Subiecte examen - Fenomene ondulatorii in mecanica, FMI UB
Semestrul I, 2023-2024

A. Teorie

1Aa.* Doua oscilatii armonice paralele au perioade apropiate T_1, T_2, frecventele corespunzatoare ν_1, ν_2 si frecventele unghiulare ω_1, ω_2. Perioada batailor rezultate in urma compunerii celor doua oscilatii este:

a) $T_b = \dfrac{2\pi}{|\omega_2 - \omega_1|}$; b) $T_b = \dfrac{2\pi}{|\nu_2 - \nu_1|}$; c) $T_b = \dfrac{1}{2|\nu_2 - \nu_1|}$; d) $T_b = \left|\dfrac{2T_1T_2}{T_2 - T_1}\right|$; e) $T_b = \dfrac{2\pi}{|\nu_2 + \nu_1|}$; f) $T_b = \dfrac{1}{|\nu_2 - \nu_1|}$.

1Ab.* Doua oscilatii armonice paralele au perioade apropiate T_1, T_2 si frecventele corespunzatoare ν_1, ν_2. Numarul de oscilatii care au loc in perioada batailor rezulte in urma compunerii celor doua oscilatii este:

a) $N = \dfrac{T_1 + T_2}{2|T_1 - T_2|}$; b) $N = \dfrac{\nu_1 - \nu_2}{2|\nu_1 + \nu_2|}$; c) $N = \dfrac{\nu_1 + \nu_2}{|\nu_1 - \nu_2|}$; d) $N = \dfrac{\nu_1 + \nu_2}{2|\nu_1 - \nu_2|}$; e) $N = \dfrac{2(\nu_1 + \nu_2)}{|\nu_1 - \nu_2|}$ f) $N = \dfrac{\nu_1 - \nu_2}{|\nu_1 + \nu_2|}$.

1Ac.* Doua oscilatii armonice paralele au perioade apropiate T_1, T_2, frecventele corespunzatoare ν_1, ν_2 si frecventele unghiulare ω_1, ω_2. Perioada semnalului purtator in urma compunerii celor doua oscilatii este:

a) $T_p = \dfrac{4\pi}{\omega_2 + \omega_1}$; b) $T_p = \dfrac{4\pi}{\nu_2 + \nu_1}$; c) $T_p = \dfrac{2T_1T_2}{T_2 + T_1}$; d) $T_p = \dfrac{2}{\nu_2 + \nu_1}$; e) $T_p = \dfrac{2\pi}{\nu_2 + \nu_1}$; f) $T_p = \dfrac{4\pi(\nu_2 + \nu_1)}{\nu_2 \nu_1}$.

2Aa.*Doua resorturi ideale cu constante elastice k si inca unul cu constanta elastica k_c sunt cuplate cu doua corpuri de mase egale m ca in problema oscilatiilor paralele cuplate prezentate la curs. Perioada batailor rezultate in urma compunerii celor doua oscilatii este:

a) $T_b = \dfrac{4\pi\sqrt{m}}{\sqrt{k+k_c} - \sqrt{k}}$; b) $T_b = \dfrac{4\pi\sqrt{m}}{\sqrt{k+2k_c} - \sqrt{k}}$; c) $T_b = \dfrac{2\pi\sqrt{m}}{\sqrt{k+2k_c} - \sqrt{k}}$; d) $T_b = \dfrac{2\pi m}{\left(\sqrt{k+2k_c} - \sqrt{k}\right)^2}$;

e) $T_b = \dfrac{2\pi\sqrt{m}}{\sqrt{k+2k_c} + \sqrt{k}}$; f) $T_b = \dfrac{2\pi\sqrt{m}}{\sqrt{2k+k_c} - \sqrt{k}}$.

2Ab.*Doua resorturi ideale cu constante elastice k si inca unul cu constanta elastica k_c sunt cuplate cu doua corpuri de mase egale m ca in problema oscilatiilor paralele cuplate prezentate la curs. Numarul de oscilatii care au loc in perioada batailor rezulte in urma compunerii celor doua oscilatii este:

a) $T_b = \dfrac{4\pi\sqrt{m}}{\sqrt{k+k_c} - \sqrt{k}}$; b) $T_b = \dfrac{4\pi\sqrt{m}}{\sqrt{k+2k_c} - \sqrt{k}}$; c) $T_b = \dfrac{2\pi\sqrt{m}}{\sqrt{k+2k_c} - \sqrt{k}}$; d) $T_b = \dfrac{2\pi m}{\left(\sqrt{k+2k_c} - \sqrt{k}\right)^2}$;

e) $T_b = \dfrac{2\pi\sqrt{m}}{\sqrt{k+2k_c} + \sqrt{k}}$; f) $T_b = \dfrac{2\pi\sqrt{m}}{\sqrt{2k+k_c} - \sqrt{k}}$.

2Ac.*Doua resorturi ideale cu constante elastice k si inca unul cu constanta elastica k_c sunt cuplate cu doua corpuri de mase egale m ca in problema oscilatiilor paralele cuplate prezentate la curs. Perioada semnalului purtator in urma compunerii celor doua oscilatii este:

a) $N = \dfrac{\sqrt{k+2k_c} + \sqrt{k}}{2\left(\sqrt{k+2k_c} - \sqrt{k}\right)}$; b) $N = \dfrac{\sqrt{k+2k_c} + \sqrt{k}}{\sqrt{k+2k_c} - \sqrt{k}}$; c) $N = \dfrac{\sqrt{k+k_c} + \sqrt{2k}}{2\left(\sqrt{k+2k_c} - \sqrt{k}\right)}$; d) $N = \dfrac{\sqrt{k+2k_c} + \sqrt{k}}{2\left(\sqrt{k+k_c} - \sqrt{k}\right)}$;

e) $N = \dfrac{\sqrt{2k+k_c} + \sqrt{k}}{2\left(\sqrt{2k+k_c} - \sqrt{k}\right)}$; f) $N = \dfrac{\sqrt{k+2k_c} + \sqrt{2k}}{2\left(\sqrt{k+2k_c} - \sqrt{2k}\right)}$.

