Vol. 37 No. 11 Nov. 2016

## 基于椭球包围盒的锥束 CT 三维加权重建算法\*

杨亚飞 涨定华 黄魁东 时稳龙 涨才鑫

(西北工业大学 现代设计与集成制造技术教育部重点实验室 西安 710072)

摘 要: 提高锥束 CT 大锥角圆轨道扫描下的重建图像质量一直是 CT 成像技术的重要研究方向。分析了圆轨道扫描下 Radon 空间的 Z 向数据缺失特点和 FDK 算法的灰度下降规律 提出了一种基于椭球包围盒的锥束 CT 三维加权重建算法。该算法无需重排,只需利用投影数据获取重建物体的最小包围盒,并根据其内接椭球的大小和空间位置自动生成三维加权函数,在反投影阶段加入该加权函数即可实现。该算法不会引入其他伪影,计算量增加很小,并且在中心层与 FDK 算法等价。仿真扫描实验表明,该算法显著提高了 FDK 算法的准确性,减小了锥角份影。

关键词: FDK 算法; 数据缺失; 灰度下降; 椭球包围盒

中图分类号: TH878 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 460.40

# Three-dimensional weighting reconstruction algorithm for cone-beam CT based on ellipsoidal bounding box

Yang Yafei Zhang Dinghua Huang Kuidong Shi Wenlong Zhang Caixin

(Key Lab of Contemporary Design and Integrated Manufacturing Technology , Northwestern Polytechnical University , Ministry of Education , Xi' an 710072 , China)

Abstract: Improving the quality of cone-beam CT imaging under large cone angle scan has been an important research direction of CT imaging technology. This paper analyzes the characteristics of missing data along the axial direction in Radon space under circular scanning trajectory and the intensity drop rule of FDK algorithm. A three-dimensional (3D) weighting reconstruction algorithm is proposed for cone-beam CT based on ellipsoidal bounding box. The proposed method does not need any operation of rebinning and only uses projection data to gain the minimum bounding box of reconstructed objects. Three-dimensional weighting function can be automatically generated according to the size and spatial position of its inscribed ellipsoid, and the weighting function is added into the 3D back-projection process to achieve the algorithm. With little increase in computation, this algorithm does not introduce other artifacts and is equivalent to FDK algorithm in the mid-plane. Simulation results show that the proposed algorithm significantly improves the accuracy of FDK algorithm, and reduces the cone angle artifacts.

Keywords: FDK algorithm; missing data; intensity drop; ellipsoidal bounding box

### 1 引 言

计算机断层成像技术(computed tomography,CT)是一种广泛应用于医学诊断和工业无损检测的先进手段<sup>[1-5]</sup>。目前在商业及实验 CT 系统中,采用圆轨道扫描的锥束 CT(cone-beam computed tomography,CBCT)发展

迅速 其重建算法主要有迭代和解析两种方法。迭代算法在重建高分辨率图像(例如1024<sup>3</sup>、2048<sup>3</sup>以及最新的4096<sup>3</sup>)时消耗内存很大,计算耗时太长。解析算法包括精确重建和非精确重建<sup>[6-8]</sup>,其中精确重建算法亦比较耗时,扫描轨道必须对圆形扫描加以改进,如采用"圆弧+圆弧<sup>[9]</sup>"、"圆弧+线段<sup>[10]</sup>"、"圆弧+螺旋<sup>[11]</sup>"等轨道。采用圆轨道扫描的非精确重建算法通常具有计算量小、

收稿日期: 2016-05 Received Date: 2016-05

<sup>\*</sup> 基金项目: 国家自然科学基金(51675437 51605389)、航空科学基金(2014ZE53059)、陕西省自然科学基础研究计划(2016JM5003)、中央高校基本科研业务费(3102014KYJD022)、西北工业大学研究生创意创新种子基金(Z2016075 Z2016081)项目资助

形式简单等特点,并且可以在很大程度上保证重建的准确性<sup>[8,1243]</sup> 因此在实际 CT 系统中应用广泛。

对于圆轨道锥束 CT 重建,目前医学和工业领域应用最广的是 FDK (Feldkamp,Davis,Kress) 算法 $^{[14+6]}$ 。作为一种非精确算法,FDK 算法将二维扇束的滤波反投影算法推广到三维锥束,具有易于实现和并行加速的特点 $^{[16]}$ 。 FDK 算法在中心平面是精确的,并且在小锥角时( $\theta \leq \pm 0.087$  3 rad)具有良好的几何精度 $^{[17]}$ 。 然而由于FDK 算法 不满足数据充分条件(data sufficiency condition,DSC),圆形扫描结构自身 Radon 空间存在数据缺失,导致灰度下降等问题,影响重建质量 $^{[18]}$ 。

根据 FDK 算法数据缺失理论,通过对重建不同模型时灰度下降规律的进一步观察,提出一个通用化的补偿函数来减小灰度下降,并在反投影过程中加入补偿函数来提高 FDK 算法的准确性 最后通过三个对比实验验证了算法的可行性和有效性。

