|  |  |
| --- | --- |
| *Maciej Bartos*  *216719*  *Kamil Celejewski 216733* | Rok akademicki 2017/18  Poniedziałek, 10.10 |
|  |  |

**METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM**

**Zadanie 4 - całkowanie numeryczne**

**Cel zadania:**

Celem zadania czwartego było stworzenie programu implementującego dwie metody całkowania numerycznego: złożoną kwadraturę Newtona-Cotesa opartą na trzech węzłach (wzór Simpsona) oraz przydzielony przez prowadzącego wariant kwadratury Gaussa:

**Wariant 1:** całkowanie na przedziale [−1,1] z wagą (wielomiany Czebyszewa) całek postaci:

**Opis rozwiązania:**

Całkowanie numeryczne sprowadza się do numerycznego wyznaczenia wartości całki . W metodzie Newtona Cotesa funkcja f (x) jest przybliżana wielomianami interpolacyjnymi Lagrange'a , gdzie .

Jeżeli funkcję f(x) przybliżać będziemy wielomianem stopnia drugiego (parabolą) P2(x) przechodzącą przez trzy węzły {x1, x2, x3} to otrzymamy metodę Simpsona. Znając wartości y0 , y1 , y2 w 3 punktach x0 , x1 , x2 gzie x2 – x1 = x1 – x0 =h przybliża się funkcję wielomianem Lagrange'a i, całkując w przedziale [ x0 , x2] otrzymuje przybliżoną wartość całki:

Aby wyliczyć całkę z funkcji np: na przedziale (-1,1) za pomocą metody Simsona należy odpowiednio podzielić tą funkcje na coraz to mniejsze przedziały i wyliczone wartości całek na tych przedziałach zsumować ze sobą.

Kwadratury Gaussa są to kwadratury oparte na ustalonej liczbie węzłów. Uzyskujemy je dobierając zarówno współczynniki (wagi), jak i węzły kwadratury tak aby wyrażenie jak najlepiej przybliżało całkę . W przypadku wariantu pierwszego kwadratura z wagą nazywana jest kwadraturą Gaussa-Czebyszewa.

Gdzie ti to pierwiastki n-tego wielomianu Czebyszewa.

**Wyniki**

Przy dokładności 0.1 na przedziale (-1,1)

Dla Newtona Cotesa: 11.7644

Dla Gaussa-Czebyszewa: 10.9956

Przy dokładności 0.1 na przedziale (-1,1)

Dla Newtona Cotesa: 2.57801

Dla Gaussa-Czebyszewa: 2.40407

Przy dokładności 0.1 na przedziale (-1,1)

Dla Newtona Cotesa: 2.05725

Dla Gaussa-Czebyszewa: 1.8138

**Wnioski**

Kwadratura Gaussa-Czebyszewa pozwala wyliczyć całki tylko z funkcji gdzie g(x)=f(x)·w(x) gdzie natomiast całkowanie za pomocą metody Simpsona pozwala policzyć całkę z dowolnej funkcji g(x). Najdokładniejszymi kwadraturami są kwadratury Gaussa lecz są one trudniejsze w implementacji natomiast kwadratury Newtoona-Cotesa są prostsze w implementacji lecz wyniki nie są tak dokładne jak w przypadku kwadratur Gaussa.