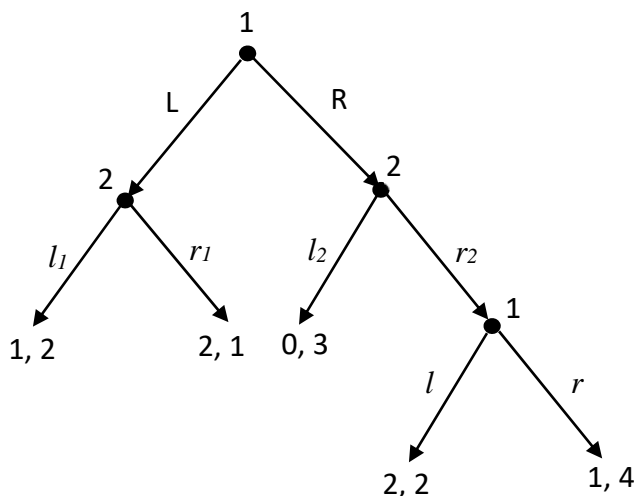


# 社会博弈论 2022 春季 期末考试

回答下面各题。总分 100 分。时间 110 分钟。

1. (16 分) 考察以下博弈



- 画出该博弈对应的策略型(即收益矩阵)。(8 分)
- 找出该博弈所有的单纯策略的纳什均衡。(4 分)
- 使用逆推归纳法, 找出本博弈所有的子博弈完善均衡。(4 分)

2. (12 分) 考察以下博弈:

		博弈者 2		
		L	C	R
博弈者 1	T	3, 2	4, 0	0, 0
	M	2, 0	3, 3	-1, 0
	B	0, 0	0, 0	3, 3

- 找出本博弈单纯策略的纳什均衡。(4 分)
- 本博弈中是否存在劣势策略, 是谁的什么策略; 是严格劣势策略还是弱劣势策略? (2 分)
- 找出本博弈混合策略的纳什均衡(提示: 可利用 b 部分的答案, 有帮助)。(6 分)

3. (20 分) 两名博弈者一起生产一种公共品。博弈者  $i$  ( $i = 1$  or  $2$ ) 可以选择自己的努力程度  $x_i$ ,  $x_i \geq 0$ 。公共品的产量  $Q$  由两人努力的总和决定:  $Q = x_1 + x_2$ 。对个体而言, 付出努力意味着成本:  $c_i = x_i^2$ 。博弈者的个体收益取决于公共品的产量和自己的成本:  $u_i = 10Q - c_i$ 。

- 找出博弈者 1 和 2 的最优反应函数 (4 分)。
- 博弈的纳什均衡中, 每位博弈者付出的努力是多少, 收益是多少? (4 分)
- 如果每一方投入的努力是 10, 双方的收益是多少? (2 分)

现在考虑将以上博弈进行**无限重复**形成的一个新博弈, 其中博弈者的时间折扣(time discounting)系数为  $\delta$ ,  $0 < \delta < 1$ 。

- 构建一个子博弈完善均衡 (你可以按照需要指定一个  $\delta$  值), 其中双方的平均收益都为 100。请完整写出该策略组合, 并清晰的证明它是一个子博弈完善均衡。 (4 分)
- 请问双方收益为 0 是否是该重复博弈的一个可行的(feasible)平均收益? 如果是, 请写出一个策略组合 (不要求是均衡), 其结果是双方平均收益为 0。 (2 分)
- 是否存在这样的子博弈完善均衡, 其中双方的平均收益为 0? 如果存在, 请构建这样一个均衡, 并证明它是一个子博弈完善均衡。如果不存在, 请说明理由。 (4 分)

4. (18 分) 北大社会学系决定改革招收研究生的制度, 废除考试, 希望录取到真正热爱社会学的同学。假定所有的潜在申请者中, 有 10% 的同学是真正热爱社会学的 (类型 A), 90% 不爱 (类型 B); 这是公共信息。每一位同学知道自己是否热爱社会学。但是社会学系不知道申请者的真实类型。考察以下博弈:

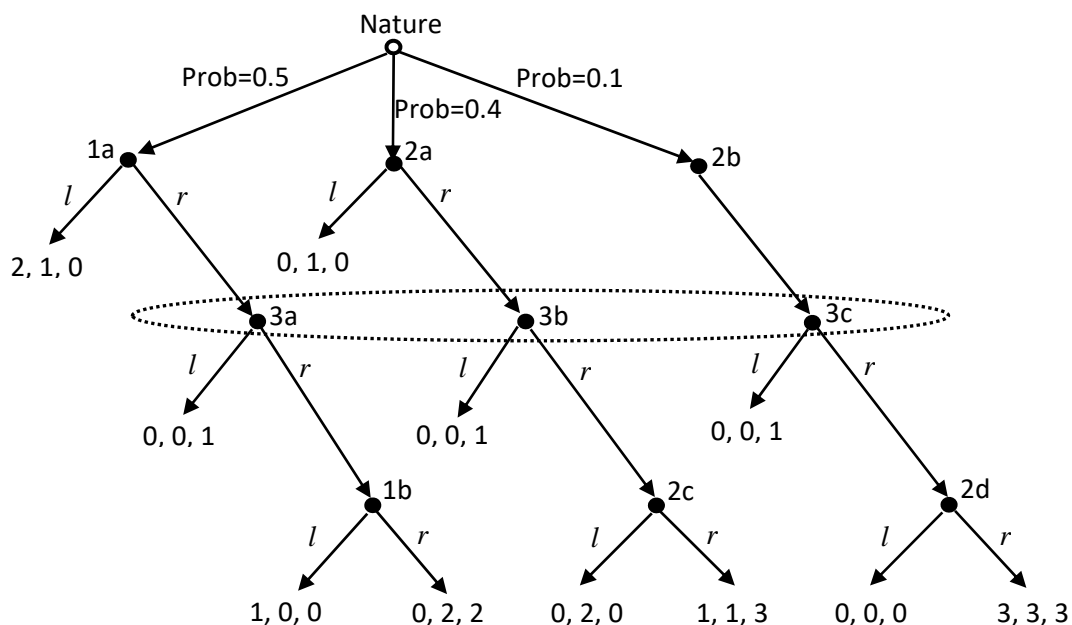
自然先行动, 按以上前提概率决定同学的类型。同学 (博弈者 1) 选择是否提出申请 (in or out)。如果不提出申请 (out) 则博弈结束, 双方收益为 0。若提出申请 (in), 社会学系 (博弈者 2) 选择是接受还是拒绝 (accept or reject)。如果拒绝, 同学收益为 -1, 社会学系收益为 0。如果接受, 那么双方收益取决于申请者的真实类型: 当申请者是热爱型 (A 型), 双方收益各为 20; 当申请者是不爱型 (B 型), 双方收益各为 -10。