### 2 FDK 算法和数据缺失

FDK 算法扫描轨道如图 1 所示( 主要基于平板探测器成像讨论) ,其中 o-xyz 代表坐标系统 ,D 为虚拟平板探测器 ,S 为 X 射线源 ,R 为圆轨道半径 ,P(x,y,z) 为重建目标 f(x,y,z) 内的一个体素点 位置由旋转角  $\theta$ 、扇角y 和锥角  $\alpha$  决定 ,其数学表达式为:

$$f(x \ y \ z) = \frac{1}{2} \int_{0}^{2\pi} \frac{R^{2}}{(R + x\cos\theta + y\sin\theta)^{2}} \times \left(\frac{R}{\sqrt{R^{2} + u^{2} + v^{2}}} \times p(\theta; u \ p)\right) \otimes h(u) d\theta$$
 (1)

式中:  $p(\theta; u|p)$  为投影数据 ,(u|p) 为探测器阵列坐标 ,  $\otimes$  为一维卷积 ,h(u) 为滤波函数 [8  $^{15-46}$ ] 。

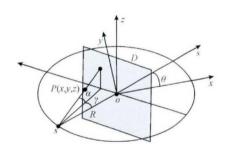


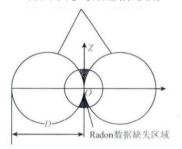
图 1 FDK 算法的几何轨迹

Fig. 1 Geometric trajectory of FDK algorithm

根据 DSC 条件,其 Radon 空间形成一个甜甜圈状的数据缺失区域,如图 2 中阴影区域所示,FDK 算法在中心平面不存在数据缺失,是精确的,而离中心平面越远,阴影区域逐渐增大,Radon数据缺失越严重(FDK 算法不对阴影区域处理或者说将阴影区域填充为 0),份影和灰度

下降越明显 重建误差越大[17-18]。

因此 采用数学手段提高 FDK 算法图像质量已成为 CT 研究中具有挑战性的研究内容。常用的数学手段有: 1) 对投影数据进行重排以减少伪影 ,如 T-FDK<sup>[19]</sup>、HT-FDK<sup>[20]</sup>、CW-FDK<sup>[21]</sup>、ACE<sup>[22-23]</sup>、CB-FBP<sup>[24]</sup>、C-FDK<sup>[25]</sup>、BPW-FDK<sup>[26]</sup>等算法; 2) 基于 Grangeat<sup>[27]</sup>公式对缺失的数据进行估计 如 Hu<sup>[28]</sup>、Yang<sup>[29]</sup>和 Zhu<sup>[17]</sup>等的方法; 3) 利用反 投影三维加权补偿缺失数据,如 x-FDK<sup>[30]</sup>、FAFDK<sup>[31]</sup>、Weighted-FDK<sup>[32-33]</sup>等。而目前的算法各有其不足之处: 1) 重排投影数据的方法会降低图像的分辨率(尤其是稀疏扫描时); 2) 基于 Grangeat<sup>[24]</sup>公式的方法计算量较大 运算较慢 3) 采用经验性 hilltop-like<sup>[32-33]</sup>函数(比如: 余弦函数、高斯函数、斜率函数等)的补偿算法一般通用性较差。而近年来对 FDK 算法的改进大部分为对截断数据的处理、FDK 算法的加速算法或者配准研究<sup>[5-34]</sup>,对于 FDK 算法本身的改进相对较少。



- 2 圆轨迹扫描 Radon 数据缺失示意图
- 2 Radon missing data of circular scanning

### 3 基于椭球凸包尺寸与位置的补偿重建算法

在重建过程中,发现并不需要像一般算法一样估计或者计算出所有缺失的 Radon 数据,因为部分缺失的 Radon 数据为 0 ,对重建是无用的,这部分可以称之为伪缺失数据;而不为 0 的部分,才是对重建有帮助的,这部分可以称之为真缺失数据。例如重建等截面物体时,虽然不满足 DSC<sup>[18]</sup> 条件,但由于缺少的全部是伪缺失数据,所以 FDK 算法进行三维重建时仍是精确的。重建时,真缺失 Radon 数据在空间的分布是视情况而定的,与物体外形和在空间的位置有关(这导致一般的补偿算法不具有通用性,往往需要调整经验参数)。为了使补偿算法具有通用性,通过获取物体的凸包的大小和位置来确定补偿函数。

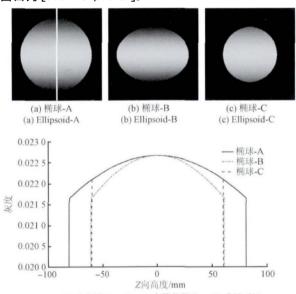
可以采用的凸包种类有:一般凸包(物体的绝对凸包)、椭圆柱凸包、长方体凸包(包围盒)、椭球凸包。先假设重建物体与凸包形状完全相同(此时重建物体即凸包)。对于一般凸包而言,虽然更接近扫描物体,但是由于其结构的复杂性、难以建立数学模型。对于椭圆柱凸包和长方

