

Facultad de Economía, UPC

Taller de modelos macroeconómicos en Matlab

Clase 1

Mg. Carlos Rojas Quiroz

www.carlos-rojas-quiroz.weebly.com

pcefcroj@upc.edu.pe

6 de agosto de 2018



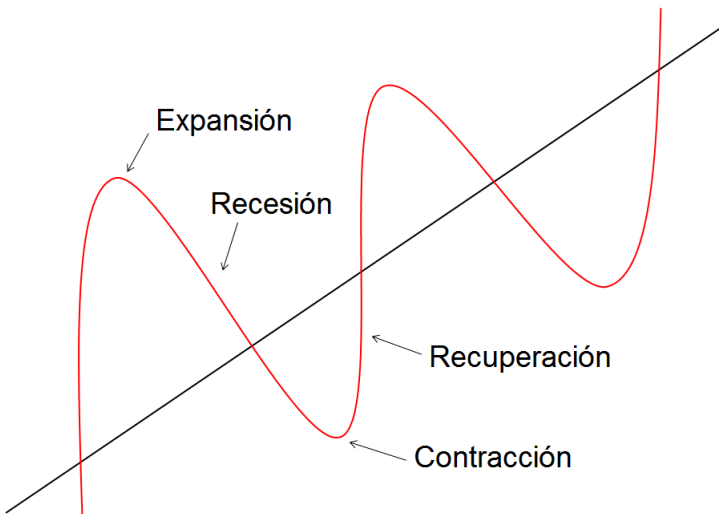
- 1 Ciclos económicos
 - 1.1 Definición y medición
 - 1.2 Filtro de Hodrick y Prescott
 - 1.3 Filtro de Baxter y King
- 2 Modelo RBC Básico
 - 2.1 Estado Estacionario
 - 2.2 Log-linealización
 - 2.3 Calibración
 - 2.4 Introduciendo el modelo en Dynare
 - 2.5 Funciones Impulso-Respuesta



- Fluctuaciones agregadas de corto plazo.
- Burns y Mitchell (1946):
 - Consta de expansiones que se producen más o menos al mismo tiempo en muchas actividades económicas, seguida de recesiones, contracciones y recuperaciones, también generales, que culminan en la fase de expansión del ciclo siguiente.
 - Esta secuencia de cambios es recurrente, pero no periódica.
 - Duran desde más de un año hasta diez o doce años, no pueden dividirse en ciclos más breves de carácter similar y de magnitud parecida.



Figura 1: Ciclo Económico Artificial





- Suponemos que una serie macroeconómica de frecuencia trimestral está compuesta de:

$$Y_t = Y_t^G Y_t^C Y_t^E Y_t^I$$

- Aplicando logaritmos:

$$y_t = y_t^g + y_t^c + y_t^e + y_t^i$$

- ¿Cómo aislar componentes determinísticos ($y_t^g \wedge y_t^e$)? No hay una sólo forma “correcta” de hacerlo.



El componente tendencial se obtiene resolviendo lo siguiente (previamente debemos desestacionalizar la data, $\tilde{y}_t = y_t - y_t^e$):

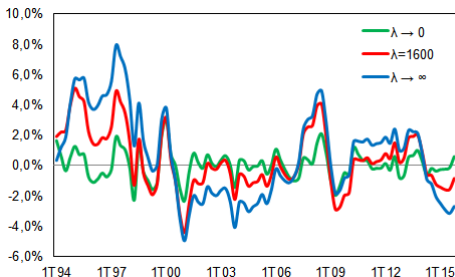
$$\min_{y_t^g} \sum_{t=1}^T (\tilde{y}_t - y_t^g)^2 + \lambda \sum_{t=1}^{T-1} [(y_{t+1}^g - y_t^g) - (y_t^g - y_{t-1}^g)]^2$$

- Tenemos dos objetivos:
 - Que la tendencia se acerque lo más posible a los datos, pero...
 - Que la tasa de crecimiento tendencial sea lo más suave posible.
- λ : parámetro arbitrario, elegido por el investigador.

Luego, $y_t^c = \tilde{y}_t - y_t^g$.



Figura 2: Ciclo económico - Perú



- Datos trimestrales con $\lambda = 1600$. Si $\lambda \rightarrow 0$ entonces $y_t = y_t^g$. Si $\lambda \rightarrow \infty$ entonces tasa de crecimiento tendencial constante.
- Tiene problemas: (i) colas, (ii) valor correcto de λ y (iii) no recoge cambios estructurales.



