

考虑边权重和耦合强度的相互依赖网络级联故障模型研究

王建伟, 蔡 琳, 蒋 晨
(东北大学工商管理学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘要: 考虑边权重和相互依赖网络间的耦合强度对负荷的影响, 提出一种新的边初始负荷定义方法, 并通过分析边级联故障蔓延的动力学演化机制, 构建相互依赖网络上带有可调参数的级联故障负荷模型。以提高相互依赖网络整体抵制级联故障能力为出发点, 依据不同度量指标, 多角度分析具有不同耦合模式的相互依赖网络鲁棒性与模型参数之间的关联性, 研究相互依赖网络上的整体保护策略。通过优化相互依赖网络间的连接模式, 探讨提高网络整体抵制级联故障鲁棒性的优化策略。研究发现: 负荷分布在相互依赖网络级联故障中扮演着重要的角色; 网络间的连接模式和模型参数值都会影响相互依赖网络的鲁棒性; 不同参数值下网络抵制级联故障的最优连接模式; 提出的网络耦合模式优化方法能够明显地提高网络抵制故障蔓延的鲁棒性。

关键词: 级联故障; 相互依赖网络; 耦合模式; 优化策略

中图分类号: N949 **文献标识码:** A **文章编号:** 1004-6062(2018)04-0149-09

DOI: 10.13587/j.cnki.jiecm.2018.04.019

0 引言

近年来, 级联故障导致的灾难频繁发生在交通网络、电力网络、通信网络以及互联网等关键基础设施网络中^[1-3], 严重影响人们的日常生活, 并造成了巨大的经济损失。面对极强的现实需求, 关键基础设施网络上频发的级联故障问题引起了学术界的广泛关注。早期研究重点主要聚焦在单层次网络上的级联故障建模问题, 特别是关于级联故障动力学演化机理的探索。然而, 2003 年意大利发生因互联网与电力网相互耦合导致的全国大停电事件, 人们发现单层次网络上级联故障的研究已不能适用于现实系统中频繁发生的相互耦合网络上级联故障导致的灾害问题。随后, 国内外许多学者从耦合的两层次网络上构建级联故障模型, 并主要聚焦在不同类型相互依赖网络上的渗流问题、相互依赖网络遭受随机故障和蓄意攻击下的鲁棒性问题等。

然而, 耦合网络上级联故障的研究才刚刚起步, 研究视角也仅仅从静态角度分析了两层次网络因相互影响而触发的级联故障现象, 较少考虑耦合网络上负荷流, 特别是较少关注相互依赖网络上边权重及相互依赖网络间耦合强度对级联故障的影响, 从而不能够较好地反映关键基础设施耦合网络上级联故障的动力学过程。基于此, 从边权重以及相互依赖网络间耦合强度视角构建边级联故障模型, 研究影响相互依赖网络鲁棒性的相关因素, 为指导现实网络系统的构建提供借鉴和参考。

1 相关研究评述

应对级联故障引发的相互依赖基础设施网络上的灾难, 2010 年, Buldyrev^[4]等人首次探讨了相互耦合的简单二层次

网络上的级联故障问题。通过数值模拟和理论解析获得了与以往单层次网络上研究不同的结论, 开启了相互依赖网络上级联故障研究的先河。Huang^[5]等人应用渗流理论探讨了具有集团化的相互依赖网络抵制级联故障的鲁棒性。Huang^[6]等人探讨了相互依赖网络遭遇蓄意袭击的鲁棒性, 并提出了相应的保护策略。此外, 许多学者基于多层次相互依赖网络模型(称之为 NON)展开了相关的研究^[7-18]。Gao^[7]等人最早提出了 n 层相互依赖网络的研究框架, 探讨一对一耦合模式下的 NON 相互依赖网络遭遇随机故障的渗流变化规律。此外, Gao^[8]等人陆续研究基于树型和环型的 NON 相互依赖网络上的渗流变化过程。Gao^[9]等人也探讨了一对一耦合模式下 n 层相互依赖网络鲁棒性问题。与此同时, Dong^[10]等人基于树型全局耦合和星型局部耦合两种模式下的 ER 和 BA 多层相互依赖网络, 研究两种拓扑结构的 NON 相互依赖网络系统遭遇度大节点和度小节点两种袭击策略的鲁棒性。Dong^[11]等人研究了具有部分相互依赖关系的 n 层相互依赖网络鲁棒性问题。Shao^[12]等人研究了带有多依赖关系的耦合网络上的级联故障问题。考虑耦合网络上依赖节点间具有一定的倾向性, 例如: 一个网络中两个邻居节点倾向于连接另一网络中具有邻居关系的两个节点, Hu^[13]等人研究了具有连接相似性的耦合网络上级联故障渗流问题。Watanabe^[14]等人提出了一种新的解析方法, 研究了耦合网络间和耦合网络内的度度相关性对网络鲁棒性的影响。Parshani^[15]等人研究了耦合网络上级联故障的动力学过程, 并得出在耦合网络上降低耦合强度会致使耦合网络在关键点导致从一级到二级的渗流相变。Li^[16]等人研究了耦合网络间连边长度对耦合的平格型网络鲁棒性的影响。Zhou^[17]

收稿日期: 2015-01-12 **修回日期:** 2016-05-03

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71101022); 教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET-12-0100); 中央高校基本科研经费项目(N140604005); 辽宁省自然科学基金资助项目(2015020073)

作者简介: 王建伟(1978—), 男, 辽宁阜新; 东北大学工商管理学院副教授, 教育部新世纪优秀人才, 博士; 研究方向: 应急管理和网络科学等。

— 149 —

等人发现网络的同配性能增强耦合网络的鲁棒性。Schneider^[18]等人提出了一种选择最少节点来最大化提高耦合网络鲁棒性的方法,发现了介数和度在耦合网络中扮演着非常重要的角色。

在最初的相互依赖网络上级联故障研究的成果中,很多工作只关注相互依赖网络的静态属性,较少考虑到现实网络级联故障模型中重要的特征——负荷的动态变化。为了弥补这一缺憾,许多学者在相互依赖网络原有的静态角度构建理论模型的基础上,进一步探讨负荷在相互依赖网络级联故障中的动态变化过程^[19-22]。例如,Zhang^[19]等人基于节点的性质,建立相互依赖网络上的负荷容量模型。Wang^[20]等人基于相互依赖网络上级联故障的两阶段蔓延过程,提出了基于节点度函数的相互依赖网络级联故障负荷模型,并研究了相互依赖网络抵制级联故障的鲁棒性。与此同时,一些学者还从网络边的角度,建立相互依赖网络级联故障负荷模型。例如,Wang^[21]等人探讨了局部耦合的相互依赖网络上的保护策略。Qiu^[22]等人基于局域加权流重新分配的原则,从网络边的角度建立相互依赖网络级联故障动力学模型。Zhang^[23]等人提出了一个广义的模型框架来分析基础设施系统之间的相互依赖关系,结合捕捉到的具有不同的物理和操作特性的各种基础设施网络系统之间的相互依赖性,运用多层次基础设施网络的概念、可计算的一般均衡模型理论及其空间扩展性阐述了一个均衡的问题,数值实验表明了模型在获取不同类型依赖关系方面的能力,对于解决现实生活中的依赖关系问题具有很大意义。Li^[24]等人研究了提出了一个级联动态网络模型研究了非对称的相互依赖网络级联故障问题。发现不对称相互依赖网络之间的依赖关系使得相对于对称网络而言具有更强的鲁棒性,并且不对称的无标度相互依赖网络在遭遇随机攻击时也表现出较强的鲁棒性,这不同于其他相互依赖网络的及其脆弱性。虽然已有的相互依赖网络上级联故障研究取得了较为丰硕的成果,但仍存在不足之处,主要涉及以下三个方面:如何量化相互依赖网络边的初始负荷;深入分析网络间连接模式对相互依赖网络鲁棒性的影响;如何优化相互依赖网络的性能。