体凸包 FDK 重建时是准确的 不存在灰度下降现象 此时无法进行灰度校正 亦无法建立数学模型。对于椭球凸包 FDK 重建时存在灰度下降现象 可以通过其位置、大小信息确定补偿函数 因此选取椭球凸包为基本模型。

列出 3 个可能影响真缺失 Radon 数据在空间分布的 因素: 椭球凸包的尺寸、椭球凸包在空间的 X/Y 向偏置、椭球凸包在空间的 Z 向偏置(由于圆形轨道的对称性,所以 X 向偏置和 Y 向偏置的影响完全等价)。将单独考虑每个因素,同时简单起见,暂只考虑重建物体为单材质椭球的情况(此时椭球凸包即物体本身),随后将这种情况进行推广以提高算法通用性。

### 3.1 椭球凸包尺寸的影响

先考虑 Radon 数据缺失与椭球大小和比例的关系。在相同的扫描参数下,分别取 3 个不同尺寸的椭球: 椭球—A 半径均为 80 mm,椭球—B 半径为 80、80、60 mm,椭球—C 半径均为 60 mm。 Y=0 mm 处 FDK 算法重建结果如图 3 所示(所有重建图像均在 X-Z 平面重建),其灰度窗口为  $[0.021\ 5\ 0.023\ ]$ 。



(d) 对应图(a)、(b)、(c)自线位置处profile曲线对比 (d) The profiles comparison at the location of white line in figure(a),(b) and (c)

### 图 3 椭球尺寸与灰度下降的关系

Fig. 3 Relationship between ellipsoid size and gray drop

从图 3 可以看出,对不同的椭球模型,FDK 算法重建图像灰度下降规律并不相同,图 3(a)、(c) 的对比和图 3(d) 的 profile 曲线表明灰度下降规律和椭球绝对大小无关。图 3(b)、(c) 的对比和图 3(d) 的 profile 曲线表明灰度下降只和椭球形状有关。对此,基于仿真实验,提出一种基于椭球包围盒的 FDK 补偿算法(ellipsoid bounding box FDK,EB-FDK),通过椭球的形状信息补偿 FDK 算法的真缺失数据,并完全消除灰度下降现象,使其 Z 向灰度

恢复到准确值。对于同一物体,锥角越大灰度下降越严重 补偿函数应与锥角  $\alpha$  相关 构造启发性的补偿函数如下:

$$w^{\text{EB-FDK}} = \sqrt{1 + p \cdot \tan^2(\alpha)} = \sqrt{1 + p \cdot z^2 / R^2},$$
  
 
$$p \ge 0$$
 (2)

式中: p 是跟椭球半径有关的参数 z 为重建层高度。针对不同半径的椭球 通过仿真实验 ,可以得到完全消除灰度下降时 p 取值如表 1 所示。

表 1 不同形状椭球的最优 p 值

Table 1 Optimal p value for different shape ellipsoids

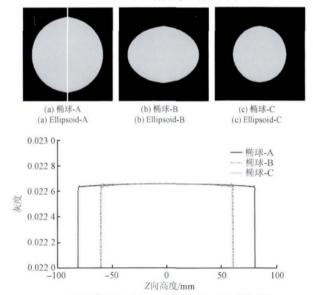
椭球半径/mm	p 值	椭球半径/mm	p 值	椭球半径/mm	p <b>值</b>
80 80 ,10	130	80 80 ,10	130	80 80 20	32.5
80 40 10	64	40 80 ,10	64	80 40 20	16
80 20 ,10	32	20 80 ,10	32	80 20 20	8
80 ,10 ,10	16	10 80 ,10	16	80 ,10 20	4

根据表 1 通过数学方法找出 p 值与椭球半长轴尺寸的关系如式(3) 所示 最大拟合误差约为 1.6% 。

$$p = \frac{2ab}{c^2} \tag{3}$$

式中:  $a \times b \times c$  分别为  $X \times Y \times Z$  向的椭球半径大小。

在 FDK 反投影过程加入补偿函数  $w^{\text{EB-FDK}}$  ,灰度窗口同为  $[0.021\ 5\ ,0.023\ ]$  ,y=0 mm 处重建结果如图 4 所示。与图 3 对比 ,FDK 的灰度误差为 4.612% ,而 EB-FDK 算法灰度误差仅为 0.119% ,表明构造的启发性函数是符合客观实际的 具有很高的有效性和可靠性 ,可以认为 EB-FDK 算法彻底地消除了灰度下降。



(d) 对应图(a)、(b)、(c)自线位置处profile曲线对比 (d) The profiles comparison at the location of white line in figure(a),(b) and (c)

图 4 EB-FDK 算法矫正效果

Fig. 4 Correction effect of EB-FDK algorithm

### 3.2 椭球凸包在 X/Y 向偏置的影响

对于同一椭球 在 X/Y 向的偏置亦有可能影响真缺失 Radon 数据的分布。将半径为 50.50.60 mm 的椭球 X 向偏置 40 mm 图 5 为 Y=0 mm 处 FDK 算法和 EB-FDK 算法重建结果 其灰度显示窗口为  $[0.022\ \rho.023\ ]$ 。从图 5 可以看出本文所提的 EB-FDK 算法很好的消除了灰度下降 拟合误差从 1.61% 降为  $0.048\ 6\%$  表明椭球在 X/Y 向的偏置不会影响真缺失 Radon 数据在空间的分布,保证了当前 EB-FDK 算法的适用性。