Why You Should Never Use the Hodrick-Prescott Filter

James D. Hamilton

jhamilton@ucsd.edu

Department of Economics, UC San Diego

July 30, 2016

Revised: August 13, 2016

ABSTRACT

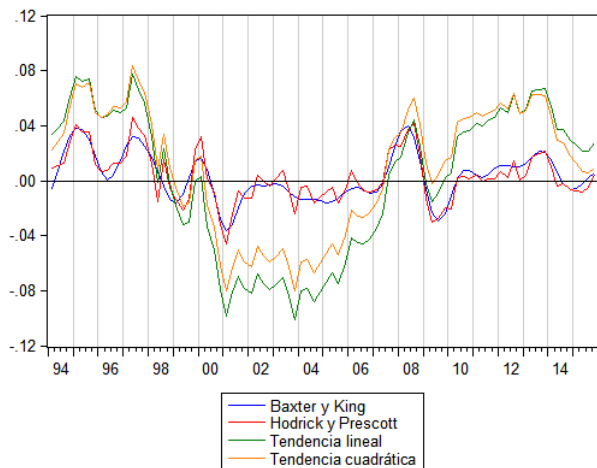
Here's why. (1) The HP filter produces series with spurious dynamic relations that have no basis in the underlying data-generating process. (2) A one-sided version of the filter reduces but does not eliminate spurious predictability and moreover produces series that do not have the properties sought by most potential users of the HP filter. (3) A statistical formalization of the problem typically produces values for the smoothing parameter vastly at odds with common practice, e.g., a value for λ far below 1600 for quarterly data. (4) There's a better alternative. A regression of the variable at date $t+h$ on the four most recent values as of date t offers a robust approach to detrending that achieves all the objectives sought by users of the HP filter with none of its drawbacks.



- *Band-pass filter.*
- A través del uso de una media móvil simétrica, elimina los componentes tendenciales (asociados a frecuencias bajas) e irregulares (asociados a frecuencias altas) reteniendo los ciclos (frecuencias intermedias)
- Necesario establecer duración mínima y máxima del ciclo (“banda”).
- Para frecuencia trimestral entre 6 a 32 trimestres.



Figura 3: Ciclo económico peruano, diversos filtros estadísticos

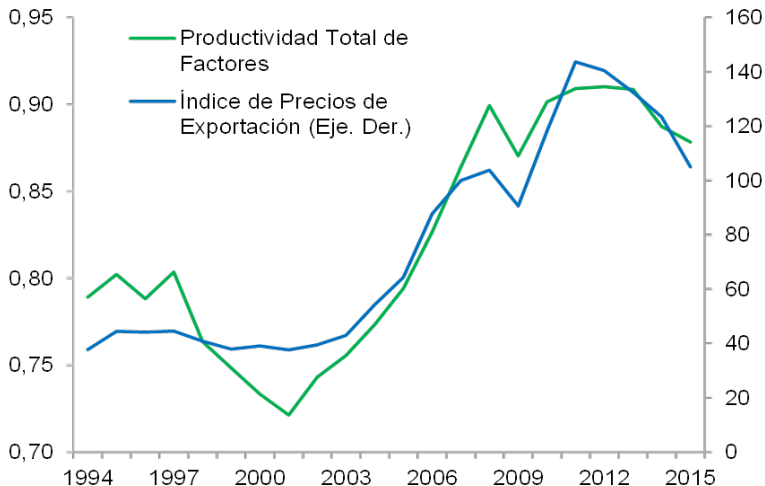




- Pensemos un momento en la Productividad Total de Factores, ¿Qué es?
 - 1 Una variable no observable calculada como residuo de Solow.
 - 2 Nivel de conocimientos general sobre las artes productivas que dispone una economía.
 - 3 Productividad agregada de la economía en el uso de todos sus factores productivos (tecnología, la estructura organizativa, el capital humano, factores institucionales).



