



**UNIVERSIDADE EDUARDO MONDLANE**

**FACULDADE DE ENGENHARIA**

**DEPARTAMENTO DE CADEIRAS GERAIS**

Licenciatura em Engenharia Electrónica-Pós Laboral

Unidade Curricular: Física I

Tema:

**Lançamento Horizontal**

**Discentes:**

Baptista, Quimen Fernando

Majaua, Emanuel Cordeiro

Lambo, Angélica Ernesto António

**Docente:**

Matsinhe, Belarmino

# Maputo, Março de 2023

## Índice

1	Introdução .....	3
2	Lançamento horizontal.....	4
3	Equações do Lançamento Horizontal .....	5
3.1	Equações de Posição .....	6
3.1.1	Na Horizontal.....	6
3.1.2	Na Vertical .....	6
3.2	Equações horárias da Velocidade na Vertical .....	6
3.3	Coordenadas da Partícula num dado instante de tempo .....	6
3.4	Módulo da Velocidade num dado instante de tempo .....	6
3.5	Instante em que a partícula toca o solo .....	7
3.6	Alcance.....	7
4	Exemplos.....	7
4.1	Exercício 1.....	7
4.2	Exercício 2.....	7
5	Conclusão.....	9
6	Bibliografia .....	10

# 1 Introdução

No cotidiano é inevitável não se deparar com lançamento de objectos. É importante analisar de certa forma o comportamento desses objetos seja por exemplo uma bola, destroços, etc. Em física, por vezes, estes objetos são designados projecteis.

A análise correta desse tipo de movimento foi feita pela primeira vez por Galileu, que procurava estudar o movimento de um projétil disparado por um canhão; por esse motivo, até hoje esse tipo de movimento é chamado movimento de projecteis.

Adiante versaremos sobre o lançamento horizontal que acontece quando é dada uma velocidade inicial horizontal a um corpo, e posteriormente ele cai sob efeito de gravidade. Será feita a descrição desse movimento assim como demonstrados alguns métodos de como calcular certas grandezas envolvidas no movimento.

## 2 Lançamento horizontal

Consideremos uma partícula lançada de um ponto  $O$  próximo da superfície da Terra, com velocidade  $\vec{v}_0$  de direção horizontal. Desprezando os efeitos do ar, sua trajetória será curva, semelhante à trajetória desenhada na figura 1. Para esse caso, adotemos um sistema cartesiano ortogonal  $O_{xy}$ , com o eixo  $Ox$  de mesmo sentido de  $\vec{v}_0$  e o eixo  $Oy$  na direção vertical, orientado para baixo (fig. 2).

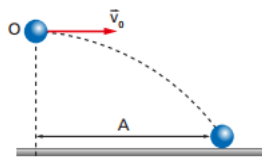


Fig 1

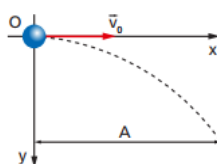


Fig 2

Seja P a posição da partícula num instante qualquer após o lançamento (mas antes de atingir o solo). Sendo  $\vec{v}$  a velocidade da partícula nesse instante, fazemos a decomposição de  $\vec{v}$  nas direções de  $Ox$  e  $Oy$ , obtendo as velocidades componentes  $\vec{v}_x$  e  $\vec{v}_y$  (fig. 3).

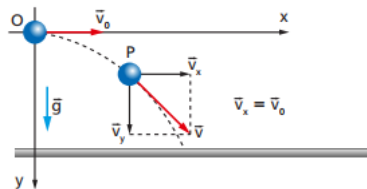


Fig 3

Como a aceleração da gravidade  $g$  tem direção vertical, apenas a componente  $\vec{v}_y$  é variável; a componente  $\vec{v}_x$  permanece constante e, portanto,  $\vec{v}_x = \vec{v}_0$ . A figura 4 representa a partícula em duas posições  $P_1$  e  $P_2$ , com velocidades  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$ ; decompondo essas velocidades nas direções de  $Ox$  e  $Oy$  devemos ter

$$\vec{v}_{1x} = \vec{v}_{2x} = \vec{v}_0.$$

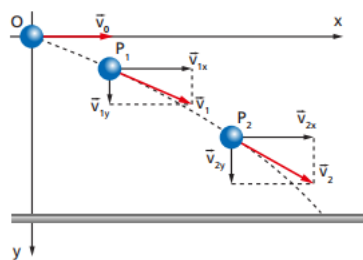


Fig 4

Na figura 5 representamos os vetores  $\vec{v}_0$ ,  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$  por segmentos orientados de mesma origem; repare que suas extremidades devem pertencer a uma mesma reta vertical  $r$ , pois  $\vec{v}_{1x} = \vec{v}_{2x} = \vec{v}_0$ . A essa representação dá-se o nome de **hodógrafo** do movimento.