为此,在考虑边权重及相互依赖网络间耦合强度的基础上,提出了一种相互依赖网络上初始负荷的定义方法,并依据边失效,节点失效,依赖节点失效,失效边上负荷的重新分配机制等级联故障动力学演化机制,构建了一种新的相互依赖网络边级联故障模型。对比了三种连接模式下相互依赖网络抵制级联故障的鲁棒性,给出了相互依赖网络上的整体保护策略。最后,从两个角度研究了相互依赖网络间连接模式的优化方法,并通过相互依赖网络优化前后鲁棒性的对比,给出了在模型不同参数下,对应的较优的相互依赖网络间耦合模式。提出的级联故障理论模型能够应用于现实相互依赖的关键基础设施网络中,并可以为实际管理决策者提供可借鉴的参考价值。

2 相互依赖网络的两阶段相继故障模型

2.1 边的相继故障模型

在定义相互依赖网络相继故障负荷模型时,引入边权重的概念。对于现实生活中存在的网络系统而言,一般度大的

节点在网络中扮演着更重要的角色,因此,连接两个度大节点之间的连边也相对更重要,例如:两个城市之间如果存在频繁的贸易往来,贯穿两个城市之间的交通设施相对会比较完善。因此,参考以往级联故障建模中边权重的定义方法^[14,15,24],假定相互依赖网络中边 ij 的权重 w_{ij} 与边两端节点的度有关,定义为:

$$w_{ij} = (k_i k_j)^\alpha \quad (1)$$

其中, α ($\alpha > 0$) 为可调参数,控制着边权重的大小及差异程度。 α 的值越大,网络中边的权重差异性越大; k_i 和 k_j 为边 ij 两端节点 i 和节点 j (如图 1 所示) 的度。许多实际加权网络研究中的经验证据可以支持表达式(1)的假设^[25,26],而且,文献[27,28]也表明了边介数(在以往许多级联故障模型中用于表示网络中的初始交通流)正相关边两个端点的度乘积。因此,边权重的定义是合理的。类似地,定义了相互依赖网络间的耦合强度 $w_{in} = (k_i k_n)^\alpha$, 其中,节点 i 和节点 n 分别来自两个不同的网络。

(1) 边初始负荷的定义

在以往许多多层次网络级联故障模型中^[28,29],边初始负荷的度量都是基于边的权重。然而,对于相互依赖网络而言,一条边的重要程度不仅取决于它本身的权重大小,也与边上两节点与另一个网络之间耦合强度相关。如图 2(a)所示,在相互依赖网络模型中,定义网络 A 上的一条边 ij 的初始负荷

$$L_{ij} = w_{ij} + \frac{k_i}{k_i + k_n} w_{in} + \frac{k_j}{k_j + k_m} w_{jm} \quad (2)$$

类似的, B 网络上的一条边 nm 的初始负荷

$$L_{nm} = w_{nm} + \frac{k_n}{k_i + k_n} w_{in} + \frac{k_m}{k_j + k_m} w_{jm} \quad (3)$$

由于相互依赖网络之间的连边代表着网络间的相互依赖关系,不存在负荷的流动,因此,连边上的权重依据局部分配的原则作用于两节点所在的连边上,分配方式按照两节点度大小的比例进行分配,即网络间的连边 in 上的权重 w_{in} 按照 $k_i / (k_i + k_n)$ 的比例作用于节点 i 上的边,以 $k_n / (k_i + k_n)$ 的比例作用于节点 n 上的边。

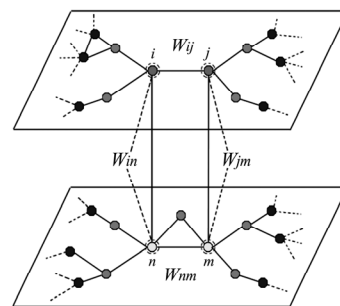


图 1 相互依赖网络上边的权重示意图

(2) 边能力的定义

现实生活的网络中,由于每条边处理负荷的能力通常受到成本的限制,所以,很自然地假设每条边的能力与边的初始负荷呈正比例关系。因此,借鉴以往的相关研究,定义网络 A 中边 ij 的能力为:

$$C_{ij} = (1 + \beta) L_{ij} \quad (4)$$

同理,网络B中边 $B_n B_m$ 的能力为:

$$C_{nm} = (1 + \beta)L_{nm} \quad (5)$$

这里的 β ($\beta > 0$) 为网络的耐受性参数, 决定边处理额外负荷能力的大小。 β 值越大, 边处理负荷的能力越强, 网络投入的成本也越高。



图2 相互依赖网络模型以及网络中边失效后负荷的局域择优重新分配机制

(3) 崩溃边上负荷的重新分配原则

由于相互网络间的耦合边只扮演着连接控制的作用, 不接收失效边上分配的负荷, 因此, 负荷仅在其所在的网络上流动。网络A中失效边 $A_i A_j$ 上的负荷依据邻居边的能力进行择优分配(如图2所示), 边 $A_i A_m$ 接收失效边 $A_i A_j$ 分配的额外负荷

$$\Delta L_{A_i A_m} = L_{A_i A_j} \frac{C_{A_i A_m}}{\sum_{A_a \in \Gamma_{A_i}} C_{A_i A_a} + \sum_{A_b \in \Gamma_{A_j}} C_{A_j A_b}} \quad (6)$$

在这里 Γ_{A_i} 和 Γ_{A_j} 分别表示节点 A_i 和节点 A_j 上所有邻居节点的集合。当边 $A_i A_m$ 接收到额外的负荷, 使得边上的总负荷超过边本身处理最大负荷的能力时, 即: $L_{A_i A_m} + \Delta L_{A_i A_m} > C_{A_i A_m}$, 边 $A_i A_m$ 失效, 边上的负荷将按照局域择优重新分配的原则进一步分配到其他未失效的邻居边上, 导致相继故障在网络上的蔓延。

