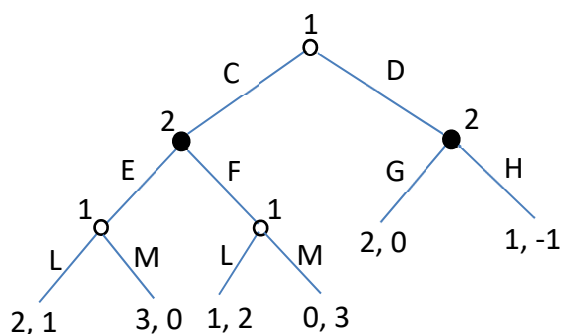


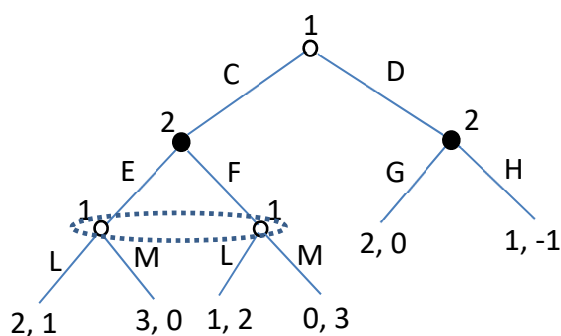
作业三：动态博弈

1. 考察下面的博弈



- 写出该博弈的策略型表达，注明博弈者的策略，并找出所有的纳什均衡。
- 该博弈含有几个子博弈？画图表示。
- 该博弈的子博弈完善均衡有哪些？

2. 如果在以上博弈里，2 行动之后，1 并不知道他具体采取了什么行动。也就是说，1 的最后两个决策节点构成了一个信息集，如下图所示



- 写出这个新博弈的策略型，并找出所有的纳什均衡。
- 这个博弈里有几个子博弈？画图表示。
- 该博弈里的子博弈完善均衡有哪些？

3. 有两个女人争夺一个孩子，她们都声称孩子是自己的。智慧的所罗门王设计了一个博弈机制来解决这个问题，规则如下。

第一个女人可以先选择是放弃还是坚持自己的主张。如果放弃，孩子归对方，博弈结束。如果坚持，那么进入下一轮，由第二个女人选择放弃或坚持。如果放弃，孩子归对方，博弈结束。如果坚持，她必须提出一个代价 x 。所罗门王考虑到双方拥有的财富可能不等，所以用进宫做婢女服役若干年作为代价，即她必须提出服役 x 年作为获得孩子的代

价 (x 为正整数)。然后第三轮又轮到第一个女人选择放弃或坚持。她如果放弃, 对方获得孩子并付出刚才所提出的代价 x (即进宫服役 x 年), 而她自己则会受到服役 1 年的惩罚。她如果坚持, 她得到孩子但要付出刚才对方所提出的代价 x (即进宫服役 x 年), 而对方受到服役 1 年的惩罚。

我们设定, 进宫服役每一年对两位女子的效用是 -1 ; 对真母亲而言, 获得孩子的效用是 a , 失去孩子的效用是 $-a$; 对于假母亲而言, 获得孩子的效用是 b , 失去孩子的效用是 $-b$ 。这里的 a 远大于 b (不妨令 $a > b+1$)。以上效用以及谁是真母亲对两个女人来说是公共信息。

- a. 如果第一个女人是真正的母亲, 那么子博弈完善均衡中, 双方的策略是怎样的? 简要解释其中的理由。结果是谁得到这个孩子? 有人服役吗?
- b. 如果第二个女人是真正的母亲, 那么子博弈完善均衡中, 双方策略是怎样的? 简要解释其中的理由。结果谁得到这个孩子? 有人服役吗?

4. 买瓜得瓜 (You get what you pay for)。考虑如下的委托—代理模型。委托人先提出报酬结构, 然后代理人选择自己的投入水平, 以生产出结果 y 。代理人需要投入两种要素: x_1 和 x_2 , 相应的成本为 $c = \frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2)$, 产出的实际结果是 $y = x_1 + 2x_2$ 。但是委托人既无法观察到 x_1 和 x_2 , 也无法直接观察到真实的 y , 只能观察到关于 y 的某种测量指标。他有两种测量指标可供选择。第一种是 $y' = x_1 + x_2$ 。第二种是 $y'' = x_1 + 2x_2 + \varepsilon$, 这里的 ε 是正态分布的随机变量, 均值为 0。可以把第一种测量指标 y' 看作是客观指标, 精确但片面; 第二种测量指标 y'' 可看作主观指标, 全面但是有较多的噪音。委托人提出的报酬形式是 $w = s + b\hat{y}$, 其中 $s \geq 0, b \geq 0$, 而 \hat{y} 是他选取的对产出的测量指标 (可以是 y' 或者 y'')。博弈按如下步骤进行: 委托人先提出 s, b 和所选的测量指标 \hat{y} , 然后代理人选择自己的投入水平 x_1 和 x_2 , 之后双方获得各自的收益: 其中委托人的收益是 $u_1 = y - w$; 代理人的收益是 $u_2 = w - c$ 。

- a. 如果委托人选用客观测量指标 y' , 在此前提下, 博弈的子博弈完善均衡是什么? 双方各自的收益是多少?
- b. 如果委托人选用主观测量指标 y'' , 在此前提下, 博弈的子博弈完善均衡是什么? 双方各自的收益是多少?
- c. 比较这两个结果, 哪一种指标下博弈的结果对双方而言更好? 在该指标下, 激励的强度, 即 b 的大小, 与另一种情况下相比, 是较高还是较低? (这个模型告诉我们, 指标并不总是越精确越好, 激励强度也并不总是越高越好!)