Model SIR z zaburzeniem

inż. Maciej Czerkawski

16 czerwca 2020

Model SIR

Model SIR jest modelem epidemiologicznym, gdzie zakłada się następujący schemat transferu stanu osobników:

$$S \longrightarrow I \longrightarrow R$$

S - osobniki podatne $\quad$ I - osobniki zainfekowane $\quad$ R - osobniki ozdrowiałe

Zgodnie z założeniami modelu SIR dla przypadku deterministycznego określone są następujące równania(Kermacka-McKendricka):

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{\beta IS}{N} \qquad \frac{dI}{dt} = \frac{\beta IS}{N} - \gamma I \qquad \frac{dR}{dt} = \gamma I$$

Stochastyczne równania modelu SIR

Korzystając z faktu, że stochastyczne równania różniczkowe możemy zapisać w postaci:

$$dX_t = a * (X_t)dt + b(X_t)dW_t$$

X_t - analizowana wielkość $\quad$ a - czynnik dryfu $\quad$ b - czynnik dyfuzji $\quad$ dW_t - proces Wienera

dodano do równań deterministycznych opisujących model SIR komponentę stochastyczną i otrzymano następujące równania:

$$\frac{dS}{dt} = (-\frac{\beta IS}{N})dt + \sigma_S dW_t$$
$$\frac{dI}{dt} = (\frac{\beta IS}{N} - \gamma I)dt + \sigma_I dW_t$$
$$\frac{dR}{dt} = (\gamma I)dt + \sigma_R W_t$$

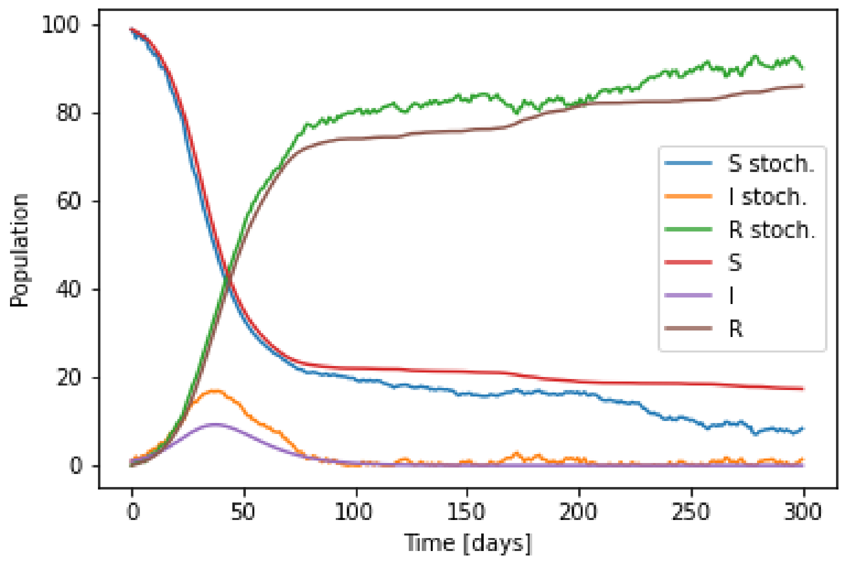
,gdzie na potrzeby symulacji stochastycznego modelu SIR będą ustalono różne wartości σ_S,σ_I,σ_R. Na potrzeby symulacji przyjęto, że proces Wienera ma rozkład $N(\mu = 0, \sigma = 1, dt)$. Powyższe równania rozwiązano przy pomocy metody Eulera-Maruyamy:

$$S_t = (-\frac{\beta I_{t-1} S_{t-1}}{N})dt + \sigma_S dW_t$$
$$I_t = (\frac{\beta I_{t-1} S_{t-1}}{N} - \gamma I_{t-1})dt + \sigma_I dW_t$$
$$R_t = (\gamma I_{t-1})dt + \sigma_R W_t$$

Wyniki symulacji

Zbadano wiele grup parametrów, które zostały użyte na potrzeby symulacji modelu SIR z komponentą stochastyczną. Poniżej znajdują się wybrane wyniki obliczeń, wraz z parametrami symulacji :

$\beta = 0.2$ $\gamma = 0.1$ $\sigma_S = 1.0$ $\sigma_I = 0.5$ $\sigma_R = 0.3$



$\beta = 0.2$ $\gamma = 0.2$ $\sigma_S = 0.5$ $\sigma_I = 0.5$ $\sigma_R = 0.5$