2.2 两阶段相继故障的动态演化过程

相互依赖网络上边相继故障的动态演化过程如图3所示。初始状态时, 网络中边上的负荷小于边的能力, 网络处于稳定的正常状态, 如图3(a)所示, 图中正常的节点用蓝色表示, 正常的边用黑色实线表示。由于实际网络相继故障的爆发往往是由于网络中部分边的失效(人为破坏或能量过载)所导致的, 如袭击网络A中的一条边 $A_4 A_5$, 如图3(a)。边上的负荷按照局域择优重新分配的原则, 分配到与节点 A_4 和节点 A_5 相连的所有邻居边上, 如图3(b), 其中即将失效的边用红色虚线表示, 负荷的蔓延走向用黑色虚线表示, 假设分配到邻居边上的额外负荷加上自身的初始负荷没有超过边上的处理能力, 不发生崩溃, 如图3(c)。由于边 $A_4 A_5$ 的移除导致网络A分散成两个独立的功能团, 而在相互依赖网络中只有彼此相连的功能团才能发挥功效, 根据前面对相互依赖网络上彼此相互连接的功能团的定义, 在网络B中连接两个不同的功能子团之间的边 $B_1 B_5$ 和 $B_4 B_5$ 失效, 两条边上的负荷分别分配给他们所有的邻居边上, 如图3(d)。假设由于负荷的重新分配使得边 $B_3 B_4$ 和 $B_5 B_7$ 上的负荷超过自身的处理能力而失效, 导致负荷进一步重新分配, 如图3(e)。网络B中由于边的接连失效, 导致网络中节点 B_3 、 B_4 、 B_5 、 B_6 、 B_7 成为孤立的节点而失效, 与之耦合连接在网络A中的节点 A_3 、 A_4 、 A_5 、 A_6 、 A_7 也随之失效, 连接两层网络之间的连接边失效(‘×’), 如图3(f)。因为网络A中节点的失效

使得连接失效节点上所有的连边 $A_1 A_4$ 、 $A_2 A_3$ 、 $A_5 A_6$ 、 $A_5 A_7$ 随之失效, 导致负荷在网络A上新一轮的重新分配, 如图3(g)。假设边 $A_1 A_2$ 具有足够强的处理负荷能力, 没有发生崩溃, 相互依赖网络上没有负荷的蔓延的最终状态时, 如图3(h), 节点 A_1 、 A_2 、 B_1 、 B_2 所在连通图为网络中仅存的彼此相连的功能团, 也是最大的功能子图。

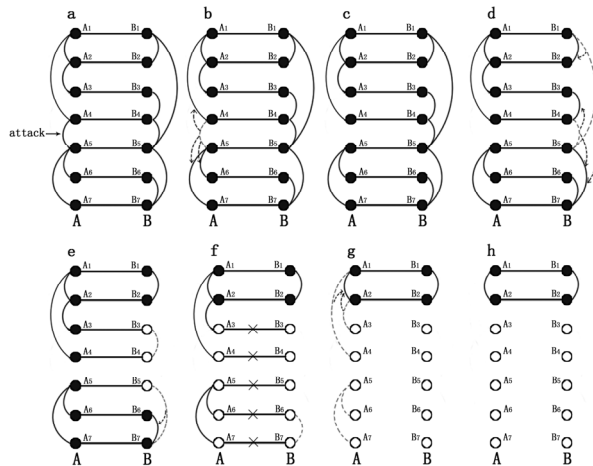


图3 带负荷的相互依赖网络上两阶段相继故障模型的动态演化过程

2.3 多网络间耦合连接模式的设计

主要采用三种不同的耦合连接模式构建相互依赖网络。

(1) 随机连接, 简称 RL (Random Link)。在随机连接模式下, 网络A中的节点按照一对一的耦合连接方式随机连接网络B中的节点。

(2) 同配连接, 简称 AL (Assortative Link)。网络A中度大的节点连接网络B中度大的节点, 网络A中度小的节点连接网络B中度小的节点。

(3) 异配连接, 简称 DL (Disassortative Link)。在异配连接模式下, 网络A中度大的节点连接网络B中度小的节点, 网络A中度小的节点连接网络B中度大的节点。

3 相互依赖网络抵制全局性相继故障的鲁棒性研究

3.1 度量指标的确定

度量相互依赖网络的鲁棒性主要依据以下五个度量指标。

(1) 失效边归一化指标 F 。移除边 ij 后导致网络中其他边失效的数量, 记为 F_{ij} , 可知: $0 \leq F_{ij} \leq E-1$, 这里 E 表示为网络A内的边数与网络B内的边数之和。为了对比, 采用的失效边归一化指标

$$F = \frac{\sum_{ij \in A \cup B} F_{ij}}{E(E-1)} \quad (7)$$

(2) 失效节点归一化指标 S 。计算边 ij 失效后导致网络上失效节点的数量 S_{ij} , 其中, $0 \leq S_{ij} \leq 2N$ 。采用的失效节点归一化指标

$$S = \frac{\sum_{ij \in A \cup B} S_{ij}}{E \cdot 2N} \quad (8)$$

(3) P_{∞} , 衡量相互依赖网络连通性的重要指标。移除网络中的边 ij 引发网络上相继故障蔓延结束后, 随机选取一条边, 这条边包含在最大功能子团中的可能性, 显然, $0 \leq P_{\infty} \leq 1$ 。

级联故障停止后，计算最大功能子图，即：具有相互依赖关系节点集合，在各自网络内也是连通的。计算移除边 ij 后，经过 n 个阶段网络上相继故障的蔓延，直到网络又恢复稳定状态时，相互依赖网络上彼此相连的最大功能团中边的数量记为 M_{ij} ， $0 \leq M_{ij} \leq E-1$ ，指标 P_{∞} 定义如下：

$$P_{\infty} = \frac{\sum_{ij \in A \cup B} M_{ij}}{E(E-1)} \quad (9)$$

(4) 关键阈值 β_c 。当网络中投入的成本比例 β 很大时，网络中的边具有足够强的能力处理额外负荷，任何一条边的失效都不会导致相继故障的爆发；而对于较小的 β ，任何一条边的失效都可能会导致部分网络甚至网络的全局性瘫痪；因此，在不同的 β 取值之间存在一个相变点 β_c ，即关键阈值。当 $\beta > \beta_c$ 时，网络中的每条边有足够的处理能力处理额外负荷，不存在相继故障的发生；而当 $\beta < \beta_c$ 时，每条边处理额外负荷的能力有限，会导致故障的连锁反应。 β_c 的值可度量网络抵制相继故障的鲁棒性大小^[18,19]， β_c 越小，网络鲁棒性越强；相反， β_c 越大，网络鲁棒性越弱。

(5) 最小能力容许参数 $\beta_{c,s}$ 。从模型的定义可知，耐受性参数 β 表示网络边处理额外负荷的能力，当 β 值较大时，边的失效所引发的相继故障只会导致部分网络的失效，网络之间仍有部分节点相互连通，可保持正常的状态；而当 β 值很小时，一条边的失效就会导致整个网络的崩溃；因此，在这之间存在一个相变点 $\beta_{c,s}$ ，即网络中的最小能力容许参数值。当 $\beta < \beta_{c,s}$ 时，边的失效会导致网络全局性瘫痪。 $\beta_{c,s}$ 用来衡量网络的脆弱程度， $\beta_{c,s}$ 值越大，网络越脆弱。