- 按照以上描述, 画出博弈的延展型。 (6 分)
- 构建这样一个弱序贯均衡, 其中热爱的同学提出申请, 不爱的同学不申请。请写出各方的策略, 以及社会学系在其信息集上的信念。并清晰的证明它构成一个弱序贯均衡。 (6 分)
- 构建这样一个弱序贯均衡, 其中两种类型的同学都不提出申请。请写出各方的策略, 以及社会学系在其信息集上的信念。并清晰的证明它构成一个弱序贯均衡。 (6 分)

5. (20分) 设想有一天你作了老师, 教社会博弈论这门课。期末时, 班上的同学可以分为三种类型:  $t=0$  (没有学懂),  $t=6$  (学的不错),  $t=12$  (融会贯通), 这三种类型的比例各是  $1/3$ 。这是你和所有人都知道的公共信息。每一个同学知道自己确切的类型; 但你不知道同学的类型。由于你对于参加考试的痛苦记忆犹新, 所以决定废除考试, 让大家自报类型, 你根据报告给出分数。具体的说, 你和同学进行以下博弈 (为简单起见, 可想象你在和一位同学进行两人博弈): “自然” 先走, 决定同学的类型  $t$ 。同学给出一个报告, 记为  $m$ ,  $m$  可以是 0、6、或者 12 ( $m$  不一定等于该同学的真实类型  $t$ )。你观察到所报的  $m$ , 然后决定给该同学的分数  $g$ ,  $g$  可以是  $[0, 16]$  区间上的任意整数。双方收益如下:

- 你希望所给的分数越接近同学的真实类型越好, 你的收益为:  $u_1 = -(g - t)^2$ 。
  - 同学希望拿高分, 但是作为有自尊心的北大学生, 也不希望分数离自己的真实水平差的太远, 最理想的分数是自己的真实类型加上  $b$  分, 同学的收益表达为:  $u_2 = -[g - (t + b)]^2$ 。这里先设定  $b=4$ 。
- a. 考察如下“分离型”策略组合: 同学报出他的真实类型 (即  $m=t$ ); 你收到报告后, 相信他的报告 (即  $t=m$ ), 并给他分数  $g = m$ 。这是否构成一个弱序贯均衡? 解释为什么。(4分)
- b. 考虑如下“混同型”策略组合: 同学无论自己的类型是什么都报  $m=12$ ; 你无论收到什么样的  $m$  都认为同学类型是 0、6、12 的概率各为  $1/3$ , 并且给他分数  $g = 6$ 。这是否是一个弱序贯均衡? 解释为什么。(6分)
- c. 请你构建一个“部分分离型”均衡, 其中存在一定的信息传递, 即同学中的一种 (或几种) 类型采取的行动与其他类型的不同。请清晰的写出该均衡中每种类型的同学的策略, 你的信念和策略。并证明它构成了一个弱序贯均衡。(6分)
- d. 你上面构建的这个均衡, 如果  $b$  太大就无法成立了, 能使该均衡成立的最大的  $b$  是多少? (我们允许  $b$  为正的实数) (4分)

6. (14 分) 考查如下的一个 3 人博弈。其中每个信息集 (决策节点) 标注了该处轮到哪个博弈者 (1、2、或 3) 决策。由于每个博弈者拥有不止一个信息集 (决策节点)，所以每个节点处还用字母加以区别。(例如，1a, 1b 是轮到博弈者 1 决策的两个不同节点。)



- a. 请使用逆推归纳法，确定以下决策节点上博弈者的最优选择：1a, 1b, 2c, 2d (4 分)

基于上面的结果，进一步回答下面的问题

- b. 如果博弈者在所有的信息集 (决策节点) 上都使用单纯策略，是否存在相应的弱序贯均衡？如果存在，请指出该均衡和相应的信念系统。如果不存在，请清晰的说明理由。(提示：思考博弈者 2 的可能的单纯策略，看能否构成均衡。4 分)
- c. 如果 (某些) 博弈者在 (某些) 信息集 (决策节点) 上使用混合策略，是否存在相应的弱序贯均衡？如果存在，请找出该均衡的策略组合和相应的信念系统。如果不存在，请清晰说明理由。(6 分)