30$

$t_1 = 10$

#Calculos auxiliares

$v_{0x} = v_0 * \cos(\alpha)$

$v_{0y} = v_0 * \sin(\alpha)$

$a_x = ac * \cos(\alpha)$

$a_y = ac * \sin(\alpha)$

$x_1 = x_0 + (v_0 * \cos(\alpha) * t_1) + (0.5 * ac * \cos(\alpha) * t_1^2)$ # x_1 e y_1 sao as coordenadas do ponto de lancamento quando se desligam os motores

$y_1 = y_0 + (v_0 * \sin(\alpha) * t_1) + (0.5 * ac * \sin(\alpha) * t_1^2)$ #no instante t_1

#lançamento

$v_{1x} = v_0 * \cos(\alpha) + (ac * \cos(\alpha) * t_1)$

$v_{1y} = v_0 * \sin(\alpha) + (ac * \sin(\alpha) * t_1)$

$t_2 = 2$

$x_2 = x_1 + v_{1x} * t_2$

$y_2 = y_1 + v_{1y} * t_2 - 0.5 * g * t_2^2$ #para calcular o voo balistico, faz-se $y_2 = 0$

#ouput dos dados iniciais:

print "\nDados Iniciais: \n"

print "Forca gravitica: g = ", g, "m/s"

print "Aceleracao: ac = ", ac, "m/s"

```
print "Posicao Inicial x0 = ", x0, "m"

print "Posicao Inicial y0 = ", y0, "m"

print "Velocidade Inicial v0 = ", v0, "s"

print "Angulo: alfa = ", alfa, "º"

print "Tempo t1 = ", t1, "s"

##### REQUISITOS DO ENUNCIADO

print "\n\nResultados obtidos:\n"

#2.1. Altura, alcance, velocidade no momento em que os reactores sao desligados

valorVelocidade = sqrt (v1x**2 + v1y**2)

print "- Velocidade quando sao desligados os reactores: ", valorVelocidade , " s"

#

#2.2. Altura maxima

tSubida = v1y / g

hMax = y1 + v1y * tSubida - 0.5*g*tSubida**2

print "- Altura maxima: ", hMax, " m"

#

#2.3. Tempo de voo balistico

tempoVooBalistico = ( (2 * v1y) / g) + sqrt( v1y**2 + (2*g*y1) )

print "- Tempo de voo valistico: ", tempoVooBalistico, "t"

#

#2.4. Tempo de voo total

tTotalVoo = t1 + tempoVooBalistico

print "- Tempo total de voo: ", tTotalVoo, "t"

#

#2.5. Alcance no final do voo

alcanceFinalVoo = x1 + v1x * tempoVooBalistico

print "- Alcance no final do voo: ", alcanceFinalVoo, "m"

#

#2.6. Componentes da velocidade no impacto e angulo em relacao a horizontal nesse ponto

vx = v1x

vy = v1y - g * tempoVooBalistico

anguloInpactoSolo = atan(vy / vx)
```

```

print "- Angulo em relacao ao solo: ", anguloImpactoSolo, "°"

#definicao das labels

set label 1 sprintf("t_v}=%%.3f m/s",tTotalVoo) at tTotalVoo*.07, xa font "Helvetica, 10"

set label 2 sprintf("x_a}=%%.3f m",xa) at tVoo*.35, xa font "Helvetica, 10"

set label 3 sprintf("y_max}=%%.3f m",yMax) at tVoo*.65, xa font "Helvetica, 10"

set label 4 sprintf("v_o}=%%.1f m/s",vo) at tVoo*.07, xa*.9 font "Helvetica, 10"

set label 5 sprintf("/{Symbol a}=%%.1f^{o}",anguloAlpha) at tVoo*.07, xa*.8 font "Helvetica, 10"

# define o limite do eixo do x (distancia)

set xrange [0:alcanceFinalVoo]

# define o limite do eixo do y (altura)

set yrange [0:hMax]

# define equações paramétricas da trajectória

x2 = x1 + v1x * t2

y2 = y1 + v1y * t2 - 0.5*g*t2**2 # permite tracar a parabola

#desenhar os graficos

plot x2 w l lt 1 lw 2 lc rgb "blue" t "x(t)", \

    y2 w l lt 1 lw 2 lc rgb "red" t "y(t)" axis x1y2

# define terminal pdf e ficheiro de escrita

set term pdf dashed enhanced

set out "grafico.pdf"

print "Grafico pdf ok"

rep

# define terminal jpeg e ficheiro de escrita

set term jpeg enhanced

set out "grafico.jpeg"

print "Grafico jpeg ok\n"

rep