3Aa.* Ecuatia traiectoriei la compunerea a doua oscilatii armonice perpendiculare cu frecvente egale, cu amplitudini a, b si faze initiale α si β este:

3Ab.* Ecuatia traiectoriei la compunerea a doua oscilatii armonice perpendiculare cu frecvente egale, cu amplitudini a, b si diferenta de faza 0 este:

3Ac.* Ecuatia traiectoriei la compunerea a doua oscilatii armonice perpendiculare cu frecvente egale, cu amplitudini a, b si diferenta de faza $\pi/2$ este:

4a.* In calculul puterii active medii apare o integrala dependenta de timp. Scrieti si calculati valoarea acestei integrale.

4b.* In calculul puterii active medii apare o integrala independenta de timp. Scrieti si calculati valoarea acestei integrale.

4c.* In calculul puterii reactive medii apare o integrala dependenta de timp. Scrieti si calculati valoarea acestei integrale.

4d.* In calculul puterii reactive medii apare o integrala independenta de timp. Scrieti si calculati valoarea acestei integrale.

5a.* Calculati derivatele partiale $\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}$ si $\dfrac{\partial^2}{\partial t^2}$ pentru o unda plana monocromatica care se propaga de-a lungul directiei x cu viteza c si scrieti relatia obtinuta intre aceste derivate partiale.

5b.* Calculati viteza unei particule intr-o miscare oscilatorie liniar armonica pseudo-periodica.

5c.* Obtineti si explicati diagrama fazoriala in miscarea oscilatorie liniara slab amortizata fortata in cazul in care frecventa fortei excitatoare aplicate este mai mare decat frecventa oscilatorului liniar armonic neamortizat.

5d.* Doua unde plane monocromatice care au frecventa ν si care se deplaseaza cu viteza c interfera cu *maxima amplitudine* intr-un punct din spatiu. Scrieti amplitudinea rezultanta si obtineti diferenta de drum intre cele doua unde.

Probleme B

1B*. Intr-un experiment de rezonanta mecanica cu amortizare mica se obtine o curba de rezonanta cu amplitudinea B_{max}. Cunoscand ca timpul de injumatatire al oscilatiilor amortizate este $T_{1/2}$ este 138.6s calculati largimea curbei de rezonanta la $B_{max}/\sqrt{2}$ (considerati ln2=0.693).

2B*. Un corp de masa m suspendat la capatul unui resort de constanta elastica k, efectueaza oscilatii verticale amortizate. Stiind ca dupa efectuarea a N_0 oscilatii amplitudinea oscilatiilor scade de e (numarul lui Euler) ori, aflati decrementul logaritmic si perioada oscilatiilor amortizate.

3B*. De capetele unui resort ideal sunt prinse doua bile de mase $m_{1,2}$. Sistemul resort-bile plasat in stare de imponderabilitate este comprimat si apoi este brusc lasat liber. Sistemul resort-bile oscileaza fara disipari de energie cu perioada T. Obtineti constanta elastica k a resortului.

Probleme C

1C.** Scrieti ecuatia de miscare pentru un corp punctiform de masa m suspendat vertical in camp gravitational uniform, cu intensitate $g>0$, de un resort ideal cu constanta de elasticitate k care executa oscilatii liniar armonice. Deduceti elongatia miscarii in functie de conditiile initiale. Scrieti expresia elongatiei pentru urmatoarele conditii initiale: viteza nula si resort intins avand o lungime L mai mare decat lungimea lui la echilibru L_0 (cand corpul este agatat de resort).

2C.** Cat este valoarea perioadei batai T_b si a perioadei semnalului purtator T_p pentru oscilatia reultanta obtinuta prin compunerea a doua oscilatii paralele liniar armonice, $x_1(t)=\cos[(9\pi/2)t]$ si $x_2(t)=\cos[(7\pi/2)t]$? Reprezentati schematic graficul elongatiei rezultate, pentru intervalul de o perioada a bataii $t\in[0, T_b]$. Cate oscilatii cu frecventa semnalului purtator se obtin in intervalul de timp corespunzator unei batai?

3C.** Reprezentati schematic graficul obtinut prin compunerea a doua oscilatii liniar armonice perpendiculare, $x=\cos 2t,\ y=\sin(4t-\pi/2)$.

4D.** Reprezentati schematic graficul elongatiei $x(t)$ a oscilatiei liniar amortizate cunoscand pulsatia oscilatorului (resortului) in absenta amortizarii $\omega=\pi\sqrt{17}/8\ \mathrm{s^{-1}}$, coeficientul de amortizare $b=\pi/8$ kg/s, departarea initiala fata de pozitia de echilibru $A_0=1$ m, faza initiala a miscarii nula si valorile $e^{-\pi/4}=0.46$, $e^{-\pi/2}=0.21$, $e^{-3\pi/4}=0.095$ pentru intervalul de timp $t\in[0, 6]$ s.