3.2 数值模拟

选择 BA^[30] 无标度网络作为模型研究对象，对比分析在

BA-BA 相互依赖网络上相继故障的蔓延情况。根据网络间三种不同的连接模式，构建不同的相互依赖网络模型分别是：BA-BA (RL)、BA-BA (AL) 和 BA-BA (DL)。采用的网络都具有相同的网络规模和相同的平均度，即：N=1000， $\langle k \rangle = 4$ 。每一个模拟结果都是在 20 个不同的相互依赖网络上获得的平均结果。

首先，采用失效边归一化 F 、失效节点归一化 S 、以及 P_{∞} 三个度量指标，探讨 BA 相互依赖网络抵制相继故障整体能力的强弱，如图 4 所示。可以看出：随着 α 值的增大，级联故障对网络整体造成破坏性的严重程度逐渐减弱，三种不同的相互依赖网络整体表现出抵制相继故障的鲁棒性似乎逐渐增强。产生这种现象的原因在于：模型参数 α 值越大，网络上边初始负荷之间的差异性越大，进而导致边之间处理额外负荷的差异性增大，而图中采用的度量指标都是对移除边后产生结果的归一化，会使得负荷分布更异质的网络整体表现出更强能力。然而，图中三个度量指标仅仅能够表示在给定参数 α 和 β 时，移除网络中每条边导致的失效边归一化数量、失效节点归一化数量、以及连通性的归一化，不能度量整个网络抵制相继故障的鲁棒性大小。然而，关键阈值 β_c 可度量网络的鲁棒性，且与网络鲁棒性负相关。基于关键阈值 β_c ，即指标 $F=0$ 时所对应的横坐标 β 值，可知：AL 连接模式下的相互依赖网络随着参数 α 值的增大，网络鲁棒性增强；而 RL 和 DL 连接模式，随着参数 α 值的增大，网络鲁棒性呈现先减后增的变化趋势。从图 4 左面五个子图的小图中可以看出，当 $\alpha=0.4$ 时，DL 连接模式表现出的鲁棒性更强；而在参数 α 取其它四个值时，AL 连接模式下相互依赖网络的鲁棒性更强。

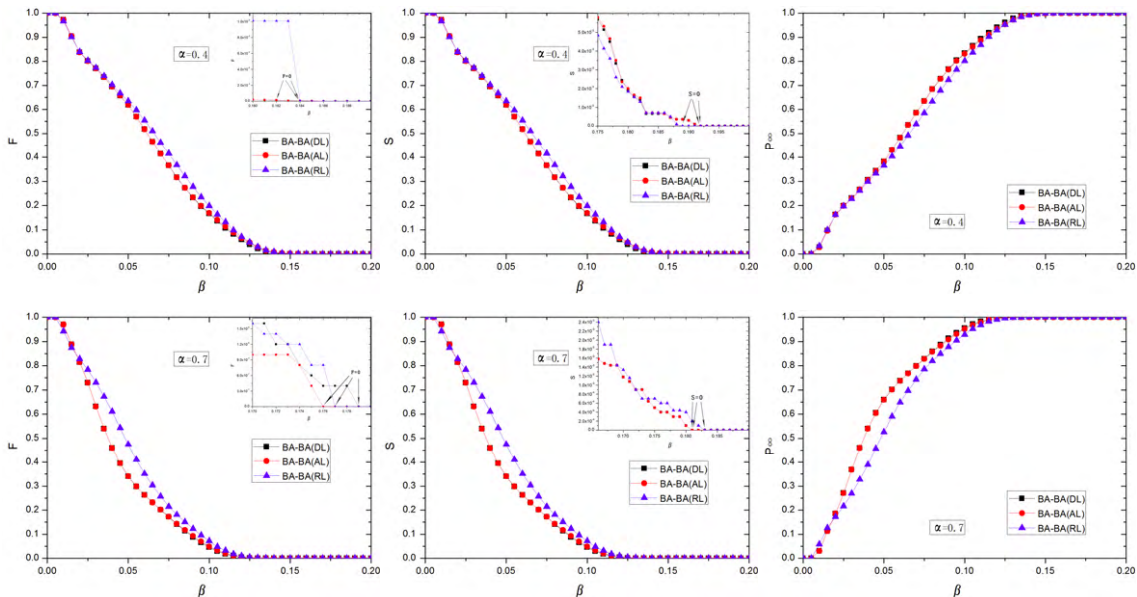


图 4 BA-BA 相互依赖网络在三种连接模式 (RL、AL 和 DL) 下的相继故障结果对比

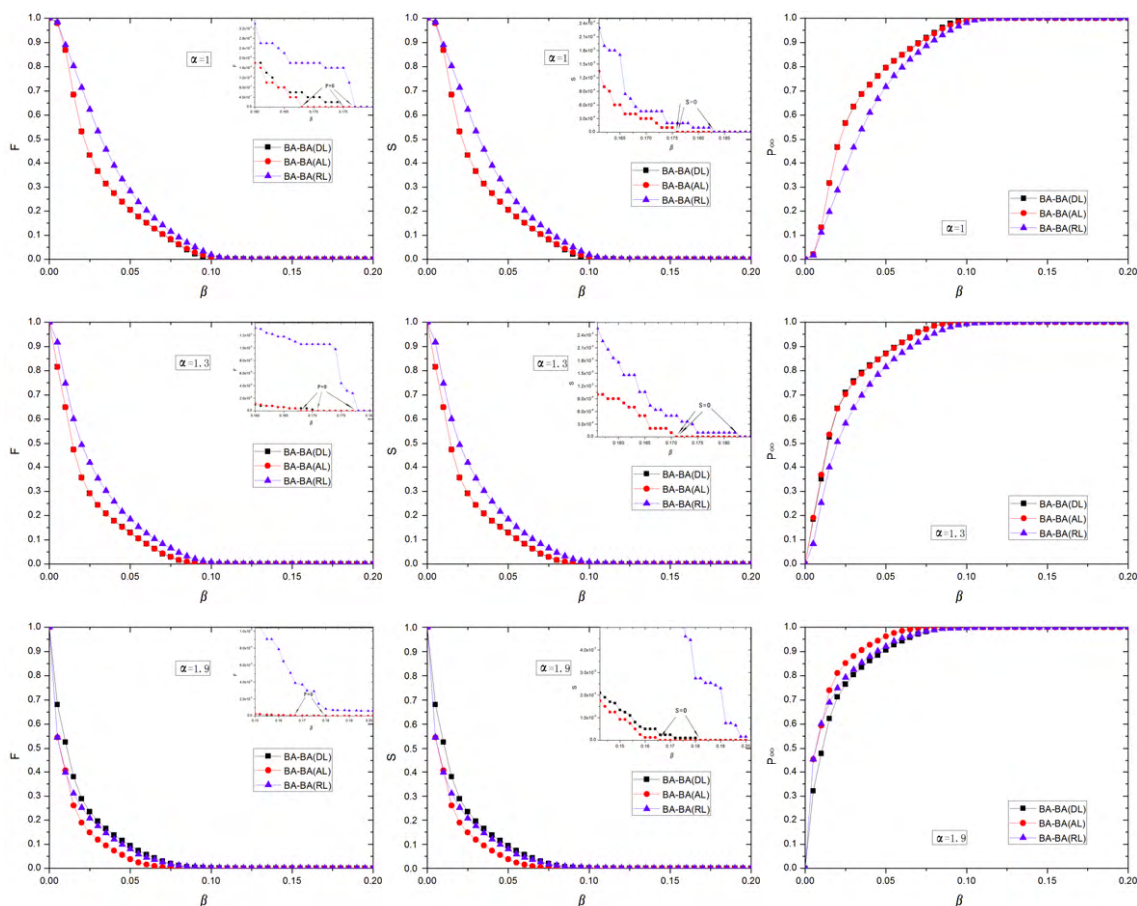
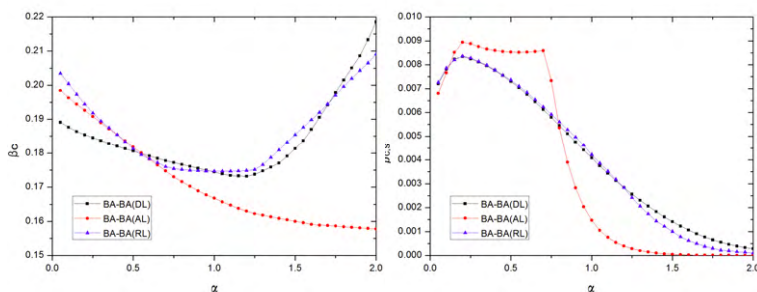


