

Fonctions : exercices

Les réponses (non détaillées) aux questions sont disponibles à la fin du document

Exercice 1 :

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x) = \frac{1}{x+1}$

2) $f(x) = x^2 - \frac{1}{x}$

3) $f(x) = \sqrt{3-2x}$

4) $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x}}$

5) $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}$

Exercice 2 :

Etudier la parité de la fonction f dans les cas suivants :

1) f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x$

2) f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + x$

3) f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 2x$

4) f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \sqrt{2x^2 + 3}$

5) f définie sur $\mathbb{R} - \{-2; 2\}$ par $f(x) = \frac{3}{x^2 - 4}$

6) f définie sur $\mathbb{R} - \{2\}$ par $f(x) = \frac{1}{2-x}$

7) f définie sur \mathbb{R}^* par $f(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$

Exercice 3 :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + 2x - 2$.

1) Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé d'unité 1 cm à l'aide du tableau de valeurs suivant :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$							

2) Résoudre graphiquement dans l'intervalle $[-4; 2]$:

- l'équation $f(x) = 1$
- l'équation $f(x) = -x - 2$
- l'inéquation $f(x) \leq -2$

Exercice 4 :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$.

1) Étudier la parité de f .

2) On admet que f est décroissante sur $[0; +\infty[$. En déduire, d'après la question précédente, le sens de variation de f sur $]-\infty; 0]$. Dresser alors le tableau de variations de f sur \mathbb{R} .

3) Montrer que pour tout réel x , $0 \leq f(x) \leq 1$.

Réponses exercice 1 :

1) $D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$.

2) $D_f = \mathbb{R}^*$.

3) $D_f =]-\infty; \frac{3}{2}]$.

4) $D_f =]-\infty; -1] \cup]0; +\infty[$.

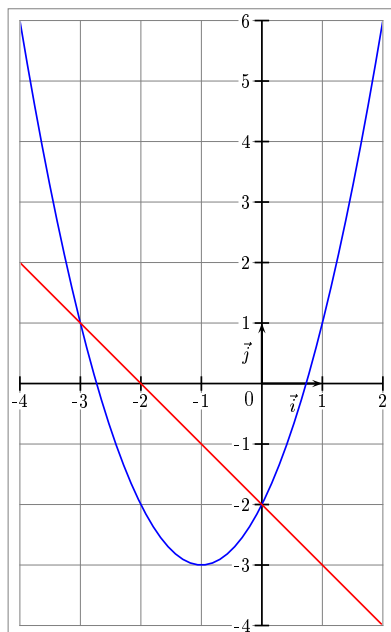
5) $D_f =]0; +\infty[$.

Réponses exercice 2 :

- 1) f est impaire (D_f est symétrique par rapport à 0 et $f(-x) = -f(x)$)
- 2) f est ni paire, ni impaire (D_f est symétrique par rapport à 0 mais $f(-x) \neq f(x)$ et $f(-x) \neq -f(x)$)
- 3) f est impaire (D_f est symétrique par rapport à 0 et $f(-x) = -f(x)$)
- 4) f est paire (D_f est symétrique par rapport à 0 et $f(-x) = f(x)$)
- 5) f est paire (D_f est symétrique par rapport à 0 et $f(-x) = f(x)$)
- 6) f est ni paire, ni impaire (D_f n'est pas symétrique par rapport à 0)
- 7) f est paire (D_f est symétrique par rapport à 0 et $f(-x) = f(x)$)

Réponses exercice 3 :

- 1) La courbe de la fonction f est tracée en bleu et la droite d'équation $y = -x - 2$ est tracée en rouge.



- 2)
 - $f(x) = 1 : S = \{-3; 1\}$ (abscisses des points de la courbe d'ordonnée égale à 1)
 - $f(x) = -x - 2 : S = \{-3; 0\}$ (abscisses des points d'intersection entre la courbe et la droite d'équation $y = -x - 2$)
 - $f(x) \leq -2 : S = [-2; 0]$ (abscisses des points de la courbe d'ordonnée inférieure ou égale à -2)

Réponses exercice 4 :

- 1) f est paire (D_f est symétrique par rapport à 0 et $f(-x) = f(x)$)
- 2) f est croissante sur $] -\infty; 0]$ (en utilisant la symétrie due au fait que f est paire).

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$		1	

- 3) Pour tout x , $f(x)$ est positif comme quotient de deux nombres positifs et f admet 1 comme maximum d'après le tableau de variations.