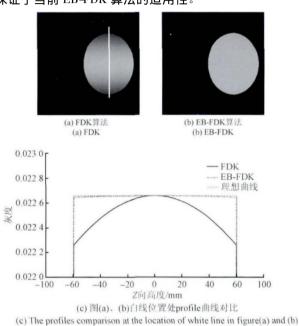


图 5 EB-FDK 算法对 X/Y 向偏置的矫正效果 Fig. 5 Correction effect of EB-FDK in X/Y direction

### 3.3 椭球凸包在 Z 向偏置的影响

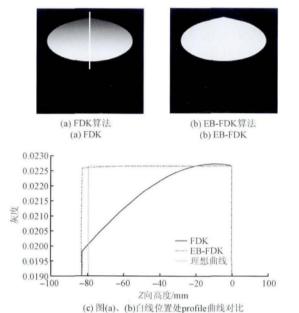
由于 FDK 算法本身具有锥束伪影 对于同一椭球 Z 向偏置很可能会影响真缺失 Radon 数据的分布。将半长轴为  $80 \times 80 \times 40$  mm 的椭球 Z 向偏置 -40 mm 椭球在 Y=0 mm 处重建结果如图 6 所示。从图 6(a) 、(c) 可以看出 在 FDK 重建图像中灰度并非完全是默认的随着 z 增大而减小,而是先略微增大后减小,这个反例的存在恰恰证明了本文的猜想: 物体在 Z 向偏置时,真缺失 Radon 数据在空间的分布会改变,甚至 Z 向灰度会呈现增加的趋势。此时,式(2) 显然不再适用,必须考虑物体的 Z 向偏置。为此,针对式(2) 进行经验性的改进如下:

$$w^{\text{EB-FDK}} = \sqrt{1 + p \cdot z \cdot \left(z - \frac{z_{\text{range}}}{2}\right) / R^2}$$
 (4)

式中:  $z_{\text{range}}$ 为椭球 Z 向偏置的距离 z 为重建层 Z 向高度,p 仍满足式(3)。

由图 6(a) 和(b) 对比可以看出 "FDK 最大灰度误差 为 12.5% "而 EB-FDK 最大灰度误差仅为 0.305% 。在

这种情况下,可以认为进一步改进的 EB-FDK 算法完全 消除了灰度下降。当重建物体为椭球时,只需得到椭球 的半径大小和 Z 向偏置,就能彻底消除 FDK 算法在 Z 向的灰度下降。



(c) The profiles comparison at the location of white line in figure(a) and (b)

图 6 EB-FDK 算法对 Z 向偏置的矫正效果 Fig. 6 Correction effect of EB-FDK in Z direction

3.4 椭球凸包的扩展与获得

以上都是针对椭球这种理想模型讨论,而对于一般物体或者复杂物体,如果能够获取物体的椭球凸包,就可以通过物体的椭球凸包的尺寸和位置来得到矫正参数。然而圆形轨道扫描时,并不能获取真正的椭球凸包,可通过李明君等人<sup>[35]</sup>的方法获得 Z 向截面相同的包含被测物体的柱状体(或者称为三维凸包)。

具体方法如图 7 所示。将投影图像每行相加,即将面探测器压缩成线性探测器,用于获得最小三维凸包的二维截面,其中 S 为扫描物体在行方向的叠加 S' 是最小三维凸包截面。在每个位置上,存在射线 1 和射线 2 将被测物体包含在其中,而且它们正好与凸包相切,称这 2 条线为包络线,可以从探测器上得到  $P_1$ 、 $P_2$ ,进而得到包络线 将每个位置处的两条包络线都得到后,所形成的中心包络图就是最小三维凸包截面形状 S' ,鉴于实际扫描为有限角度扫描,此时三维凸包为多边形凸包  $[^{351}$  。对于最小三维凸包的高度和位置,可通过以下方法获得:分别将所有图像按列叠加成与 Z 轴平行的一列,记录包含被测物体投影数据的  $Z_{\min}$  和  $Z_{\max}$  ,则  $Z_{\max}$   $-Z_{\min}$  + 1 即为

最小三维凸包的高度 ,而 Z 向偏置距离为 $\frac{z_{\min}+z_{\max}}{2}$ 。

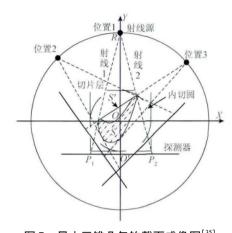


图 7 最小三锥凸包的截面成像图[35] 7 Sectional view of smallest three-dimensional convex package<sup>[35]</sup>

