

空间中有固定位置的散点, 以相机为参考系, 相机在第一个位置拍第一张相片中,各点对应的单位方向矢量为

$$\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \mathbf{U}_3, \dots$$

在第二个位置拍第二张相片中, 各点对应的单位方向矢量为

$$\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \mathbf{V}_3, \dots$$

求各点的坐标(可以在任意坐标系中表示)

解法 1: 设矢量的模长

假设在第一个位置处拍的相片, 各个点距离相机坐标系原点距离分别为

$$r_1, r_2, r_3, \dots$$

那么这些点的坐标分别为

$$r_1 \mathbf{U}_1, r_2 \mathbf{U}_2, r_3 \mathbf{U}_3, \dots$$

由于这些点之间不存在相对运动, 所以, 总可以通过一次平移和一次转动把每个点都移动到对应的 $\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \mathbf{V}_3, \dots$ 方向上.

设转动矩阵为

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

平移向量为 \mathbf{S}

那么就有

$$\mathbf{A}(r_i \mathbf{U}_i) + \mathbf{S} \text{ 与 } \mathbf{V}_i \text{ 共线, 即}$$

$$(\mathbf{A}(r_i \mathbf{U}_i) + \mathbf{S}) \times \mathbf{V}_i = 0 \quad (\text{相当于两条标量方程})$$

(\mathbf{U}_i 和 \mathbf{V}_i 都是列矢量)

每增加一个点, 会增加一个未知量 r_i , 但可以得到两条方程, 考虑到还有旋转矩阵和平移向量这 12 个未知标量, 至少需要考察 12 个点, 列出 24 条标量方程

由于上式中含有 \mathbf{A} 与 r_i 相乘, 每条标量式中会出现一个非线性项, 即 $a_{r,c} \cdot r_i$, 增加了问题的难度...