```

define novamente terminal x11

set term wxt dashed enhanced

set out

rep

Resultados Gráficos

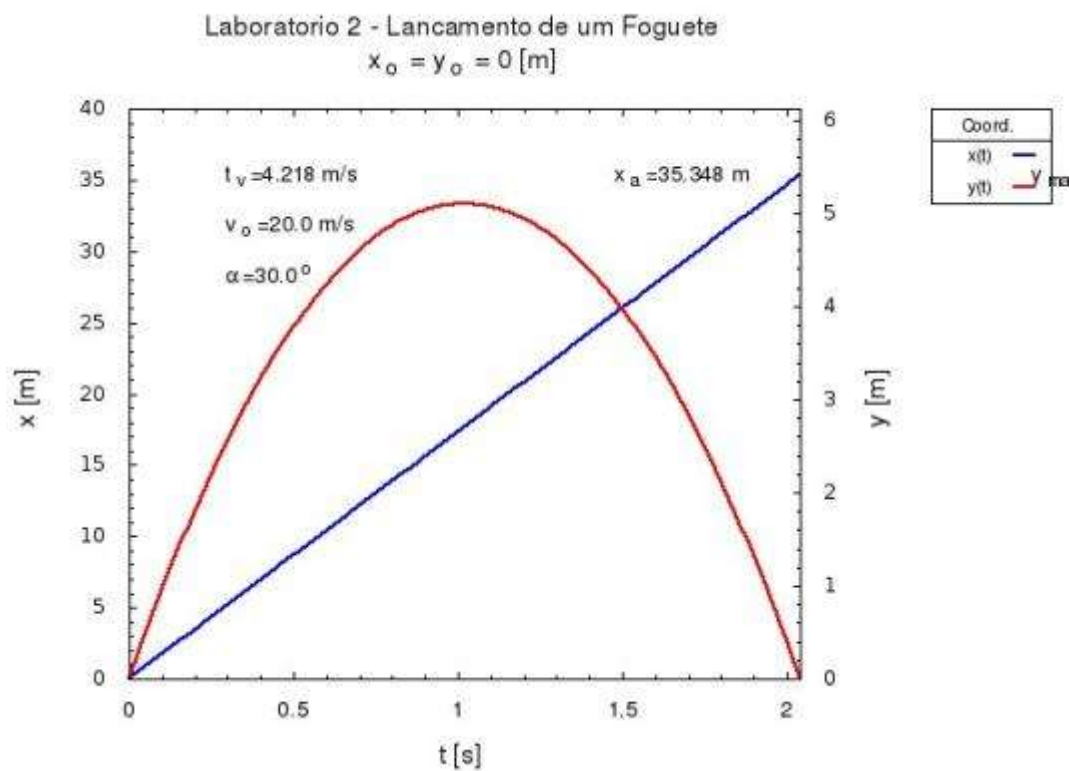


Figura 1 – trajetória do foguetão em $x(t)$

Conclusão

Com a realização deste trabalho foram adquiridos conhecimentos no que diz respeito ao tratamento de dados com o Gnuplot. O Gnuplot é realmente uma ferramenta muito interessante e de grande impacto nos mercados das engenharias, o que se torna muito atrativo para o nosso caso pessoal. Foi um grande desafio a realização deste relatório face á complexidade da construção do script, ainda assim conseguimos de forma geral cumprir a maior parte dos desafios propostos.