而三维凸包不符合本文的假设,因此本文进一步通 过利用张法全等人[36] 推出的方法获取三维凸包的最小 外接矩形(在空间表现为三维凸包的最小长方体凸包或 最小包围盒) 并利用最小包围盒的内接椭球来近似椭球 凸包。具体的操作如下: 保持图像中的目标位置不变, 把目标图像看作是密度均匀的薄板,利用重心原理确定 水平主轴与垂直主轴的初始位置,进而确定旋转中心和 初始外接矩形 油初始外接矩形开始 以确定的旋转间隔 和旋转方向 旋转外接矩形 找到面积最小的外接矩形, 作为寻优目标[36]。结合三维凸包的高度和位置信息 即 可获得最小包围盒的长、宽、高和Z向偏置信息(高和Z向偏置与三维凸包完全相同)。其内接椭球 Z 向半径和

Z 向偏移通过凸包高度获得 即  $c=rac{z_{\max}-z_{\min}+1}{2}$  、  $z_{\mathrm{range}}=$ 

 $\frac{z_{\max} + z_{\min}}{2}$  而  $X \setminus Y$  向半径可通过最小外接矩形的信息获 得(分别为其长、宽的一半)。此时 EB-FDK 算法的数学 表达式为:

$$f(x \ y \ z) = \frac{1}{2} \int_{0}^{2\pi} \frac{R^{2}}{\left(R + x \cos\theta + y \sin\theta\right)^{2}} \times \sqrt{1 + p \cdot z \cdot \left(z - \frac{z_{\text{range}}}{2}\right) / R^{2}} \times \left(\frac{R}{\sqrt{R^{2} + u^{2} + v^{2}}} \times p(\theta; u \ r)\right) \otimes h(u) d\theta$$
 (5)

式中:  $z_{rang}$  为最小包围盒内接椭球 Z 向偏置的距离 p 满 足式(3) 其中的 a、b、c 分别为最小包围盒内接椭球的半 径(亦即最小包围盒的半长轴)。

相对干工业零件,这种近似在医学领域拥有更强的 实用性,因为人体的重要器官,如头部、心脏、肾脏等,均 为椭球状或者近椭球状。此外,最小包围盒的获得可以 减小实际计算量(最小包围盒外的体素直接设为0,无需

计算)。算法主要是基于仿真情况讨论,在实际应用中, 由于射束硬化、散射等的影响,可能适当需要对p值调整 以提高重建质量。

### 实验与讨论

### 4.1 模型与参数

采用标准的三维 Shepp-Logan 头模型[16]、修改的 Defrise 圆盘模型进行仿真实验[25] ,仿真计算参数相同 , 均为: 投影 360 幅 投影分辨率 512 × 512 射线源到旋转 中心的距离为 375 mm ,射线源到探测器的距离为 750 mm 最大半锥角 ± 0. 262 rad ,探测器像素大小为 0.785 mm。同时,采用尼龙材质的某零件进行实际扫描 实验,扫描参数为: 投影 360 幅,投影分辨率 1 024 × 1 024 射线源到旋转中心的距离为 321.360 mm 射线源到 探测器的距离为 604.078 mm ,最大半锥角 ± 0.168 rad , 探测器像素大小为 0.2 mm。近年来的算法分别有 Weighted-FDK<sup>[32-33]</sup>、C-FDK<sup>[25]</sup>、BPW-FDK<sup>[26]</sup>。后两种算 法虽然可以减小灰度下降 但需要对数据进行重排 会导 致重建分辨率降低(尤其是稀疏扫描时),而 Weighted-FDK 算法属于反投影三维加权补偿算法 Æ过复杂的经 验参数调整 亦有很好地减小灰度下降的效果 且不需数 据重排保证了重建分辨率,因此作为本文的对比算法。 对 3 组对象分别采用传统的 FDK[1446]、作为对比的 Weighted-FDK[32-33]和本文 EB-FDK 算法重建,重建矩阵 为 512<sup>3</sup>、512<sup>3</sup>、1 024<sup>3</sup>。

### 4.2 重建结果

图 8 为标准的 Shepp-Logan 头模型在 Y = -25 mm 处的重建切片,灰度窗口为[0.022,0.023],其中图 8 (a)、(b)、(c)分别是 FDK、Weighted-FDK(选取重建图像 质量最好的经验参数, $c_1 = 1.0 \cdot c_2 = 0.5$ ) \EB-FDK 的 重建结果 图 8(d) 为图(a) 、(b) 、(c) 在图(a) 白线标记 处 profile 曲线。从图 8 可以看出 ,Weighted-FDK 算法对 FDK 的矫正已经很好,但 EB-FDK 算法可以得到更好的 矫正结果。另外,Weighted-FDK必须针对 FDK 重建结果 人为调整经验参数 相对繁琐 相当于至少重建两次 相 比之下 EB-FDK 算法具有更强的自适应性,亦是本文算 法的优势所在。

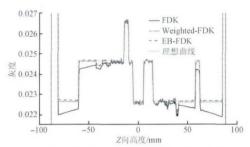




(a) FDK算法 (a) FDK

(b) Weighted-FDK算法 (b) Weighted-FDK

(c) EB-FDK



(d) 对应图(a)、(b)、(c)白线位置处profile曲线对比 (d) The profiles comparison at the location of white line in figure(a),(b) and (c)

