Zadania domowe. Zestaw 1.1

Maciej Poleski

2 marca 2013

1

Ścieżka 10^{40} krawędzi. Wyróżnione wierzchołki to wierzchołki o stopniu 1 na tej ścieżce. Przepustowości wszystkich krawędzi są takie same (np. 1). Każda krawędź wyznacza pewien minimalny przekrój. Wierzchołków jest $10^{40} + 1$.

2

3

Algorytm E-K nadaje się do wyszukiwania minimalnego przekroju. Znaleziony minimalny przekrój ma minimalną ilość wierzchołków w zbiorze zawierającym źródło (pokazane na zajęciach). Można wykorzystać tą własność uruchamiając algorytm dwa razy. Za każdym razem rolę źródła i ujścia zamieniamy między wyróżnionymi wierzchołkami x i y (jeżeli graf jest skierowany to dodatkowo transponujemy go). Jeżeli za każdym razem uzyskamy ten sam podział to znaczy że istnieje tylko jeden minimalny przekrój. Jeżeli uzyskamy różne podziały - istnieje więcej niż jeden minimalny przekrój.

4

Ustalamy przepustowość każdej krawędzi na jednostkową. Szukamy maksymalnego przepływu metodą Forda-Fulkersona. W efekcie znajdujemy (być może) kilka rozłącznych krawędziowo ścieżek od x do y. Powiedzmy że ustalony maksymalny przepływ wynosi a. Każdą ścieżką wysyłamy $\lceil s/a \rceil$ szpiegów (lub mniej jeżeli do wysłania pozostało ich mniej). Trasy łatwo zrekonstruować przy użyciu sieci rezydualnej po zakończeniu metody F-F. Złożoność: szukanie ścieżki powiększającej $O(m)$ maksymalny przepływ w takim grafie $O(n)$ (co najwyżej ilość krawędzi wchodzących do ujścia - $O(n)$) wynik - $O(mn)$.

5

Krawędzie o przepustowości jednostkowej. Tworzymy dodatkowy wierzchołek a i łączymy z nim wierzchołki y i z. Szukamy dwóch ścieżek powiększających z x do a (w czasie $O(n + m)$). Jeżeli znajdziemy - istnieją dwie rozłączne krawędziowo ścieżki łączące... to co trzeba. Jeżeli nie - to nie.