社会博弈论

Game Theory for Social Scientists

陶林
北京大学社会学系
2025年春

研究博弈论的意义

- 韦伯：社会学研究的对象是**社会行动** (social action)

  “当行动的主观意义中考虑到**他人的行动**，并在行动过程中以此为取向时，该行动就是‘社会行动’”——《经济与社会》

  “Action is ‘social’ insofar as its subjective meaning takes account of the **behavior of others** and is thereby oriented in its course.”

- 博弈论提供了对社会行动——互动性行为——进行**严格分析**的一种工具

出发点：理性的行动者

- 博弈论是在**理性选择理论**这个框架内开展工作的，其出发点是行动者是“理性的”
- 三种理性的概念
  - 广义的理性概念：行动者能做出自洽的选择（不自相矛盾或陷入某种逻辑怪圈）
  - 狭义的“经济人”概念：只追求自我（物质）利益最大化
  - 心理学意义上的理性思考：不带情感的、有意识地开展推理和计算的心理过程
- 理性选择理论使用的是**广义的**理性概念

理性选择理论：决策模型的基本要素

- 行动 Actions

  例：A = {a, b, c}

- 结果 Outcomes

  例：O = {x, y, z}

- 偏好 Preferences: 行动者对于结果（根据主观好恶）的排序
  - $x \succsim y$ 表示“x至少和y 一样好”（x比y好或是一样好）
  - 例如行动者的偏好可能是：$x \succsim \mathrm{y}$，$y \succsim \mathrm{z}$，$x \succsim \mathrm{z}$
  - 定义了$\succsim$之后，我们可以借助它定义 $\sim$ 和 $\succ$
    - $\mathrm{x} \sim \mathrm{y}$，“$x$与$y$ 一样好”：当$x \succsim y$ 且 $y \succsim x$
    - $x \succ y$，“x 比y 好”：当$x \succsim y$ 但 $y \succsim x$不成立

"理性的"偏好（Rational Preference）

行动者对于结果的偏好排序，如果满足以下两个条件，被称为是**理性的**

1. 完全性（completeness）

   对结果集中任何两个后果，行动者都可以进行比较排序，即 $\forall x, \mathrm{y} \in O$，$x \succsim \mathrm{y}$ or $y \succsim x$（两者中至少有一个成立）

2. 传递性（transitivity）

   如果 $x \succsim \mathrm{y}$，而 $\mathrm{y} \succsim \mathrm{z}$，那么 $\mathrm{x} \succsim \mathrm{z}$

只要满足这两个要求，一个偏好排序就被称作理性的；对于该偏好排序的实质性的内容并无要求

效用函数（Utility Function）

- 对于一个偏好次序，我们希望建立一个相应的效用函数来表达它
- 效用函数 u: O → R，使每一个结果对应一个实数值，数值的大小代表了该结果的在偏好排序中位置的“高低”

  例：O = {x, y, z}，偏好排序：$x \gtrsim y$， $y \gtrsim z$， $x \gtrsim z$

  构建函数u： u(x) = 3， u(y) = 2， u(z) = 1

- 习惯上称函数值u为该结果的“效用”(utility) 或 “收益”(payoff)
- 定义：当函数u: O → R 和一个偏好次序≿有如下对应关系

$$\text{for } \forall x, y \in O: \quad x \gtrsim y \iff u(x) \geq u(y)$$

我们说u是表达了该偏好次序的一个效用函数

几点注意

- 如果一个偏好次序能以效用函数表示，这样的函数不止一个
- 偏好次序是一种**定序**的关系，不包含选项之间的距离的信息
  - 效用函数中的效用值，其绝对大小是没有真实意义的；只有其相对大小是有意义的，反映了结果的相对排序关系*
- 并非所有的偏好次序都能以效用函数表达

*不过，当以后的讨论涉及不确定的结果时，我们会增加对于偏好的假设，那时将假定偏好不再仅仅是定序的。

理性偏好与效用函数（一）

- 如果一个偏好次序可以用效用函数表达，那么它必须是理性的（即具备完全性和传递性）
  - 即“理性的”是偏好次序可以用效用函数表达的**必要条件**
- 是否也是充分条件？
  - 是否所有的理性的偏好次序都可以用某个效用函数表达？

理性偏好与效用函数（二）

- 如果一个偏好次序是理性的，那么在很普遍的情况下（但不是所有情况下），存在相应的效用函数可代表它
  - 如果结果集仅含有**有限个**元素，该集合上的任意一个理性的偏好都可以用效用函数表达
  - 如果结果集是无限的，在很多情况下（例如当结果集**可数**、或者结果集不可数但是偏好关系是“**连续的**”时候），理性的偏好次序也都可以用效用函数表达*

*仅供了解，如想进一步深入学习，可参考Kreps, 2013, Microeconomic Foundations 第一章

效用函数的作用

- 为什么要把偏好排序表达为一个效用函数？
- 分析的方便
  - 当一个行动者的偏好次序表达为一个效用函数之后，分析该行动者的选择问题就转化为寻找该效用函数的最大值的问题

小结：博弈论关于行动者的基本假设

- 行动者具有对于结果的偏好排序，并依此选择自己的行动
- 行动者的偏好排序是“理性的”，且能表达为效用函数
  - 这里的理性概念是广义的：可比较（完全性）、无怪圈（传递性）
    - 注意广义的理性概念可以容纳道德信念和利他精神
    - 和韦伯的“价值理性”概念是相容的
  - 不等同于狭义的“经济人”概念
  - 也不意味着决策者是不带情感的、或在心理过程中必须有意识的进行推理和计算
    - 这里的理性概念不是针对心理过程，而是关注选择的无矛盾性