### 图 8 EB-FDK 与 FDK、Weighted-FDK 矫正效果对比

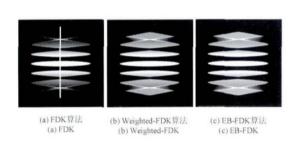
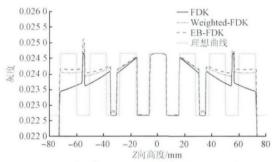


图 9 为修改的 Defrise 圆盘模型在 Y = 0 mm 处的重 建切片,灰度窗口为[0.0235,0.0245]。其中,图9 (a)、(b)、(c)分别是 FDK、Weighted-FDK(选取矫正效 果最好的经验参数:  $c_1 = 1.0 \, \text{c}$ , = 0.8) 、EB-FDK 的重 建结果 ,图 9(d) 为图(a) 、(b) 、(c) 在图(a) 白线标记 处的 profile 曲线。显然 相较于 FDK ,Weighted-FDK 和 EB-FDK 都对图像质量有显著改进,同时,相较于 Weighted-FDK 算法 ,EB-FDK 算法结果优于 Weighted-FDK 算法,同时无需人为调整经验参数,在应用中更具 有优势。

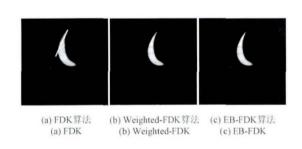


(d) 对应图(a)、(b)、(c)白线位置处profile曲线对比 (d) The profiles comparison at the location of white line in figure(a),(b) and (c)

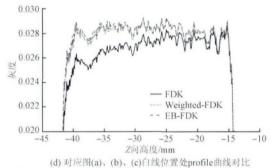
EB-FDK 与 FDK、Weighted-FDK 矫正效果对比 图 9

Comparison of the correction effect three algorithms

图 10 为实际扫描中某尼龙材质零件在 Y = 17.24 mm 处的重建切片,灰度窗口为[0.024,0.029]。其中,图10 (a) 、(b) 、(c) 分别是 FDK 重建、Weighted-FDK(选取最好 矫正效果经验参数:  $c_1 = 3.2 \cdot c_2 = 0.3$ ) \EB-FDK 的重建 结果 图 10(d) 为图(a)、(b)、(c) 在图(a) 白线标记处



profile 曲线。从图 10 可以看出,相较于 FDK 算法, Weighted-FDK 和 EB-FDK 算法都对图像质量有显著改进, 表明了 EB-FDK 算法在实际中的有效性 并且由于最小包 围盒的引入 仅以该零件为例 ,单幅图像计算量仅为 FDK 



(d) The profiles comparison at the location of white line in figure(a),(b) and (c)

图 10 EB-FDK 与 FDK、Weighted-FDK 矫正效果对比

Fig. 10 Comparison of the correction effect three algorithms

通过对比试验,对于标准的三维 Shepp-Logan 头模 型、修改的 Defrise 圆盘模型和实际零件 不难发现 FDK、 Weighted FDK 和改进算法在中心平面(Z向高度为0) 完 全等价的。根据仿真实验,Weighted-FDK和EB-FDK相 比较 FDK 算法而言 ÆB-FDK 算法效果更好 同时不存在 参数选取问题 相对于其他类似加权算法而言形式确定

统一,避免了选取参数不同可能造成的重建图像不一致性问题。而实际扫描实验亦证明,EB-FDK 算法在实际中取得了很好的效果,并且最小包围盒的引入大大减小了计算量。

### 5 结 论

通过对锥束 CT 圆轨道扫描下 Radon 空间 Z 向数据 缺失和 FDK 算法灰度下降规律的观察和分析,提出了一种基于椭球模型消除灰度下降现象的三维加权重建算法,并将这种算法推广至一般情况。该算法保持圆轨道,无需对投影数据进行重排,保证了重建分辨率,只需在反投影之前利用投影数据获取重建物体的最小包围盒,并根据其内接椭球的大小和空间位置生成三维加权函数,在反投影阶段加入该加权函数即可实现,并且在中心层与 FDK 算法等价,保证了其准确性。实验表明,该算法显著提高了原始 FDK 算法的准确性,减小了锥角伪影,不引入其他伪影,同时与最小包围盒算法结合,大大减小了计算量,具有重要的实际应用价值。

### 参考文献

- [1] 何昌保, 马秀丽, 余长明. 基于 Random Walks 算法的 心脏双源 CT 左心房分割 [J]. 电子测量技术, 2016, 39(5):75-79.
  - HE CH B , MA X L , YU CH M. Study of left atrium segmentation in dual source CT image with random walks algorithms [J]. Electronic Measurement Technology , 2016 , 39(5): 75-79.
- [2] 万清,赖万昌,郑永明,等. 基于面阵 CCD 的医用 X 光机焦点检测研究 [J]. 中国测试,2015,41(3):30-33.
  - WAN Q , LAI W CH , ZHENG Y M , et al. Focus research of medical X-ray machine based on plane array CCD detection [J]. China Measurement & Test , 2015 , 41(3):30-33.
- [3] 李冰清,赵子健,常发亮. 超声波 CT 温度场重建算 法研究综述 [J]. 电子测量与仪器学报,2016,30(1):1-10.
  - LI B Q , ZHAO Z J , CHANG F L. Summary of study on temperature-field reconstruction algorithms using ultrasonic CT [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation , 2016 , 30(1):1-40.
- [4] ZHANG H, HUANG K D, SHI Y K, et al. Point spread function modeling and image restoration for cone-beam CT[J]. Chinese Physica C, 2015 39(3): 101-106.

