

# Vectores e cálculo vectorial

Belarmino Luís Matsinhe



Instituto Superior de Ciências de Saúde

16 de março de 2023

# Vectores e cálculo vectorial

1. Grandezas físicas vectoriais;
2. Vectores no sistema 1D, 2D e 3D;
3. Cálculo vectorial.

**Leitura complementar obrigatória:** Rectas

Graduadas, Sistema carteziano ortogonal, pontos no plano e no espaço.

# Vectores e cálculo vectorial

Qualquer **propriedade mensurável de um fenómeno**, corpo e/ou substância é uma grandeza.

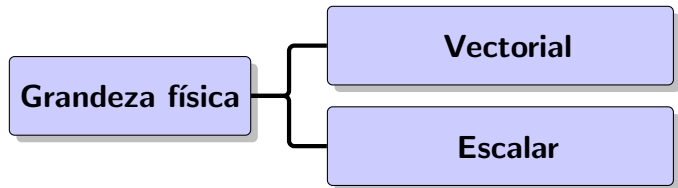


Figura: Classificação de grandezas físicas

# Vectores e cálculo vectorial

Vectores e cálculo  
vectorial

Belarmino Luís  
Matsinhe

Sumário

Grandezas físicas  
vectoriais

Vectores no  
sistema 2D e 3D

Vectores no  
sistema 2D e 3D

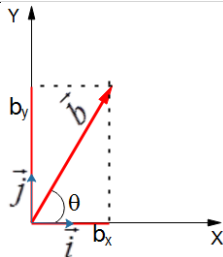
Vectores no  
sistema 2D e 3D

Vectores no  
sistema 2D e 3D

Operações  
vectoriais

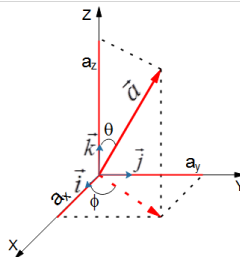
Operações

2D



$$\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j}$$

3D



$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

# Vectores e cálculo vectorial

Vectores e cálculo  
vectorial

Belarmino Luís  
Matsinhe

Sumário

Grandezas físicas  
vectoriais

Vectores no  
sistema 2D e 3D

Vectores no  
sistema 2D e 3D

Vectores no  
sistema 2D e 3D

Vectores no  
sistema 2D e 3D

Operações  
vectoriais

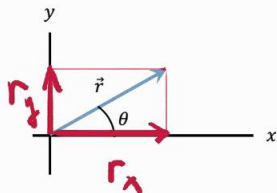
Operações

## Exemplo Didático

Um vector deslocamento  $\vec{r}$  de módulo igual a 15m está no plano xy e faz um ângulo de  $30^\circ$  com o semi-eixo x positivo. Determine as componentes do vector.

# Vectores e cálculo vectorial

## Resolução



$$r_x = r \cdot \cos \theta$$

$$r_x = 15 \cdot \cos 30^\circ = 13 \text{ m}$$

$$r_y = r \cdot \sin \theta$$

$$r_y = 15 \cdot 0,5 = 7,5 \text{ m}$$

# Vectores e cálculo vectorial

$\vec{i}, \vec{j}$  e  $\vec{k}$  são vectores unitários e  $|\vec{a}|$  chama-se módulo do  $\vec{a}$ .

2D	3D
$b_x =  \vec{b}  \cos \theta$ $b_y =  \vec{b}  \sin \theta$ $ \vec{b}  = \sqrt{b_x^2 + b_y^2}$	$a_x =  \vec{a}  \sin \theta \cos \phi$ $a_y =  \vec{a}  \sin \theta \sin \phi$ $a_z =  \vec{a}  \cos \theta$ $ \vec{a}  = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

