

# 第十二讲：弱序贯均衡的应用

一、旧车市场 (The Market for Lemons)

二、信号博弈 (The Signaling Game)

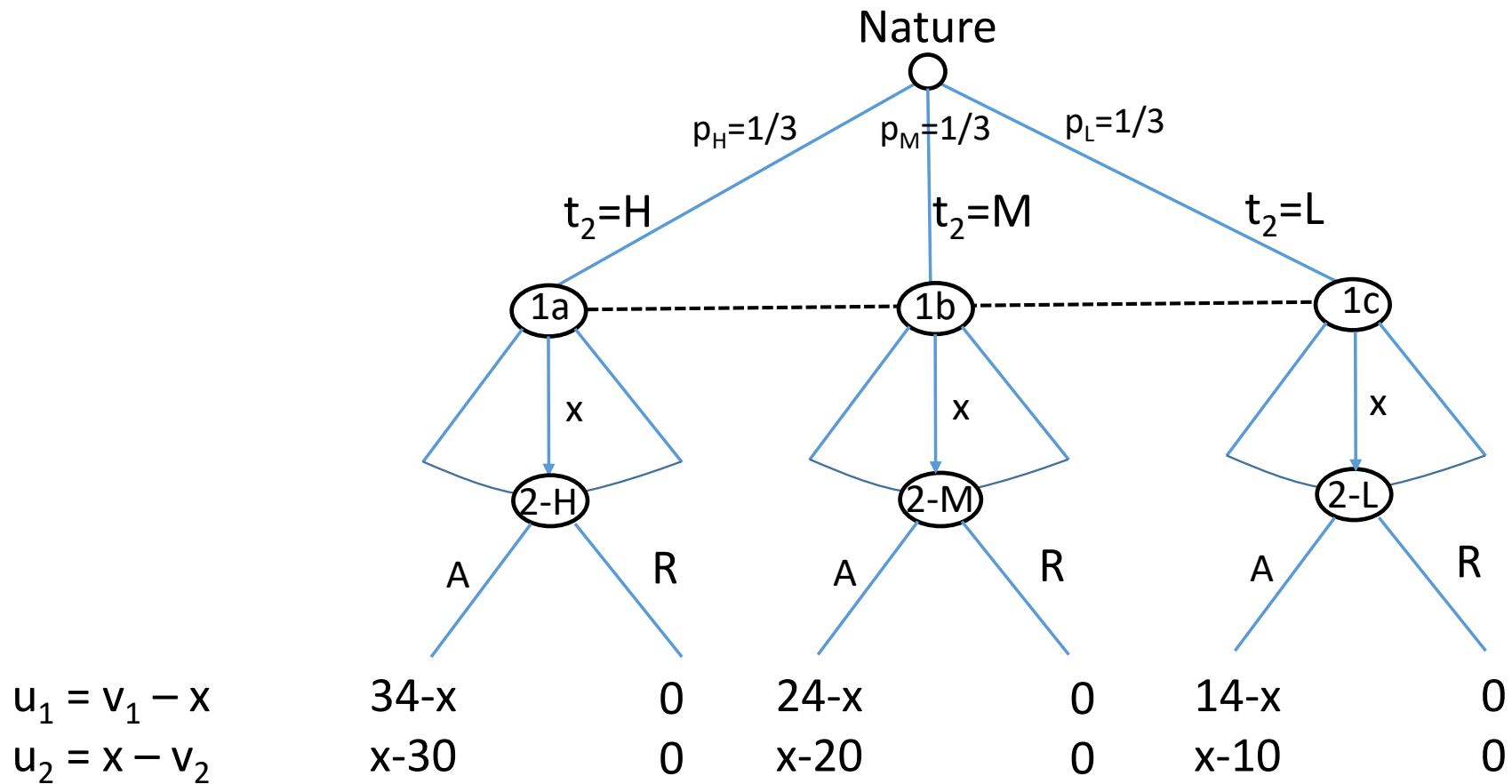
# 回顾

- 在信息不完善的动态博弈中，我们使用弱序贯均衡的概念，要求
  1. 博弈者的信念处处合理（与现实一致）
    - 在路径上的信息集处，信念需符合贝叶斯法则
    - 不在路径上的信息集处，可以拥有任意信念
  2. 博弈者的策略处处最优（从而满足序贯理性）
- 如何寻找弱序贯均衡
  - 可以尝试“逆推”，也可以先找出纳什均衡再从中挑选，很多时候要靠“猜”然后构建
- 如何验证弱序贯均衡
  - 先验证信念是否满足“一致性”的要求
  - 再验证各方的策略是否处处最优