Figura 4: PTF e IPX para Perú ($\rho_{PTF,IPX} = 0,95$)





- 1 Ciclos económicos
 - 1.1 Definición y medición
 - 1.2 Filtro de Hodrick y Prescott
 - 1.3 Filtro de Baxter y King
- 2 Modelo RBC Básico
 - 2.1 Estado Estacionario
 - 2.2 Log-linealización
 - 2.3 Calibración
 - 2.4 Introduciendo el modelo en Dynare
 - 2.5 Funciones Impulso-Respuesta



- Idea principal: las fluctuaciones económicas son causadas por choques reales.
 - Productividad, gasto público, preferencias del consumidor, costos (precio del petróleo), etc.
- Primeros modelos añadían proceso estocástico a modelo de crecimiento neoclásico y analizaban la dinámica de la economía.
 - Un ingrediente principal para que el modelo replique los hechos observados en los ciclos económicos es el *mecanismo de propagación*: canal a través del cual el choque se difunde y amplifica.
- Parámetros del modelo son calibrados y se trata de replicar las características más importantes del ciclo económico con la *economía artificial* creada.



Familias:

- Economía poblada por familias idénticas con vida infinita. Deciden su consumo de bienes (C_t) y ocio O_t (oferta de horas de trabajo $L_t = 1 - O_t$) para maximizar el valor esperado de su utilidad intertemporal:

$$\max_{\{C_t, L_t, A_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} V_t = E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, L_t) \quad (1)$$

Donde $U_C > 0$, $U_{CC} < 0$ y $U_L < 0$, $U_{LL} < 0$.

- Los consumidores reciben un salario W_t por hora de trabajo y una tasa de retorno r_t por sus ahorros A_t a principios del período t . Además, hogares pagan impuestos de suma alzada T_t . La restricción es:

$$(1 + r_t)A_t + W_t L_t = C_t + A_{t+1} + T_t \quad (2)$$



El lagrangiano en valor presente es:

$$\ell_t = E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [U(C_t, L_t) + \lambda_t((1 + r_t)A_t + W_t L_t \dots \\ \dots - C_t - A_{t+1} - T_t)]$$

En tanto, las CPO's son:

$$U_C(C_t, L_t) = \lambda_t \quad (3)$$

$$U_L(C_t, L_t) = -\lambda_t W_t \quad (4)$$

$$\beta^t \lambda_t = \beta^{t+1} \lambda_{t+1} (1 + r_{t+1}) \quad (5)$$



Dividiendo 3 entre 4:

$$U_C(C_t, L_t) = \frac{-U_L(C_t, L_t)}{W_t} \quad (6)$$

Que es la **condición intratemporal entre el empleo y el consumo**.

Incorporando la ecuación 3 en la 5 se llega a:

$$U_C(C_t, L_t) = \beta \mathbb{E}_t \{ U_C(C_{t+1}, L_{t+1})(1 + r_{t+1}) \} \quad (7)$$

Que es la **condición intertemporal del consumo** (ecuación de Euler).



INTUICIÓN DE LA ECUACIÓN DE EULER: ¿Cuáles son los efectos de postergar consumo de un período a otro? Margen de decisión del consumidor.

- Si sacrifico una unidad de consumo hoy, reduzco mi utilidad en $U_C(C_t, L_t)$.
- Esa unidad de consumo “sacrificada” genera $1 + r_{t+1}$ unidades en el siguiente período.
- Esas unidades del siguiente período producen una utilidad marginal de $U_C(C_{t+1}, L_{t+1})$, descontada por el factor de descuento β .



Empresas:

- Producen bienes finales alquilando capital y horas de trabajo en competencia perfecta. Su función de producción es:

$$Y_t = Z_t F(K_t, L_t)$$

- Z_t es la PTF, K_t es el capital y L_t las horas de trabajo. El problema de la empresa es:

$$\max_{\{K_t, L_t\}_{t=0}^{\infty}} \Pi_t = Z_t F(K_t, L_t) - \underbrace{(r_t + \delta) K_t}_{R_t} - W_t L_t$$

Donde δ es la tasa de depreciación. Las CPO's son:

$$W_t = Z_t F_L(K_t, L_t) \quad (8)$$

$$r_t = Z_t F_K(K_t, L_t) - \delta \quad (9)$$



Recordar que el capital físico tiene una ley de movimiento:

$$K_{t+1} = I_t + (1 - \delta)K_t$$

Donde I_t es la inversión.

Equilibrio general:

- Hogares maximizan su utilidad.
- Empresas maximizan beneficios.
- Todos los mercados están en equilibrio.