图 4 (续) BA-BA 相互依赖网络在三种连接模式 (RL、AL 和 DL) 下的相继故障结果对比

进一步探讨相互依赖网络的拓扑结构与网络抵抗相继故障的鲁棒性之间的关系,对比在三种不同的连接模式下,参数 α 与网络鲁棒性度量指标 β_c 之间的关联性,以及参数 α 与最小能力容许参数 $\beta_{c,s}$ 之间的关联性,如图 5 所示。在关键阈值 β_c 与参数 α 的关系曲线中,如图 5 (左) 所示。当 α 值小于 0.6 时,DL 连接模式下的 β_c 小于 AL 和 RL 下的 β_c 。由于 β_c 值与网络鲁棒性之间呈负相关关系,因此,当网络上负荷服从模型参数 α 小于 0.6 的分布时,DL 连接模式更能有效地提高网络的鲁棒性,且随着 α 值的增大,网络的鲁棒性也在逐渐增强;当负荷服从参数 α 大于 0.6 时,AL 连接模式相比其余两种耦合连接模式表现出更强的抵抗相继故障的能力,且随着参数 α 值的增大,网络的鲁棒性也随之增强。在 AL 连接模式下的整个关系曲线中, β_c 与参数 α 呈现

负相关关系, α 值越大,网络鲁棒性就越强;然而,在 RL 和 DL 连接模式下,随着 α 值的增大, β_c 曲线呈现先减后增的走势。在 RL 连接模式下,当 $0.6 < \alpha < 1.4$ 时,网络鲁棒性最强,在此区间内 β_c 值几乎相同;而在 DL 连接模式下,在 $\alpha \approx 1.2$ 时达到 β_c 曲线的最低点,网络呈现最强的鲁棒性。

在 $\beta_{c,s}$ 与参数 α 的关系曲线中,如图 5 (右) 所示,随着 α 值的增大,三种连接模式的曲线都呈现出先增后减的变化趋势。在参数 $\alpha=0.2$ 时,三个曲线都达到了 $\beta_{c,s}$ 的最大值 L 。当 $0.15 < \alpha < 0.8$ 时,AL 连接模式更易导致全局性的网络崩溃,而当 $\alpha > 0.8$ 时,为避免全局性相继故障的发生,对比三种连接模式,AL 连接模式则需要更小的能力容许参数值。因此,为避免一条边的失效导致网络全局性瘫痪,尽量不要让模型参数 α 取值在 0.2 附近。

图 5 关键阈值 β_c 及最小能力容许参数 $\beta_{c,s}$ 对比

在相互依赖网络中,除了网络之间的耦合模式外,平均度也是影响网络拓扑特性的一个重要因素。而在上述所有的

数值模拟中，采用网络模型的平均度均为 4。为了探讨平均度对网络能力的影响，进一步研究网络的平均度与鲁棒性之间的关系，仍然采用相同的网络规模 $N=1000$ ，探讨在给定耦合连接模式的情况下，BA-BA 相互依赖网络平均度 $\langle k \rangle$ 与度量网络鲁棒性指标——关键阈值 β_c 之间的关联，以及 $\langle k \rangle$ 与最小能力容许参数 β_{cs} 之间的关联，如图 6 所示。

基于图 6 中左面的三个子图可以得出：关键阈值 β_c 与相互依赖网络平均度 $\langle k \rangle$ 是负相关的，且与网络之间的连接模式无关，即：在三种连接模式下，网络平均度越大，网络抵制相继故障的鲁棒性越强。这种现象可以解释为：网络平均度越大，节点上边的权重就越大，边处理额外负荷的能力也就越强；网络平均度越大，节点上的边数量就会越多，因此分担失效边上负荷的连边数量也越多，使得分配在每个

邻居边上的负荷数量相对减少；网络中连边数量增加使得网络拓扑结构更加稳定，相比连边数量较小的相互依赖网络，抵制边相继故障的连通性更强，因此，相互依赖网络整体表现出更强的鲁棒性。

基于图 6（右）的三个子图可以看出，与图 5（右）相似，三个耦合模式的 β_{cs} 曲线均呈现先增后减的走势。并且在参数 $\alpha=0.2$ 时，不同平均度下的相互依赖网络都达到 β_{cs} 的最大值；在 $\alpha>0.2$ 时， β_{cs} 与参数 α 是负相关的，与网络之间连接模式及平均度 $\langle k \rangle$ 无关。当 α 值较小时，最小能力容许参数 β_{cs} 与相互依赖网络平均度 $\langle k \rangle$ 呈负相关，此时，平均度大的相互依赖网络更能有效地避免网络上全局性相继故障的爆发，而随着 α 值的增大，不同度之间的 β_{cs} 曲线差异性则逐渐减小。