# 旧车市场（The Market for Lemons）

- 博弈者1（买方）要购买旧车，博弈者2（卖方）有旧车出售
- 公共前提：旧车的质量 $q$ 有三种情况，L，M，H；概率分布是  $P(q=L) = 1/3$ ,  $P(q=M) = 1/3$ ,  $P(q=H) = 1/3$ 
  - 对于买方1来说，旧车对他的价值 $v_1(q)$ :  $v_1(L)=14$ ,  $v_1(M)=24$ ,  $v_1(H)=34$
  - 对于卖方2来说，旧车对他的价值 $v_2(q)$ :  $v_2(L)=10$ ,  $v_2(M)=20$ ,  $v_2(H)=30$
- 显然，如果信息是完善的（车的质量是公共信息），无论什么质量的车，都可以达成交易，1和2获得收益 $\geq 0$
- 但是：只有博弈者2（卖方）了解车的质量，买方1不了解
  - 类型：2有三个类型；1只有一个类型
- 博弈次序：1先提出一个价格 $x$ ，然后2选择接受或拒绝。接受即达成交易，1的收益为 $v_1-x$ ，2的收益为 $x-v_2$ ；拒绝则双方的收益为0

# 旧车市场



# 可以采用逆推归纳法

- 逆推：先考虑2的最优反应
- 对于2而言，她有三种决策节点（三种类型），她在每一种节点上（她的每一种类型）都明确知道自己旧车的价值 $v_2$
- 2如果接受交易，收益为  $x - v_2$ ；显然，只有对方提出的价格  $x \geq v_2$  时，她才会接受（为了简单起见，我们假定  $x = v_2$  时2会接受）
  - 2-H:  $x \geq 30$  时接受，否则拒绝
  - 2-M:  $x \geq 20$  时接受，否则拒绝
  - 2-L:  $x \geq 10$  时接受，否则拒绝
- 给定2的各个节点（类型）的策略，再考虑1的最优策略

- 1在自己的信息集上（包含三个节点）只能选一个统一的出价 $x$
- 1的合理信念：他在三个节点（面对三种类型）的概率各是 $1/3$
- 如果1出价  $x \geq 30$ 
  - 三个类型的2都会接受
  - 1的期望收益  $E(u_1) = 1/3*(34-x) + 1/3*(24-x) + 1/3*(14-x) = 24 - x$
  - 1的期望收益为负，1不可能出价超过30
- 如果1出价  $20 \leq x < 30$ 
  - 只有M和L类型的2会接受
  - 1的期望收益  $E(u_1) = 1/3*0 + 1/3*(24-x) + 1/3*(14-x) = 2/3*(19-x)$
  - 1的期望收益为负，1不可能出价超过20
- 如果1出价  $10 \leq x < 20$ 
  - 只有类型L会接受；1的期望收益  $1/3*0 + 1/3*0 + 1/3*(14-x) = 1/3*(14-x)$
  - 在10-14范围内，1的最优出价  $x=10$ ，2的L类型接受

- 弱序贯均衡
  - 博弈者1：信念为  $\Pr(1a) = \Pr(1b) = \Pr(1c) = 1/3$ ，出价  $x=10$
  - 博弈者2：2-H接受  $x \geq 30$ ，2-M接受  $x \geq 20$ ，2-L接受  $x \geq 10$
- 结果是只有质量最差的旧车可以在市场里交易