En nuestro modelo, el equilibrio general se da cuando se cumplen las ecuaciones 6, 7, 8 y 9, además de asegurarnos que todos los mercados estén en equilibrio.



El único activo del modelo es el capital, luego $K_t = A_t$.
Reemplazando las ecuaciones 8 y 9 en la ecuación 2:

$$(1 + Z_t F_K(K_t, L_t) - \delta)K_t + Z_t F_L(K_t, L_t)L_t = C_t + K_{t+1} + T_t$$

$$Z_t F_K(K_t, L_t)K_t + Z_t F_L(K_t, L_t)L_t = C_t + K_{t+1} - (1 - \delta)K_t + T_t$$

Teorema de Euler

Si $F = f(x_1, x_2)$ es linealmente homogénea, entonces:

$$x_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} + x_2 \frac{\partial f}{\partial x_2} \equiv F$$

Función homogénea de grado r : $f(jx_1, jx_2) = j^r f(x_1, x_2)$. Si $r = 1$ la función es *linealmente homogénea*.



Tomando en cuenta Teorema de Euler, se tiene:

$$Y_t = C_t + K_{t+1} - (1 - \delta)K_t + T_t$$

Además, la inversión es: $I_t = K_{t+1} - (1 - \delta)K_t$. Por tanto:

$$Y_t = C_t + I_t + T_t$$

Finalmente, se asume que la política fiscal está en equilibrio

$G_t = T_t$:

$$Y_t = C_t + I_t + G_t \quad (10)$$

Igualdad entre oferta y demanda de bienes finales. Puede ser rescrita:

$$Z_t F(K_t, L_t) = C_t + I_t + G_t \quad (11)$$

Representa el equilibrio de los mercados de bienes y capital. El mercado de trabajo está en equilibrio por la ley de Walras.



Formas funcionales específicas para la utilidad y la producción:

- Función de Utilidad instantánea logarítmica:

$$U_t = \theta \log(C_t) + (1 - \theta) \log(1 - L_t)$$

- Función de producción Cobb-Douglas con rendimientos constantes a escala:

$$Y_t = Z_t L_t^\alpha K_t^{1-\alpha}$$



Las condiciones de primer orden serían:

- Condición intratemporal (oferta de trabajo):

$$1 - L_t = \left(\frac{1 - \theta}{\theta} \right) \frac{C_t}{W_t} \quad (12)$$

- Condición intertemporal del consumo:

$$C_t = \frac{1}{\beta} \mathbb{E}_t \left\{ \frac{C_{t+1}}{1 + r_{t+1}} \right\} \quad (13)$$

- Demanda de trabajo:

$$W_t = \alpha \frac{Y_t}{L_t} \quad (14)$$



- Demanda de capital:

$$r_t + \delta = (1 - \alpha) \frac{Y_t}{K_t} \quad (15)$$

- Demanda agregada:

$$Y_t = C_t + I_t + G_t \quad (16)$$

- Oferta agregada:

$$Y_t = Z_t L_t^\alpha K_t^{1-\alpha} \quad (17)$$

- Evolución del capital:

$$K_{t+1} = I_t + (1 - \delta) K_t \quad (18)$$



Tenemos 7 ecuaciones para 9 variables. Añadimos dos procesos exógenos para:

- Productividad:

$$\log(Z_t) = (1 - \rho_Z) \log(Z) + \rho_Z \log(Z_{t-1}) + \epsilon_t^Z \quad (19)$$

- Gasto Público:

$$\log(G_t) = (1 - \rho_G) \log(G) + \rho_G \log(G_{t-1}) + \epsilon_t^G \quad (20)$$

Donde $\epsilon_t^Z \sim N(0, \sigma_Z^2)$ y $\epsilon_t^G \sim N(0, \sigma_G^2)$.



