



粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

参考文献

# 粗糙集简介

作者 黄正华

武汉大学 数学与统计学院

2015 年 10 月 8 日



# 目录

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

参考文献

① 什么是粗糙集

② 粗糙集应用举例

③ 参考文献



# What is Rough Set?

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

参考文献

- 几个符号:

$U$  有限论域,  $U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ .

$R$  等价关系 (满足自反、对称和传递性).

$[x]_R$  等价类,  $[x]_R = \{y \in U \mid (x, y) \in R\}$ .

$U/R$  等价关系  $R$  划分论域  $U$ , 所得等价类的集合.



# What is Rough Set?

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

参考文献

- 几个符号:

$U$  有限论域,  $U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ .

$R$  等价关系 (满足自反、对称和传递性).

$[x]_R$  等价类,  $[x]_R = \{y \in U \mid (x, y) \in R\}$ .

$U/R$  等价关系  $R$  划分论域  $U$ , 所得等价类的集合.

- 问题:

## Question

给定  $X \subseteq U$ , 如何用等价类

$$[x_{i_1}]_R, [x_{i_2}]_R, \dots, [x_{i_k}]_R$$

描述表达  $X$ ?



# What is Rough Set?

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

参考文献

- 给定论域  $U$ ;
- 用一个等价关系将  $U$  进行划分;
- 给定目标集合  $X$ ;
- $X$  的下近似  $\underline{R}X = \{x \in U \mid [x]_R \subseteq X\}$ .
- $X$  的边界域.



# What is Rough Set?

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

参考文献

- 给定论域  $U$ ;
- 用一个等价关系将  $U$  进行划分;
- 给定目标集合  $X$ ;
- $X$  的下近似  $\underline{R}X = \{x \in U \mid [x]_R \subseteq X\}$ .
- $X$  的边界域.



# What is Rough Set?

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

参考文献

- 给定论域  $U$ ;
- 用一个等价关系将  $U$  进行划分;
- 给定目标集合  $X$ ;
- $X$  的下近似  $\underline{R}X = \{x \in U \mid [x]_R \subseteq X\}$ .
- $X$  的边界域.



# What is Rough Set?

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

参考文献

- 给定论域  $U$ ;
- 用一个等价关系将  $U$  进行划分;
- 给定目标集合  $X$ ;
- $X$  的下近似  $\underline{R}X = \{x \in U \mid [x]_R \subseteq X\}$ .
- $X$  的边界域.





# What is Rough Set?

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

参考文献

- 给定论域  $U$ ;
- 用一个等价关系将  $U$  进行划分;
- 给定目标集合  $X$ ;
- $X$  的下近似  $\underline{R}X = \{x \in U \mid [x]_R \subseteq X\}$ .
- $X$  的边界域.



# 粗糙集的定义

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

参考文献

给定  $X \subseteq U$ , 要用  $U/R$  中的元素来描述、表达  $X$ , 不一定能精确地进行. 但常常可以用关于  $X$  的一对下近似、上近似来界定  $X$ , 这导致粗糙集概念的产生.



# 粗糙集的定义

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

参考文献

给定  $X \subseteq U$ , 要用  $U/R$  中的元素来描述、表达  $X$ , 不一定能精确地进行. 但常常可以用关于  $X$  的一对下近似、上近似来界定  $X$ , 这导致粗糙集概念的产生.

## 定义 (PAWLAK(1982)<sup>[2]</sup>)

设  $R$  是论域  $U$  上的等价关系, 对集合  $X \subseteq U$ , 偶对  $(\underline{R}X, \overline{R}X)$  称为  $X$  在近似空间  $(U, R)$  上的一个粗糙近似, 其中

$$\begin{aligned}\underline{R}X &= \{x \in U \mid [x]_R \subseteq X\}, \\ \overline{R}X &= \{x \in U \mid [x]_R \cap X \neq \emptyset\}.\end{aligned}\tag{1}$$

$\underline{R}X$ 、 $\overline{R}X$  分别称为  $X$  的  $R$  下近似和  $R$  上近似.



# 一个决策表的例子

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

参考文献

(a) 医疗信息决策表

论域	条 件 属 性			决策属性
病人	头痛	肌肉痛	体温	流感
$e_1$	是	是	正常	否
$e_2$	是	是	高	是
$e_3$	是	是	很高	是
$e_4$	否	是	正常	否
$e_5$	否	否	高	否
$e_6$	否	是	很高	是
$e_7$	否	否	高	是
$e_8$	否	是	很高	否



# 一个决策表的例子

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

参考文献

(a) 医疗信息决策表

论域	条 件 属 性			决策属性
病人	头痛	肌肉痛	体温	流感
$e_1$	是	是	正常	否
$e_2$	是	是	高	是
$e_3$	是	是	很高	是
$e_4$	否	是	正常	否
$e_5$	否	否	高	否
$e_6$	否	是	很高	是
$e_7$	否	否	高	是
$e_8$	否	是	很高	否

(b) 数字化表达的决策表

$U$	$C$			$D$
	$a$	$b$	$c$	$d$
1	1	1	1	0
2	1	1	2	1
3	1	1	3	1
4	0	1	1	0
5	0	0	2	0
6	0	1	3	1
7	0	0	2	1
8	0	1	3	0



# 决策表条件属性的区分矩阵

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

参考文献

决策表的区分矩阵如下表所示 (由于对称性只给出了其下三角部分).