# “逆向选择” (Adverse Selection)

- 我们注意到
  - 如果信息是充分的，所有类型的旧车都可以交易
  - 在信息不充分的情况下，只有质量最差的旧车可以交易
- 称为“逆向选择”
  - 信息的不完善（不对称），使得高质量的产品被迫退出市场交换
  - 双方的利益都受到损害
- 如果博弈者能够将自己掌握的私人信息传递给对方，则可能改善结果
- 但是简单的发布自己拥有的信息往往是不够的，因为对方无法知道你发布信息的真实性



# 信息“雪崩” (Information Unraveling)

- 假设有第三方可以准确测量旧车的质量，其报告无法作假
- 假如国家**强制**要求所有的旧车卖方提供该报告
  - 显然这恢复了充分信息，所有类型的旧车都可以达成交易
- 如果没有国家强制，仅仅由卖方**自愿选择**是否提供报告，而该服务的存在是公共信息，结果会怎样？
- 哪些类型卖方会自愿提供质量报告？
  - 先考虑质量最高的旧车的车主，**H**类型，是否有动力提供质检报告？
  - 那么**M**类型是否有动力提供质检报告？
  - 以此类推...
  - 所有的类型都会披露(reveal)自己的身份

# 信号博弈(The Signaling Game)

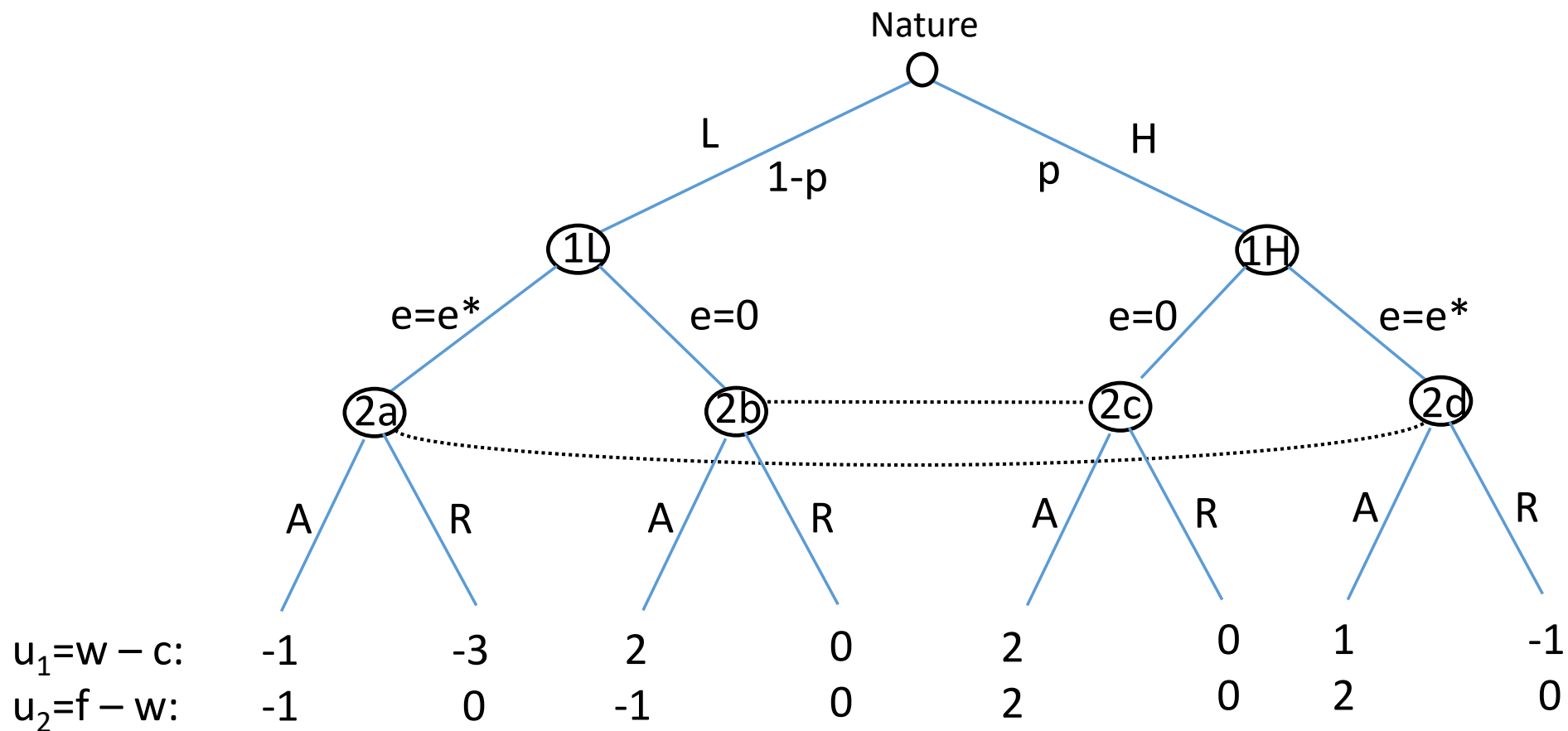
- 如果没有一个中立的第三方，博弈者是否有可能将自己掌握的私人信息直接传递给其他人呢？
  - 在旧车市场博弈里，不行，因为任何类型的旧车的拥有者，都有动力声称自己的车是“高质量的”
- 什么时候有可能发送含有有效信息的信号 (signal)?
  - 基本想法：如果发送某些信号的成本（或收益）对于不同类型的博弈者是不同的，那么博弈者有可能通过发送不同信号披露自己的类型