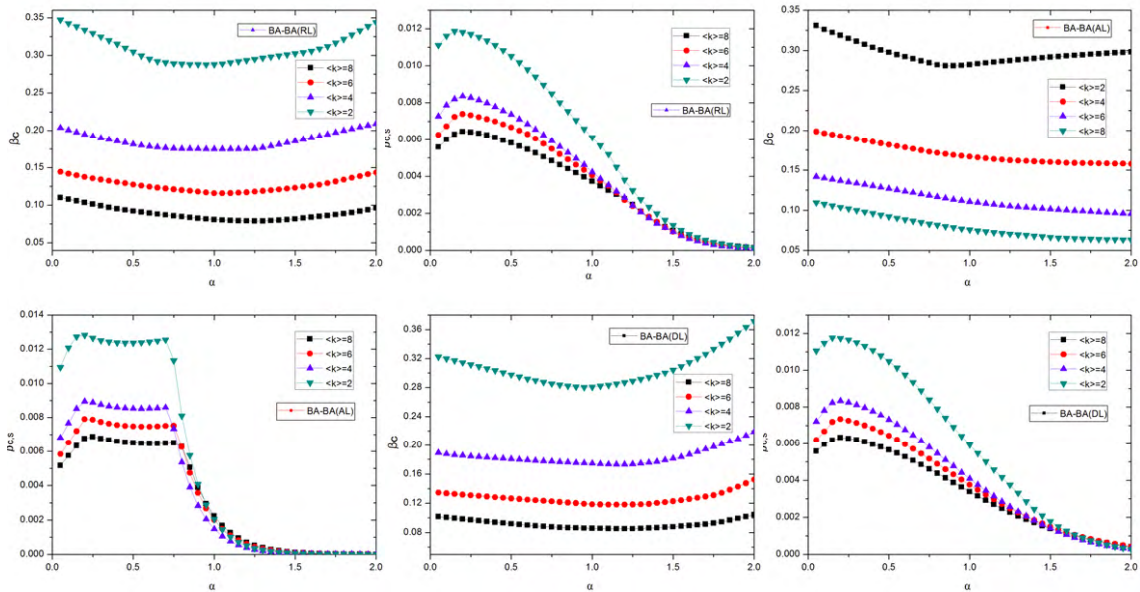


图 6 网络上平均度 $\langle k \rangle$ 与 β_c 及 β_{cs} 之间的关系

3.3 相互依赖网络边级联故障模型中的整体预防策略

基于模型的模拟结果，为避免网络上大规模级联故障的爆发对网络造成的灾难性破坏，从相互依赖网络整体的角度，提出相互依赖网络上的预防保护策略，如下所述：

（1）负荷的分布。在相互依赖网络上边的级联故障负荷模型中，通过调节模型参数 α 的取值，可适当地调整网络中初始负荷的分布。在图 6 所示的平均度 $\langle k \rangle$ 与 β_{cs} 曲线中，无论在何种耦合模式下，当 $\alpha=0.2$ 时，所有的曲线都达到了 β_{cs} 的最大值，因此，在网络投入成本有限时，为避免一条边的失效导致网络全局性的瘫痪，降低网络的脆弱程度，有效的网络整体预防措施是使网络中负荷的分布避免参数 α 在 0.2 附近取值。为了有效地控制边的故障在网络上雪崩式的连锁反应，由于不同连接模式下相互依赖网络负荷分布的不同，应采取不同的策略方法。基于鲁棒性 β_c 曲线与参数 α 的关系，对于 AL 连接模式，参数 α 的取值越大，网络鲁棒性越强，因此在条件允许的情况下，相互依赖网络有效的整体保护策略是使网络中初始负荷服从参数 α 取最大值时的分布；对于 RL 和 DL 连接模式， β_c 曲线的可近似看作是一个先减后增的二阶函数，相互依赖网络应采取的整体保护策略是通过参考 β_c 函数中最低点的范围，最终确定模型参数 α

取值。

（2）耦合模式的选择。在研究相互依赖网络上级联故障负荷模型的过程中，采用了三种不同的耦合连接模式，分别是：RL、AL 和 DL。从负荷模型定义中可以看出，网络中边负荷的分布不仅取决于自身的权重，也与网络间耦合边的权重有关，网络中影响边上负荷分布的因素包括：边上两端点的度、边上两个节点耦合在其他网络上节点的度、模型可调参数 α 值、以及网络间耦合模式。因此，在给定网络基本模型和参数 α 时，可通过选择网络间合理的耦合连接模式来提高网络抵制级联故障的鲁棒性。基于不同连接模式下的 β_c 曲线，构建相互依赖网络稳健的拓扑结构的策略方法即为最底层曲线所对应的连接模式，即：当参数 α 较小（ $\alpha<0.6$ ）时，选择 DL 连接模式；当参数 α 较大时，选择 AL 连接模式。

（3）网络的平均度。网络整体的鲁棒性与网络的平均度正相关。由于现实生活中基础设施网络的建设受到成本等条件的限制，通过适当的增加网络中连边的数量，也可以使网络结构更稳定，达到预防大面积级联故障的目的，保证网络系统的高效运转。

4 优化策略

由于现实网络系统受到自然条件及成本等因素的限制,网络的拓扑结构很难改变,如供电网、供水网、交通网等,而改变相互依赖网络间的连接模式则相对比较容易。在上述相互依赖网络边相继故障负荷模型的基础上,本文提出一种应用于相互依赖网络上的优化策略,通过优化相互依赖网络间的连接模式,提高网络整体抵制相继故障的鲁棒性。

4.1 优化方法

基于对相互依赖网络边上负荷模型的定义,当网络A上的一条边 $A_i A_j$ 失效后,根据失效边上负荷的局域择优重新分配原则,边 $A_i A_j$ 上的负荷将根据边的能力,分配到与边 $A_i A_j$ 两个端点 A_i 、 A_j 相连的所有邻居连边上,其中分配到邻居边 $A_i A_m$ 的额外负荷

$$\Delta L_{A_i A_m} = L_{A_i A_j} \frac{C_{A_i A_m}}{\sum_{A_a \in \Gamma_{A_i}} C_{A_i A_a} + \sum_{A_b \in \Gamma_{A_j}} C_{A_j A_b}} \quad (10)$$

由于边的能力限制,为避免故障的进一步蔓延,邻居边 $A_i A_m$ 接收失效边分配的额外负荷后,该边上所有的负荷之和应小于边的处理能力,因此,边 $A_i A_m$ 应满足:

$$L_{A_i A_m} + \Delta L_{A_i A_m} < (1 + \beta) L_{A_i A_m} \quad (11)$$

将公式(10)代入到公式(11)中,表示为:

$$L_{A_i A_m} + L_{A_i A_j} \frac{C_{A_i A_m}}{\sum_{a \in \Gamma_{A_i}} C_{A_i A_a} + \sum_{b \in \Gamma_{A_j}} C_{A_j A_b}} < (1 + \beta) L_{A_i A_m} \quad (12)$$

由于边的能力正比于初始负荷,将公式(12)整理为:

$$\frac{L_{A_i A_j}}{\sum_{A_a \in \Gamma_{A_i}} L_{A_i A_a} + \sum_{A_b \in \Gamma_{A_j}} L_{A_j A_b}} < \beta \quad (13)$$

依据公式(13)可知:为避免网络上连锁故障的发生,能力容许参数 β 应满足公式(13)的条件。因此,相互依赖网络的鲁棒性,即关键阈值 β_c 的大小与 L/NL 有关(L 表示为失效边上的负荷, NL 表示为与失效边相连的所有邻居边上负荷之和)。

不考虑其他相互依赖网络对网络A的影响,此时,网络上初始负荷只与边的权重有关。网络A上边 $A_i A_j$ 的 NL/L 可表示为:

$$\frac{NL}{L} = \frac{\sum_{A_a \in \Gamma_{A_i}} (k_{A_i} \cdot k_{A_a})^\alpha + \sum_{A_b \in \Gamma_{A_j}} (k_{A_j} \cdot k_{A_b})^\alpha}{(k_{A_i} \cdot k_{A_j})^\alpha} \quad (14)$$

