

PRZYDZIAŁ PRACOWNIKÓW DO PROJEKTU IT

Minimalizacja kosztów
realizacji oprogramowania ABC

```
> python assignment_model.py  
> Status: Optimal  
> Min cost: 36,950 PLN
```

Metody Optymalizacji | Problem Przydziału (ILP)

SCENARIUSZ BIZNESOWY

TechFlow Solutions

Polska firma IT z Warszawy realizuje projekt

oprogramowania ABC dla klienta e-commerce.

Kierownik projektu musi optymalnie przydzielić

pracowników do zadań, minimalizując koszty.

6

pracowników

6

zadań

**CEL: Minimalizacja
kosztu projektu**

Ograniczenia:

- Każdy pracownik = dokładnie 1 zadanie
- Każde zadanie = dokładnie 1 pracownik
- Różne stawki i efektywności

ZESPÓŁ PROJEKTOWY

ID	Pracownik	Rola	Stawka (zł/h)
P1	Anna	Senior Developer	180
P2	Bartek	Mid Developer	120
P3	Celina	Junior Developer	80
P4	Dawid	DevOps Engineer	150
P5	Ewa	QA Engineer	100
P6	Filip	UI/UX Designer	130

Kluczowe różnice

Najwyższa stawka:

Anna (180 zł/h)

Najniższa stawka:

Celina (80 zł/h)

Stawka ≠ efektywność dla każdego zadania

ZADANIA PROJEKTOWE

ID	Zadanie	Czas bazowy (h)	Priorytet
Z1	Architektura systemu	40	KRYTYCZNY
Z2	Backend API	80	Wysoki
Z3	Frontend aplikacji	60	Wysoki
Z4	Baza danych	30	Średni
Z5	Testy automatyczne	50	Średni
Z6	Wdrożenie CI/CD	25	Niski

$\Sigma =$
285h
łączny czas bazowy

Koszt = Stawka × Czas × Efektywność

MACIERZ KOSZTÓW (zł)

	z1	z2	z3	z4	z5	z6
Anna	7 200	15 840	16 200	6 480	16 200	6 300
Bartek	7 200	9 600	9 360	3 960	9 600	4 500
Celina	8 000	8 960	4 800	4 320	5 600	4 000
Dawid	7 800	18 000	18 000	4 500	11 250	3 750
Ewa	8 000	14 400	9 600	5 100	5 000	4 000
Filip	11 440	20 800	8 580	8 580	12 350	5 850



= optymalny przydział

$$c_{ij} = \text{stawka}_i \times \text{czas}_j \times \text{efektywność}_{ij}$$

MODEL MATEMATYCZNY

Zmienne decyzyjne

$$x_{ij} \in \{0, 1\}$$

$x_{ij} = 1$ jeśli pracownik i
 przydzielony do zadania j

$x_{ij} = 0$ w przeciwnym przypadku

Funkcja celu

$$\min Z = \sum_i \sum_j c_{ij} \cdot x_{ij}$$

Minimalizacja całkowitego
kosztu przydziału

Ograniczenia

Każdy pracownik \rightarrow 1 zadanie

$$\sum_j x_{ij} = 1 \quad \forall i \in \{1, \dots, 6\}$$

Każde zadanie \rightarrow 1 pracownik

$$\sum_i x_{ij} = 1 \quad \forall j \in \{1, \dots, 6\}$$

METODA ROZWIĄZANIA

01 METODA WĘGIERSKA

Algorytm dla problemu przydziału

Kroki:

1. Redukcja wierszy
2. Redukcja kolumn
3. Pokrycie zer liniami
4. Optymalizacja

Złożoność: $O(n^3)$ RĘCZNIE



02 PuLP (ILP SOLVER)

Python + CBC Solver

Zalety:

- Szybkie rozwiązanie
- Zmienne binarne
- Analiza wrażliwości
- Skalowalne

Czas: < 1 sekunda PROGRAMOWO

```
from pulp import *
model = LpProblem("Assignment", LpMinimize)
x = LpVariable.dicts("x", [...], cat="Binary")
model.solve()
```

ROZWIĄZANIE RĘCZNE (3×3)

Macierz kosztów (uproszczona):

	Arch.	Backend	Frontend
Anna	7.2	15.8	16.2
Bartek	7.2	9.6	9.4
Celina	8.0	9.0	4.8



Po redukcji:

	Arch.	Backend	Frontend
Anna	0	6.2	9.0
Bartek	0	0	2.2
Celina	3.2	1.8	0

Optymalny przydział:

Anna → Architektura (7 200 zł) | Bartek → Backend (9 600 zł) | Celina → Frontend (4 800 zł)

Koszt 3×3: 21 600 zł

WYNIKI OPTYMALIZACJI

Pracownik	Rola	Zadanie	Koszt (zł)
Anna	Senior Developer	Architektura systemu	7 200
Bartek	Mid Developer	Backend API	9 600
Celina	Junior Developer	Frontend aplikacji	4 800
Dawid	DevOps Engineer	Baza danych	4 500
Ewa	QA Engineer	Testy automatyczne	5 000
Filip	UI/UX Designer	Wdrożenie CI/CD	5 850
SUMA			36 950

```
> Status: Optimal
> Solver: CBC
> Time: < 0.01s
```

36 950 zł

MINIMALNY KOSZT

Oszczędność

1 980 zł
(5.1%)

INTERPRETACJA

Rekomendacja dla kierownika projektu:

Aby zminimalizować koszty realizacji projektu ABC, należy przydzielić:

- Senior Developer (Anna) do architektury (zadanie krytyczne)
- DevOps (Dawid) do bazy danych (nie CI/CD!) - niższy koszt przy tej samej efektywności

Kluczowe spostrzeżenia:

Dawid

DevOps przy bazie
(nie CI/CD!)

Celina

Junior → Frontend
(najniższy koszt)

Filip

UI/UX → CI/CD
(zaskoczenie!)

ANALIZA WRAŻLIWOŚCI

Anna niedostępna?

Potrzeba zewnętrznego wykonawcy lub nadgodziny innego pracownika

Stawki +10%?

Proporcjonalny wzrost kosztu o 10% (36 950 → 40 645 zł)

Nowe zadanie?

Rozszerzenie do problemu 6×7 lub zatrudnienie

Porównanie przydziałów:

Optymalny: 36 950 zł

Intuicyjny: 38 930 zł (+5.1%)

Ograniczenia modelu:

- 1 pracownik = 1 zadanie
- Brak zależności czasowych
- Stałe stawki godzinowe
- Brak preferencji pracowników

PODSUMOWANIE

- ✓ Model matematyczny zdefiniowany
- ✓ Metoda węgierska dla małych problemów
- ✓ PuLP dla pełnego rozwiązania
- ✓ Interpretacja biznesowa

Technologie:

Python | PuLP | CBC Solver

**KOSZT
MINIMALNY**

36 950 zł