Sumário

Grandezas físicas  
vectoriais

Vectores no  
sistema 2D e 3D

Vectores no  
sistema 2D e 3D

Vectores no  
sistema 2D e 3D

Vectores no  
sistema 2D e 3D

Operações  
vectoriais

Operações

# Vectores e cálculo vectorial

## 1. Adição e subtração

### 1.1 método dos componentes ou analítico.

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x)\vec{i} + (a_y + b_y)\vec{j} + (a_z + b_z)\vec{k} \quad (1)$$

o módulo do vector resultante será dado pela lei dos cossenos. Tal que;

$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos(\widehat{a, b})} \quad (2)$$



# Vectores e cálculo vectorial

## 1. Adição e subtração

Para subtração fica:

$$\vec{a} - \vec{b} = (a_x - b_x)\vec{i} + (a_y - b_y)\vec{j} + (a_z - b_z)\vec{k} \quad (3)$$

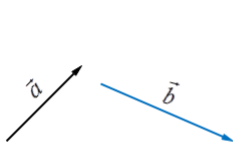
o módulo do vector resultante será dado pela lei dos cossenos. Tal que;

$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos(\widehat{a, b})} \quad (4)$$

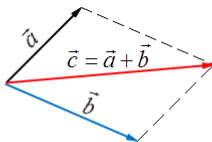
# Vectores e cálculo vectorial

## 1. Adição e subtração

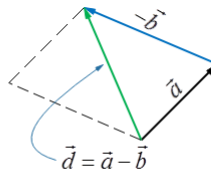
### 1.2 método de paralelogramo ou Geométrico.



i) Dois vectores



ii) Soma



iii) Diferença

# Vetores e cálculo vectorial

## 2. Produto Escalar ou interno

O produto escalar de  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$ ,  $(\vec{a} \cdot \vec{b})$ , é um número definido por:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \vartheta \quad (5)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \quad (6)$$

Comparando as duas expressões, conclui-se que:

$$\cos \vartheta = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

# Vetores e cálculo vectorial

## 3. Produto Vectorial ou Externo

O produto vectorial de  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$ ,  $(\vec{a} \times \vec{b})$ , é um terceiro vector  $\vec{c}$  definido por:

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \sin \vartheta \cdot \vec{n} \quad (7)$$

Onde,  $\vec{n}$  é o vector unitário  $\perp$  ao plano formado por  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$ ;  $\vartheta$  é o menor ângulo entre  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$ .

# Vectores e cálculo vectorial

## 3. Produto Vectorial ou Externo

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_y b_z - a_z b_y) \vec{i} + (a_z b_x - a_x b_z) \vec{j} + (a_x b_y - a_y b_x) \vec{k} \quad (8)$$

Sumário

Grandezas físicas  
vectoriais

Vectores no  
sistema 2D e 3D

Vectores no  
sistema 2D e 3D

Vectores no  
sistema 2D e 3D

Vectores no  
sistema 2D e 3D

Operações  
vectoriais

Operações

# Vectores e cálculo vectorial

## 3. Produto Misto

O produto misto (escalar-vectorial) é um escalar cujo módulo equivale ao volume do paralelepípedo formado na base dos três vectores:

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) \quad (9)$$

Determine as componentes  $x$  e  $y$  dos seguintes três vectores do plano  $xy$ .

- Um vector deslocamento de  $10m$  que forma um ângulo de  $30^\circ$  no sentido horário a partir do eixo positivo de  $y$ .
- Um vector velocidade de  $25m/s$  que forma um ângulo de  $40^\circ$  no sentido antihorário com o eixo negativo de  $x$ .
- Uma força de  $40/b$  que forma um ângulo de  $120^\circ$  no sentido antihorário com o eixo negativo de  $y$ .

# FIM DA AULA



Vectores e cálculo  
vectorial

Belarmino Luís  
Matsinhe

Sumário

Grandezas físicas  
vectoriais

Vectores no  
sistema 2D e 3D

Vectores no  
sistema 2D e 3D

Vectores no  
sistema 2D e 3D

Vectores no  
sistema 2D e 3D

Operações  
vectoriais

Operações