[5] 黄秋红, CAO G H, 赵敏 等. 静态锥束 CT 成像系统的几何标定方法研究 [J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(10):2339-2346.

HUANG Q H, CAO G H, ZHAO M, et al. Study on the geometric calibration method for static cone-beam CT

imaging system [J]. Chinese Journal of Scientific

[6] RAMANI S, FESSLER J A. A splitting-based iterative algorithm for accelerated statistical X-ray CT reconstruction [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2012, 31(3): 677-688.

Instrument, 2015, 36(10): 2339-2346.

- [7] GRANGEAT P P, MASSON P L, MELENNEC P, et al. Evaluation of the 3-D radon transform algorithm for cone beam reconstruction [C]. Medical Imaging V: Image Processing. International Society for Optics and Photonics, 1991: 320-331.
- [8] 张剑,陈志强. 三维锥形束 CT 成像 FDK 重建算法发展综述 [J]. 中国体视学与图像分析,2005,10(2): 116-121.

  ZHANG J, CHEN ZH Q. Review of recent development in FDK reconstruction algorithms for 3D cone beam CT [J]. Chinese Journal of Stereology and Image Analysis, 2005,10(2): 116-121.
- [9] ZAMBELLI J, NETT B E, LENG S, et al. Novel C-arm based cone-beam CT using a source trajectory of two concentric arcs [C]. Medical Imaging. International Society for Optics and Photonics, 2007: 65101Q-65101Q-10.
- [10] ZAMYATIN A A , KATSEVICH A , CHIANG B S. Exact image reconstruction for a circle and line trajectory with a gantry tilt [J]. Physics in Medicine and Biology , 2008 , 53(23): 423-435.
- [11] SCHOMBERG H, VAN DE HAAR P, BAATEN W. Cone-beam CT using a C-arm system as front end and a spherical spiral as source trajectory [C]. International Society for Optics and Photonics, 2009: 72580F-72580F-12.
- [12] WANG G, ZHAO S, CHENG P C. Exact and approximate conebeam X-ray microtomography [J]. Focus of Multidimensional Microscopy , 1999: 233-261.
- [13] RODET T, NOO F, DEFRISE M. The cone-beam algorithm of Feldkamp, Davis, and Kress preserves oblique line integrals [J]. Medical Physics, 2004, 31(7): 1972–1975.
- [14] HUANG K D , ZHANG H , SHI Y K , et al. Scatter correction method for cone-beam CT based on interlacing—

- slit scan [J]. Chinese Physics B, 2014, 23 (9): 515-521.
- [15] FELDKAMP L A , DAVIS L C , KRESS J W. Practical cone-beam algorithm [J]. Journal of the Optical Society of America A , 1984 , 1(6): 612-619.
- [16] TURBELL H. Cone-beam reconstruction using filtered backprojection [D]. Sweden: Linköping University, 2001.
- [17] ZHU L, STARMAN J, FAHRIG R. An efficient estimation method for reducing the axial intensity drop in circular cone-beam CT [J]. International Journal of biomedical imaging, 2008: 242841.
- [18] TUY H K. An inversion formula for cone-beam reconstruction [ J ]. SIAM Journal on Applied Mathematics , 1983 , 43(3): 546-552.
- [19] GRASS M, KÖHLER T, PROKSA R. 3D cone-beam CT reconstruction for circular trajectories [J]. Physics in Medicine and Biology, 2000, 45(2): 329-347.
- [20] GRASS M, KOHLER T, PROKSA R. Angular weighted hybrid cone-beam CT reconstruction for circular trajectories [J]. Physics in Medicine and Biology, 2001, 46(6): 1595-1610.
- [21] MORIS, ENDO M, KOMATSUS, et al. A combination-weighted Feldkamp-based reconstruction algorithm for cone-beam CT [J]. Physics in Medicine and Biology, 2006, 51(16): 3953-3965.
- [22] ZHU L , YOON S , FAHRIG R. A short-scan reconstruction for cone-beam CT using shift-invariant FBP and equal weighting [ J ]. Medical Physics , 2007 , 34(11): 4422-4438.
- [23] NETT B E , ZHUANG T L , LENG S , et al. Arc based cone beam reconstruction algorithm using an equal weighting scheme [J]. Journal of X-Ray Science and Technology 2007 , 15(1): 19-48.
- [24] TANG X , HSIEH J , NILSEN R A , et al. A three-dimensional-weighted cone beam filtered backprojection (CB-FBP) algorithm for image reconstruction in volumetric CT-helical scanning [J]. Physics in Medicine and Biology , 2006 , 51(4): 855-874.
- [25] LI L, XING Y, CHEN Z, et al. A curve-filtered FDK (C-FDK) reconstruction algorithm for circular cone-beam CT [J]. Journal of X-ray Science and Technology, 2011, 19(3): 355-371.
- [26] 杨宏成,高欣,张涛.基于 FDK 反投影权重的锥束 DSA 重建算法 [J]. 江苏大学学报: 自然科学版, 2013,34(2):190-195.