其中,边 $A_i A_j$ 对两端节点 A_i 和节点 A_j 施加的作用分别是 $\sum_{A_a \in \Gamma_{A_i}} (k_{A_i} \cdot k_{A_a})^\alpha / (k_{A_i} \cdot k_{A_j})^\alpha = \sum_{A_a \in \Gamma_{A_i}} k_{A_a}^\alpha / k_{A_j}^\alpha$ 和 $\sum_{A_b \in \Gamma_{A_j}} (k_{A_j} \cdot k_{A_b})^\alpha / (k_{A_i} \cdot k_{A_j})^\alpha = \sum_{A_b \in \Gamma_{A_j}} k_{A_b}^\alpha / k_{A_i}^\alpha$ 。以节点 A_i 为例,网络A上与之相连的所有边可能不止一条 $A_i A_j$,节点 A_i 上所有的连边对它施加的作用之和 S_{A_i} 可表示为:

$$S_{A_i} = \sum_{A_m \in \Gamma_{A_i}} \frac{\sum_{A_a \in \Gamma_{A_i}} k_{A_a}^\alpha}{k_{A_m}^\alpha} \quad (15)$$

进而,本文提出了两种新的相互依赖网络连接模式。

(1) AL protect。对A网络和B网络中的节点按 S_{A_i} 和 S_{B_j} 大小的排列顺序,如果存在相同的值,则对它们进行随机排序。也就是网络A中 S_{A_i} 大的节点连接网络B中 S_{B_j} 大的节点,网络A中 S_{A_i} 小的节点连接网络B中 S_{B_j} 小的节点。

(2) DL protect。对A网络和B网络中的节点按 S_{A_i} 和 S_{B_j} 大小的排列顺序,如果存在相同的值,则对它们进行随机排序。与同配相对应,在异配连接模式下,网络A中 S_{A_i} 大的节点连接网络B中 S_{B_j} 小的节点,网络A中 S_{A_i} 小的节点连接网络B中 S_{B_j} 大的节点。

4.2 相互依赖网络优化前后的鲁棒性对比

采用网络规模 $N=1000$,平均度 $\langle k \rangle=4$ 的BA-BA相互依赖网络架构,研究了相互依赖网络优化前后的鲁棒性对比。从图7(左)基于关键阈值 β_c 的数值模拟结果曲线中,可以看出优化连接模式后相互依赖网络最优连接模式的选择与优化前类似,即:当参数 α 值较小(α 小于0.65)时,选取DL protect连接模式;当参数 α 值较大(α 大于0.65)时,选取AL protect连接模式。对比优化前后最优连接模式下的 β_c 曲线可知:当模型参数 α 值较小和较大时,即 $\alpha < 0.65$ 和 $\alpha > 1.25$,此时优化的效果比较明显,应用优化方法能够有效地提高网络抵制相继故障的鲁棒性;而当 $0.65 < \alpha < 1.25$ 时,对比AL和AL protect关于 β_c 的数值模拟曲线,优化后 β_c 值略小于优化前,但效果并不明显,此时可以认为,当参数 α 取值在该区间内,优化方法对相互依赖网络边相继故障模型并不起作用。因此得出相互依赖网络上的整体保护方法:当参数 $\alpha < 0.65$ 时,相互依赖网络选取DL protect连接模式;当 $\alpha > 1.25$ 时,选取AL protect连接模式;参数 α 在0.65和1.25区间内,选取DL protect和AL protect均可。

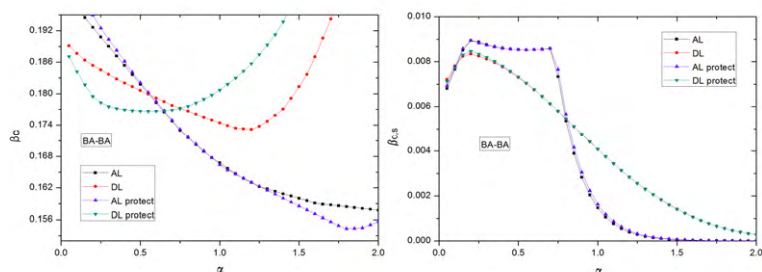


图7 BA-BA 相互依赖网络在优化前后 AL 和 DL 基于关键阈值 β_c 及最小能力容许参数 $\beta_{c,s}$ 对比

对比相互依赖网络优化前后关于最小能力容许参数 β_{cs} 与参数 α 的关系曲线,如图 7 (右)所示,在不同的参数值 α 下,优化后的 β_{cs} 值略大于优化前,但结果几乎相同。因此,可得出与图 5.5 相同的结论,为避免全局性相继故障的发生,避免 α 取值在 0.2 附近,当 $0.15 < \alpha < 0.8$ 时,AL 和 AL protect 连接模式更易导致网络全局性的崩溃;当 $0.8 < \alpha < 2$ 时,DL 和 DL protect 更易导致全局性相继故障。当 $\alpha > 0.2$ 时,DL 和 DL protect 连接模式下 β_{cs} 负相关于参数 α ;且当 $\alpha > 0.7$ 时,AL 和 AL protect 连接模式下 β_{cs} 负相关于参数 α 。

5 结论

本文从相互依赖网络边的角度建立了带有可调参数的相继故障负荷-容量模型,通过模拟相互依赖网络上相继故障两阶段的繁衍过程发现:负荷在相互依赖网络相继故障中扮演着重要的角色。通过探讨三种连接模式下的 BA 相互依赖网络全局性相继故障现象可以得出:网络间的连接模式和模型参数值都会影响相互依赖网络的鲁棒性。并且根据网络鲁棒性和脆弱性度量指标的数值模拟曲线可知:在模型参数值较小时,DL 耦合模式可以使相互依赖网络具有较强的鲁棒性;而在模型参数较大时,AL 连接模式则使相互依赖网络更加稳定;并且为避免网络全局性瘫痪,避免模型参数 α 取值在 0.2 附近。此外,采用网络耦合模式的优化方法,在模型参数 α 较大或较小时,能够明显地提高网络抵制故障蔓延的鲁棒性。本文通过对相互依赖网络保护策略、优化方法的研究得出的成果,可以对现实生活中基础设施网络系统的建设和发展提供指导和帮助。

参考文献

- [1] 王健伟,荣莉莉,王铎. 基于节点局域特征的复杂网络上的级联故障模型[J]. 管理科学学报, 2010, 13(8): 42-50.
- [2] 王健伟,荣莉莉. 基于袭击的复杂网络上的全局相继故障[J]. 管理科学, 2009, 22(3): 113-120.
- [3] Zhang GD, Li Z, Zhang B, *et al.* Understanding the cascading failures in Indian power grids with complex networks theory [J]. Physica A, 2013, 392(15): 3273-3280.
- [4] Buldyrev SV, Parshani R, Paul G, *et al.* Catastrophic cascade of failures in interdependent networks [J]. Nature, 2010, 464: 1025-1028.
- [5] Huang XQ, Shao S, Wang HJ, *et al.* The robustness of interdependent clustered networks [J]. Europhysics Letters, 2013, 101(1): 1-6.
- [6] Huang X, Gao J, Buldyrev SV, *et al.* Robustness of interdependent networks under targeted attack [J]. Physical Review E, 2011, 83(6): 065101.
- [7] Gao JX, Buldyrev SV, Havlin S, *et al.* Robustness of a network of networks [J]. Physical Review Letters, 2011, 107(19): 195701.
- [8] Gao JX, Buldyrev SV, Stanley HE, *et al.* Percolation of a general network of networks [J]. Physical Review E, 2013, 88: 062816.12
- [9] Gao JX, Buldyrev SV, Havlin S, *et al.* Robustness of a network formed by n interdependent networks with a one-to-one correspondence of dependent nodes [J]. Physical Review E, 2012, 85(6): 066134.
- [10] Dong GG, Gao JX, Du RJ, *et al.* Robustness of network of networks under targeted attack [J]. Physical Review E, 2013, 87(5): 052804.