# 教育作为信号

- 劳动力市场中个体的能力有两种情况，H和L
- 公共前提： $\text{Prob}(H)=p$ ， $\text{Prob}(L)=1-p$ ，这里令  $p=1/2$
- 求职者（博弈者1）知道自己的能力；但是招聘的公司（博弈者2）不知道对方的类型
- 个体在求职之前可以先选择是否上大学： $e=e^*$ 或  $e=0$ ；获得大学文凭所付出的成本取决于能力的高低，H型成本 $c_H=1$ ，L型成本 $c_L=3$
- 招聘的公司可观察到应聘者是否有大学文凭，然后决定是聘用(A)还是拒绝(R)
- 聘用的话，公司支付工资 $w=2$ ；公司的收益 $u_2=f-w$ ，个体的收益 $u_1=w-c$ 
  - H类型的个体的生产率 $f_H=4$ ，L类型的个体的生产率是 $f_L=1$
  - 也就是说，公司聘用H类型时收益是2，聘用L类型时收益是-1
- 拒绝的话：公司收益为0，个体收益为  $0-c$

博弈者1：求职者；博弈者2：招聘的公司

$$P=1/2$$



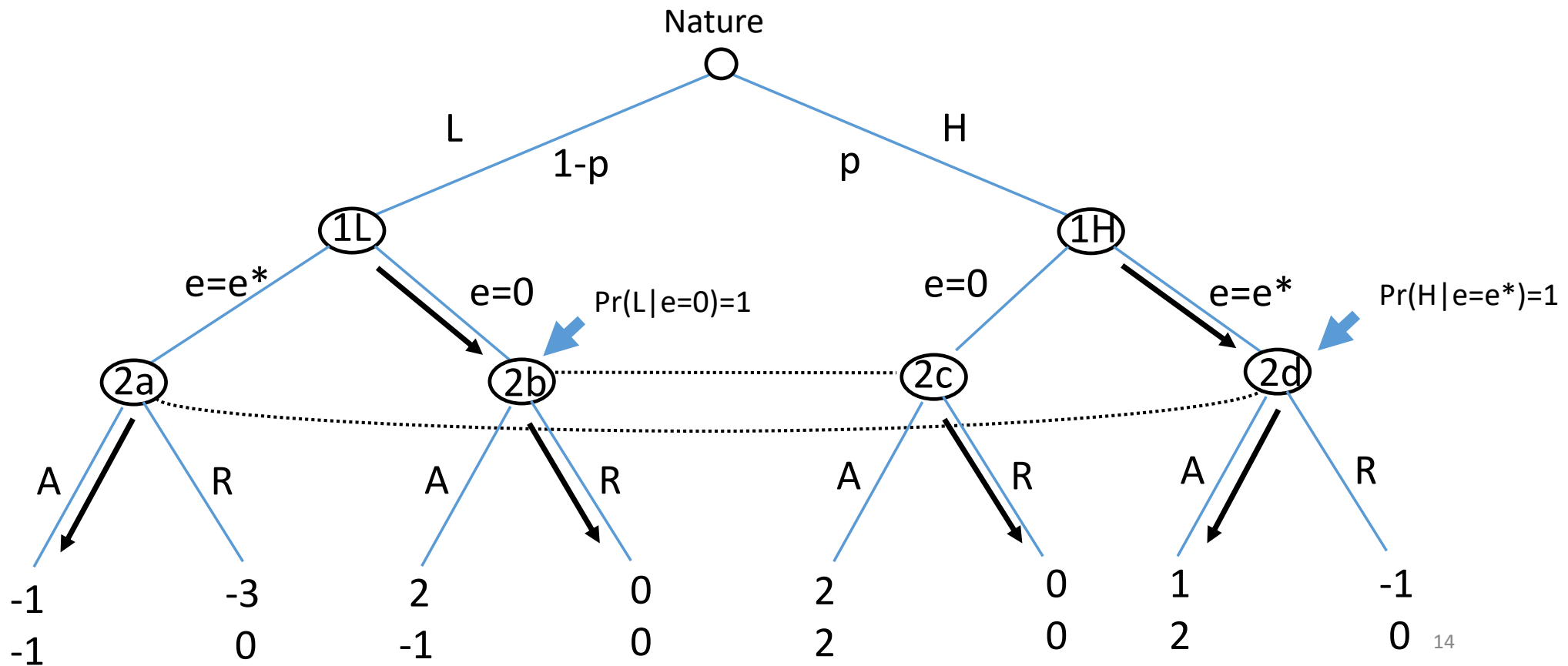
# “分离的”均衡 (Separating Equilibrium)

考虑以下的策略组合和信念系统，验证是否构成一个弱序贯均衡

- 1的策略
  - L类型的1选择不上大学：  $e=0$
  - H类型的1选择上大学：  $e=e^*$
- 2的信念和策略
  - 2的信念：  $\text{Prob}(L|e=0)=1$ ；  $\text{Prob}(H|e=e^*)=1$
  - 2根据文凭决定是否聘用： A if  $e=e^*$ ； R if  $e=0$
