

基于高精度匹配点的对极几何估计

舒 远, 谈 正, 丁礼儒

(西安交通大学电子与信息工程学院, 西安 710049)

摘 要: 提出了一种以 Harris 算子和空间位置约束条件自动提取的初始特征点为引导, 利用小面元模型进行灰度分布的拟合曲面求极值点的超精度特征点定位方法。并利用超精度的特征点估计立体图像对的对极几何约束关系。通过对真实图像的对比实验证明该方法能有效的提高基本矩阵估计精度, 与传统的基于像素级特征点的估计算法相比, 平均余差值降低了 3.4%~21.4%, 算法运行速度快, 能在视觉测量中有效地提高测量精度。

关 键 词: 计算机应用; 计算机视觉; 对极几何; 基本矩阵

中图分类号: TN 911.73

文献标识码: A **文章编号:** 1003-0158(2005)05-0089-04

利用对极几何研究图像间的约束关系, 是近年来利用几何不变量解决透视投影问题的比较突出的研究成果之一^{[1], [2]}。在透视投影模型下, 三维空间点 M 在左右图像上的投影分别为 m 、 m' , 两相机光心分别为 C 、 C' , 连接两个相机光心 C 和 C' 的直线则被称作基线, C 、 C' 与左右图像的交点 e 、 e' 称为对极点, 其相应的齐次坐标为 $e = [e_x, e_y, 1]^T$, $e' = [e'_x, e'_y, 1]^T$, 直线 $l_m = \langle e', m' \rangle$ 称为点 m 在右图像上的对极线, 直线 $l_m = \langle e, m \rangle$ 称为点 m' 在左图像上的对极线, 如图 1 所示。

相应的对极几何约束可以描述为: 一幅图像上的点在另一幅图像上的匹配点位于该点的对极线上, 在代数上这一几何关系表示为一个 3×3 的基本矩阵 F , 它将一幅图像上的点 m 映射到该点在另一幅图像的对极线 l_m 上, 因而有

$$m'^T F m = 0 \quad (1)$$

高精度 F 矩阵的估计成为近年来的热门研究

课题^{[3]~[6]}, 作者提出了一种新的利用高精度特征点的基本矩阵估计方法, 在 Harris 算子检测得到的特征点邻域对图像灰度进行小面元拟合, 求其方向导数的极值点得到高精度特征点。