- [11] Dong GG, Tian LX, Zhou D, *et al.* Robustness of n interdependent networks with partial support-dependence relationship [J]. Europhysics Letters, 2013, 102(6): 68004.
- [12] Shao J, Buldyrev S V, Havlin S, *et al.* Cascade of failures in coupled network systems with multiple support-dependence relations [J]. Physical Review E, 2011, 83(3): 036116.
- [13] Hu YQ, Zhou D, Zhang R, *et al.* Percolation of interdependent networks with intersimilarity [J]. Physical Review E, 2013, 88(5): 052805.
- [14] Watanabe S, Kabashima Y. Cavity-based robustness analysis of interdependent networks: Influences of intranetwork and internetwork degree-degree correlations [J]. Physical Review E, 2014, 89(1): 012808.
- [15] Roni P, Buldyrev SV, Havlin S. Interdependent networks: reducing the coupling strength leads to a change from a first to second order percolation transition [J]. Physical Review Letters, 2010, 105(4): 1-4.
- [16] Li W, Bashan A, Buldyrev S V, *et al.* Cascading Failures in Interdependent Lattice Networks: The Critical Role of the Length of Dependency Links [J]. Physical Review Letters, 2012, 108(22): 228702.
- [17] Zhou D, Stanley H E, D'Agostino G, *et al.* Assortativity decreases the robustness of interdependent networks [J]. Physical Review E, 2012, 86(6): 066103.
- [18] Schneider CM, Yazdani N, Araújo NAM, *et al.* Towards designing robust coupled networks [J]. Scientific Reports, 2013, 3: 1969.
- [19] Zhang P, Cheng BS, Zhao Z, *et al.* The robustness of interdependent transportation networks under targeted attacks [J]. Europhysics Letters, 2013, 103(6): 68005.
- [20] Wang JW, Jiang C, Qian JF. Robustness of interdependent networks with different link patterns against cascading failures [J]. Physica A, 2014, 393: 535-541.
- [21] Wang JW, Jiang C, Qian JF. Improving robustness of coupled networks against cascading failures [J]. International Journal of Modern Physics C, 2013, 24(11): 1350076.
- [22] Qiu YZ. Cascading dynamics with local weighted flow redistribution in interdependent networks [J]. Physica Journal B, 2013, 86(7): 329-337.
- [23] Zhang PC, Srinivas P. A generalized modeling framework to analyze interdependencies among infrastructure systems [J]. Transportation Research Part B, 2011, 45: 553-579.
- [24] Li M, Liu RR, Jia GX. Cascading failures on networks with asymmetric dependence [J]. Europhysics Letters, 2014, 108: 56002.
- [25] Barrat A, Barthélemy, Pastor-Satorras R *et al.* The architecture of complex weighted networks [J]. Proceedings of the National Academy of Sciences, USA, 2004, 101: 3747.
- [26] Macdonald PJ, Almaas E, Barabási A.-L. Minimum spanning trees of weighted scale-free networks [J]. Europhysics Letters, 2005, 72: 308.
- [27] Holme P, Kim BJ, Yoon CN, *et al.* Attack vulnerability of complex networks [J]. Physical Review E, 2002, 65: 056109.
- [28] Wang WX, Chen GR. Universal robustness characteristic of weighted networks against cascading failure [J]. Physical Review E, 2008, 77: 026101.
- [29] Wang JW, Rong LL. Edge-based-attack induced cascading failures on scale-free networks [J]. Physica A, 2009, 388: 1731-1737.
- [30] Barabási A.-L., Albert R. Emergence of Scaling in Random Networks [J]. Science, 1999, 286(5439): 509-512.

Cascading model in interdependent networks with edge weight and coupled strength

WANG Jian-wei , CAI Lin , JIANG Chen

(School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110819, China)

Abstract : In recent years, disasters caused by cascading failures have occurred frequently in many critical infrastructure networks, such as traffic networks, power grids, communication networks, and Internet networks. Such disasters have an extremely bad impact on society, economy and people's life, thereby resulting in immeasurable losses. Therefore, many scholars in the emergency management have been researching on the mechanism of cascading failures and exploring effective methods to improve the robustness of the overall network.

Currently, the research on cascading failures has gradually shifted from single-level networks to coupled networks. However, the existing researches analyzed the cascading failures triggered by the interactions between coupled networks only from a static perspective. The current literature often does not consider the dynamic characteristic of load in realistic coupled networks, especially the effect of the edge weight and the coupled strength on cascading failures. Therefore, the current study cannot practically reflect the dynamic process of cascading failures in coupled infrastructure networks.

Considering these issues, the paper firstly presents a new method to define the initial load on an edge based on the effect of the edge weight and the coupled strength on the load. Secondly, according to the dynamic evolution mechanism of the edge cascading propagation, a new model of edge cascading load model with tunable parameters is constructed. Next, the robustness of interdependent networks against cascading failures is studied in three different coupled patterns and the whole protection strategies in interdependent networks are proposed. Moreover, the optimization methods of the link patterns between interdependent networks are discussed from two perspectives. By comparing the robustness of interdependent networks before and after optimizing, this study identifies the optimum coupling patterns between interdependent networks corresponding to different parameters of this model. Finally, through the analysis of the process, some important conclusions are drawn.

The results show that the load plays an important role in the dynamic process of cascading failures in interdependent networks. In addition, this paper discusses the global cascading phenomena of BA interdependent networks in three different kinds of connection patterns and shows that both link patterns and parameters in our model affect the robustness of interdependent networks. According to numerical simulation curves based on network robustness and vulnerability metrics indices, this study finds that when the values of model parameter are small, the DL coupling pattern can allow interdependent networks having stronger robustness. While the model parameter values are large, the AL connection pattern makes interdependent networks more stable. Moreover, in order to avoid the paralysis of the whole network, the value of parameter α is not to be near 0.2. In addition, the proposed optimization methods of the coupled pattern can significantly improve the robustness of interdependent networks against cascading failures.

In summary, the proposed theoretical model of cascading failures in this paper can be applied to realistic interdependent critical infrastructure networks. In addition, the research results of the study can provide theoretical and methodological guidance for the construction and development of infrastructure network systems. In another word, our study has important theoretical and practical implications.

Key words: Cascading failures; Interdependent networks; Coupled pattern; Optimized strategy

中文编辑 : 杜 健 ; 英文编辑 : Charlie C. Chen