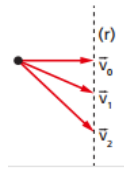


Fig 5

Convém observar que os componentes de  $\vec{v}_0$  nas direções de Ox e Oy são  $\vec{v}_{0x} = \vec{v}_0$  e  $\vec{v}_{0y} = 0$ , isto é, a componente vertical de  $\vec{v}_{0y}$  é nula.

A distância assinalada na figura 3 é o alcance horizontal do lançamento.

### 3 Equações do Lançamento Horizontal

De tudo o que dissemos, concluímos que o movimento dessa partícula pode ser imaginado como resultante da composição de dois movimentos retilíneos e ortogonais: um movimento horizontal uniforme, de velocidade constante  $\vec{v}_0$ , e um movimento vertical uniformemente variado, de aceleração constante  $g$  e velocidade inicial  $\vec{v}_{0y} = 0$ .

Isso pode ser verificado por meio do experimento ilustrado na figura 6, em que vemos a imagem estroboscópica do movimento de duas bolas. Um dispositivo mecânico abandona a bola verde no mesmo instante em que lança para a direita a bola vermelha. Podemos observar que os movimentos verticais de ambas serão iguais: a cada instante elas estão na mesma altura.

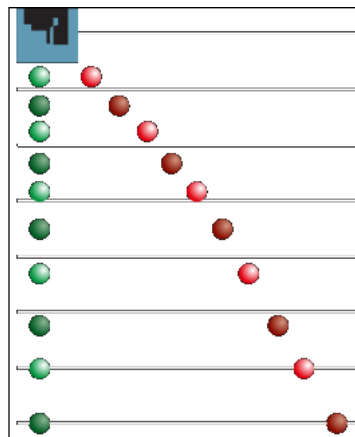


Fig 6

Usando uma régua você poderá perceber que o movimento horizontal da bola vermelha se dá com velocidade constante.

### 3.1 Equações de Posição

#### 3.1.1 Na Horizontal

Na horizontal, a partícula está animada de um movimento uniforme, com velocidade  $\vec{v}_x = \vec{v}_0$  e posição inicial também nula. Lembrando que a equação horária da posição do MU é do tipo  $S = S_0 + vt$ , temos:

$$S = X = X_0 + \vec{v}_0 t, \text{ sendo } X_0 = 0, \text{ ficamos com: } X = \vec{v}_0 t$$

#### 3.1.2 Na Vertical

Aqui temos a partícula em queda livre, um Movimento Uniformemente Variado de posição nula e velocidade inicial também nula ( $\vec{v}_{0y} = 0$ ). Como sabemos, a equação horária da posição do MUV é do tipo  $S = S_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$ , considerando  $a=g$  (aceleração de gravidade), teremos:

$$S = Y = Y_0 + v_{0y} t + \frac{gt^2}{2}, \text{ sendo } (\vec{v}_{0y} = 0) \text{ e } Y_0 = 0, \text{ teremos: } y = \frac{gt^2}{2}$$

### 3.2 Equações horárias da Velocidade na Vertical

Na vertical, temos MUV cuja equação horária da velocidade é do tipo  $v = v_0 + at$ . Assim, temos:

$$v_y = v_{0y} + gt, \text{ como } \vec{v}_{0y} = 0, \text{ teremos } v_y = gt.$$

### 3.3 Coordenadas da Partícula num dado instante de tempo

Tomando as equações de posição X e Y, podemos situar a partícula no plano num dado instante de tempo:

$$\begin{cases} X = \vec{v}_0 t \\ y = \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

