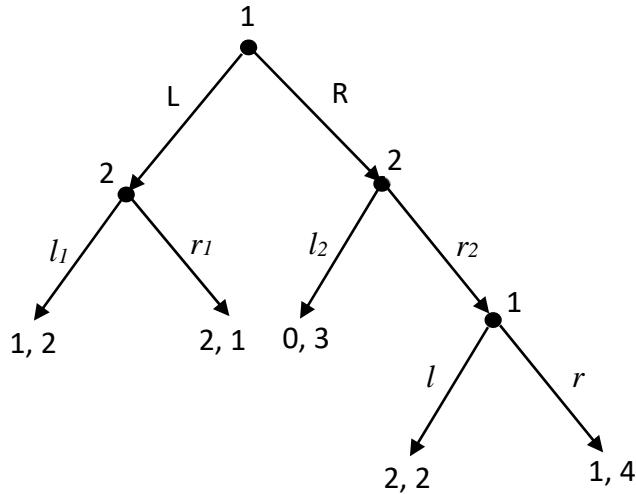


社会博弈论 2022 春季

期末考试

回答下面各题。总分 100 分。时间 110 分钟。

1. (16 分) 考察以下博弈



- a. 画出该博弈对应的策略型(即收益矩阵)。(8分)
- b. 找出该博弈所有的单纯策略的纳什均衡。(4分)
- c. 使用逆推归纳法, 找出本博弈所有的子博弈完善均衡。(4分)

2. (12 分) 考察以下博弈:

		博弈者 2		
		L	C	R
博弈者 1		T	(3, 2)	(4, 0)
		M	(2, 0)	(3, 3)
		B	(0, 0)	(3, 3)

- a. 找出本博弈单纯策略的纳什均衡。(4分)
- b. 本博弈中是否存在劣势策略, 是谁的什么策略; 是严格劣势策略还是弱劣势策略? (2分)
- c. 找出本博弈混合策略的纳什均衡(提示: 可利用 b 部分的答案, 有帮助)。(6分)

3. (20 分) 两名博弈者一起生产一种公共品。博弈者 i ($i = 1$ or 2) 可以选择自己的努力程度 x_i , $x_i \geq 0$ 。公共品的产量 Q 由两人努力的总和决定: $Q = x_1 + x_2$ 。对个体而言, 付出努力意味着成本: $c_i = x_i^2$ 。博弈者的个体收益取决于公共品的产量和自己的成本: $u_i = 10Q - c_i$ 。

- a. 找出博弈者 1 和 2 的最优反应函数 (4 分)。
- b. 博弈的纳什均衡中, 每位博弈者付出的努力是多少, 收益是多少? (4 分)
- c. 如果每一方投入的努力是 10, 双方的收益是多少? (2 分)

现在考虑将以上博弈进行无限重复形成的一个新博弈, 其中博弈者的时间折扣 (time discounting) 系数为 δ , $0 < \delta < 1$ 。

- d. 构建一个子博弈完善均衡 (你可以按照需要指定一个 δ 值), 其中双方的平均收益都为 100。请完整写出该策略组合, 并清晰的证明它是一个子博弈完善均衡。 (4 分)
- e. 请问双方收益为 0 是否是该重复博弈的一个可行的 (feasible) 平均收益? 如果是, 请写出一个策略组合 (不要求是均衡), 其结果是双方平均收益为 0。 (2 分)
- f. 是否存在这样的子博弈完善均衡, 其中双方的平均收益为 0? 如果存在, 请构建这样一个均衡, 并证明它是一个子博弈完善均衡。如果不存在, 请说明理由。 (4 分)

4. (18 分) 北大社会学系决定改革招收研究生的制度, 废除考试, 希望录取到真正热爱社会学的同学。假定所有的潜在申请者中, 有 10% 的同学是真正热爱社会学的 (类型 A), 90% 不爱 (类型 B); 这是公共信息。每一位同学知道自己是否热爱社会学。但是社会学系不知道申请者的真实类型。考察以下博弈:

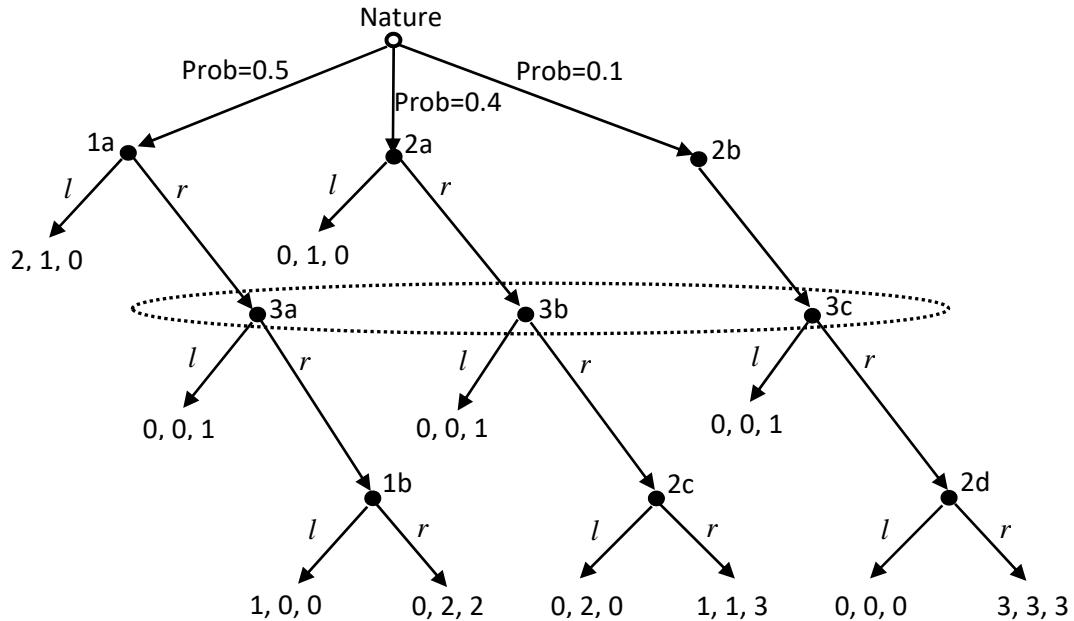
自然先行动, 按以上前提概率决定同学的类型。同学 (博弈者 1) 选择是否提出申请 (in or out)。如果不提出申请 (out) 则博弈结束, 双方收益为 0。若提出申请 (in), 社会学系 (博弈者 2) 选择是接受还是拒绝 (accept or reject)。如果拒绝, 同学收益为 -1, 社会学系收益为 0。如果接受, 那么双方收益取决于申请者的真实类型: 当申请者是热爱型 (A 型), 双方收益各为 20; 当申请者是不爱型 (B 型), 双方收益各为 -10。

- a. 按照以上描述, 画出博弈的延展型。 (6 分)
- b. 构建这样一个弱序贯均衡, 其中热爱的同学提出申请, 不爱的同学不申请。请写出各方的策略, 以及社会学系在其信息集上的信念。并清晰的证明它构成一个弱序贯均衡。 (6 分)
- c. 构建这样一个弱序贯均衡, 其中两种类型的同学都不提出申请。请写出各方的策略, 以及社会学系在其信息集上的信念。并清晰的证明它构成一个弱序贯均衡。 (6 分)

5. (20 分) 设想有一天你作了老师，教社会博弈论这门课。期末时，班上的同学可以分为三种类型： $t=0$ （没有学懂）， $t=6$ （学的不错）， $t=12$ （融会贯通），这三种类型的比例各是 $1/3$ 。这是你和所有人都知道的公共信息。每一个同学知道自己确切的类型；但你不知道同学的类型。由于你对于参加考试的痛苦记忆犹新，所以决定废除考试，让大家自报类型，你根据报告给出分数。具体的说，你和同学进行以下博弈（为简单起见，可想象你在和一位同学进行两人博弈）：“自然”先走，决定同学的类型 t 。同学给出一个报告，记为 m ， m 可以是 0、6、或者 12 (m 不一定等于该同学的真实类型 t)。你观察到所报的 m ，然后决定给该同学的分数 g ， g 可以是 $[0, 16]$ 区间上的任意整数。双方收益如下：

- 你希望所给的分数越接近同学的真实类型越好，你的收益为： $u_1 = -(g - t)^2$ 。
 - 同学希望拿高分，但是作为有自尊心的北大学生，也不希望分数离自己的真实水平差的太远，最理想的分数是自己的真实类型加上 b 分，同学的收益表达为： $u_2 = -[g - (t + b)]^2$ 。这里先设定 $b=4$ 。
- a. 考察如下“分离型”策略组合：同学报出他的真实类型（即 $m=t$ ）；你收到报告后，相信他的报告（即 $t=m$ ），并给他分数 $g = m$ 。这是否构成一个弱序贯均衡？解释为什么。（4 分）
 - b. 考虑如下“混同型”策略组合：同学无论自己的类型是什么都报 $m=12$ ；你无论收到什么样的 m 都认为同学类型是 0、6、12 的概率各为 $1/3$ ，并且给他分数 $g = 6$ 。这是否是一个弱序贯均衡？解释为什么。（6 分）
 - c. 请你构建一个“部分分离型”均衡，其中存在一定的信息传递，即同学中的一种（或几种）类型采取的行动与其他类型的不同。请清晰的写出该均衡中每种类型的同学的策略，你的信念和策略。并证明它构成了一个弱序贯均衡。（6 分）
 - d. 你上面构建的这个均衡，如果 b 太大就无法成立了，能使该均衡成立的最大的 b 是多少？（我们允许 b 为正的实数）（4 分）

6. (14分) 考查如下的一个3人博弈。其中每个信息集(决策节点)标注了该处轮到哪个博弈者(1、2、或3)决策。由于每个博弈者拥有不止一个信息集(决策节点)，所以每个节点处还用字母加以区别。(例如，1a, 1b是轮到博弈者1决策的两个不同节点。)



- a. 请使用逆推归纳法，确定以下决策节点上博弈者的最优选择：1a, 1b, 2c, 2d (4分)

基于上面的结果，进一步回答下面的问题

- b. 如果博弈者在所有的信息集(决策节点)上都使用单纯策略，是否存在相应的弱序贯均衡？如果存在，请指出该均衡和相应的信念系统。如果不存在，请清晰的说明理由。(提示：思考博弈者2的可能的单纯策略，看能否构成均衡。4分)
- c. 如果(某些)博弈者在(某些)信息集(决策节点)上使用混合策略，是否存在相应的弱序贯均衡？如果存在，请找出该均衡的策略组合和相应的信念系统。如果不存在，请清晰说明理由。(6分)