De la ecuación 12:

$$L = 1 - \left(\frac{1 - \theta}{\theta} \right) \frac{C}{W} \quad (21)$$

De la ecuación 13:

$$r = \frac{1}{\beta} - 1 \quad (22)$$

De las ecuaciones 14 y 15:

$$W = \alpha \frac{Y}{L} \quad (23)$$

$$r = (1 - \alpha) \frac{Y}{K} - \delta \quad (24)$$



De la ecuación 16:

$$Y = C + I + G \quad (25)$$

De la ecuación 17:

$$Y = ZL^{\alpha}K^{1-\alpha} \quad (26)$$

De la ecuación 18:

$$I = \delta K \quad (27)$$



De la ecuación 22 y 24, se llega a:

$$\frac{1}{\beta} - 1 + \delta = (1 - \alpha) \frac{Y}{K} \quad (28)$$

Que lleva a:

$$K = \frac{(1 - \alpha)\beta Y}{1 - \beta + \beta\delta} \quad (29)$$



Usando la ecuación 27

$$I = \frac{(1 - \alpha)\delta\beta Y}{1 - \beta + \beta\delta} \quad (30)$$

De 25 despejamos:

$$C = \left[1 - \frac{(1 - \alpha)\beta\delta}{1 - \beta + \beta\delta} - \frac{G}{Y} \right] Y \quad (31)$$

Además, en la ecuación 21 y utilizando las ecuaciones 23 y 31, se llega a:

$$L = \frac{1}{1 + \frac{\left[1 - \frac{(1 - \alpha)\beta\delta}{1 - \beta + \beta\delta} - \frac{G}{Y} \right]}{\alpha Z} \left(\frac{1 - \theta}{\theta} \right)} \quad (32)$$



Finalmente, combinamos la ecuación 26 con la ecuación 29 y 32 y se llega a:

$$Y = Z^{\frac{1}{\alpha}} \left[\frac{1}{1 + \frac{\left[1 - \frac{(1-\alpha)\beta\delta}{1-\beta+\beta\delta} - \frac{G}{Y} \right]}{\alpha Z} \left(\frac{1-\theta}{\theta} \right)} \right] \left[\frac{(1-\alpha)\beta}{1-\beta+\beta\delta} \right]^{\left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)} \quad (33)$$

En cuanto a los procesos exógenos, asumimos:

$$Z = 1 \quad \text{y} \quad G = \frac{G}{Y} \times Y \quad (34)$$



- Log-linealización es método común para llevar un sistema no lineal a uno lineal.
- Variables se interpretan como desviaciones respecto a su Estado Estacionario (ciclos).

Expansión de Taylor de primer orden

$$\phi(x) \approx \phi(x_0) + \phi_x(x_0)(x - x_0)$$

$$\phi(x, y) \approx \phi(x_0, y_0) + \phi_x(x_0, y_0)(x - x_0) + \phi_y(x_0, y_0)(y - y_0)$$



Tips:

- Aplicar logaritmos a ambos lados de la ecuación de interés
- Realizar una aproximación de primer orden alrededor del estado estacionario
- Simplificar la ecuación para expresarla en desviaciones respecto al estado estacionario.



- Condición intratemporal (oferta de trabajo):

$$\left(\frac{L}{1-L}\right) \hat{L}_t = \hat{W}_t - \hat{C}_t \quad (35)$$

- Condición intertemporal del consumo:

$$\hat{C}_t = \mathbb{E}_t(\hat{C}_{t+1}) - (1 - \beta)\mathbb{E}_t(\hat{r}_{t+1}) \quad (36)$$

- Demanda de trabajo:

$$\hat{W}_t = \hat{Y}_t - \hat{L}_t \quad (37)$$

- Demanda de capital:

$$r\hat{r}_t = (1 - \alpha)\frac{Y}{K}(\hat{Y}_t - \hat{K}_t) \quad (38)$$



- Demanda agregada:

$$\hat{Y}_t = \frac{C}{Y} \hat{C}_t + \frac{I}{Y} \hat{I}_t + \frac{G}{Y} \hat{G}_t \quad (39)$$

- Oferta agregada:

$$\hat{Y}_t = \hat{Z}_t + \alpha \hat{L}_t + (1 - \alpha) \hat{K}_t \quad (40)$$

- Evolución del capital:

$$\hat{K}_{t+1} = \frac{I}{K} \hat{I}_t + (1 - \delta) \hat{K}_t \quad (41)$$

- Procesos exógenos:

$$\hat{Z}_t = \rho_Z \hat{Z}_{t-1} + \epsilon_t^Z \quad (42)$$

$$\hat{G}_t = \rho_G \hat{G}_{t-1} + \epsilon_t^G \quad (43)$$



Consiste en imponer valores a los parámetros estructurales o “profundos” del modelo de acuerdo a ratios observados en la data económica, revisión de modelos similares o para obtener co-movimientos similares a los observados. En nuestro caso:

Parámetros	Descripción
$\beta = 0,99$	Factor de descuento
$\theta = 0,36$	Importancia del consumo sobre renta total
$\alpha = 0,65$	Importancia del factor trabajo en la FP
$\delta = 0,025$	Depreciación del capital físico
$\frac{G}{Y} = 0,18$	Gasto Público/PBI
$\rho_Z = 0,92$	Persistencia del choque de productividad
$\rho_G = 0,95$	Persistencia del choque de gasto público
$\sigma_Z = 0,83$	Desviación estándar, productividad
$\sigma_G = 0,37$	Desviación estándar, gasto público



- En el caso de la calibración de β , consideramos un ρ (tasa de descuento subjetiva intertemporal asociada al promedio de la tasa de interés de mercado) de 4 % anual. En frecuencia trimestral: $(1 + 4\%)^{0,25} \approx 1\%$. Luego
$$\beta = \frac{1}{1+\rho} = \frac{1}{1,01} \approx 0,99.$$
- Para θ se asume un valor similar a lo utilizado en otros trabajos (notas de clase de Fernández-Villaverde de UPenn).
- La depreciación es aproximadamente de 10 % anual.



- El ratio $\frac{G}{Y}$ es obtenido de las cuentas nacionales.
- Para el caso de los procesos exógenos, si tenemos las series podemos estimar y obtener los valores de ρ_z , ρ_g , σ_z y σ_g .



Primer bloque: definir variables endógenas, variables exógenas y parámetros del modelo.

```
var y c innv g lab kap r w z;  
predetermined_variables kap;  
varexo e_z e_g;  
parameters alpha delta betta theta rho_z rho_g  
z_ss lab_ss r_ss kap_ss w_ss y_ss c_ss inv_ss g_ss C_Y  
I_Y G_Y;
```

- En la medida de lo posible debemos evitar nombrar las variables y parámetros como funciones del Matlab o expresiones matemáticas (ejemplo son funciones `beta` o `inv`, o nombres como `i` o `pi`).
- Si hay una variable predeterminada, podemos decirle al Dynare que la considere como tal, así no tendremos que “laggearla” manualmente.



Introduciendo el modelo en Dynare

```
alpha = 0.650;
delta = 0.025;
beta = 0.99;
theta = 1/2.75;
rho_z = 0.919919;
rho_g = 0.954402;
z_ss = 1;
G_Y = 0.180;
lab_ss = 1/((1 - theta)/(alpha*theta*z_ss)*((1 - beta + alpha*beta*
    delta)/(1 - beta + beta*delta) - G_Y) + 1);
y_ss = z_ss*(((1 - alpha)*beta/(1 - beta + beta*delta))^(1 - alpha)
    /alpha)*lab_ss;
w_ss = alpha*y_ss/lab_ss;
kap_ss = (1 - alpha)*beta/(1 - beta + beta*delta)*y_ss;
inv_ss = delta*kap_ss;
r_ss = (1 - alpha)*y_ss/kap_ss - delta;
c_ss = ((1 - beta + alpha*beta*delta)/(1 - beta + beta*delta) - G_Y)
    *y_ss;
g_ss = G_Y*y_ss;
C_Y = c_ss/y_ss;
I_Y = inv_ss/y_ss;
```




Segundo bloque: el modelo.

```
model ;  
(1-exp(lab)) = (1-theta)/theta*exp(c)/exp(w) ;  
exp(c)       = 1/betta*exp(c(+1))/(1+exp(r(+1))) ;  
exp(w)       = alpha*exp(y)/exp(lab) ;  
exp(r)+delta = (1-alpha)*exp(y)/exp(kap) ;  
exp(y)       = exp(c)+exp(innv)+exp(g) ;  
exp(y)       = exp(z)*exp(kap)^(1-alpha)*exp(lab)^alpha ;  
exp(kap(+1)) = (1-delta)*exp(kap)+exp(innv) ;  
z            = (1-rho_z)*log(z_ss) + rho_z*z(-1) + e_z ;  
g            = (1-rho_g)*log(g_ss) + rho_g*g(-1) + e_g ;  
end ;
```



Tercer bloque: el estado estacionario.

```
steady_state_model;  
lab =log( lab_ss );  
c   =log( c_ss );  
w   =log( w_ss );  
r   =log( r_ss );  
y   =log( y_ss );  
kap =log( kap_ss );  
innv=log( inv_ss );  
z   =log( z_ss );  
g   =log( g_ss );  
end;
```

Podríamos haber implementado el cálculo del estado estacionario directamente en este bloque. Esta vez obtamos por hacerlo en el segundo bloque y “llamar” a esos resultados.