博弈：多个理性行动者的互动

- 例：申请出国留学，A=Harvard, B=Berkley，你可以申请一所，申请就录取
  - 行动集 {a, b}；结果集 {A，B，Z}（Z代表没有被学校录取）
  - 假定你的偏好次序为：$A \succsim B \succsim Z$
  - 可建立效用函数：u(A)=5, u(B)=1, u(Z)=0
  - 你如何选择：容易
- 但是，同班有一个"学霸"今年也要申请，她也只能申请一所；你们如果申请同一所学校，录她不录你
- "互动性"出现了：你申请的结果不仅仅受到自己的行为影响，也受到**对方**的行为影响

学霸的行动

你的行动		a	b
	a	0	5
	b	1	0

你的收益矩阵 (payoff matrix)

- 你得到的结果不仅仅取决于你自己的行动，而且取决于对方的行动
- 博弈论术语：博弈的结果取决于所有博弈者的“**行动组合**”(action profile)
- 你该如何选择？
  - 当你选择时，必须要考虑对方会如何行动

学霸的行动

你的行动	a	b
a	0	5
b	1	0

你的收益矩阵 (payoff matrix)

学霸的行动

你的行动	a	b
a	5	1
b	5	1

学霸的收益矩阵 (payoff matrix)

- 对方（学霸）的视角
  - 假设学霸的偏好和你一样：u(A)=5, u(B)=1, u(Z)=0
  - 原则上，她的结果收益也不仅仅取决于她自己的行动，而是取决于双方的行动组合
  - 她自己的收益矩阵
- 为了方便，通常将两个收益矩阵合在一个图里，如下页

整个博弈的收益矩阵

		学霸的行动	
		a	b
你的行动	a	0，5	5，1
	b	1，5	0，1

- 双方会如何行动？
- 从“你”的角度看：不太明确
- 从“学霸”的角度看
  - 无论你选a 还是b，她选择 a 都比选择 b要好
  - 我们说，对于她而言，策略a对于策略b“占优”(a *dominates* b)；b是她的一个“劣势策略”(*dominated* strategy)
- 显然，一个理性的行动者不会选择自己的劣势策略
- 既然她不会选b，只可能选a，你的选择就容易了
- 预测的结果：你选b，学霸选a，即(b, a)这一行动组合

策略型博弈(Strategic Games)的基本要素

又称常型 (normal form)、静态博弈(static games)，其要素包括

- **博弈者** (players)，博弈者的集合一般记为I = {1, 2, …, n}
- 每个博弈者可选的**行动** (actions)或策略
  - 博弈者 i 所有可能行动之集记为 A_i，某个具体行动记作 a_i
- 博弈的结果：所有行动者的一个**行动组合**(action profile)
  - 记作 $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$，有时也写作$(a_i, a_{-i})$
- 每个行动者对于结果的偏好
  - 表达为相应的效用函数或称**收益函数**(payoff function)，记为 $u_i(a_1, a_2, \dots, a_n)$，或$u_i(a)$，或$u_i(a_i, a_{-i})$

推断博弈的结果：博弈的“解”

- 思路一：分析策略中的“占优”(dominance) 关系，推断博弈结果
- 对于博弈者i而言，如果**无论**其他博弈者选择何种行动，i的某一策略a带来的收益都大于等于他另一策略b带来的收益，那么我们称a对于b“占优”(a *dominates* b)，b是一个“劣势策略”(*dominated* strategy)
  - 如果是严格大于，则称为“严格占优”，b称为“严格劣势策略”
  - 如果a策略对于其他**所有**策略都占优，则称为“优势策略”(*dominant* strategy)
- 显然：理性的行动者**不会**使用严格劣势策略
- 通过剔除（严格）劣势策略可以获得明确结果的博弈，称为“占优可解”(dominance solvable)

例：囚徒困境 (Prisoner’s Dilemma)

- 两名嫌犯被隔离审讯。如果两人都坦白(Y)，两人各自被判5年。如果两人都不坦白(N)，两人各判1年。如果一人坦白，另一人不坦白，那么坦白的人获得自由，不坦白的人重判10年。
- 博弈者：1和2
- 每个博弈者的行动集：$A_1 = A_2$ = {坦白、抗拒} = {Y, N}
- 博弈的可能结果（即行动组合）
  – (Y, Y), (N, N), (Y, N), (N, Y)
- 博弈者的收益函数（偏好）
  —博弈者1： $u_1(Y, Y) = -5$, $u_1(N, N) = -1$, $u_1(Y, N) = 0$, $u_1(N, Y) = -10$
  —博弈者2： $u_2(Y, Y) = -5$, $u_2(N, N) = -1$, $u_2(Y, N) = -10$, $u_2(N, Y) = 0$

例：囚徒困境 (Prisoner’s Dilemma)

收益矩阵

博弈者2

博弈者1		Y	N
	Y	-5， -5	0，-10
	N	-10， 0	-1， -1

- 分析思路：有没有策略间的占优关系存在？
  - —对博弈者1来说，Y对于N占优，N是他的劣势策略
  - —对博弈者2来说，Y对于N占优，N是他的劣势策略
- 结果是(Y, Y)，双方收益(-5, -5)
- 每个个体追求自我利益最大化，结果却导致每个个体利益受损

趣味博弈

- 每人选择1-100之间（含）的一个整数。谁的选择最接近大家所选的数的平均值的2/3，谁获胜。（奖励10元或期末考试加1分）

- 例：
- 10，40，100
- 平均值：50，$50 \times 2/3 \approx 33.3$，所以“40”获胜。

- 请在一张纸上写下你的姓名，学号，所选的数，交给助教