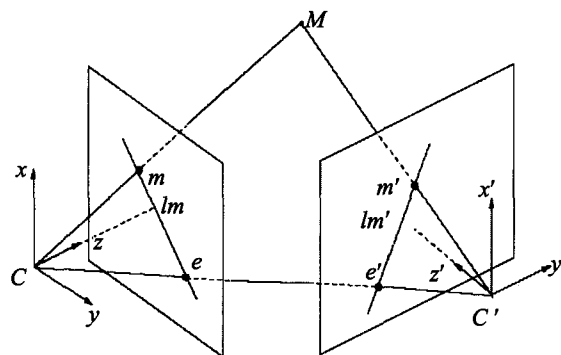


图 1 对极几何关系示意图

1 像素级特征点检测算子

特征点选择的基本要求是其邻域信息(灰度分布, 拓扑结构)必须足够丰富, 这样的特征点才能进行后续的匹配工作。在 1988 年提出的一

种基于信号的点特征提取 Harris 算子^[7], 给出与自相关函数相联系的矩阵 M , 通过分析矩阵 M 的特征值可以判断出正确的特征点位置。

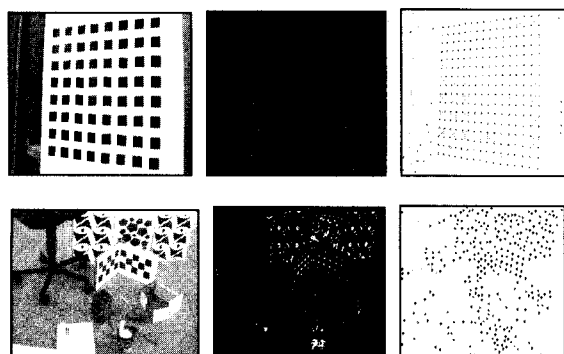
$$M = G(\sigma) \otimes \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial I}{\partial x}\right)^2 & \left(\frac{\partial I}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial I}{\partial y}\right) \\ \left(\frac{\partial I}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial I}{\partial y}\right) & \left(\frac{\partial I}{\partial y}\right)^2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中 $G(\sigma)$ 是均值为零, 方差为 σ 的高斯模板, 用于进行高斯平滑, 消除孤立噪声点的影响。 M 阵的特征值是自相关函数的一阶曲率, 假设矩阵 M 的特征矢量为 λ , 最大的 2 个特征值为 λ_1 和 λ_2 , λ_1 表示梯度的幅值, λ_2 表示梯度的变化值。如果 λ_1 和 λ_2 有相同的数量级, 且 λ 值尽可能大, 则就可认定为特征点, 定义一个特征点判断式

$$R = \det M - k(\text{trace } M)^2 > \text{threshold} \quad (3)$$

其中 $\det M = \prod_i \lambda_i$ $\text{trace } M = \sum_i \lambda_i$

k 越小, R 值就大, 检测到的特征点也越多, 其经验值为 $k \approx 0.04$ 。当图像上某点像素的 R 值大于给定的某个阈值时, 就认为该点是特征点, 这比采用 M 矩阵的本征值进行判断要简单。图 2 为图像的本征值和得到的特征点检测结果。



(a) 原始图像 (b) 本征值图像 (c) 特征点检测结果

图 2 图像的本征值和特征点检测结果
(~500, ~400 points)

2 高精度特征点定位

根据微分几何中有关曲面的理论, 特征点是边缘线上具有最大转角的变化点, 假设图像某一小局部区域的灰度分布可以用一个在行和列坐标系中正交的离散多项式作曲面拟合, 求得曲面方程的参数估计, 然后通过求其二阶方向导数的

零交叉点, 得到高精度的特征点定位。

离散图像的灰度函数可以看作是对连续或分段连续的图像灰度函数的采样近似, 一幅图像可由若干个连接着的区域来近似, 称为面元 (Facet), 每个小面元的灰度函数可以用一组离散正交多项式为基底的系数加权和近似。

假设以图像像素点 (i, j) 为中心的对称区域的面元模型表示为 $f(i, j)$, $(i, j) \in R \times C$, $R \times C$ 为每个面元域对称的离散索引集, 对应 3×3 邻域 $\{f(i+r, j+c) | r \in \{-1, 0, 1\}, c \in \{-1, 0, 1\}\}$ 灰度分布进行曲面拟合为

$$f(i+r, j+c) = \sum_{n=0}^k a_n H_n(r, c) \quad (4)$$

$$\begin{cases} k=5 & \text{对于二阶Facet 模型} \\ k=8 & \text{对于三阶Facet 模型} \end{cases}$$

求 a_n 最小二乘方意义下的估计, 就是使得灰度拟合曲面和邻域灰度分布的偏差 e 最小

$$e = \sum_{(r,c) \in R \times C} (f(i+r, j+c) - \sum_{n=0}^k a_n H_n(r, c))^2 = \min \quad (5)$$

对于邻域为 $((i, j) \in \{-1, 0, 1\})$ 二次面元模型, 灰度满足以下模型函数

$$F(i, j) + e(i, j) = p_1 + p_2 i + p_3 j + p_4 i^2 + p_5 j^2 + p_6 ij \quad (6)$$

系数 $P_1 \sim P_6$ 至少需要解 6 个方程才能求出该曲面方程式, 对于 3×3 邻域的 9 个像素点, 分别把 $(i, j) \in \{-1, 0, 1\}$ 代入二次最优 Facet 模型要求拟合的系数 P 使误差 e 最小。

$$P^* = \arg \min_P \|e\| = \arg \min_P e^T e \quad (7)$$

通过构造一组离散正交多项式基, 参数化面元模型可以用这组正交多项式为基底的系数加权和近似, 减少了面元模型系数的计算时间。对应的二次 Facet 模型对应的拟合系数 $P_1 \sim P_6$ 可以直接用一组共 6 个的 3×3 的核来计算

$$\frac{1}{9} \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix},$$

$$\frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}, \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