- 在这个均衡中，不同类型的行动者选择不同的行动，所以称为“分离的”或者“分离型”均衡
  - 这里针对不同类型的博弈者1的不同行动，2也采取不同的对策，所以称为“完全分离的”均衡

# 验证是否构成序贯均衡

- 策略组合:  $(1-L: e=0, 1-H: e=e^*), (A \text{ if } e=e^*, R \text{ if } e=0)$
- 2的信念:  $\text{Prob}(H|e=e^*)=1$ ;  $\text{Prob}(L|e=0)=1$



# 验证是否构成弱序贯均衡

- 先检查2的信念的合理性：信念和1的策略一致
- 给定信念，2的策略在每个信息集上是否最优？
  - 信息集{2a, 2d}上：相信在2d，那么接受最优
  - 信息集{2b, 2c}上：相信在2b，那么拒绝最优
- 给定2的策略，1在每个信息集上（即每个类型的）策略是否最优？
  - H类型现在上大学( $e=e^*$ )的策略，收益是1，如果改变策略为不上大学( $e=0$ )，收益为0，现策略最优
  - L类型现在不上大学( $e=0$ )的策略，收益是0，如果改变策略为上大学( $e=e^*$ )，收益为-1，现策略最优
- 所以，上面的策略组合和信念系统构成一个弱序贯均衡

# “分离的”均衡 (Separating Equilibrium)

- 刚才分离型均衡中，不同类型的博弈者发出不同的信号
- 关键：发出信号的成本对于不同类型的博弈者有足够的差别，否则某一类型可以模仿另一类型的信号
  - 课后思考：如果两种类型的1上大学付出的成本都是1，刚才的均衡还成立？（不成立）