	1	2	3	4	5	6	7	8
1								
2	$c$							
3	$c$	$c$						
4	$a$	$a, c$	$a$					
5	$a, b, c$	$a, b$	$a, b, c$	$b, c$				
6	$a, c$	$a, c$	$a, c$	$c$	$b, c$			
7	$a, b, c$	$a, b$	$a, b, c$	$b, c$		$b, c$		
8	$a, c$	$a, c$	$a, c$	$c$	$b, c$		$b, c$	

容易得到条件属性约简为  $\{a, c\}$ .



# 条件属性的约简

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

参考文献

通过属性约简, 决策表简化为如下的形式:

表: 约简的决策表

$U$	$C$		$D$
	$a$	$c$	$d$
1	1	1	0
2	1	2	1
3	1	3	1
4	0	1	0
5	0	2	0
6	0	3	1
7	0	2	1
8	0	3	0

由表知,  $D/\{d\} = \{\{1, 4, 5, 8\}, \{2, 3, 6, 7\}\};$   
 $U/\{a, c\} = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5, 7\}, \{6, 8\}\}.$



# 决策规则

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

参考文献

记  $D_0 = \{1, 4, 5, 8\}$ ,  $D_1 = \{2, 3, 6, 7\}$ , 则  $\underline{R}D_0 = \{1, 4\}$ ,  
 $\underline{R}D_1 = \{2, 3\}$ . 进而得到确定的决策规则:

$$r_1 : (a, 1) \wedge (c, 1) \mapsto (d, 0); \quad (2)$$

$$r_2 : (a, 0) \wedge (c, 1) \mapsto (d, 0); \quad (3)$$

$$r_3 : (a, 1) \wedge (c, 3) \mapsto (d, 1); \quad (4)$$

$$r_4 : (a, 1) \wedge (c, 2) \mapsto (d, 1). \quad (5)$$





# 决策规则

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

参考文献

记  $D_0 = \{1, 4, 5, 8\}$ ,  $D_1 = \{2, 3, 6, 7\}$ , 则  $\underline{R}D_0 = \{1, 4\}$ ,  
 $\underline{R}D_1 = \{2, 3\}$ . 进而得到确定的决策规则:

$$r_1 : (a, 1) \wedge (c, 1) \mapsto (d, 0); \quad (2)$$

$$r_2 : (a, 0) \wedge (c, 1) \mapsto (d, 0); \quad (3)$$

$$r_3 : (a, 1) \wedge (c, 3) \mapsto (d, 1); \quad (4)$$

$$r_4 : (a, 1) \wedge (c, 2) \mapsto (d, 1). \quad (5)$$

这样就从无序庞杂的信息中得到为人们提供参考的决策规则:

$$(\text{头痛, 是}) \wedge (\text{体温, 正常}) \mapsto (\text{流感, 否}); \quad (6)$$

$$(\text{头痛, 否}) \wedge (\text{体温, 正常}) \mapsto (\text{流感, 否}); \quad (7)$$

$$(\text{头痛, 是}) \wedge (\text{体温, 很高}) \mapsto (\text{流感, 是}); \quad (8)$$

$$(\text{头痛, 是}) \wedge (\text{体温, 高}) \mapsto (\text{流感, 是}). \quad (9)$$



# 参考文献

粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

参考文献



张文修, 吴伟志, 梁吉业, 李德玉.

粗糙集理论与方法.

科学出版社, 北京, 2001.



Z. Pawlak.

Rough sets.

*International Journal of Computer Information Science*, 5:341–356, 1982.



W. Ziarko.

Variable precision rough set model.

*Journal of Computer and System Sciences*, 46:39–59, 1993.



J. D. Katzberg and W. Ziarko.

Variable precision extension of rough sets.

*Fundamenta Informaticae*, 27:155–168, 1996.



粗糙集简介

作者 黄正华

目录

什么是粗糙集

应用举例

参考文献

*Thank you!*

AUTHOR: HUANG Zheng-hua

ADDRESS: School of Mathematics & Statistics  
Wuhan University  
Wuhan, 430072, China

EMAIL: [huangzh@whu.edu.cn](mailto:huangzh@whu.edu.cn)