### 3.4 Módulo da Velocidade num dado instante de tempo

Sendo a velocidade na horizontal constante  $\vec{v}_{0x} = \vec{v}_0$  e a velocidade na vertical dada por  $v_y = gt$ , o módulo da velocidade num dado momento t (ao longo do movimento/lançamento) será dado por:

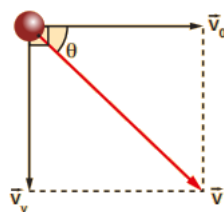


Fig 7

$$\text{Aplicando o teorema de Pitágoras: } |\vec{v}|^2 = |\vec{v}_y|^2 + |\vec{v}_x|^2$$

A velocidade no instante em que a partícula atinge o solo também é dada da mesma forma mas no instante de tempo em que este atinge o solo.

### 3.5 Instante em que a partícula toca o solo

Quando a partícula atingir o solo, terá viajado a uma certa distância na vertical e na horizontal desde o ponto de lançamento. Na vertical essa distância será designada por altura (H) e na horizontal por **Alcance** (A). O instante de tempo, que é igual nas 2 posições (vertical e horizontal será dado por):

$$H = y = \frac{gt^2}{2}, \text{ isolando o } t, \text{ teremos: } t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

### 3.6 Alcance

É a distância horizontal (A=X) máxima percorrida pelo corpo até o instante em que este atinge o solo. É dada por:

$$A = X = \vec{v}_x \cdot t \text{ ou } A = (\vec{v}_{0x}) \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Como na horizontal temos um movimento uniforme, podemos ter:  $\vec{v}_x = \frac{A}{t}$

## 4 Exemplos

### 4.1 Exercício 1

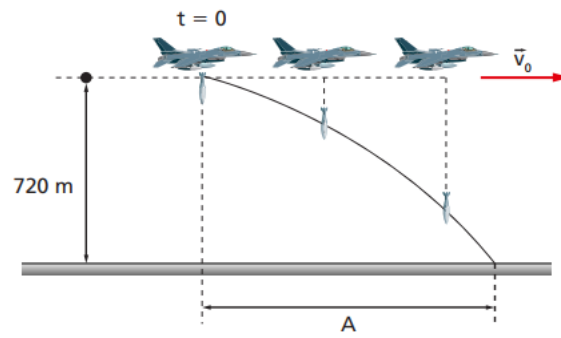
No instante  $t = 0$ , uma partícula é lançada horizontalmente, com velocidade  $\vec{v}_{0x}$ , cujo módulo é 40 m/s, de um ponto O situado 180m acima do solo (suposto horizontal), numa região onde a aceleração da gravidade tem intensidade  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Despreze os efeitos do ar e adote um sistema de coordenadas de origem O.

Determine:

- As equações horárias da abscissa x e da ordenada y da partícula;
- A equação horária da componente vertical da velocidade da partícula;
- As coordenadas da partícula no instante  $t = 3,0 \text{ s}$ ;
- O módulo da velocidade da partícula no instante  $t = 3,0 \text{ s}$ ;
- O instante em que a partícula toca o solo;
- O alcance horizontal A;
- A velocidade da partícula ao atingir o solo;

### 4.2 Exercício 2

Um avião voa a uma altura de 720 m, com velocidade constante e horizontal, cujo módulo é  $v_0 = 120 \text{ m/s}$ , numa região em que a aceleração da gravidade tem módulo  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Num determinado instante, uma bomba é solta do avião.



Desprezando os efeitos do ar e supondo o chão horizontal, responda:

- Depois de quanto tempo, após ser solta, a bomba atinge o solo?
- Qual o alcance horizontal  $A$ ?
- Em que instante o módulo da velocidade da bomba será igual a  $130 \text{ m/s}$ ?



## **5 Conclusão**

Em um lançamento horizontal, o movimento vertical é dado pelas equações de queda livre. Supondo um lançamento vertical e uma queda livre, a partir da mesma altura, ambos apresentarão o mesmo tempo de queda.

Entretanto, a velocidade final do lançamento horizontal será maior. As componentes horizontais da velocidade serão iguais, não havendo aceleração. Os dois movimentos (horizontal e vertical) acontecem em simultâneo.

## 6 Bibliografia

- CALÇADA, Caio Sérgio/SAMPAIO, José Luiz, *Física Clássica 1: Mecânica*, Actual Editora, 1ª Edição, São Paulo, 2012