## “混同的”均衡 (Pooling Equilibrium)

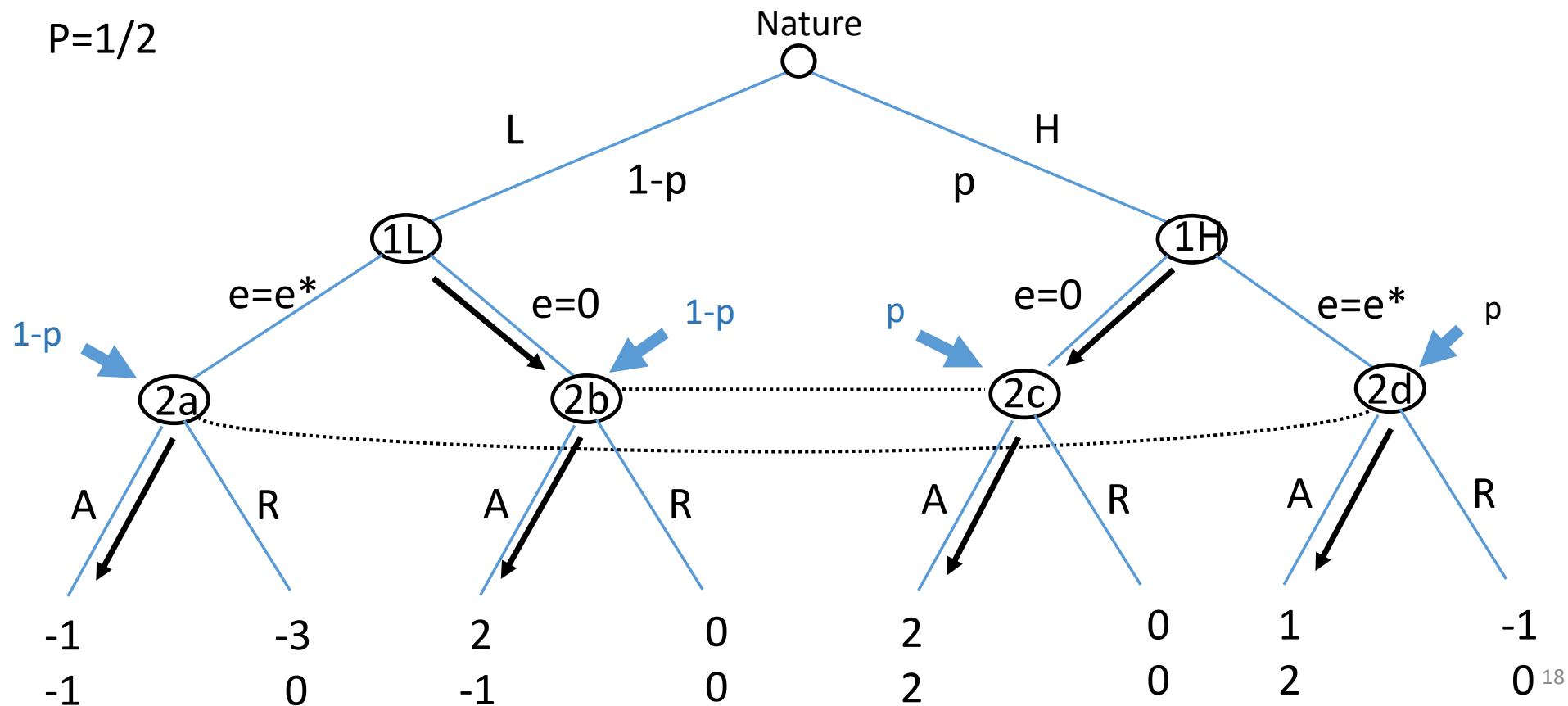
本博弈也存在“混同型”均衡，考察以下策略和信念

- H和L类型的1均选择不上大学，即 $e=0$
- 2的信念：  $\text{Prob}(H|e=e^*)=p$ ，  $\text{Prob}(H|e=0)=p$
- 2的策略：（无论对方有无文凭）总是聘用： A, regardless of  $e$