在用 Harris 检测算子得到图像的特征点后,

该特征点在邻域内位于灰度变化的极值位置, 小区域拟合得到的参数面元是单调变化的, 其极值点即为要检测的特征点的精确定位, 二次拟合曲面 $F(i, j)$ 在拟合区域的极值点坐标 $F(i_0, j_0)$ 位于曲面的 i 和 j 方向的最大曲率处

$$\begin{cases} \frac{\partial F(i, j)}{\partial i} = 2p_4i + p_6j + p_2 = 0 \\ \frac{\partial F(i, j)}{\partial j} = p_6i + 2p_5j + p_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_0 = \frac{2p_5p_2 - p_6p_3}{p_6^2 - 4p_4p_5} \\ j_0 = \frac{2p_4p_3 - p_6p_2}{p_6^2 - 4p_4p_5} \end{cases} \quad (9)$$

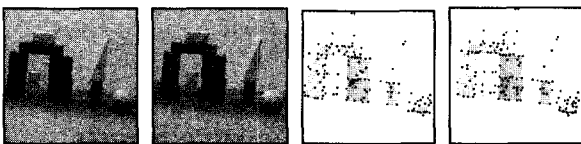
3 实验比较分析

定义平均余差 ARE (Average Residual Error) 来判定一个估计 F 矩阵算法性能的好坏

$$ARE = \frac{1}{N} \sum_i |m_i^T F m_i| \quad (10)$$

其中 N 为匹配点对的数量, m_i 和 m_i' 分别为两幅图像上对应点坐标。ARE 值越小, 表示估计的 F 矩阵精度越高, 也即表示匹配定位精度越高, 反之亦然。

本实验图像采用标准的积木 (256×256 pixel) 立体灰度图像, 如图 3 所示, 检测到的特征点位置已经在图像上标注出来了。



(a) 原始立体图像对 (b) 特征点检测结果

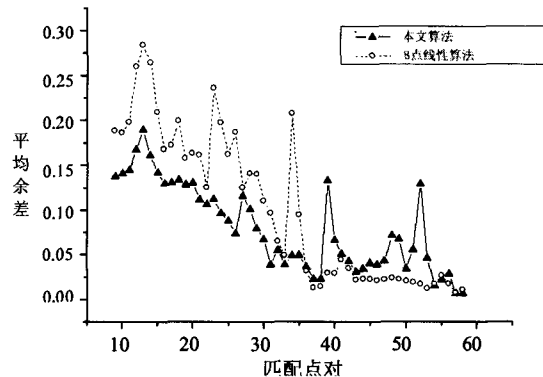
图 3 立体图像对和特征点检测结果

部分特征点的坐标位置如表 1 所示。

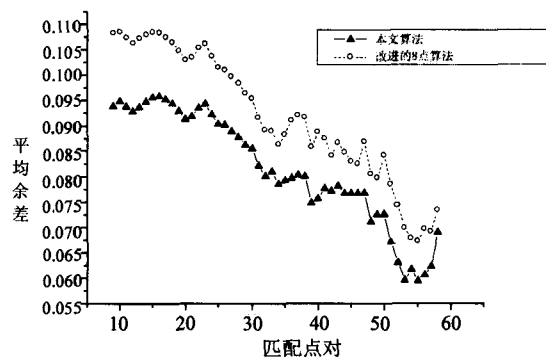
表 1 图像的像素级和亚像素级的检测特征点坐标 (图 3 中的左图)

像素级特征点		亚像素级特征点	
x	y	x'	y'
171	343	170.12372	344.2652
226	178	227.90761	178.59402
306	270	307.36673	269.86285
46	297	46.66817	296.02377
353	222	352.35721	222.67778
177	175	178.29117	174.35332
259	265	260.12543	265.25192
257	351	257.8411	351.32504

