

Recapitulare

(1)

① $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ a) f. esalon
b) $\ker A$

② $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$ $V_1 = \langle \{(1,1,1), (0,3,1), (2,-1,1)\} \rangle$
 $V_2 = \langle \{(1,-2,4), (-2,4,8)\} \rangle$

a) SLI max în V_1, V_2

b) reper în $V_1, V_2, V_1 + V_2$

c) $\mathbb{R}^3 = V_1 \oplus V_2$

(R_1, U, R_2 SL $V_1 + V_2$
extragem SLI max)

③ $(\mathbb{R}_2[X], +, \cdot)$ $R' = \{1+X, 1+X+X^2, 1+\alpha X - X^2\}$
 $\alpha = ?$ ai R' e SLI / SLD / SG

④ $(\mathbb{R}^3, +, \cdot) / \mathbb{R}$ $V' = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid \begin{cases} x_1 - 2x_2 = 0 \\ x_1 + 3x_3 = 0 \end{cases}\}$

a) reper în V'

b) $\mathbb{R}^3 = V' \oplus V''$, $V'' = ?$ Descrieti V'' ca sp. sol. unui SLD

c) Descomp $x = (1, 0, -3)$ în rap cu $V' \oplus V''$, $p = \text{proiectia pe } V'$
 $p(x) = ?$

⑤ $\exists f: \mathbb{R}_2[X] \rightarrow \mathbb{R}_2[X]$ $A = [f]_{R_0, R_0} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) $\ker f$; b) $\text{Im } f$; c) Se poate diagonaliza? (nu)

⑥ $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x) = (x_1 - x_2, x_1 + 3x_2)$
 $R' = \{(1,1), (-1,2)\}$ $A' = [f]_{R', R'} = ?$

⑦ $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ $f(1,1) = (-1,2)$ $f(x) = ?$
 $f(0,1) = (3,0)$

⑧ $f: M_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ $f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & a-b \\ 0 & d \end{pmatrix}$

a) $\ker f$; b) $f(V)$ $V = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ c & d \end{pmatrix} \mid c, d \in \mathbb{R} \right\}$

(A+I)²A

2 -

Ex $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $f(x) = (-3x_1 + 2x_2, -5x_1 + 4x_2, 2x_1 - 2x_2 - x_3)$

a) val. pr. ; b) sp. pr. ; c) referul în rap cu care A diag
d) $A^n = ?$

Ex $f \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$,
 $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = -1$, $\lambda_3 = 3$ valori pr.
 $v_1 = (1, 0, 1)$, $v_2 = (1, 0, 0)$, $v_3 = (1, 1, 1)$ vect pr. cusp.

$f = ?$

Ex $g: \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $G = \begin{pmatrix} 5 & -2 & -2 \\ -2 & 6 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

a) $\text{Ker}(g)$; b) Q ; c) Să se aducă Q la o f. canonică
 (met Gauss, Jacobi, met. val. proprii)
 Este g produs scalar în \mathbb{R}^3

Ex $Q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $Q(x) = 2x_1x_2 - 6x_1x_3 - 6x_2x_3$

Precizați signatura.

Ex (\mathbb{R}^3, g_0) $U = \left\{ x \in \mathbb{R}^3 \mid \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases} \right\}$

a) U^\perp ; b) $R = R_1 U R_2$ refer orthon, R_1, R_2 orthon U, U^\perp
 c) $\phi: U \oplus U^\perp \rightarrow U$ pr. ortog pe U

$\phi(1, 0, 1)$

Ex (\mathbb{R}^3, g_0) $U = \langle \{ (1, -1, 2), (1, 1, 1) \} \rangle$

s simetria ortog față de U

$\Delta(0, 0, 1) = ?$

Ex Ex $f \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$ -3-

$$A = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & -1 \end{pmatrix} = [f]_{R_0, R_0}$$

- a) $f \in \text{O}(\mathbb{R}^3)$ specia 1. b) $\varphi = \pi$ rot; axa de rotație.
b) $R = \{e_1, e_2, e_3\}$ ortom ai $[f]_{R, R} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}$

Ex. (\mathbb{R}^3, g_0) , $u = (1, -1, 2)$
Să se afle transf. ortog de op 1, $\varphi = \frac{\pi}{6}$, axa $\langle u \rangle$.

Ex $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $f(x) = (x_1 + 2x_2 - 2x_3)(1, 2, -2)$

- a) $f \in \text{Sim}(\mathbb{R}^3)$
b) $Q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ f.p. atre. Să se aducă la o f.eau prin transf ortog.

Ex $A(1, -1, 2)$, $\mathcal{D}: \frac{x_1 - 1}{2} = \frac{x_2 - 3}{-1} = \frac{x_3}{1}$; $\pi: x_1 + x_2 - x_3 = 0$.

a) $\pi' \perp \mathcal{D}$, $\pi' \ni A$

b) $\mathcal{D}' \ni A$, $\mathcal{D}' \perp \pi$

c) $\text{dist}(A, \mathcal{D})$

d) $\text{dist}(A, \pi)$

Ex $\mathcal{D}_1: \frac{x_1 - 1}{2} = \frac{x_2 - 2}{1} = \frac{x_3}{1}$, $\mathcal{D}_2: \frac{x_1}{1} = \frac{x_2}{2} = \frac{x_3}{1}$

a) $\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2$ necopl

b) ec \perp comune

Ex $\Gamma: f(x) = 3x_1^2 + 8\alpha x_1 x_2 + 3x_2^2 + 2x_1 + 2x_2 + 2 = 0$

a) $\alpha = ?$ ai Γ are centru unic

b) $\alpha = -1$ Să se aducă la o f. canonică, ef. izometrie.