# 验证是否构成弱序贯均衡

- 策略组合: (1-L:  $e=0$ , 1-H:  $e=0$ ), (A if  $e=e^*$ , A if  $e=0$ )
- 2的信念:  $\text{Prob}(H|e=0)=p$ ;  $\text{Prob}(H|e=e^*)=p$

$P=1/2$



# 验证是否构成弱序贯均衡

- 信念的合理性
  - 信息集{2b, 2c} 在博弈路径上，信念符合贝叶斯法则
  - 信息集{2a, 2d} 不在博弈路径上，信念不受限制
- 给定对方的策略和自己的信念，2的策略是否最优？
  - 2在两个信息集上选A的期望收益都是  $-1*(1-p)+2p = 3p-1 = 1/2$ ，选R的收益都为0，所以现在选A为最优
- 1的策略是否最优？
  - H类型现在策略的收益为2，如果改变策略为 $e=e^*$ ，收益为1
  - L类型现在策略的收益为2，如果改变策略为 $e=e^*$ ，收益为-1
- 构成弱序贯均衡，是一个“混同型”的均衡

- 刚刚这个混同均衡中，1的两个类型发送同样的信号，所以该信号没有任何信息含量；2干脆忽略信号，“闭着眼”根据前提概率来决策
- 2根据两种类型的概率 ( $p = 1/2$ )，和雇佣两种类型的净收益 (2和-1)，可以选择一律雇佣
- 显然，如果 $p$ 太小 ( $p < 1/3$ )，那么这个混同的均衡就无法维持
  - 会出现另一个混同的均衡：谁都不上大学，公司谁都不雇（公司的信念是什么？）请课下自己验证这这也是一个弱序贯均衡
- 另外，现在的设定下，还存在另一个（半）混同的均衡
  - 两个类型的1都不上大学
  - 公司雇佣所有不上大学的人，不雇佣上过大学的人；公司的信念是没有上过大学的人中能力高的概率为 $p$ ，能力低的概率为 $1-p$ ，而上过大学的都是低素质的人
  - 请课下验证这也构成一个弱序贯均衡

- 我们构建了至少三个弱序贯均衡，这是不是所有的弱序贯均衡？
  - 可以试着画出整个博弈的策略型（如下，供参考），从中找出纳什均衡（课下可自己尝试）
  - 当 $p=1/2$ ，一共只有三个（单纯策略）纳什均衡，所以（单纯策略）弱序贯均衡也就只有这三个

博弈者2（两个信息集：  $e=e^*$ ,  $e=0$ ）

博弈者1  
(两个节点/类型:  
1-L, 1-H)

	A, A	A, R	R, A	R, R
$e^*, e^*$	$2p-1, 3p-1$	$2p-1, 3p-1$	$2p-3, 0$	$2p-3, 0$
$e^*, 0$	$3p-1, 3p-1$	$p-1, p-1$	$5p-3, 2p$	$3p-3, 0$
$0, e^*$	$2-p, 3p-1$	$p, 2p$	$2-3p, p-1$	$-p, 0$
$0, 0$	$2, 3p-1$	$0, 0$	$2, 3p-1$	$0, 0$

# 信号博弈：小结

- 混同型均衡在信号博弈中几乎总是存在的
  - 在混同均衡中，没有信息的传递
- 分离型均衡有可能存在
  - 分离型均衡中有着信息的传递
  - 存在的前提：不同类型的博弈者发送信号的成本（或收益）有足够差异
  - 所使用的信号本身可能和对方的收益没有直接或者本质的联系
- 信号博弈可以帮助我们理解许多社会现象
  - 教育（文凭）
  - 炫耀型消费(conspicuous spending)、夸富宴
  - 孔雀开屏
  - “unpopular norms”：例如喝酒

## 作业6： 下周三（5月28日）课堂上提交

- 因为考试前无法返还，我们将公布作业答案