- YANG H CH, GAO X, ZHANG T. DSA cone beam reconstruction algorithm based on backprojection weight FDK[J]. Journal of Jiangsu University: Natural Science Edition, 2013, 34(2): 190-195.
- [27] GRANGEAT P. Mathematical framework of cone beam 3D reconstruction via the first derivative of the Radon transform [C]. Mathematical Methods in Tomography, Springer Berlin Heidelberg, 1991: 66-97.
- [28] HU H. An improved cone-beam reconstruction algorithm for the circular orbit [J]. Scanning , 1996 , 18 ( 8 ): 572-581
- [29] YANG H, LI M, KOIZUMI K, et al. FBP-type conebeam reconstruction algorithm with radon space interpolation capabilities for axially truncated data from a circular orbit [J]. Medical Imaging Technology, 2006, 24(2):201-208.
- [30] GRIMMER R , OELHAFEN M ,ELSTR $\Phi$ M U , et al. Cone-beam CT image reconstruction with extended z range [J]. Medical Physics ,2009 ,36(7): 3363-3370.
- [31] WANG Y, OU Z, WANG F. Modified FDK algorithm for cone-beam reconstruction with efficient weighting scheme [C]. IEEE World Congress on Intelligent Control and Automation, 2006: 9703-9707.
- [32] CHEN Z, CALHOUN V D, CHANG S. Compensating the intensity fall-off effect in cone-beam tomography by an empirical weight formula [J]. Applied Optics, 2008, 47(32): 6033-6039.
- [33] MIAO H, WU X, ZHAO H, et al. A phantom-based calibration method for digital X-ray tomosynthesis [J]. Journal of X-ray Science and Technology, 2012, 20(1): 17-29
- [34] 甄鑫,周凌宏. CT 和信息缺失 CBCT 图像变形配准方法研究 [J]. 国外电子测量技术,2014,33(6):61-65.
  - ZHEN X , ZHOU L H. Study of deformable image registration between CT and truncated CBCT image [J]. Foreign electronic measurement technology , 2014 , 33(6): 61-65.
- [35] 李明君, 张定华, 黄魁东, 等. 基于最小三维凸包的 锥束 CT 快速重建方法 [J]. 西北工业大学学报, 2011, 29(1):68-73. LI M J, ZHANG D H, HUANG K D, et al. A faster image reconstruction method for cone-beam CT using smallest 3D convex package of measured object [J].

Journal of Northwestern Polytechnical University, 2011, 29(1):68-73.

[36] 张法全,王国富,曾庆宁,等.利用重心原理的图像目标最小外接矩形快速算法[J].红外与激光工程,2013,42(5):1382-1387.

ZHANG F Q , WANG G F , ZENG Q N , et al. New algorithm for minimum enclosing rectangle of the object in the image region based on center-of-gravity principle [J]. Infrared and Laser Engineering , 2013 , 42 ( 5 ):  $1382\!-\!1387.$ 

### 作者简介



杨亚飞 2014 年于西北工业大学获得学士学位,现为西北工业大学博士研究生 主要研究方向为锥束 CT 理论与应用。 E-mail: yangyaf@ mail. nwpu. edu. cn

Yang Yafei received his B. Sc. degree in 2014 from Northwestern Polytechnical

University, and currently he is a Ph. D candidate in Northwestern Polytechnical University. His main research interests include Cone-beam CT Theory and Applications.



张定华,分别在1981年、1984年和1989年于西北工业大学获得学士、硕士和博士学位,现为西北工业大学教授、博士生导师,主要研究方向为计算机集成制造、锥束 CT、计算机图形图像处理。

E-mail: mailto: dhzhang@ nwpu. edu. cn

Zhang Dinghua received his B. Sc. , M. Sc. and Ph. D. all from Northwestern Polytechnical University in 1981 , 1984 and 1989 , respectively. He is currently a professor and doctorial supervisor in Northwestern Polytechnical University. His research interests include computer integrated manufacturing systems (CIMS) , Cone-beam CT , computer graphics and image processing.



黄魁东(通讯作者),分别在2003年、2006年和2009年于西北工业大学获得学士、硕士和博士学位,现为西北工业大学副教授,主要研究方向为锥束CT理论和应用、计算机图形图像处理。

E-mail: kdhuang@ nwpu. edu. cn

Huang Kuidong (Corresponding author)

received his B. Sc. , M. Sc. and Ph. D. all from Northwestern Polytechnical University in 2003 , 2006 and 2009 , respectively. Now he is an associate professor in Northwestern Polytechnical University. His main research fields are Cone-beam CT theory and application , computer graphics and image processing.