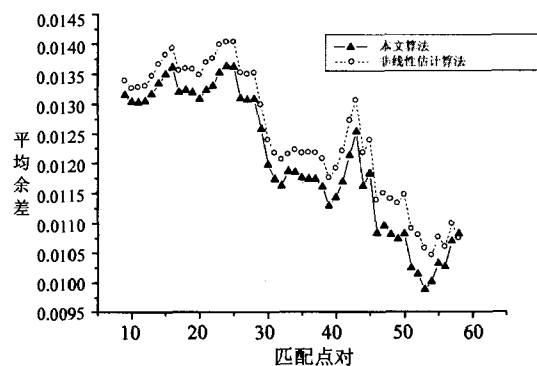
作者分别采用了常用的 3 种基本矩阵的估计方法: Longuet-Higgins 的 8 点算法^[3]; Hartley 提出的改进 8 点算法^[5], Faugeras 的非线性迭代算法^[4]进行实验, 分别利用像素级精度的特征点和利用本文算法得到的超精度特征点计算基本矩阵 F , 实验结果如图 4 所示, (平均余差单位是 pixel)。



(a) 8 点线性估计算法



(b) 改进的 8 点算法



(c) 非线性 F 估计算法

图 4 像素级和超精度特征点估计 F 矩阵比较实验

从实验图像可知, 平均余差随匹配点对数的

增加逐渐减小,采用超精度的特征点进行极线几何的估计,准确性高于普通的像素级特征点估计方法,平均余差值降低了 3.4%~21.4%,如表 2 所示。这在后续的相机参数标定、三维重建过程中也必将能提高系统的准确性,有利于图像高精度测量等工作的实现。

表 2 算法性能比较

	平均余差 (像素级 特征点)	平均余差 (本文算 法)	精度 相对 提高
8 点算法	0.10092	0.07932	21.4%
改进的 8 点算法	0.09197	0.08162	11.3%
非线性估计算法	0.01248	0.01205	3.4%

4 结束语

在应用视觉测量系统时,图像特征点的提取精度会影响最终标定和测量结果,是计算机视觉处理过程中一个重要的步骤。实验证明利用超精度特征点能有效的提高基本矩阵的估计精度,从而提高相机的标定参数,在后续的三维测量中能有效的提高测量精度,进一步的研究方向是超精度特征点在后续的视觉处理过程中的应用。

参 考 文 献

- [1] Torr PH S, Fitzgibbon A W. Invariant fitting of two view geometry [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2004, 26(5): 648~650.
- [2] Horaud R, Csurka G, Demirdijian D. Stereo calibration from rigid motions [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(12): 1446~1452.
- [3] Longuet-Higgins H C. A computer algorithm for reconstructing a scene from two projections [J]. Nature, 1981, 293(9): 133~135.
- [4] Faugeras O D. What can be seen in three dimensions with an uncalibrated stereo rig? [A]. In: Computer Vision-ECCV, 92 [C]. LNCS-Series(588), NewYork: Springer-Verlag, 1992. 563~578.
- [5] Hartley R. In defence of the 8-point algorithm [J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, 19(16): 2~8.
- [6] 王 伟, 吴成柯. 估计基本矩阵的六点综合算法[J]. 中国科学(E辑), 1997, 27(2): 165~170.
- [7] Harris C G, Stephens M J. A combined corner and edge detector [A]. In: 4th Alvey Vision Conference [C]. Manchester 1988. 147~151.

Epipolar Geometry Estimation Using High Precision Feature Points

SHU Yuan, TAN Zheng, DING Li-ru

(School of Electronic Information and Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A new algorithm for high precision feature point detection is proposed in this paper; it can be gained from the extremal points by fitting a facet surface to the Harris pre-detected feature points. The experiment results of estimation epipolar geometry using the high precision feature points in real images show that it can improve the accuracy of the fundamental matrix. Compared with the estimation method using the pixel-level feature points, the average residual errors of the fundamental matrix are reduced 3.4%~21.4%, the algorithm is fast in computation and also it can improve the accuracy of the vision measurement system.

Key words: computer application; computer vision; epipolar geometry; fundamental matrix