Cuarto bloque: definición de varianzas y otros comandos.

```
shocks ;  
  
var e_z; stderr 0.008289*100;  
var e_g; stderr 0.003740*100;  
end ;  
  
resid ;  
steady ;  
check ;
```



- `resid`: muestra los residuos de las ecuaciones estáticas, dados los valores de estado estacionario. Deberían ser cero.
- `steady`: muestra el estado estacionario de cada una de las variables del modelo. Sirve para comprobación.
- `check`: muestra los valores propios del sistema. Para cumplir con las condiciones de Blanchard-Kahn (existencia, unicidad y estabilidad del equilibrio) se necesitan tantos valores propios mayores a uno en su módulo como variables *forward looking* del modelo. En nuestro caso hay dos: r_{t+1} y c_{t+1} .



Quinto bloque: comando de simulación estocástica

```
stoch_simul(order = 1, bandpass_filter=[8 32], nograph);
```

```
stoch_simul(order = 1, hp_filter=1600, nograph);
```

Donde se da inicio al proceso de simulación ordenándole a Dynare que **log-linealice** las ecuaciones correspondientes. Para grabar el modelo, debemos tener en cuenta la extensión que “leerá” el Dynare (.mod o .dyn), y colocarla manualmente. Debemos ir a “*Save as*” o “*Guardar como*” y una vez ahí tipear:

```
RBC01.mod
```



Una vez escrito el código del modelo, debemos escribir en el *Command Window* lo siguiente:

```
addpath C:\dynare\4.5.3\matlab  
cd 'C:\UPC\Modelos Macro UPC\MODs'
```

- La primera línea “llama” al Dynare.
- Con la segunda damos la dirección de la carpeta donde se encuentra nuestro archivo .mod.
- OJO: Tener cuidado con nombres de carpetas que están separados. Si lo están (como en este caso), se necesita encerrar la dirección entre apóstrofes. Sino, no hay necesidad de ello.

Luego, para que el modelo “corra” escribimos:

```
dynare RBC01.mod
```



Figura 5: IRF, choque de productividad

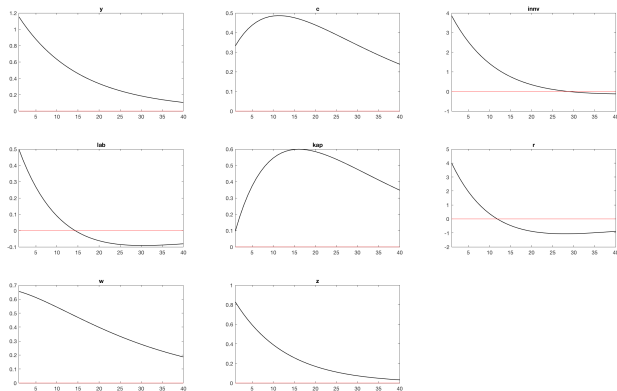
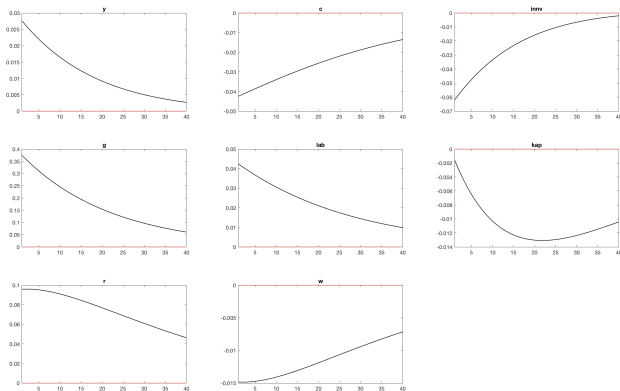




Figura 6: IRF, choque de gasto público





Variemos el modelo RBC básico tal que L sea fijo (constante e igual al estado estacionario). Grabemos el nuevo archivo con otro nombre (no olvide colocar la extensión `.mod`). Luego, utilizamos el programa correspondiente para comparar las funciones impulso respuesta y **observar el mecanismo de propagación intertemporal del trabajo**.